آستان قدس
معاونت فرهنگی

ارتور بایزر

مفاهیم فیزیک نوین

علی اصغر تکالو

مفاهیم

فیزیک نوین

آرتور بایزر

ترجمهٔ

علی اصغر تکالو

فهرست مطالب

پیشگفتار مترجم ۷

پیشگفتار مولف ۹

فصل ۱

نسبیّت خاص ..... ۱۱ – ۵۴

فصل ۲

خواص ذرّه‌ای امواج ..... ۵۵ – ۹۴

فصل ۳

خواص موجی ذرّات ..... ۹۵ – ۱۲۶

فصل ۴

ساختار اتمی ..... ۱۲۷ – ۱۷۰

فصل ۵

مکانیک کوانتمی ..... ۱۷۱ – ۲۱۰

فصل ۶

نظریه کوانتمی اتم ئیدروژن ..... ۲۱۱ – ۲۴۸

فصل ۷

اتمهای چند الکترونی ..... ۲۴۹ – ۲۹۴

فصل ۸

فیزیک مولکولها ..... ۲۹۵ – ۳۲۶

فصل ۹

مکانیک آماری ..... ۳۲۷ – ۳۷۰

فصل ۱۰

حالت جامد ..... ۳۷۱ – ۴۲۶

فصل ۱۱
هستهٔ اتمی ..... ۴۲۷ – ۴۶۴
فصل ۱۲
تبدیل‌های هسته‌ای ..... ۴۶۵ – ۵۲۲
فصل ۱۳
ذرات بنیادی ..... ۵۲۳ – ۵۷۴
ضمیمه ۱
عملگرها، توابع ویژه و مقادیر ویژه ..... ۵۷۵ – ۵۸۲
ضمیمه ۲
نوسان کنندهٔ هماهنگ ..... ۵۸۳ – ۵۸۸
ضمیمه ۳
قوانین توزیع آماری ..... ۵۸۹ – ۵۹۸
پاسخ شماره‌های فرد مسائل ..... ۵۹۹ – ۶۰۸
واژه‌نامه انگلیسی ــ فارسی و فارسی ــ انگلیسی ..... ۶۰۹ – ۶۴۱

پیشگفتار مترجم

انسان سوار بر مرکب دانش و تکنولوژی بسرعت بسوی دو بی‌نهایت پیش می‌رود، جهان بی‌نهایت کوچک، جهان ذرّات بیشمار و جهان بی‌نهایت بزرگ، جهان فضای لایتناهی.

اگر نمودار هزاره تاریخ زیست انسان را ترسیم کنیم و بخواهیم پیشرفت‌های علمی او را در این نمودار مشخص نماییم؛ خواهیم دید که این پیشرفت‌ها در اعصار و قرون بسیار به واسطهٔ کندی و آهستگی آهنگ آن بصورت افقی نمودار می‌شود ولی این خط یکباره از اواسط قرن بیستم اوج می‌گیرد و در دهه پنجم و ششم این قرن به حال جهش و پرتاب صعودی در می‌آید. و می‌بینیم که پیشروان این تجسس‌های پر شتاب هم اکنون چگونه با چنگ و چنگال از کرات دیگر تا اقیانوس‌ها نفوذ کرده‌اند و پیش می‌روند. هر روز پله‌ای و پله‌هایی نو برنردبان صعود به سوی قلهٔ ناپیدای این بلنداهای بی‌پایان می‌فزایند. دل ذرّه‌را می‌شکافند تا خورشید درونش را به کار گیرند.

برای نیل به پیشرفت‌های علمی و همگام شدن با جوامع پیشتاز در علم و تکنولوژی باید هرچه بیشتر به سلاح علم و ایمان مجهز شد. از این رو هر چه بیشتر باید در جهت نشر و اشاعهٔ کتابهای علمی کوشا بود.

در حال حاضر کمبود کتابهای علمی به زبان فارسی از عمده‌ترین مشکلاتی است که در دانشگاهها ومدارس عالی کشور وجود دارد و از این رو دانشجویان از نظر منابع و مآخذ علمی به زبان فارسی احساس کمبودمی‌کنند. تعداد کتابهائی که در باره فیزیک و بویژه فیزیک نوین به زبان فارسی منتشر شده بسیار ناچیز است اما امید می‌رود روزی برسد که در هر ماه چند کتاب یا مقالهٔ تحقیقی در این زمینه انتشار یابد و در دسترس دانش پژوهان قرار گیرد.

در ترجمهٔ این کتاب سعی مترجم بر آن بوده است که ضمن حفظ اصالت علمی موضوع و پایبندی به سبک مؤلّف، مطالب را به زبان ساده و قابل درک و بابهره‌گیری از واژه‌های اصیل فارسی بیان کند. این کتاب برای استفاده دانشجویان رشته‌های فیزیک و مهندسی نوشته

شده است و در دوره‌هایی از تحصیلات دانشگاهی که در آنها فیزیک کلاسیک مقدماتی و جبر آنالیز بعنوان دروس پایه مطرح می‌شوند ، قابل استفاده است.

این کتاب شامل سیزده فصل ، سه ضمیمه و پاسخ شماره‌های فرد مسائل می‌باشد که در پایان واژه‌نامهٔ (انگلیسی ـ فارسی) و (فارسی ـ انگلیسی) نیز بدان افزوده شده است .

اولین فصل کتاب با مبحث نسبیّت و نظریهٔ کوانتمی شروع می‌شود که بعنوان چهارچوبی برای درک و فهم فیزیک اتمی و هسته‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرند و سپس در فصول بعدی خواص ذرّه‌ای امواج ، خواص موجی ذرّات ساختار اتمی ، مکانیک کوانتمی و نظریه کوانتمی اتم هیدروژن مورد مطالعه قرارمی‌گیرند و این مطلب سرانجام با بحثی در بارهٔ هسته‌های اتمی و ذرّات بنیادی ادامه می‌یابد .

امتیازات متعددی که در این کتاب نسبت به چاپ قبلی مشاهده می‌شود عمدهٔ " قسمتهایی هستند که جدیدا " بدان اضافه شده و در چاپ قبلی این موضوعات عنوان نشده بودند . مهمترین این قسمت‌ها عبارتند از : پدیدهٔ دوپلر در نور ، چگونه نسبیّت بین الکتریسیته و مغناطیس رابطه برقرار می‌کند ، گرمای ویژهٔ جامدات ، نقایص بلوری ، اساس‌قانون‌اهم ، وسایل نیم رسانا ، زمان سنجی تابشی ، رآکتور هسته‌ای ، چگونگی برهمکنش تابشهای گوناگون ، مادّه و آشکارسازهای ذرّه و ردیاب . در بارهٔ موضوعاتی نظیر معمّای دوقلوها ، دوگانگی ذرّه ـ موج ، طیف پرتو ایکس ، لیزر ، تابش جسم سیاه ، مدلهای هسته‌ای ، انرژی حرارتی هسته‌ای ، ذرات بنیادی و برهمکنش‌های اساسی نیز بیشتر بحث شده است . تعداد مساله‌ها افزایش یافته و تقریبا " نیمی از آنها جدیدند .

مترجم لازم می‌داند که از بنیاد پژوهشهای اسلامی آستان قدس رضوی مشهد که به نشر "کتب علمی" مخصوصا " در زمینهٔ فیزیک همت گمارده است ، عمیقا " سپاسگزاری کند . امید است با نشر و پخش این گونه آثار علمی که مورد نیاز دانش پژوهان است امکان درک بهتر و عمیقتری از مسائل و مفاهیم فیزیک میسر شود .

در پایان از ویراستاری علمی آقای دکتر محمد ابراهیم زمردیان استادیار فیزیک دانشگاه مشهد و ویراستاری تطبیقی ، ادبی و فنی آقایان اسدالله توکلی طبسی و حسنعلی قهرمان که مترجم را یاری کرده‌اند کمال تشکر و امتنان را دارم .

علی‌اصغر تکالو

بنیاد پژوهشهای اسلامی آستان قدس رضوی

بهمن ماه ۱۳۶۷

پیشگفتار مؤلف

این کتاب برای استفاده در یک نیمسال تحصیلی در درس فیزیک نوین نوشته شده است و در دوره‌هایی از تحصیلات دانشگاهی که در آنها فیزیک کلاسیک مقدماتی و جبر آنالیز به عنوان دروس پایه مطرح می‌شوند، قابل استفاده است. نسبیت و نظریهٔ کوانتمی ابتدا به عنوان چهارچوبی برای درک و فهم فیزیک اتمی و هسته‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرند. سپس نظریهٔ اتمی با تاکید بر مفاهیم مکانیک کوانتمی توسعه می‌یابد و با بحثی در مورد خواص مجموعهٔ اتم‌ها دنبال می‌شود. سرانجام، هسته‌های اتمی و ذرّات بنیادی مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

در این جا عمداً توجه بیشتر به پنداره‌ها معطوف می‌گردد تا به روشهای تجربی و کاربردهای عملی، زیرا من معتقدم که در معرفی فیزیک نوین با به کارگیری یک چهارچوب تصوری بهتر می‌توان به دانشجوی مبتدی کمک کرد تا به وسیلهٔ انبوهی از جزئیات منفرد. با وجود این، تمام نظریه‌های فیزیکی با تجربه رد یا تائید می‌شوند و تعدادی از استنتاج‌ها آورده شده‌اند، تا دقیقاً نشان دهند که چگونه یک مفهوم انتزاعی با اندازه‌گیری‌های واقعی مربوط می‌شود. بسیاری از استادان ترجیح می‌دهند که دانشجویان را با بحث‌های پیچیده‌تری (گر چه الزاماً از نظر ریاضی مشکل نباشند) درگیر نکنند و من قسمت‌هایی را با علامت ستاره نشان داده‌ام که بدون این که مطلب قطع شود، می‌توان آنها را نادیده گرفت؛ مسائل مربوط به مندرجات این قسمت‌ها نیز با ستاره علامت‌گذاری شده است. البته حذف مطالب دیگری نیز امکان‌پذیر است، مثلاً نسبیّت می‌توانست در جای دیگری گنجانده شود و از فصول ۸، ۹ و ۱۰ ممکن است بطور کامل صرف‌نظر شود، زیرا مفاد آنها موضوع کار بعدی ما خواهد بود. بنابراین، برای استاد، این زمینه‌فراهم شده‌که‌نوع رشتهٔ تحصیلی مورد نظر خود را طرح‌ریزی کند، خواه نظر او یک بررسی کلّی باشد و خواه تحقیقی عمیق در موضوعهای انتخابی به هر حال خواهد توانست مطالب را طوری مطرح کند که مناسب حال تعدادی دانشجوی خاص‌باشد.

آنهایی که با چاپ قبلی "مفاهیم فیزیک نوین "آشنایی‌دارند ، تغییرات زیادی را در این جا مشاهده‌خواهند کرد . قسمت‌های کاملا" جدید عبارتند از : پدیده دوپلر در نور چگونه نسبیّت بین‌الکتریسیته‌و مغناطیس رابطه برقرار می‌کند ، گرمای ویژهٔ جامدات ، نقایص بلوری ، اساس قانون اهم ، وسایل نیم‌رسانا ، زمان‌سنجی تابشی ، رآکتور هسته‌ای ، چگونگی بر هم‌کنش تابشهای‌گوناگون با مادّه‌و آشکار سازهای ذرّه و ردیاب . موضوعاتی که بحث آنها ادامه بیشتری یافته است عبارتند از . معمّای دو قلوها ، دوگانگی ذرّه ــ موج ، طیف پرتوایکس ، لیزر ، تابش جسم سیاه ، مدل‌های هسته‌ای ، انرژی حرارتی هسته‌ای و البته ذرّات بنیادی و برهمکنش‌های اساسی . بیشتر متن تجدیدنظر شده و مقداری از آن تجدید سازمان یافته است ؛ به عنوان مثال نفوذسدّی‌کوانتم مکانیکی و ماهیّت حالت‌های ساکن به‌سبب ارتباطشان با تنوع پدیده‌ها نسبت به چاپ گذشته زودتر آورده شده‌اند . مطالب مکانیک آماری بطور کلّی تجدید نظر شده‌اند تا در برخورد اولیّه با استنتاجهای سه قانون توزیع که به قسمت ضمیمه انتقال داده شده‌اند ، بیشتر در دسترس‌باشد . سایر ضمیمه‌ها چگونگی ارتباط عملگرها ، توابع ویژه و مقادیر ویژه ، و جزئیات نظریهٔ کوانتمی نوسان کنندهٔ هماهنگ را در برمی‌گیرند . برای مطرح کردن موضوعات جدید ، بعضی از مباحث بایستی خلاصه یا حذف می‌شدند ، به ویژه آنهایی که به آزمایش مایکلسون ــ مورلی [1] اربیتال‌های مولکولی و نظریهٔ دوترون [2] مربوط می‌شوند .

تا جایی که‌امکان داشته‌موضوعات مهم در سطح‌ابتدایی مطرح شده‌اند که حتی دانشجویان نسبةً" مبتدی را قادر می‌سازد بینشی در مورد آنچه که جریان دارد ، کسب کنند و همچنین پیشرفت استنباط فیزیکی را درخوانندگانی که با ریاضی مأنوسند تقویت می‌کند . مسائل‌همچنین در تمام سطوح مطرح می‌باشند ، از سطح کاملا" آسان گرفته (برای تمرین و اطمینان مجدد) تا آنهایی که مستلزم تفکر واقعی هستند (ایجاد لذّت کشف) تعداد مسائل افزایش یافته است و تقریبا" نیمی از آنها جدیدند . چندین مساله تشریحی نیز درمتن آمده است .

در تهیه و چاپ کتاب "مفاهیم فیزیک نوین" از نظرات آقایان دبلیو . آندرسون [3] وای بیرز [4] ، آر . گ . فالر [5] ، ا ال . هاروی [6] ، گ . کیو هاسون [7] ، سی . ا مویر [8] و ت . ساتو [9] بهره‌گیری شده است کمک آنها بسیار با ارزش بود و بدین وسیله از آنها تشکر می‌شود .

---

1. Michelson—Morely
2. The theory of deuteron
3. W. Anderson
4. Y. Beers
5. R. G. Fowler
6. A. L. Harvey
7. G. Q. Hassoun
8. C. A. Moyer
9. T. Satoh

۱

نسبیّت خاص

۱ـ۱ اصول نسبیّت خاص
۱ـ۲ اتّساع زمان
۱ـ۳ پدیدهٔ دوپلر
۱ـ۴ انقباض طول
۱ـ۵ معمّای دوقلوها
۱ـ۶ مغناطیس و الکتریسیته
۱ـ۷ نسبیّت جرم
۱ـ۸ جرم و انرژی
۱ـ۹ ذرّات بدون جرم
۱ـ۱۰ تبدیل لورنتس
۱ـ۱۱ افزایش سرعت

نسبیت خاص

نظریهٔ نسبیّت این موضوع را مورد بررسی قرار می‌دهد که چگونه اندازه‌گیری‌های کمیّتهای فیزیکی هم به ناظر و هم به شیٔ مورد مشاهده بستگی دارد. از نظریهٔ نسبیّت، مکانیک جدیدی پدیدار می‌شود که در آن بین فضا و زمان، جرم و انرژی وابستگی نزدیکی وجود دارد. بدون درنظرگرفتن این وابستگی، درک جهان میکروسکوپی درون اتم که روشن ساختن آن مسألهٔ اصلی فیزیک مدرن است، امکان‌پذیر نبود.

۱ ــ ۱ اصول نسبیّت خاص

هر گاه در فیزیک مقدماتی، کمیّتهایی نظیر طول، فاصلهٔ زمانی و جرم، مورد بحث قرار گیرند، در مورد چگونگی اندازه‌گیری آنها نکتهٔ خاصّی ذکر نمی‌شود. چون برای هر کمیّت واحد استانداردی وجود دارد، به نظر نمی‌رسد که مهم باشد چه کسی تصمیم دقیقی می‌گیرد. همگان باید نتیجه یکسانی به دست آورند. به عنوان مثال، اگر در کنار هواپیما باشیم، با کشیدن یک نوار متری از سر تا دم هواپیما، طول آن را می‌توانیم اندازه‌گیری کنیم و اگر از هواپیما فاصله داشته باشیم به روش پیچیده‌تری نیاز داریم که تشکیل شده از یک نوار متری برای ساختن خط مبنا، طول یاب مثّاحی به منظور پیدا کردن زاویه‌ها و مثلثات برای انجام محاسبات. اما در نتیجهٔ اندازه‌گیری طول هواپیما تغییری مشاهده نخواهد شد. لکن، اگر روی زمین باشیم و هواپیما در حال پرواز باشد کار پیچیده‌تر و جالب‌تر می‌شود. آنچه مادر این جا درخواهیم یافت این است:

وقتی که هواپیما در حال پرواز است، ما که از زمین نگاه می‌کنیم نسبت به کسی که در هواپیما نشسته است آن را کوچکتر می‌بینیم، فواصل زمانی، طولانی‌تر و جرم هواپیما بیشتر به نظر ما می‌رسد تا به نظر شخصی که داخل هواپیما نشسته است. برای درک منشاء این اختلافات باید فرآیند اندازه‌گیری را به تفصیل مورد تجزیه و تحلیل قرار دهیم.

اولین قدم این است که روشن سازیم منظور از حرکت چیست. وقتی می‌گوییم یک شیٔ متحرک است، آنچه که منظور ماست این است که موقعیتش نسبت به شیٔ دیگر در تغییر است، مسافر نسبت به هواپیما، هواپیما نسبت به زمین، زمین نسبت به خورشید، خورشید نسبت به

کهکشان ستارگان (راه‌شیری)[1] که عضوی از آنهاست، در حرکت می‌باشند و همین‌طور مثالهای دیگر. در هر مورد، "یک دستگاه مرجع" قسمتی از توصیف حرکت است. وقتی می‌گوییم شیء در حال حرکت است، همیشه دلالت بر دستگاه مرجع خاصی می‌کند. تمام دستگاههای مرجع از اعتبار یکسانی برخوردارند، گرچه ممکن است کاربرد یکی از آنها در موردی خاص مناسبتر باشد.

اگر در یک آزمایشگاه بسته و جدا از محیط قرار داشته باشیم نمی‌توانیم ثابت کنیم که آیا آزمایشگاه با سرعت ثابت حرکت می‌کند یا خیر، زیرا بدون وجود دستگاه مرجع خارجی، مفهوم حرکت بی‌معنی خواهد بود. مرجعی جهانی که در تمام فضا نافذ باشد وجود ندارد، بنابراین چیزی به عنوان "حرکت مطلق" وجود نخواهد داشت.

نظریهٔ نسبیّت، نتیجهٔ به دست آمده از تحلیل پی‌آمدهای فیزیکی است که از نبودن دستگاه مرجع جهانی ناشی می‌شوند. نظریهٔ نسبیّت خاص، که در سال ۱۹۰۵ م. توسط آلبرت اینشتین[2] به دست آمد، در مورد دستگاههای مرجع اینرسی که با سرعت ثابتی نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند بحث می‌کند. نظریهٔ نسبیت عام که ده‌سال‌بعد توسط اینشتین مطرح شد، و مسائل مربوط به دستگاههای مرجع شتاب‌دار نسبت به یکدیگر را مورد بحث قرار می‌دهد. ناظری که در یک آزمایشگاه منزوی جای دارد، می‌تواند شتاب را تشخیص دهد. هر کسی که سوار آسانسور یا چرخ فلک بوده است، با توجه به تجربهٔ شخصی خود می‌تواند صحت این ادعا را تشخیص دهد. نظریهٔ نسبیت خاص، تأثیر عمیقی در تمام زمینه‌های فیزیک داشته است. در این فصل منحصراً در مورد نظریهٔ نسبیت خاص گفتگو خواهیم کرد و در فصل دوم در بارهٔ نظریهٔ عام نظر اجمالی خواهیم داشت.

نظریهٔ نسبیت خاص بر دو اصل استوار است. اولی یعنی، اصل نسبیت، توضیح می‌دهد **که قوانین فیزیک را می‌توان به صورت معادله‌هایی با شکل یکسان درتمام دستگاههای مرجع که با سرعت ثابتی نسبت به یکدیگر حرکت می‌کنند، بیان کرد.** این اصل، وجود نداشتن دستگاه مرجع جهانی را بیان می‌کند. اگر در حرکت نسبی، قوانین فیزیک برای ناظران مختلف متفاوت بودند، می‌توانستیم به وسیلهٔ این اختلافات، اشیاء ساکن و اشیاء متحرک در فضا را مشخص کنیم. اما به دلیل نبودن دستگاه مرجع جهانی، این تمایز در طبیعت وجود ندارد. بنابراین اصل مذکور به قوت خود باقی است.

دومین اصل چنین بیان می‌کند که **تندی نور در فضای تهی برای‌تمام ناظران، بدون در**

---

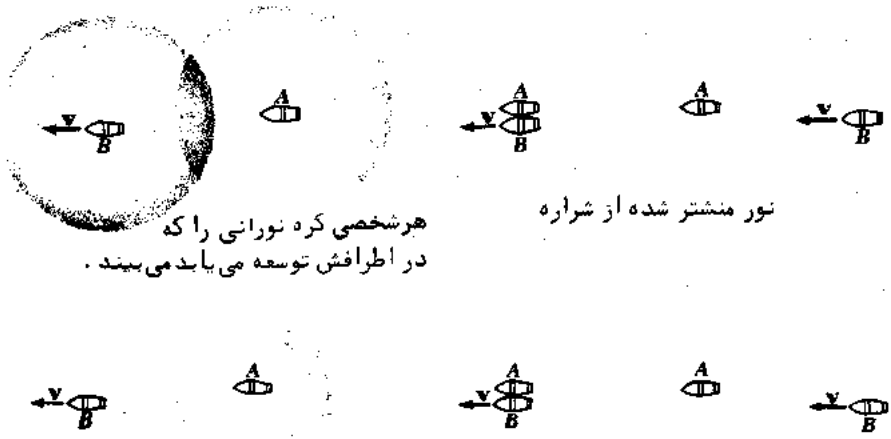
1. The Milky Way

2. Albert Einstein

نظر گرفتن وضعیت حرکتشان، یکسان است. این اصل نتیجهٔ مستقیم آزمایشهای بسیاری است.

در نظر اول این اصول چندان اساسی به نظر نمی‌رسند. در واقع آنها تقریبا" تمام مفاهیم ذهنی ما را در مورد زمان و فضا که از تجربهٔ روزانه‌مان کسب کرده‌ایم، دگرگون می‌کنند. یک مثال ساده این مطلب را روشن خواهد ساخت. در شکل (۱ـ۱) دو قایق داریم یکی قایق A که روی آب ساکن است و دیگری قایق B که با سرعت ثابت $\mathbf{v}$ در حرکت است. لایه‌ای از مه سطح محیط را پوشانده است و بنابراین ناظر روی هر کدام از قایقها باشد تشخیص نمی‌دهد که کدام یک حرکت می‌کند. در لحظه‌ای که قایق B پهلوی قایق A قرار می‌گیرد، شراره‌ای برافروخته می‌شود. بر طبق اصل دوم نسبیت خاص، نور در تمام جهات به طور یکنواخت حرکت می‌کند. ناظری که روی هر یک از این دو قایق باشد، بر طبق اصل نسبیت، خود را در مرکز کره‌ای نورانی می‌بیند که نور آن به اطراف پراکنده می‌گردد، حتی اگر یکی از آنها موقعیتش را با توجه به نقطه‌ای که شراره از آن جا برافروخته شده است تغییر دهد. هیچ یک از ناظران روی قایق نمی‌تواند تشخیص دهد که کدام یک از آنها وضعیت خود را تغییر می‌دهد، زیرا مه مانع دیدن هر گونه دستگاه مرجعی به جز خود قایق است، بنابراین، چون تندی نور برای هر دو یکسان است، هر دو پدیده یکسانی را می‌بینند.

چرا وضعیت شکل (۱ـ۱) غیر عادی است؟ با مثال مشابهی مطلب را واضح‌تر نشان



شکل (۱ـ۱) پدیدهٔ نسبیتی با تجربهٔ روزانه فرق می‌کند.

می‌دهیم . در یک روز صاف که قایقها پهلوی هم در دریا قرار دارند ، شخصی از روی یکی از آنها سنگی را به داخل آب می‌اندازد . همان طور که در پایین شکل (۱-۱) نشان داده شده است ، امواجی مدوّر بر روی آب تشکیل می‌شود که برای هر یک از ناظران روی دو قایق متفاوت به نظر می‌رسد . هر ناظر فقط با مشاهدهٔ این امر که آیا او در مرکز امواج مدور قرار دارد یا نه می‌تواند تشخیص دهد که نسبت به آب در حرکت است یا نه . آب به خودی خود یک دستگاه مرجع است و ناظری که با قایق روی آن در حرکت است ، تندیهای امواج را که در جهات مختلف متفاوت است نسبت به خودش اندازه‌گیری می‌کند، برخلاف ناظر سوار بر قایق ساکن که تندی را در تمام جهات یکی اندازه‌گیری می‌کند . مهم این است که تشخیص دهیم حرکت و امواج "در آب" با حرکت و امواج "در فضا" کاملا" متفاوتند ، آب به خودی خود ، دستگاه مرجع است در حالی که فضا دستگاه مرجع نیست وتندیهای موج در آب با حرکت ناظر تغییر می‌کند ، ودرصورتی که تندی موج نور در فضا با حرکت ناظر تغییر نمی‌کند .

تنها راه توجیه درک انبساط کره‌های نوری یکسان توسط ناظران روی دو قایق ، توجه به سیستم محور مختصات هر ناظر از نظر ناظر دیگری است که تحت تأثیر حرکت نسبیشان واقع می‌شود . هر گاه این ایده با کمک اصول اینشتین تعمیم یابد ، نتایج غیر مترقبهٔ بسیاری که با تجربه تأیید شده‌اند قابل پیش‌بینی خواهد بود . امروزه ، نسبیت خاص به عنوان یکی از محکم‌ترین مبناهای نظریه‌های علمی در نظر گرفته می‌شود . قبل از گسترش نسبیت ، بین مکانیک نیوتنی[1] و نظریهٔ الکترومغناطیسی ماکسول[2] در رابطه با اندازه گیریهای انجام شده در یک دستگاه مرجع و اندازه گیریهای انجام شده در دستگاه مرجع دومی که نسبت به مرجع اولی در حال حرکت است تناقضی وجود داشت . اینشتین نشان داد که نظریهٔ ماکسول با نظریهٔ نسبیت خاص مطابقت دارد در حالی که مکانیک نیوتنی این طور نیست و اصلاحاتی که در مکانیک به عمل آورد موجب هماهنگی این شاخه‌های فیزیک شد .

۱-۲ اتساع زمان

ابتدا برای تحقیق در مورد چگونگی تأثیر حرکت نسبی در اندازه‌گیری فواصل زمانی ، از اصول نسبیت خاص استفاده خواهیم کرد .

ساعتی که نسبت به یک ناظر در حرکت است از نظر ناظر کندتر تیک تیک می‌کند تا ساعتی

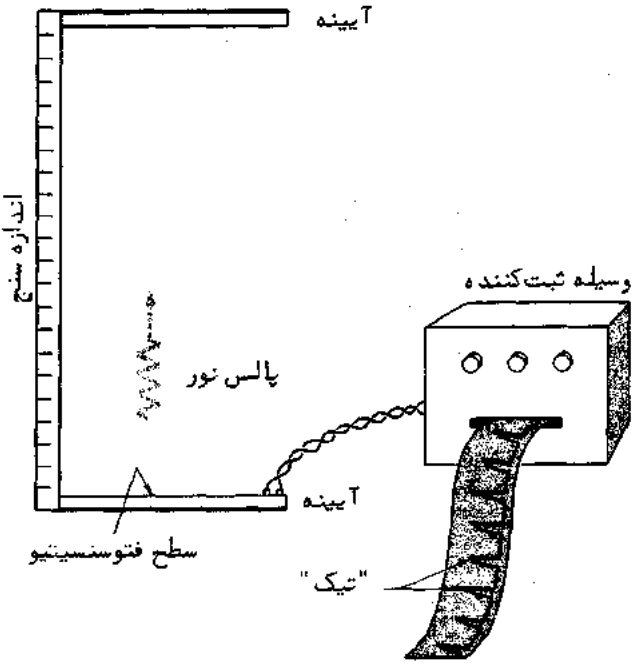
---

1. Newtonien Mechanics

2. Electromagnetic Theory of Maxwell

که نسبت به او در حرکت نیست . یعنی اگر شخصی که در یک فضاپیما است فاصلهٔ زمانی‌بین دو حادثه را t_0 در نظر بگیرد ، در روی زمین همان فاصله زمانی ، مدت زمان طولانی‌تر t خواهد بود . کمیت t_0 که توسط وقایعی "در یک مکان" در دستگاه مرجع ناظر اتفاق می‌افتند ، زمان ویژهٔ فاصلهٔ بین وقایع نامیده می‌شود . هنگام مشاهده از زمین ، وقایعی که ابتدا و انتهای فاصلهٔ زمانی را نشان می‌دهند در مکانهای مختلف روی می‌دهند و در نتیجه‌فاصلهٔ زمانی از زمان ویژه طولانی‌تر به نظر می‌رسد . این پدیده را *اتساع زمان* می‌نامند .

همان‌طور که در شکل (۱ـ۲) نشان داده شده است ، برای مشاهدهٔ چگونگی اتساع‌زمان عمل ساعت ساده‌ای را بررسی و در مورد چگونگی تأثیر حرکت نسبی بر روی آنچه که اندازه‌گیری می‌شود تحقیق می‌کنیم این ساعت از یک چوب به طول L_0 با دو آینه که به دو انتهای آن متصل است تشکیل می‌شود . یک پالس‌نوری بین دو آینه باز تابیده می‌شود و وسیلهٔ مخصوصی



شکل (۱ـ۲) یک ساعت ساده . هر تیک مطابق است با یک سفر دوری پالس نور از آینهٔ پایینی به بالایی و بالعکس.

به یکی از آینه‌ها متصل است که هر بار که پالس نوری به آن برخورد می‌کند نوعی صدای‌تیک می‌کند. (یک چنین وسیله‌ای امکان دارد یک سطح حساس نوری روی آینه باشد که بتواند هنگام ورود پالس نوری علامت الکتریکی ایجاد کند.) زمان ویژهٔ t_0 بین تیک‌ها از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$t_0 = \frac{2L_0}{c} \qquad (۱-۱)$$

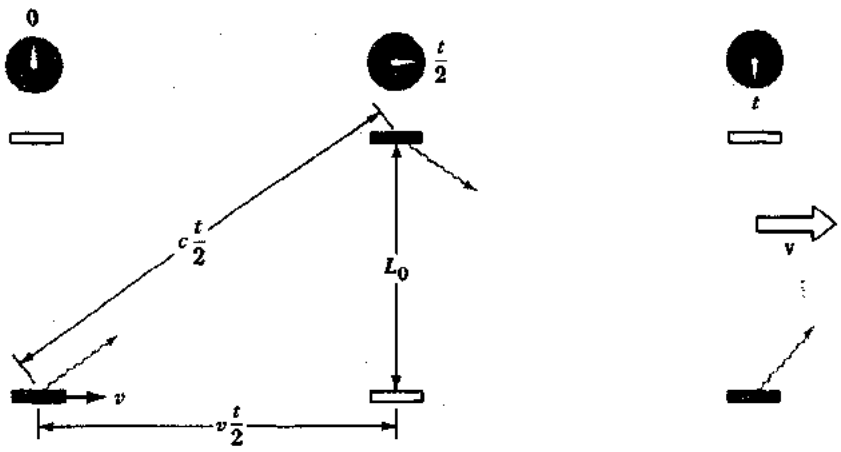
اگر طول چوب یک متر باشد.

$$t_0 = \frac{2\ \mathrm{m}}{3 \times 10^8\ \mathrm{m/s}} = 0.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{s}$$

و تعداد تیک‌ها در هر ثانیه $1/5 \times 10^8$ خواهد شد. دو ساعت همسان از این نوع می‌سازیم، یکی را عمود بر جهت حرکت قضاپیما در داخل آن نصب می‌کنیم و دیگری را روی سطح‌زمین در حال سکون قرار می‌دهیم.

اکنون این سؤال پیش‌می‌آید که‌فاصلهٔ‌زمانی بین تیک‌های‌ساعت متحرک، وقتی که ناظری در روی زمین با ساعتی مشابه‌ساعت متحرک‌که‌نسبت به او ساکن است این زمان را اندازه‌گیری می‌کند، چقدر است.

لازمهٔ ایجاد هر تیک عبور پالس نوری با سرعت c از آینهٔ‌پایینی به بالایی و بالعکس



شکل (۱-۳). ساعت نوری در فضاپیما که به وسیلهٔ ناظر در حال‌سکون در روی زمین دیده می‌شود. آینه‌ها به موازات جهت حرکت فضاپیما قرار دارند.

است . در طی این مسیر چرخشی ، کل ساعت در فضاپیما در حرکت است ، به این معنی که پالس نوری هنگام رؤیت از زمین ، در واقع مسیری به شکل زیگ زاگ را دنبال می‌کند (شکل ۱–۳) . پالس نوری در مسیرش از آینهٔ پایینی به بالایی در زمان $t/2$ ، فاصلهٔ افقی $vt/2$ و فاصلهٔ کل $ct/2$ را می‌پیماید ، چون L_0 فاصلهٔ عمودی بین آینه‌ها است .

$$\left(\frac{ct}{2}\right)^2 = L_0^2 + \left(\frac{vt}{2}\right)^2$$

$$\frac{t^2}{4}(c^2 - v^2) = L_0^2$$

$$\text{و} \quad t^2 = \frac{4L_0^2}{c^2 - v^2} = \frac{(2L_0)^2}{c^2(1 - v^2/c^2)}$$

$$t = \frac{2L_0/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱–۲)$$

اما $2L_0/c$ مانند معادلهٔ (۱–۱) فاصلهٔ زمانی t_0 بین تیکهای ساعت روی زمین است و بنابراین :

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{اتساع زمان} \qquad (۱–۳)$$

چون مقدار $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ در مورد یک شیء متحرک همیشه از ۱ کوچکتر است ، t همواره از t_0 بزرگتر خواهد بود : نسبت به ناظر روی زمین ، ساعت در حال حرکت در فضاپیما در مقایسه با ساعت ساکن روی زمین با ضربات کندتری کار می‌کند .

علائم اختصاری در معادلهٔ (۱–۳) در زیر توضیح داده می‌شوند :

t_0 ، فاصلهٔ زمانی ساعت در حال سکون نسبت به ناظر

t ، فاصلهٔ زمانی ساعت در حال حرکت نسبت به همان ناظر

v ، تندی حرکت نسبی

c ، تندی نور

خلبان فضاپیما برای اندازه گیریهای ساعت روی زمین توسط او ، دقیقاً " همین تحلیل را دارد . به نظر او پالس نوری روی زمین مسیری به شکل زیگ زاگ طی می‌کند که مستلزم زمان کل t در هر دور است ، در حالی که ساعت خودش که در فضا پیما در حال سکون است در فواصل زمانی t_0 صدای تیک می‌کند . او نیز درمی‌یابد که

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

بنابراین ، تأثیر دو جانبه است . هر ناظری پی می‌برد که ساعت در حال حرکت نسبت

به او کندتر صدای تیک می‌کند تا ساعتی که نسبت به او ساکن است.

فرض‌کرده‌ایم‌که v از c کوچکتر است. اگر v بزرگتر از c بود، مخرج کسر فرمول (۱-۳)، کمیت موهومی می‌شد که نشان می‌داد ساعت تحت این شرایط خوب کار نخواهد کرد. در حقیقت، اگر $v > c$ بود، ساعت ابدا" کار نمی‌کرد: پالس نوری پس از ترک یک آینه به‌آینهٔ دیگر نمی‌رسید. اما در حقیقت این وضعیت روی نمی‌دهد، زیرا همان‌طور که بعدا" متوجه خواهیم شد هیچ جسم مادی نمی‌تواند سریعتر از نور یا حتی با آن تندی حرکت کند.

بحث ما براساس یک ساعت غیر معمولی بوده است که از برخورد پالس نوری بین دو آینه استفاده می‌کند. آیا همین نتایج در مورد ساعتهای معمولی که از ابزارهایی نظیر فنر باز دارنده، چنگال کوک، بلورهای کوارتز مرتعش یا سایر چیزها برای تولید تیک‌ها در فواصل زمانی ثابت استفاده می‌کنند نیز صدق می‌کند؟ الزاما" جواب مثبت خواهد بود، چون اگر ساعت آینه‌ای و ساعت معمولی فضا پیما با هم در روی زمین مطابقت کنند ولی در پرواز مطابق نباشند، از روی اختلاف آنها می‌شد تندی فضاپیما را بدون مراجعه به هر شیء دیگر تعیین کرد ــ که این با اصلی که تمام حرکت‌ها نسبی‌اند متناقض است.

مسأله ــ تندی فضاپیمایی را به‌دست آورید که ساعتش در هر ساعت ۱ ثانیه کندتر از ساعت روی زمین کار می‌کند.

حل: در این جا فاصلهٔ زمانی ویژه در روی زمین $t_0 = 3600\ s$ و فاصلهٔ زمانی در چهار چوب حرکت $t = 3601\ s$ است. به طریق زیر عمل می‌کنیم:

$$t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{t_0}{t}$$

$$\frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{t_0^2}{t^2}$$

$$v = c\sqrt{1 - \frac{t_0^2}{t^2}} = (3 \times 10^8\ m/s) \times \sqrt{1 - \left(\frac{3{,}600\ s}{3{,}601\ s}\right)^2}$$

$$= 7.1 \times 10^6\ m/s$$

امروزه، فضاپیماها خیلی کندتر از این حرکت می‌کنند. به عنوان مثال، بالاترین تندی آپولو ۱۱ که به ماه رفت $10840\ m/s$ بود و اختلاف ساعتش با ساعت روی زمین کمتر از $\frac{1}{10^9}$ بود. اکثر آزمایش‌هایی که اتساع زمان را تایید کرده‌اند، هسته‌های ناپایدار و ذرات بنیادی را که بسهولت به تندیهای نزدیک نور می‌رسند، مورد استفاده قرار داده‌اند.

اگر چه زمان کمیتی نسبی است، ولی تمام مفاهیم آن که با تجربهٔ روزانهٔ ما شکل گرفته‌اند نادرست نیستند. از نظر ناظر، زمان به عقب بر نمی‌گردد، به عنوان مثال: رشته وقایعی که در زمان‌های t_1، t_2، t_3 . . . در جایی روی می‌دهد برای تمام ناظران سایر جاها نیز به همان ترتیب خواهد بود، گر چه لزومی ندارد بین هر دو واقعه فواصل زمانی $t_2 - t_1$، $t_3 - t_2$ یکسان باشند. به‌همین ترتیب، شخصی که از فاصلهٔ دور ناظر است، بدون در نظر گرفتن وضعیت حرکتش نمی‌تواند یک واقعه‌را قبل از این که روی بدهد ببیند ــ به طور دقیقتر، قبل از این که یک ناظر مجاور، آن را ببیند ــ از آن جا که تندی نور محدود است، کمینهٔ زمان مورد نیاز L/c خواهد بود، تا علائم، فاصلهٔ L را طی کنند. برای نگرشی دقیق به آینده راهی وجود ندارد، گر چه ممکن است چشم‌اندازهای موقتی (و به‌طور حتم فضایی) حوادث گذشته برای ناظران مختلف متفاوت به نظر برسد.

۱ــ۳ پدیدهٔ دوپلر

ما عموماً با افزایش ارتفاع صوت هنگام نزدیک شدن منبع صوت به ما (یا نزدیک شدن ما به منبع) و با کاهش ارتفاع صوت هنگام دور شدن منبع صوت به ما (یا دور شدن ما از منبع) آشنایی داریم. این تغییرات بسامد، پدیدهٔ دوپلر را که منشاء و اصل آن آشکاراست تشکیل می‌دهد. به عنوان مثال، امواج متوالی که از منبع متحرکی به سمت ناظر گسیل می‌شوند، به علت پیش رفتن منبع، از حد معمول به هم نزدیکترند و چون فاصلهٔ بین آنها طول موج صوت است، بسامد مربوطه بالاتر است. رابطهٔ بین بسامد منبع ν_0 و بسامد مشاهده شده ν به قرار زیر است:

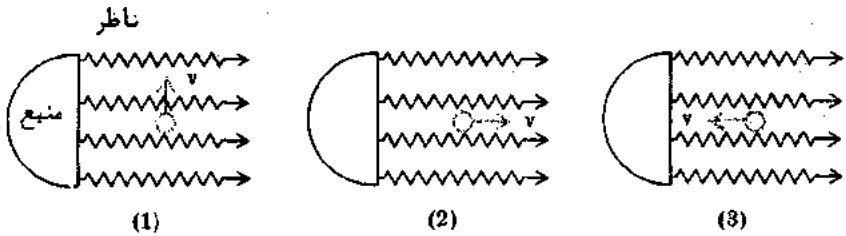
$$\nu = \nu_0\left(\frac{1 + v/c}{1 - V/c}\right) \qquad \text{پدیدهٔ دوپلر در صورت} \qquad (۱ــ۴)$$

در این جا c تندی صوت، v تندی ناظر (مثبت، اگر ناظر به سمت منبع حرکت می‌کند و منفی، اگر او از منبع دور شود) و V تندی منبع است (مثبت، اگر منبع به ناظر نزدیک شود و منفی است اگر منبع از ناظر دور شود). اگر ناظر ثابت باشد، $v = 0$ و اگر منبع ثابت باشد $V = 0$ خواهد بود.

ظاهراً پدیدهٔ دوپلر در صوت برحسب آن که منبع صوت یا ناظر یا هر دو در حرکت باشند تغییر می‌کند، که به نظر می‌رسد با اصل نسبیت متناقض باشد؛ آنچه که باید به‌حساب آوریم حرکت نسبی منبع و ناظر است. اما امواج صوتی فقط در محیط مادی از قبیل هوا یا آب منتشر می‌شوند و این محیط خود دستگاه مرجعی است که حرکات منبع و ناظر نسبت به

آن قابل اندازه‌گیری هستند . از این رو ، تناقضی وجود ندارد . لکن ، در مورد نور ، هیچ محیطی درگیر نیست فقط حرکت نسبی منبع و ناظر حائز اهمیت است . بنابراین ، پدیدهٔ دوپلر در نور باید با پدیدهٔ دوپلر در صوت متفاوت باشد .

با در نظر گرفتن منبع نوری به عنوان ساعتی که در هر ثانیه ν_0 بار صدای تیک می‌کند و با هر تیک موج نوری منتشر می‌سازد ، قادر خواهیم بود پدیدهٔ دوپلر در نور را تجزیه و تحلیل کنیم . سه وضعیت نشان داده شده در شکل (۱–۴) را بررسی خواهیم کرد .



شکل (۱–۴) بسامد نور مشاهده شده توسط ناظر بستگی دارد به جهت و سرعت حرکتش نسبت به منبع .

۱– ناظر عمود بر خط بین منبع نوری و خودش حرکت می‌کند . زمان ویژه بین تیکها $t_0 = 1/\nu_0$ است ، بنابراین بین دو تیک متوالی در دستگاه مرجع ناظر، زمان $t = t_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ سپری می‌شود و ناظر بسامد را به طریق زیر به دست می‌آورد .

$$\nu\ (\text{عرضی}) = \frac{1}{t} = \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{t_0} = \nu_0\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

(۱–۵) **پدیدهٔ عرضی دوپلر در نور**

همیشه بسامد مشاهده شدهٔ ν کمتر از بسامد منبع ν_0 است .

۲ – ناظر از منبع نور دور می‌شود . اکنون ناظر در فاصلهٔ بین تیکها به اندازهٔ فاصلهٔ vt از منبع دور می‌شود ، یعنی موج نوری از تیک تولید شده نسبت به موج نوری از تیک قبلی مدت زمان vt/c بیشتر طول می‌کشد تا به ناظر برسد . از این رو ، زمان کل بین رسیدن امواج متوالی به قرار زیر است :

$$T = t + \frac{vt}{c} = t_0\frac{1 + v/c}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = t_0\frac{\sqrt{1 + v/c}\,\sqrt{1 + v/c}}{\sqrt{1 + v/c}\,\sqrt{1 - v/c}} = t_0\sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}$$

و بسامد مشاهده شده عبارت است از :

$$\nu(\text{دور شدن}) = \frac{1}{T} = \frac{1}{t_0}\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} = \nu_0\sqrt{\frac{1-v/c}{1+v/c}} \qquad (۱-۶)$$

بسامد مشاهده شده ν از بسامد منبع ν_0 کوچکتر است . برخلاف امواج صوتی که در محیط مادی منتشر می‌شوند ، در مورد امواج نوری دور شدن ناظر از منبع یا منبع از ناظر فرقی نمی‌کند .

۳ ــ ناظر به منبع نور نزدیک می‌شود . در این جا ناظر در فاصلهٔ بین تیکها به اندازهٔ فاصلهٔ vt به منبع نزدیک می‌شود ، بنابراین هر موج نوری نسبت به موج قبلی مدت زمان vt/c کمتر طول می‌کشد تا به ناظر برسد . در این حالت $T = t - vt/c$ و نتیجهٔ به دست آمده عبارت است از :

$$\nu(\text{نزدیک شدن}) = \nu_0\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \qquad (۱-۷)$$

بسامد مشاهده شده از بسامد منبع بالاتر است . در مورد حرکت منبع به سمت ناظر همین فرمول نیز صدق می‌کند .

با مثبت قرار دادن v هنگامی که منبع و ناظر به هم نزدیک می‌شوند و منفی قرار دادن v ، هنگامی که منبع و ناظر از هم دور می‌شوند ، معادلات (۱ــ۶) و (۱ــ۷) را به صورت فرمول واحدی می‌توان نوشت ،

$$\nu = \nu_0\sqrt{\frac{1+v/c}{1-v/c}} \qquad (۱-۸)$$

پدیدهٔ طولی دوپلر در نور

پدیدهٔ دوپلر در نور یک وسیلهٔ مهم در ستاره‌شناسی است . ستارگان ، نورهایی با بسامدهای مشخص گسیل می‌دارند (خطوط طیفی فصل ۴) و حرکت ستاره به سوی زمین یا در جهت دور شدن از زمین به صورت جابجائی دوپلر در این بسامد ها نمایان می‌شود . خطوط طیفی کهکشان‌های دور همه به سمت انتهای طیف که بسامد پایینی دارد حرکت می‌کنند و از این رو آنها را "انتقال به سوی قرمز" می‌نامند . چنین انتقالهایی دلالت بر دور شدن کهکشانها از ما و از همدیگر می‌کنند . مشاهده می‌شود که تندیهای دور شدن کهکشانها متناسب با فاصلهٔ آنها است که دلالت بر انبساط کل جهان دارد . داده‌های موجود با انبساطی که حدود ۱۳ بیلیون سال پیش با انفجار تودهٔ متراکم شدهٔ مادهٔ اولیه (انفجار بزرگ)

شروع شد ، مطابقت دارند . نیروهای گرانشی در حال کند کردن انبساط جهان هستند و امکان دارد (داده‌ها برای اتخاذ تصمیم نارسایند) سرانجام موجب توقف انبساط جهان شوند . اگر این اتفاق بیفتد ، جهان از بین خواهد رفت و انفجار بزرگ دیگری روی خواهد داد . در غیر این صورت ، انبساط حاضر برای همیشه ادامه خواهد یافت .

۱ـ۴ انقباض طول

اندازه گیریهای طول و فواصل زمانی تحت تأثیر حرکت نسبی هستند . طول یک شیء در حال حرکت نسبت به یک ناظر همیشه کوتاهتر از طول L_0 آن شیء در حالت سکون نسبت به ناظر به نظر می‌رسد و این پدیده به نام پدیدهٔ **انقباض لورنتس ـ فیتز جرالد**[1] مشهوراست . این انقباض تنها در جهت حرکت نسبی روی می‌دهد . طول L_0 شیء در حال سکون نسبت به دستگاه مرجع را طول ویژه می‌نامند .

انقباض لورنتس به طرق مختلف به دست می‌آید . بررسی ما براساس اتساع زمان واصل نسبیت خواهد بود . در اثر برخورد ذرات سریع پرتو کیهانی (بیشتر پروتونها) در فضا با هسته‌های اتمهای جو زمین در ارتفاع زیاد ، ذرات ناپایداری ، به نام میون[2] ، به وجود می‌آیند ، که این رویداد را مورد بررسی قرار خواهیم داد . همان‌طور که در فصل ۱۳ توضیح داده شده است ، جرم میون ۲۰۷ برابر جرم الکترون است و ممکن است دارای بار الکتریکی e ـ یا $+e$ باشد ؛ میون بعد از یک عمر متوسط $2\times10^{-6}\,s$ ($2\,\mu s$) به یک الکترون یا یک پوزیترون واپاشیده می‌شود . تندیهای میونهای پرتو کیهانی حدود $2/994\times10^{8}\,m/s$ یا $0/998c$ است و به وفور به سطح دریا می‌رسند ـ از هر سانتیمتر مربع سطح زمین به طور متوسط غالبا "کمی بیش‌از یک میون در دقیقه عبور می‌کند . اما اگر عمر متوسط میون $t_0=2\,\mu s$ باشد ،میونها قبل‌از تجزیه‌می‌توانند تنها مسافت $vt_0=(2/994\times10^{8}\,m/s)\times(2\times10^{-6}\,s)=600\,m$ را طی کنند ، در صورتی که در ارتفاع ۶۰۰۰ متر یا بیشتر به وجود می‌آیند .

برای تحلیل این وضعیت ، توجه داریم که عمر متوسط میون $2\,\mu s$ است ، چیزی که ناظر درحال سکون نسبت به میون به دست خواهدآورد . چون میونها با تندی نسبةً زیاد $0/998c$ به ما برخورد می‌کنند ، طول عمر آنها در دستگاه مرجع ما باندازهٔ مقدار فوق اتساع زمانی خواهد داشت .

$$t=\frac{t_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}=\frac{2\times10^{-6}\,s}{\sqrt{1-(0.998c)^2/c^2}}=31.6\times10^{-6}\,s$$

---

1. Lorentz-Fitzgerald Contraction

2. Muon

طـول عمـر میونهـای متحـرک تقریبا" ۱۶ برابر عمر متوسط میونهای ساکـن اسـت . در فاصلهٔ زمانی $۳۱/۶\ \mu s$، میونی که تندی آن $۰/۹۹۸c$ است، می‌تواند مسافت $۹۵۰۰\ m$ را بپیماید .

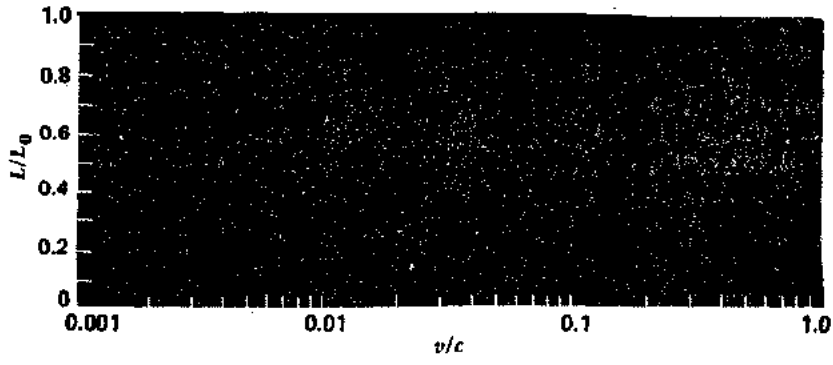
$$vt = (2.994 \times 10^8\ m/s) \times (31.6 \times 10^{-6}\ s) = 9{,}500\ m$$

گـر چه در دستگـاه مـرجع میون، طول عمر آن فقط $t_0 = ۲\ \mu s$ است . اما از ارتفاع ۹۵۰۰ متری‌می‌تواند به سطح زمین برسد ، زیرا در دستگاه مرجعی که این ارتفاع سنجیده می‌شود ، طول عمر میون $۳۱/۶\ \mu s$ است .

چطور می‌شود اگر شخصی میونی را که با تندی $v = ۰/۹۹۸c$ فرود می‌آید همراهی کند ، بطوری که میون نسبت به او ساکن باشد؟ اکنون ناظر و میون در دستگاه مرجع یکسانی قرار دارند و طول عمر میون در این دستگاه فقط $۲\ \mu s$ می‌باشد . به نظر ناظر ، میون قبل از واپاشی تنها قادر است مسافت ۶۰۰ متر را بپیماید . تنها راه توجیه ورود میون به سطح زمین از نظر ناظر واقع در دستگاه متحرک این است که مسافتی که میون می‌پیماید به واسطهٔ حرکتش کوتاه شود . اصل نسبیت ، حد انقباض را برای ما بیان می‌کند ـ این حد باید همان سازهٔ $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ باشد که از نظر یک ناظر ساکن طول عمر میون را زیاد می‌کند .

بنابراین نتیجه می‌گیریم ارتفاعی را که بر روی زمین h_0 به دست می‌آوریم باید از نظر دستگاه مرجع میون به‌صورت ارتفاع کمتری ظاهر شود .

$$h = h_0 \sqrt{1 - v^2/c^2}$$



شکل (۱ـ۵) انقباض طولی لورنتس. فقط طولها در جهت حرکت تغییر می‌کنند .

در دستگاه مرجع ما میون به دلیل اتساع زمان، مسافت $h_0 = 9500\ m$ را می‌تواند طی کند. چون در دستگاه مرجع میون، اتساع زمان وجود ندارد، مسافت پیموده شده به صورت زیر خلاصه می‌شود.

$$h = 9{,}500\ m \times \sqrt{1-(0.998c)^2/c^2} = 600\ m$$

همان طور که می‌دانیم، میون این مسافت را با سرعت ۰/۹۹۸c در مدت ۲ μs می‌پیماید. کوتاه شدن نسبیتی فواصل مثالی از انقباض طولی لورنتس ـ فیتز جرالد در جهت حرکت می‌باشد:

$$L = L_0\sqrt{1-v^2/c^2} \qquad \text{انقباض لورنتس} \qquad (۱-۹)$$

شکل (۱ـ۵) نموداری از L/L_0 در مقابل v/c است؛ انقباض لورنتس در تندیهایی نزدیک به تندی نور بیشتر قابل توجه است. انقباض لورنتس، همانند اتساع زمان، پدیده‌ای دو جانبه است. شخصی که در فضا پیما است، نسبت به موقعی که روی زمین بوده، اشیاء روی زمین را کوچکتر می‌بیند با همان سازهٔ $\sqrt{1-v^2/c^2}$ که شخص ساکن روی زمین، فضاپیما را کوچکتر می‌بیند. طول ویژهٔ L_0 به دست آمده در دستگاه مرجع ساکن، بیشینهٔ طولی است که هر ناظری اندازه‌گیری خواهد کرد.

۱ـ۵ معمای دوقلوها[1]

اکنون در موقعیتی قرار داریم تا اثر نسبیتی مشهوری را که به معمای دو قلوها معروف است درک کنیم. لازمهٔ این معما، داشتن دو ساعت مشابه است، یکی از آنها روی زمین باقی می‌ماند در حالی که ساعت دیگر با سرعت v به فضا برده می‌شود و سرانجام برگردانده می‌شود. معمولاً دوقلوی A (مذکر) و B (مؤنث) را جایگزین ساعتها می‌کنند، جانشین‌سازی کاملاً مورد قبول است، زیرا مراحل زندگی ـ ضربان قلب، عمل‌تنفس‌وغیره ـ ساعتهای بیولوژیکی را که دارای نظم معقولی هستند تشکیل می‌دهند.

دو قلوی A هنگامی که ۲۰ ساله می‌شود از زمین جدا می‌شود و با سرعت $v = 0/8c$ به سمت ستاره‌ای که $L_0 = 20$ سال نوری با او فاصله دارد حرکت می‌کند و پس از رسیدن به ستاره

1. Twin Paradox

به زمین باز می‌گردد. (سال نوری، مسافتی است که نور در طی یک سال در فضای خالی می‌پیماید و برابر است با $9/46\times10^{15}$m) برای دو قلوی B در روی زمین، به نظر می‌رسدکه دو قلوی A در طی سفرش مدت زمان کمتری، در واقع تنها به میزان ۶۰% عمر B را، سپری کرده است.

$$\sqrt{1-v^2/c^2}=\sqrt{1-(0.8c)^2/c^2}=0.60=60\text{ percent}$$

در ازای هر دفعه که دو قلوی A تنفس می‌کند، غذا می‌خورد و فکر می‌کند، دو قلوی B، $\frac{2}{3}$ برابر او تنفس می‌کند، غذا می‌خورد و فکر می‌کند. سرانجام، پس از این که به حساب دو قلوی B، ۵۰ سال سپری شد ($t_0=2L_0/v=$ ۵۰سال)، دو قلوی A از سفری برمی‌گردد که ۶۰% آن مدت طول کشیده است، بنابراین A مدت ۳۰ سال در سفر بوده و اکنون یک مرد ۵۰ ساله است در حالی که B پیرزن ۷۰ ساله‌ای شده است.

معما کجاست؟ اگر از نظر دو قلوی A که در فضاپیماست موقعیت را بدقت بررسی کنیم، دو قلوی B در روی زمین با تندی ۰/۸c در حرکت است. بنابراین، ممکن است انتظار داشته باشیم هنگامی که فضاپیما برمی‌گردد، دو قلوی B، ۵۰ ساله و A، ۷۰ ساله‌شده باشد ــ دقیقاً خلاف نتیجه‌ای که در بالا گرفته شد.

تجزیه و تحلیل معما به نامتقارن بودن زندگی دو قلوها بستگی دارد. دو قلوی B همیشه در دستگاه لختی[1] یکسانی باقی می‌ماند و بنابراین او حق دارد که فرمول اتساع زمان را در مورد کل سفر دو قلوی A به کار برد (بجز در فاصلهٔ زمانی شتاب، هنگامی که دو قلوی A دور می‌زند تا به زمین برگردد، اما می‌توانیم تصور کنیم که این فاصلهٔ زمانی در مقایسه با مدت سفر بسیار کوتاه خواهد بود). از طرف دیگر، دو قلوی A برای تغییر دادن جهت خود باید از یک دستگاه لختی به دستگاه دیگری انتقال یابد، بنابراین کاربرد این فرمول تنها برای سفر رفت معتبر خواهد بود. بنابراین، نتیجهٔ B که A در برگشت جوانتر خواهد بود بایستی نتیجهٔ صحیحی باشد.

اگر بخواهیم به سفر دو قلوی A از دید خودش نگاه کنیم، باید در نظر بگیریم که مسافت پیموده شده تا ستاره بر طبق انقباض لورنتس مقدار زیر خواهد بود.

$$L=L_0\sqrt{1-v^2/c^2}=12\ \text{سال نوری}$$

به نظر او زمان سپری شدهٔ رفت سفر $L/v=$ ۱۵ سال و زمان برگشت سفر نیز ۱۵ سال خواهد بود. برای دو قلوی A کل سفر ۳۰ سال طول می‌کشد و همان طور که خواهرش انتظار

1. Inertial Frame

دارد ، هنگام ورود به زمین ۵۰ ساله است . البته مدت سپری شدن عمر A از نظر خودش زیاد نشده است ، معذالک این ۳۰ سال هر چقدر هم به نظر خواهرش در روی زمین طولانی به نظر برسد تا جایی که به A مربوط می‌شود همان ۳۰ سال از عمرش گذشته است .

معمای دو قلوها نسبت به سایر نتایج نسبیت خاص ، تحیر بیشتری را سبب شده است ، با این حال تحلیل آن با اصول نسبیت مطابقت دارد . برای این که در این مورد متقاعد شویم ، تصور کنیم که در طی سفر ، هریک از دو قلوها سالی یک دفعه علامت رادیویی بفرستند ، به طوری که آنها بتوانند حساب سن یکدیگر را داشته باشند . در سفر به ستاره ، دو قلوهای A و B با سرعت $v = ۰/۸c$ از هم دور می‌شوند و به‌کمک استدلالی که برای تحلیل پدیدهٔ دوپلر در قسمت (۱-۳) به کار بردیم ، پی می‌بریم که هر یک از دوقلوها علائم را به فاصلهٔ $T = t_0 \sqrt{(1+v/c)/(1-v/c)} = 3$ سال دریافت می‌کند ، چون $t_0 = ۱$ سال است . درمراجعت A و B با همان سرعت به هم نزدیکتر می‌شوند و هر یک علائم بیشتری دریافت می‌کند ، یعنی به فاصله $T = t_0 \sqrt{(1-v/c)/(1+v/c)} = \frac{1}{3}$ سال .

دوقلوی A در مدت ۱۵ سال سفر به ستاره از خواهرش B ، $\frac{۱۵}{۳} = ۵$ علامت دریافت می‌کند. دو قلوی A در مدت ۱۵ سال مراجعت به سوی زمین ، از $۱۵/\frac{۱}{۳} = ۴۵$ B علامت دریافت می‌کند ، بنابراین A به این نتیجه می‌رسد که در طول سفرش از سن خواهرش در روی زمین $۵+۴۵=۵۰$ سال گذشته است . این موضوع با محاسبهٔ دو قلوی B نیز مطابقت دارد : دو قلوها بر این عقیده هستند که در پایان سفر ، B ، ۷۰ ساله می‌شود .

در مورد علائمی که A می‌فرستد ، چطور؟ در دستگاه مرجع B ، $L_0/v = ۲۵$ سال لازم است تا سفر رفت برادرش انجام شود . چون ستاره ۲۰ سال نوری با او فاصله دارد ، پس از این که A حقیقتا" به‌ستاره رسیده است B علائم A را با همان میزان اولیه برای ۲۰ سال به‌ازای هر سه سال یک علامت دریافت می‌کند . بنابراین ، درمدت $۲۵+۲۰=۴۵$ سال ، B علائم را به فاصلهٔ زمانی ۳ سال دریافت می‌کند که کلا" $\frac{۴۵}{۳}=۱۵$ علامت می‌شود . بنابراین برای ۵ سال باقیمانده از سفری که از نظر B یک سفر ۵۰ ساله است ، علائم به فواصل زمانی $\frac{۱}{۳}$ سال وارد می‌شوند ، که کلا" $۵/\frac{۱}{۳} = ۱۵$ علامت می‌شود . به این ترتیب ، B در روی زمین جمعا" ۳۰ علامت دریافت می‌کند و به این نتیجه می‌رسد که برادرش A در طی سفر ، ۳۰ سال پیر شده است ــ که با محاسبهٔ A نیز مطابقت دارد . در حقیقت ، در پایان سفر ، A ، ۲۰ سال از B جوانتر خواهد بود ، دقیقا" همان‌طور که B براساس اتساع زمان پیش‌بینی می‌کرد .

چه عاملی سبب شده است که A از B جوانتر بماند؟ تنها جواب این است که این روشی است که جهان کار می‌کند . بسیار آموزنده و میسر است که تمام وقایعی را که در یک سیستم چهار بعدی پیوسته‌ای به نام فضا ــ زمان روی می‌دهند ، مورد توجه قرار دهیم ، که در آن

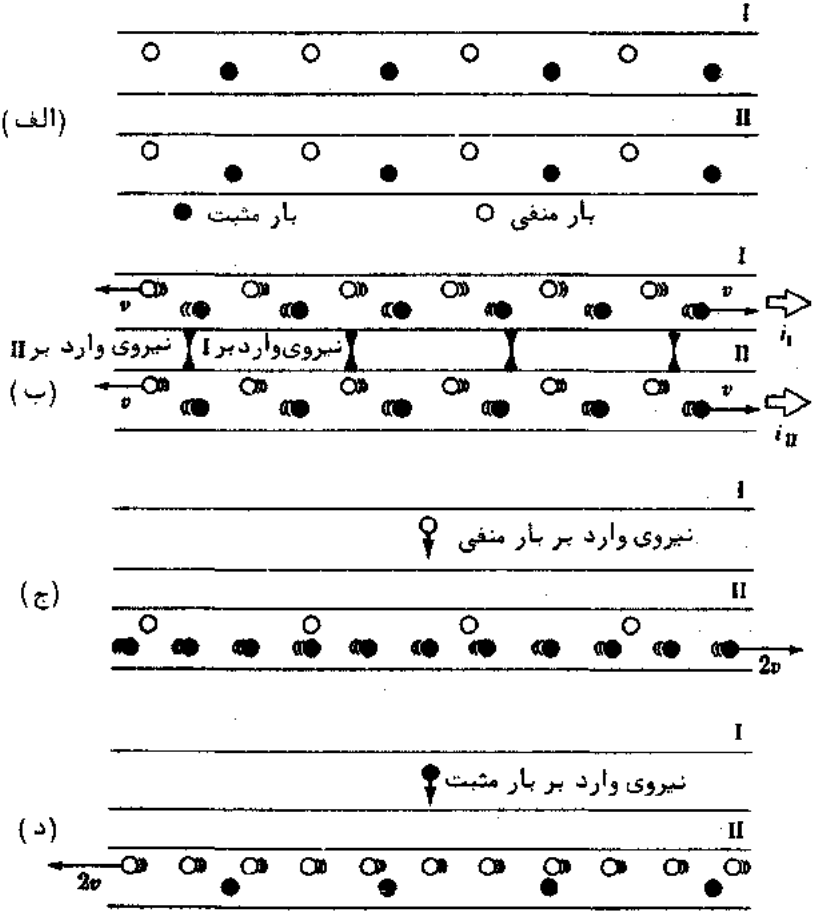
سه مختصهٔ x، y و z به فضا و مختصهٔ چهارم ict به زمان مربوط می‌شود ($i = \sqrt{-1}$) بنابراین می‌توانیم مسیر دو قلوها را در فضا ــ زمان به طور هندسی در نظر بگیریم و به‌همان نتیجهٔ قبلی، منتها دقیقتر و عمیقتر، برسیم. اما فضا ــ زمان هنوز مانند اصول اینشتین تنها یک راه توصیف واقعیت خواهد بود. درست همان طور که نتیجه‌ای از قوانین طبیعت، دنیای تجارب روزمرهٔ ماست، عدم تقارن در سن دو قلوها هم نتیجه‌ای از قوانین طبیعت است.

۱ــ۶ مغناطیس و الکتریسیته

یکی از مسائلی که باعث تشویق اینشتین به ادامهٔ نسبیت خاص شد، ارتباط بین الکتریسیته و مغناطیس بود و توانایی نظریه‌اش در روشن کردن ماهیت این ارتباط، یکی از پیروزیهای او محسوب می‌شود. چون بارهای متحرک (معمولاً الکترونها) که تأثیرات متقابل آنها بر یکدیگر موجب به وجود آمدن نیروهای مغناطیسی زیادی می‌شود که برای ما شناخته شده‌اند و تندیی که این الکترونها به مراتب کمتر از c دارند، فوراً معلوم نمی‌شود که مثلاً عمل موتور الکتریکی بر پایهٔ نسبیت استوار باشد، لکن، هنگامی که قدرت نیروهای الکتریکی را در نظر می‌گیریم، این پنداره کمتر غیر قابل قبول می‌نماید. به عنوان مثال، در یک اتم هیدروژن، جاذبهٔ الکتریکی بین الکترون و پروتون 10^{39} برابر بیشتر از جاذبهٔ گرانشی بین آنهاست ــ به طوری‌که تغییر جزئی در خصوصیت این نیروها در اثر حرکت نسبی (آن چیزی که نیروهای مغناطیسی نشان می‌دهند) ممکن است نتایج مهمی را در پی داشته باشد. به‌علاوه، اگر چه تندی مؤثر یک الکترون منفرد در سیم حامل جریان ($1\,mm/s >$) کمتر از تندی حرکت کرم خسته است، ولی ممکن است در هر سانتیمتر چنین سیمی 10^{20} الکترون متحرک یا بیشتر وجود داشته باشد، بنابراین اثر کل قابل توجه خواهد بود.

گر چه شرح این مطلب که چگونه نسبیت، الکتریسیته و مغناطیس را به یکدیگر پیوند می‌دهد، از نظر ریاضی پیچیده است، ولی بعضی از جنبه‌های آن براساس یک استنباط ذهنی بسهولت قابل درک است. منشاء نیروی مغناطیسی بین دو جریان موازی، مثالی است که در این مورد می‌توان ذکر کرد. نکتهٔ مهم این است که همانند تندی نور، **بار الکتریکی بطور نسبیتی ناوارد است**؛ بار الکتریکی که اندازه‌اش در یک دستگاه لختی q باشد در تمام دستگاههای لختی دیگر نیز q خواهد بود.

همان‌طور که در شکل (۱ــ۶ الف) نشان داده شده است، دو رسانای ایده‌آل را در نظر می‌گیریم. تعداد بارهای الکتریکی مثبت و منفی آنها در حالت سکون با هم برابر است و فاصلهٔ بارها از یکدیگر برابر است. چون رساناها از نظر بار الکتریکی خنثی هستند، نیرویی بین آنها وجود ندارد.



شکل (۱ـ۶) طرز ایجاد جاذبهٔ مغناطیسی بین نیروهای موازی. (الف) رساناهای موازی ایده‌آل که دارای تعداد مساوی بارهای مثبت و منفی هستند. (ب) هنگامی که رساناها حامل جریانند فاصلهٔ بارهای متحرکشان از نظر ناظران در آزمایشگاه، انقباض نسبیتی پیدا می‌کند. هرگاه i_I و i_{II} در یک جهت باشند، رساناها یکدیگر را جذب خواهند کرد. (ج) از نظر یک بار منفی در I بارهای منفی در II در حال سکون قرار دارند، در حالی که بارهای مثبت در حرکتند. فضای منقبض شدهٔ بین بارهای مثبت در II به بار مثبت خالصی در II منتهی می‌شود که بار منفی I را جذب می‌کند. (د) از نظر یک بار مثبت در I، بارهای مثبت در II در حالت سکون هستند درصورتی که بارهای منفی در حرکتند. فضای منقبض شدهٔ بین بارهای منفی در II به بار منفی خالصی در II منتهی می‌شود که بار مثبت I را جذب می‌کند. در مورد فضای منقبض شده در (ب)، (ج) و (د) زیاد مبالغه شده است.

شکل (۱ـ۶ ب) همان رساناهایی را وقتی که حامل جریانهای i_I و i_{II} در یک جهت هستند، نشان می‌دهد. بارهای مثبت به طرف راست و بارهای منفی به طرف چپ در حرکتند و همان‌طور که در دستگاه مرجع آزمایشگاهی دیده می‌شود، هر دو با سرعت یکسان v حرکت می‌کنند. (در فلزات، جریانهای واقعی تنها از جاری شدن بارهای منفی تشکیل می‌شوند، اما در این جا مدل‌معادل الکتریکی برای تجزیه و تحلیل آسانتر است و نتایج یکسانی به دست می‌آید). چون بارها متحرکند، فاصلهٔ آنها با سازهٔ $\sqrt{1-v^2/c^2}$ از قبل کمتر خواهد شد. چون مجموعهٔ بارهای مثبت و منفی سرعت v یکسانی دارند، فاصلهٔ بین آنها به مقدار مساوی کمتر می‌شود و به نظر ناظر آزمایشگاه، رساناها خنثی باقی می‌مانند. با وجود این، اکنون رساناها یکدیگر را جذب می‌کنند: چرا؟

اجازه دهید از دستگاه مرجع یکی از بارهای منفی در رسانای I، به رسانای II نگاه کنیم. همان طور که در شکل (۱ـ۶ ج) دیده می‌شود، چون در این دستگاه بارهای منفی در II ساکن به نظر می‌رسند، فاصلهٔ بین آنها منقبض نمی‌شود. از طرف دیگر، اکنون بارهای مثبت در II سرعت $2v$ دارند، بنابراین فاصله بین آنها بیشتر از آن مقداری که در دستگاه مرجع آزمایشگاهی نمایان است منقبض می‌شود. بنابراین، به نظر می‌رسد رسانای II دارای بار مثبت خالصی باشد و یک‌نیروی جاذبه بر روی بار منفی در رسانای I اثر می‌کند.

سپس از چهار چوب مرجع یکی از بارهای مثبت در رسانای I به رسانای II نگاه می‌کنیم. اکنون بارهای مثبت در II ساکنند و بارهای منفی با سرعت $2v$ به طرف چپ حرکت می‌کنند. بنابراین، همان‌طور که در شکل (۱ـ۶ د) نشان داده شده است، بارهای منفی از بارهای مثبت به یکدیگر نزدیکترند و تمام رسانا به نظر می‌رسد بار منفی داده شده باشد. بنابراین نیروی جاذبه روی بارهای مثبت I اثر می‌کند.

بحثهای مشابه نشان می‌دهد که بارهای مثبت و منفی در II، جذب I می‌شوند. بدین ترتیب، تمام بارها در هر رسانا، نیروهایی را که جهت آنها به‌سمت رسانای دیگر است، تجربه می‌کنند. نیرویی که بر هر بار وارد می‌شود یک نیروی الکتریکی "معمولی" است که ایجاد می‌شود، زیرا در رسانای دیگر بارهای ناهمنام از بارهای همنام به یکدیگر نزدیکترند، بنابراین به‌نظر می‌رسد که رسانای دیگر دارای یک بار الکتریکی خالص باشد. از دید دستگاه مرجع آزمایشگاهی، وضعیت زیاد مشخص نیست. در این دستگاه مرجع، هر دو رسانا از نظر بار الکتریکی خنثی می‌باشند و طبیعی است تا جاذبهٔ متقابل بین آنها را با نسبت دادن به برهم‌کنشی "مغناطیسی" خاص بین جریانها بیان کنیم.

یک تحلیل مشابه، نیروی‌رانشی بین رساناهای موازی را، که‌حامل جریانهایی در جهت

مخالف هستند ، بیان می‌کند . گر چه راحت‌تر است که نیروهای مغناطیسی را متفاوت از نیروهای الکتریکی در نظر بگیریم ، اما هر دو مظاهر یک برهمکنش الکترومغناطیسی منحصر به فردی ، که بین ذرات باردار روی می‌دهد ، می‌باشند .

ظاهرا" یک رسانای حامل جریان که از نظر بار الکتریکی در یک دستگاه مرجع خنثی است ، ممکن است در دستگاه مرجع دیگر خنثی نباشد . چگونه می‌توان این‌مشاهده‌را با ناوردایی بار توجیه کرد ؟ پاسخ این است که باید کل مدار را که رسانا بخشی از آن است ، در نظر بگیریم . از آن جا که برای جاری شدن جریان ، مدار باید بسته باشد ، برای‌هرجزئی از جریان که در یک جهت حرکت می‌کند و فرضا" از نظر ناظر متحرک دارای بار مثبت است، باید جزء جریان دیگری در جهت مخالف آن وجود داشته باشد که از نظر همان ناظر دارای بار منفی باشد . از این رو ، نیروهای مغناطیسی همیشه بین قسمتهای مختلف همان مداراثر می‌کنند ، حتی اگر به نظر تمام ناظران کل مدار از نظر الکتریکی خنثی باشد .

در بحث فوق ، تنها نوع خاصی از پدیدهٔ مغناطیسی مورد بررسی قرار گرفت . معمولا" ، اگر چه تحلیل پیچیده‌تر می‌شود ، ولی سایر پدیده‌های مغناطیسی را نیز می‌توان براساس قانون کولن [1] ، ناوردایی بار و نسبیت خاص توجیه کرد .

۱ـ۷ نسبیت جرم

تاکنون صرفا" جنبه‌های سینماتیک نسبیت خاص را مورد توجه قرار داده‌ایم . نتایج دینامیکی نسبیت که دست کم تغییر جرم با سرعت و هم ارزی جرم و انرژی را شامل می‌شود حائز اهمیت است .

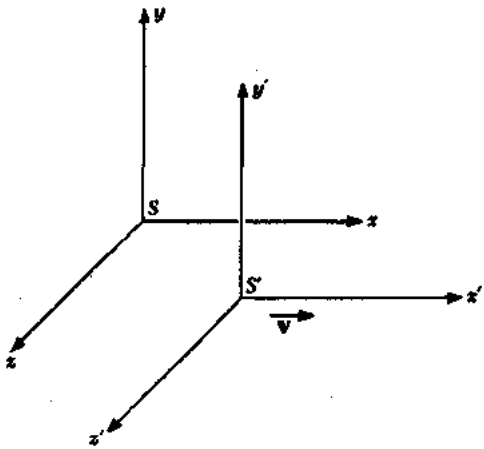
برخوردکشسان (برخوردی که انرژی جنبشی ثابت بماند) بین دو ذرهٔ A و B را درحالی در نظر می‌گیریم که ناظران دردستگاههای مرجع S و S' که حرکت نسبی یکنواختی دارند ، شاهد آن هستند . هنگامی که دستگاههای مرجع در حال سکون می‌باشند ، خصوصیات A و B یکسان است . همان‌طور که در شکل (۱ـ۷) نشان داده شده است ، دستگاههای S و S' طوری سمت‌گیری می‌شوند که S' نسبت به S در جهت $+x$ و با سرعت $\mathbf{v}$ حرکت کند .

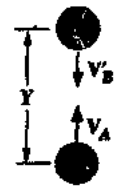
قبل از برخورد ، ذرهٔ A در دستگاه S و ذرهٔ B در دستگاه S' در حال سکون بوده‌اند . سپس ، به طور همزمان ، A در جهت $+y$ با تندی V_A و B در جهت $-y'$ با تندی V'_B پرتاب شدند ، بطوری که :

$$V_A = V'_B \qquad (۱ـ۱۰)$$

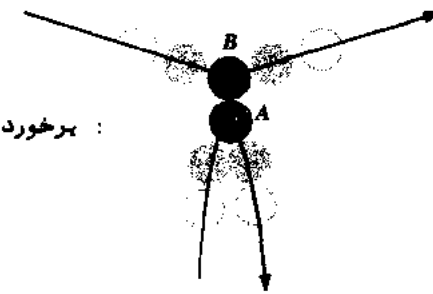
---

1. Coulomb.s Law

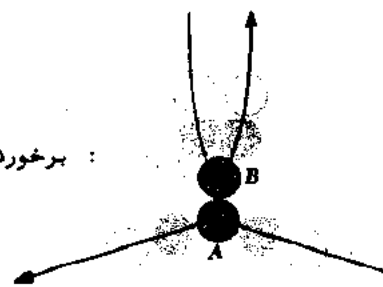




برخورد مشاهده شده از دستگاه S :



برخورد مشاهده شده از دستگاه S' :



شکل (۱ــ۷) یک برخورد کشسان که در دو دستگاه مرجع متفاوت مشاهده می‌شود .

از ایـــن رو ، رفتـــار A مشاهده شده از دستگاه S دقیقا " همانند رفتار B مشاهده شده از دستگاه S' است . هنگامی که دو ذره به هم برخورد می‌کنند ، ذرهٔ A در جهت $-y$ با تندی V_A و B در جهت $+y'$ با تندی V'_B برمی‌گردد . اگر دو ذره به فاصلهٔ Y از هم پرتاب شوند ، ناظر در دستگاه S پی می‌برد که برخورد در فاصلهٔ $y = \frac{1}{2}Y$ صورت گرفته و ناظر در دستگاه S' پی می‌برد که برخورد در فاصلهٔ $y' = \frac{1}{2}Y$ روی می‌دهد . بنابراین ، T_0 زمان رفت و برگشت ذرهٔ A که در دستگاه S اندازه‌گیری شده ، عبارت است از :

$$T_0 = \frac{Y}{V_A} \qquad (۱۱-۱)$$

و زمان رفت وبرگشت B در دستگاه S' همان To است :

$$T_0 = \frac{Y}{V'_B}$$

اگر در دستگاه S اندازهٔ حرکت پایسته باشد ، رابطهٔ زیر برقرار است :

$$m_A V_A = m_B V'_B \qquad (۱۲-۱)$$

m_A و m_B جرمهای A و B و V_A و V_B سرعتهای آنها که در دستگاه S اندازه‌گیری شده است می‌باشد . تندی V_B در دستگاه S از فرمول زیر به دست می‌آید :

$$V_B = \frac{Y}{T} \qquad (۱۳-۱)$$

که در آن T زمان مورد نیاز برای رفت و برگشت ذرهٔ B است که در دستگاه S اندازه‌گیری می‌شود. لکن ، T_0 زمان مورد نیاز رفت و برگشت ذرهٔ B در دستگاه S' است بطوری که بر طبق نتایج قبلی داریم .

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱۴-۱)$$

گـر چـه ناظـران در هر دو دستگاه رویداد یکسانی را مشاهده می‌کنند ولی در مورد طول زمانی که ذرهٔ پرتاب شده از مرجع دیگری نیاز دارد تا برخورد کند و برگردد همرأی نیستند .

در فرمول (۱۳-۱) به جای T معادلش را برحسب T_0 قرار می‌دهیم :

$$V_B = \frac{Y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{T_0}$$

از فرمول (۱–۱۱) داریم :

$$V_A = \frac{Y}{T_0}$$

حال در فرمول (۱–۱۲) به جای V_A و V_B معادلش‌را می‌گذاریم ، می‌بینیم که اندازهٔ حرکت پایسته است ، مشروط بر آن که :

$$m_A = m_B \sqrt{1 - v^2/c^2} \qquad (۱–۱۵)$$

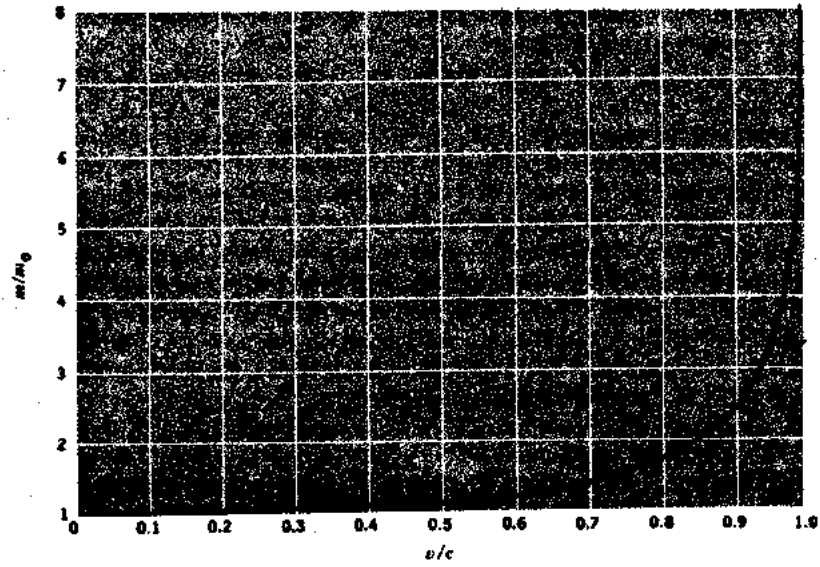
فرض اولیهٔ ما این بود که هرگاه A و B نسبت به یک ناظر در حالت سکون باشند با یکدیگر یکسانند ؛ بنابراین ، اختلاف بین m_A و m_B به این معنی است که اندازه‌گیری جرم همانند اندازه‌گیری فضا و زمان به تندی نسبی بین ناظر و آنچه او مشاهده می‌کند بستگی دارد .

در مثال بالا ، هر دو ذرهٔ A و B در دستگاه S در حال حرکتند . برای به دست آوردن فرمولی که جرم m شیء در حال حرکت را برحسب جرم m_0 همان شیء در حال سکون نشان دهد ، به مثال مشابهی نیاز داریم که در آن مقادیر V_A و V'_B خیلی کوچک باشند . در این حالت ، ناظر در دستگاه S شاهد نزدیک شدن B به A با سرعت v خواهد بود که برخوردی کوتاه صورت می‌گیرد (چون $V'_B \ll v$) و سپس به‌حرکت‌خود ادامه می‌دهد .در دستگاه S ، $m_A = m_0$ و $m_B = m$ و بنابراین :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{جرم نسبیتی} \qquad (۱–۱۶)$$

جرم جسمی m که با سرعت v نسبت به یک ناظر در حال حرکت است ، با سازهٔ $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ بیشتر از وقتی است که نسبت به همان ناظر در حال سکون قرار دارد . این افزایش جرم برای ناظری در دستگاه S برعکس است ، یعنی $m_A = m$ و $m_B = m_0$ اگر از روی زمین طول موشک در حال پرواز را اندازه بگیریم مقدار آن از طول موشک مشابهی که روی زمین است کمتر خواهد بود و جرم آن از جرم موشک روی زمین بیشتر خواهد شد . برای شخصی که با موشک پرواز می‌کند ، طول موشک روی زمین کوتاهتر و جرم آن بیشتر به نظر می‌رسد . (البته ، این اثر برای تندی واقعی موشکها قابل ملاحظه نیست) . معادلهٔ ۱–۱۶ در شکل (۱–۸) ترسیم شده است.

افزایش جرم نسبیتی تنها در تندیهای نزدیک به تندی نور حائز اهمیت است . افزایش جرم در تندی $\frac{1}{10}$ تندی نور تنها به ۰/۵ درصد می‌رسد ، اما این افزایش در تندی $\frac{9}{10}$ تندی



شکل (۱ـ۸) نسبیت جرم

نور به‌بیش‌از ۱۰۰٪ بالغ می‌شود . منحصرا" ذرات اتمی نظیر الکترونها ، پروتونها ، مزونها و غیره تندیهای زیادی دارند که برای پدیده‌های نسبیتی قابل اندازه‌گیری‌اند و قوانین "معمولی" فیزیک را در مورد این ذرات نمی‌توان بکار برد . از لحاظ تاریخی ، بوچرر[1] در سال ۱۹۰۸ م . کشف کرد که نسبت e/m بار الکترون به جرمش در الکترونهای سریع کوچکتر از الکترونهای کند است و براساس این کشف برای اولین بار درستی معادلهٔ (۱ـ۱۶) را اثبات کرد ؛ این معادله همانند سایر معادلات نسبیت خاص به وسیلهٔ آزمایشهای زیادی ثابت شده است و امروزه به عنوان یکی از فرمولهای اساسی فیزیک شناخته می‌شود .

مسأله ـ جرم الکترونی ($m_0 = ۹/۱ \times ۱۰^{-۳۱}$ kg) را که سرعتش ۰/۹۹ سرعت نور است محاسبه کنید .

حل : $v/c = 0.99$ و $v^2/c^2 = 0.98$

$$\text{چون} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}}{\sqrt{1 - 0.98}} = 64 \times 10^{-31}\ \text{kg}$$

بنابراین جرم آن ۷ برابر جرم الکترونی است که در حال سکون قرار دارد.

1. Bucherer

هنگامی که v به c نزدیک می‌شود، در معادلهٔ (۱–۱۶) مقدار $\sqrt{1-v^2/c^2}$ به سمت صفر میل می‌کند و جرم m به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. به ازای $v=c$، $m=\infty$ می‌شود، نتیجه می‌گیریم که v نمی‌تواند برابر c باشد: هیچ شیء مادی نمی‌تواند با تندی نور حرکت کند.

اگر فضاپیمایی که با سرعت $v_1 = 0/5c$ نسبت به زمین حرکت می‌کند، پرتابه‌ای را با سرعت $v_2 = 0/5c$ در همان جهت رها کند، چه خواهد شد؟ ممکن است در روی زمین انتظار داشته باشیم که پرتابه را با تندی $v_1 + v_2 = c$ مشاهده کنیم. در واقع، همان‌طور که در بخش (۱–۱۱) بحث شد، در نسبیت، افزایش سرعت فرآیند ساده‌ای نیست و در چنین حالتی تندی پرتابه تنها $0/8c$ خواهد بود.

در نسبیت، همیشه تندی نور c در فضای تهی $3\times10^8 m/s$ است. نور در محیطهای مادی نظیر هوا، آب و شیشه با تندی کمتر از این حرکت می‌کند و در چنین محیطهایی، ذرات اتمی قادرند با تندیهایی بیشتر از تندی نور در آنها حرکت کنند. هرگاه یک ذرهٔ باردار الکتریکی، از ماده‌ای با تندی متجاوز از تندی نور در آن ماده حرکت کند، امواج نوری به شکل مخروط گسیل می‌شوند که این امواج شبیه موج کمانی تولید شده توسط یک کشتی که سریعتر از سرعت امواج آب حرکت کند است. این امواج نوری به تابش چرنکوف[1] معروف هستند و اساس یک روش جهت تعیین تندیهای چنین ذراتی را تشکیل می‌دهند (به بخش ۱–۱۳ رجوع شود).

مشروط بر آن که اندازهٔ حرکت خطی P طبق فرمول زیر تعریف شده باشد.

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} = \frac{m_0\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \qquad \text{اندازه حرکت نسبیتی} \qquad (۱–۱۷)$$

درست همان گونه که پایستگی اندازهٔ حرکت در فیزیک کلاسیک معتبر است، در نسبیت خاص هم معتبر خواهد بود. لکن، قانون دوم حرکت نیوتن، تنها به صورت زیر صحیح است:

$$F = \frac{d}{dt}(mv) = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1-v^2/c^2}}\right) \qquad (۱–۱۸)$$

این معادل عبارت زیر نیست که

$$F = ma = m\frac{dv}{dt}$$

حتی با مقدار داده شدهٔ m از معادلهٔ (۱–۱۶)، زیرا

---

1. Cerenkov Radiation

$$\frac{d}{dt}(mv) = m\frac{dv}{dt} + v\frac{dm}{dt}$$

و اگر تندی جسم با زمان تغییر کند ، dm/dt صفر نمی‌شود . نیروی منتجهٔ وارد بر یک جسم همیشه با تغییر اندازهٔ حرکت جسم نسبت به زمان برابر است .

۱-۸ جرم و انرژی

مشهورترین رابطه‌ای که اینشتین از اصول نسبیت خاص به دست آورد ، به‌جرم و انرژی مربوط می‌شود . این رابطه‌را می‌توان مستقیما "از روی تعریف انرژی جنبشی K یک جسم متحرک بصورت کار انجام شده بر روی جسم برای به حرکت درآوردن آن از حالت‌سکون ، به دست آورد . یعنی :

$$K = \int_0^s F\, ds$$

که F مؤلفهٔ نیروی اعمال شده در جهت جابجایی ds و s فاصله‌ای است که بر آن نیرو اثر می‌گذارد . اگر شکل نسبیتی قانون دوم حرکت به صورت فرمول زیر نوشته شود :

$$F = \frac{d\,(mv)}{dt}$$

انرژی جنبشی به طریق زیر بیان می‌شود :

$$K = \int_0^s \frac{d\,(mv)}{dt}\, ds = \int_0^{mv} v\, d(mv) \;= \int_0^v v\, d\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}\right)$$

با استفاده از انتگرال‌گیری جزء بجزء $(\int x\, dy = xy - \int y\, dx)$

$$\begin{aligned} K &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 \int_0^v \frac{v\, dv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - v^2/c^2}\Big|_0^v \\ &= \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0 c^2 \\ &= mc^2 - m_0 c^2 \end{aligned} \qquad (۱-۱۹)$$

نتیجهٔ بدست آمده بیان می‌کند که انرژی جنبشی جسم برابر است با حاصل‌ضرب افزایش جرم ناشی از حرکت نسبی در مجذور تندی نور .

معادلهٔ (۱ـ۱۹) را به صورت زیر می‌توان نوشت :

$$mc^2 = K + m_0c^2 \qquad (۱ـ۲۰)$$

اگر mc^2 را بـه عنـوان انرژی کل E جسم در نظر بگیریم ، درمی‌یابیم هنگامی که جسم در حال سکون است و $K = 0$ می‌باشد ، جسم دارای انرژی m_0c^2 خواهد بود . از این رو ، m_0c^2 را انـرژی سکـون جسمی که جرمش در حال سکون m_0 است می‌نامند . بنابراین معادلهٔ (۱ـ۲۰) به صورت زیر درمی‌آید

$$E = E_0 + K$$

که

$$E_0 = m_0c^2 \qquad \text{انرژی سکون} \qquad (۱ـ۲۱)$$

اگر جسم متحرک باشد ، انرژی کل عبارت است از :

$$E = mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{انرژی کل} \qquad (۱ـ۲۲)$$

مساله: جسم ساکنی بر اثر انفجار به دو قسمت می‌شود ، جرم درحال سکون هر قسمت ۱ کیلوگرم است و با تندی $0/6c$ از هم دور می‌شوند . جرم در حال سکون جسم اصلی را به دست آورید .

حل: چون انرژی کل جسم اصلی برابر مجموع انرژیهای کل دو قسمت است ، پس :

$$m_0c^2 = \frac{m_{01}c^2}{\sqrt{1 - v_1^2/c^2}} + \frac{m_{02}c^2}{\sqrt{1 - v_2^2/c^2}}$$

$$m_0 = \frac{2 \times 1\ \text{kg}}{\sqrt{1-(0.6)^2}} = 2.5\ \text{kg}$$

چون جرم و انرژی ، کمیتهای مستقلی نیستند ، اصول پایستگی جداگانهٔ انرژی و جرم به صورت اصل واحدی به نام اصـل پایستگی جرم انرژی محسوب می‌شوند . جرم می‌تواند به وجود بیاید یا نابود شود ، وقتی این عمل روی می‌دهد یک مقدار معادل انرژی بطور همزمان از بین می‌رود یا تولید می‌شود و بالعکس . جرم و انرژی جنبه‌های مختلف یک چیز می‌باشند .

سازهٔ تبدیل بین واحد جرم (کیلوگرم kg) و واحد انرژی (ژول J) c^2 است ، بنابراین ، یک کیلوگرم ماده ـ تقریباً به اندازهٔ جرم این کتاب ـ $m_0c^2 = 1\ \text{kg} \times (3 \times 10^8\ \text{m/s})^2 = 9 \times 10^{16}\ \text{J}$ انرژی دارد ، که برای فرستادن باری به وزن یک میلیون تن به ماه کفایت می‌کند . چگونه

ممکن است این مادهٔ نسبةً کم این همه انرژی را در خود جای دهد ، بدون این که قبل از کشف اینشتین حتی کسی از وجود آن اطلاعی داشته باشد؟ در واقع ، فرآیندهایی که در آنها انرژی سکون آزاد می‌شود برای ما خیلی آشنا هستند ، معمولاً در چنین شرایطی در مورد آنها فکر نمی‌کنیم . در هر واکنشی که انرژی تولید می‌شود ، مقداری از ماده از بین می‌رود ، اما جرم از دست رفته نسبت به جرم کل ماده در حال واکنش، کسر کوچکی را تشکیل می‌دهد که با توجه به "قانون" پایستگی جرم در شیمی ، محسوس نیست . مثلاً ، هر گاه یک کیلوگرم دینامیت را منفجر کنیم ، در حدود ۶×۱۰^{-۱۱} کیلوگرم ماده از بین می‌رود که اندازه‌گیری آن به‌طور مستقیم امکان‌پذیر نمی‌باشد ،اما انرژی‌آزاد شده‌که مقدار آن $۵/۴\times۱۰^{۶}$ ژول است قابل توجه خواهد بود .

هر گاه سرعت نسبی v نسبت به c کم باشد ، فرمول انرژی جنبشی که در چنین سرعتهایی به وسیلهٔ آزمایش اثبات شده است ، باید به $\frac{1}{2}m_0v^2$ کاهش یابد . اجازه دهید درستی آن را مورد بررسی قرار دهیم . فرمول نسبیتی برای انرژی جنبشی عبارت است از :

$$K = mc^2 - m_0c^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - m_0c^2$$

چون $v^2/c^2 \ll 1$ ، تقریب دو جمله‌ای $(1+x)^n \approx 1 + nx$ را برای $|x| \ll 1$ می‌توانیم به‌کار ببریم ، لذا داریم :

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \approx 1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}$$

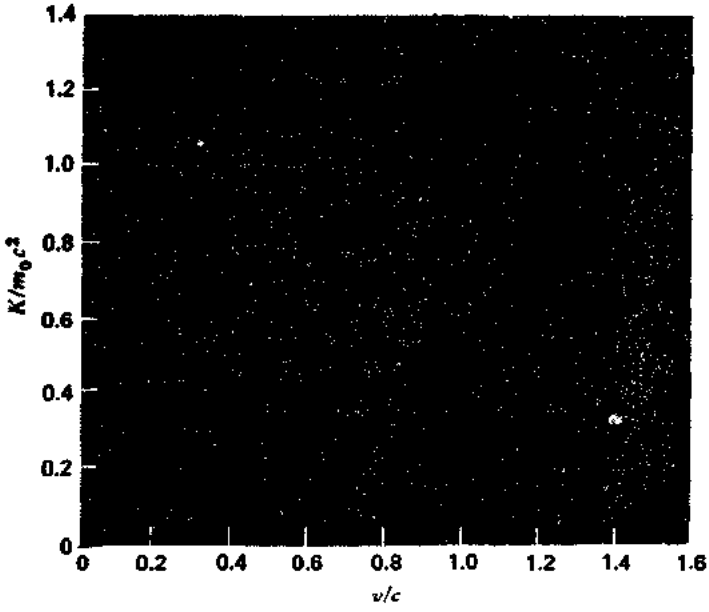
بنابراین ، نتیجه می‌گیریم که :

$$K \approx \left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right) m_0c^2 - m_0c^2 \approx \tfrac{1}{2}m_0v^2 \qquad v \ll c$$

در حقیقت فرمول نسبیتی برای انرژی جنبشی شیء متحرک در تندیهای کم به فرم کلاسیکی کاهش می‌یابد . همان‌طور که تا کنون مشخص شده است ، اساس فرمول‌بندی صحیح مکانیک در نسبیت است و مکانیک کلاسیک نشان دهندهٔ تقریبی است که وقتی $v \ll c$ است معتبرمی‌باشد . شکل (۱ـ۹) نشان‌می‌دهد که چگونه برطبق مکانیک‌کلاسیک و مکانیک نسبیتی ، انرژی جنبشی شیء متحرک باسرعتش تغییر می‌کند .

درجهٔ دقت مورد نیاز مشخص می‌کند که آیا برای انرژی جنبشی ، به کار بردن فرمول کلاسیکی مناسبتر است یا فرمول نسبیتی . مثلاً ، هر گاه $v = ۱۰^{۷}$ m/s (۰/۰۳۳ c) باشد فرمول $\frac{1}{2}m_0v^2$ با ۰/۰۸ درصد خطا مقدار واقعی انرژی‌جنبشی را می‌دهد ، هرگاه $v=۳\times۱۰^{۷}$ m/s

باشد ایـــن فرمول با ۰/۸ درصد خطا مقدار واقعی انرژی جنبشی را می‌دهد ، ولی هرگاه $v = 1/5\times10^8$ m/s(۰/۵c) باشد ، انحراف ۱۹ درصد از مقدار واقعی قابل توجه است و هرگاه v = ۰/۹۹۹ c باشدانحراف‌از مقدار واقعی با درصد خیلی بزرگ ۴۳۰۰ می‌باشد. چون 10^7 m/s در حدود ۱۰۰۹۶Km/s است ، فرمول غیر نسبیتی $\frac{1}{2}m_0v^2$ برای بدست آوردن انرژی جنبشی اشیاء معمولی مورد استفاده قرار می‌گیرد و تنها هنگامی که ذرات بنیادی تحت شرایط معینی به سرعتهای خیلی زیاد می‌رسند ، این فرمول مورد قبول نخواهد بود .



شکل (۱ــ۹) مقایسه بین فرمول کلاسیکی و فرمول نسبیتی برای انرژی جنبشی K جسم متحرک. دو فرمول در تندیهای کم نتیجهٔ یکسانی را می‌دهند ،اما در تندیهایی نزدیک به تندی نور نتایج از هم فاصله می‌گیرند . برطبق مکانیک نسبیتی ، هر جسم متحرکی که با تندی نور حرکت کند به انرژی جنبشی بی‌نهایت نیاز دارد ، در حالی که در مکانیک کلاسیک برای این که جسم به این تندی برسد به انرژی جنبشی معادل نصف انرژی جسم در حال سکون نیاز دارد .

۱ــ۹ ذرات بدون جرم

آیا ذره بدون جرم می‌تواند وجود داشته باشد؟ دقیقتر بگوییم ، آیا ذره‌ای که جرم در

حال‌سکون ندارد، ولی با وجود این خواص ذره‌ای، مانند انرژی و اندازه حرکت، از خود نشان می‌دهد می‌تواند وجود داشته باشد؟ در مکانیک کلاسیک، برای این که ذره، انرژی و اندازه حرکت داشته باشد، باید دارای جرم در حال سکون باشد، اما این شرط در مکانیک نسبیتی صدق نمی‌کند.

چه چیزی را می‌توانیم از فرمول نسبیتی برای انرژی کل و اندازه حرکت خطی به دست آوریم؟

$$E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱-۲۲)$$

$$p = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱-۱۷)$$

هرگاه $m_0 = 0$ و $v < c$ باشد، واضح است که $E = p = 0$ می‌شود. ذرهٔ بدون جرم با تندی کمتر از تندی نور، نمی‌تواند دارای انرژی یا اندازه حرکت باشد. لکن، هرگاه $m_0 = 0$ و $v = c$ باشد، $E = 0/0$ و $p = 0/0$ خواهد شد که مبهم است. E و p هر مقداری را می‌توانند داشته باشند. بدین ترتیب، معادلات (۱-۱۷) و (۱-۲۲) با موجودیت ذرات بدون جرم که انرژی و اندازه حرکت دارند مطابقت دارند، مشروط برآن که این ذرات با تندی نور حرکت کنند.

در مورد ذرات بدون جرم، محدودیت دیگری وجود دارد. از معادلهٔ (۱-۲۲) داریم:

$$E^2 = \frac{m_0^2c^4}{1 - v^2/c^2}$$

و از معادلهٔ (۱-۱۷) نتیجه می‌شود:

$$p^2 = \frac{m_0^2v^2}{1 - v^2/c^2}$$

یا

$$p^2c^2 = \frac{m_0^2v^2c^2}{1 - v^2/c^2}$$

اگر p^2c^2 را از E^2 کم کنیم داریم:

$$E^2 - p^2c^2 = \frac{m_0^2c^4 - m_0^2v^2c^2}{1 - v^2/c^2} = \frac{m_0^2c^4(1 - v^2/c^2)}{1 - v^2/c^2} = m_0^2c^4$$

و بنابراین

$$E^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$

$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2} \qquad \text{تمام ذرات} \qquad (۱-۲۳)$$

بـرطبق ایـن فرمول ، اگـر ذره‌ای با $m_0=0$ وجود داشته باشد ، رابطهٔ بین انرژی و اندازه حرکتش به طریق زیر خواهد بود :

$$E=pc \qquad \text{ذرات بدون جرم} \qquad (۱-۲۴)$$

مطلب فوق به این معنا نیست که ذرات بدون جرم الزاما " وجود دارند ، بلکه قوانین مکانیک امکان وجود آنها را با شرط $v=c$ و $E=pc$ نفی نمی‌کند . در حقیقت ، دو نوع مختلف ذرهٔ بدون جرم کشف شده است ــ فوتون [1] و نوترینو [2] ــ و رفتار آنها آن طور که انتظار می‌رود می‌باشد . در مورد فوتون و نوترینو در فصلهای آینده بحث خواهد شد .

۱ــ۱۰ تبدیل لورنتس

فرض می‌کنیم در دستگاه مرجع S قرار داریم و مختصات واقعه‌ای که در زمان t روی می‌دهد ، x ، y و z باشد . ناظری که در دستگاه مرجع متفاوت S' قرار دارد و با سرعت ثابت v نسبت به S در حرکت است ، پی خواهد برد که همان واقعه در زمان t' روی می‌دهد و دارای مختصات x' ، y' ، z' است . (همان‌طور که در شکل (۱ــ۱۰) نشان داده شده است ، به منظور ساده کردن کارمان ، فرض می‌کنیم که v در جهت x + است) . چه رابطه‌ای بین اندازه‌های x ، y ، z ، t و x' ، y' ، z' و t' وجود دارد ؟

اگر در مورد نسبیت خاص بی‌توجه باشیم ، پاسخ تا اندازه‌ای روشن است . اگر زمان را در هر دو دستگاه از لحظه‌ای که مبدأ S و S' بر هم منطبق هستند اندازه‌گیری کنیم ، اندازه‌های به دست آمده در جهت x + در دستگاه S از اندازه‌های حاصله در دستگاه S' به اندازه vt که نشان دهندهٔ مسافت طی شده توسط S' در جهت x + است ، بیشتر خواهد شد ، یعنی :

$$x'=x-vt \qquad (۱-۲۵)$$

هیچ حرکت نسبی در جهت y و z وجود ندارد و بنابراین :

$$y'=y \qquad (۱-۲۶)$$

$$z'=z \qquad (۱-۲۷)$$

---

1. Photon

2. Neutrino

در غیاب هر نوع نشانه‌ای که برخلاف تجربهٔ روزمرهٔ ما باشد ، فرض می‌کنیم که

$$t' = t \qquad (۲۸-۱)$$

مجموعهٔ معادلات (۱-۲۵) تا (۱-۲۸) به تبدیل گالیله[1] مشهورند .

بر طبق تبدیل گالیله ، برای تبدیل مؤلفه‌های سرعت که در دستگاه مرجع S اندازه‌گیری شده‌اند به معادل آنها که در دستگاه مرجع S' اندازه‌گیری شده است ، بسادگی از x' ، y' و z' نسبت به زمان ، مشتق می‌گیریم :

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = v_x - v \qquad (۲۹-۱)$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = v_y \qquad (۳۰-۱)$$

$$v'_z = \frac{dz'}{dt'} = v_z \qquad (۳۱-۱)$$

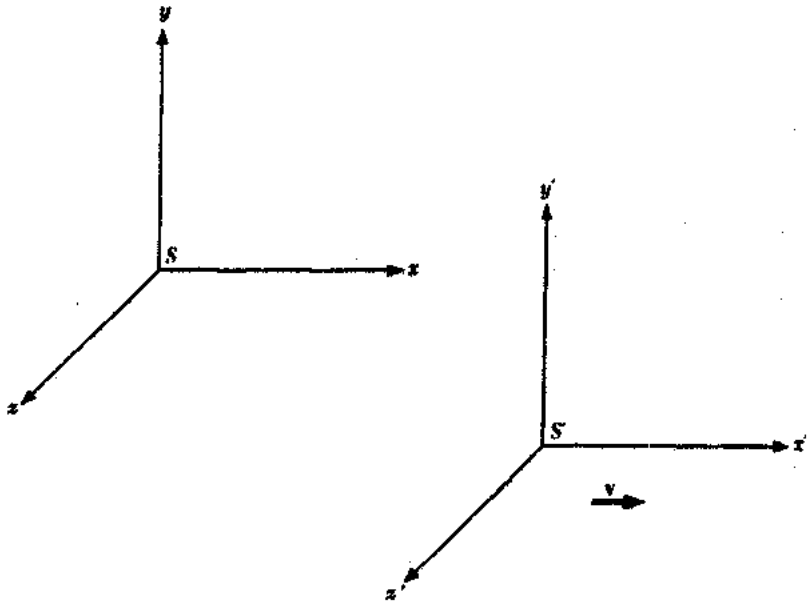
ضمن این که تبدیل گالیله و تبدیل سرعت مطابق انتظارات شهودی ما هستند ، این تبدیلات ناقض هر دو اصل نسبیت خاص می‌باشند . اصل اول مستلزم به کار بردن معادلات یکسان فیزیک در هر دو دستگاه مرجع S و S' است ، اما هرگاه برای تبدیل کمیتهای اندازه گرفته شده در یک دستگاه مرجع به کمیتهای معادل آنها در دستگاه مرجع دیگر از تبدیل گالیله استفاده کنیم ، معادلات بنیادی الکتریسیته و مغناطیس شکلهای متفاوتی پیدا می‌کنند . اصل دوم مستلزم یکسان بودن تندی نور c در دستگاه S یا S' است . اگر تندی نور را که در جهت x در دستگاه S اندازه می‌گیریم c باشد ، بر طبق معادلهٔ (۱-۲۹) در دستگاه S' تندی نور عبارت است از :

$$c' = c - v$$

اگر قرار است اصول نسبیت خاص برآورده شوند ، بطور واضح تبدیلات متفاوتی مورد نیاز خواهد بود . در این‌صورت ، انتظار داریم که اتساع زمان و انقباض طول به طور طبیعی از این تبدیل جدید پیروی کنند .

---

1. Galilean Transformation



شکل (۱ـ۱۰) دستگاه مرجع S' ، در جهت x+ و با تندی v نسبت به دستگاه مرجع S در حرکت است.

یک حدس منطقی در مورد ماهیت رابطهٔ صحیح بین x و x' عبارت است از:

$$x' = k(x - vt) \qquad (۱ـ۳۲)$$

که k سازهٔ تناسبی است که به x یا t بستگی ندارد، اما ممکن است تابع v باشد. انتخاب معادلهٔ (۱ـ۳۲) با توجه به ملاحظات زیر می‌باشد:

۱ـ معادله از نظر x و x' خطی است، به طوری که یک رویداد در دستگاه مرجع S مشابه یک واقعه در دستگاه مرجع S' باشد، همان طور که می‌بایست باشد.

۲ـ یک معادلهٔ ساده است و همیشه می‌بایست ابتدا راه‌حل ساده‌ای برای مسأله پیدا کرد.

۳ـ امکان تبدیل آن به معادلهٔ (۱ـ۲۵) وجود دارد که می‌دانیم در مکانیک معمولی یک معادلهٔ صحیح است. چون معادلات فیزیک در دستگاههای S و S' باید شکل یکسانی داشته باشند، برای نوشتن معادلهٔ متشابه x برحسب x' و t' ، فقط علامت v را تغییر می‌دهیم (به منظور در نظر گرفتن تفاوت در جهت حرکت نسبی):

$$x = k(x' + vt') \qquad (۳۳-۱)$$

در هر دو دستگاه مرجع ، سازهٔ k باید یکسان باشد ، چون به جز علامت v هیچ اختلافی بین دو دستگاه S و S' وجود ندارد .

چون مثل مورد تبدیل گالیله ، چیزی دال بر وجود اختلافاتی بین مختصات مشابه y ، y' و z ، z' که عمود برجهت v هستند وجود ندارد ، از این رو داریم :

$$y' = y \qquad (۳۴-۱)$$

$$z' = z \qquad (۳۵-۱)$$

لکن ،مختصات زمانی t و t' با هم برابر نیستند . در معادلهٔ (۱-۳۳) به جای x' میتوانیم معادل آن را از معادلهٔ (۱-۳۲) بگذاریم ، لذا داریم :

$$x = k^2(x - vt) + kvt'$$

درنتیجه معادلهٔ ذیل حاصل می‌شود :

$$t' = kt + \left(\frac{1 - k^2}{kv}\right) x \qquad (۳۶-۱)$$

معادله‌های (۱-۳۲) و (۱-۳۴) تا (۱-۳۶) یک تبدیل مختصاتی را تشکیل می‌دهد که اصل اول نسبیت خاص را برآورده می‌سازد .

اصل دوم نسبیت ما را قادر می‌سازد تا مقدار k را تعیین کنیم . برطبق شرایط اولیه ، در لحظهٔ $t = 0$ مبداء دو دستگاه مرجع S و S' در یک مکان قرار می‌گیرد و بنابراین $t' = 0$ می‌شود . تصور کنید که در مبداء مشترک S و S' در زمان $t = t' = 0$ شراره‌ای[1] نمایان می‌شود و ناظران هر سیستم تندی نوری را که از شراره منتشر می‌شود ، اندازه می‌گیرند . هر دو ناظر باید تندی یکسان c به‌دست آورند (شکل ۱-۱) که مفهومش این است که در دستگاه S :

$$x = ct \qquad (۳۷-۱)$$

در حالی که در دستگاه S' :

$$x' = ct' \qquad (۳۸-۱)$$

در معادلهٔ (۱-۳۸) به‌جای x' و t' معادل آنها را از معادله‌های (۱-۳۲) و (۱-۳۶) جایگزین می‌کنیم .

$$k(x - vt) = ckt + \left(\frac{1 - k^2}{kv}\right) cx$$

---

1. Flare

و x را به‌دست می‌آوریم :

$$x = \frac{ckt + vkt}{k - \left(\frac{1-k^2}{kv}\right)c} = ct\left[\frac{k + \frac{v}{c}k}{k - \left(\frac{1-k^2}{kv}\right)c}\right] = ct\left[\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\frac{c}{v}}\right]$$

مقدار x در این عبارت برابر مقدار x در معادلهٔ (۱–۳۷) خواهد شد ، مشروط بر آن که مقدار داخل کروشه برابر ۱ شود . بنابراین :

$$\frac{1 + \frac{v}{c}}{1 - \left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\frac{c}{v}} = 1$$

و

$$k = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱–۳۹)$$

از جایگزین کردن مقدار k از معادلهٔ بالا در معادله‌های (۱–۳۵) و (۱–۳۹) برای تبدیل کامل اندازه گیریهای یک واقعه در S به اندازه گیریهای متناظر در S' ، داریم :

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱–۴۰)$$

$$y' = y \qquad (۱–۴۱)$$

$$z' = z \qquad (۱–۴۲)$$

$$t' = \frac{t - \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱–۴۳)$$

تبدیل لورنتس

این معادلات تبدیل لورنتس را شامل می‌شوند . نخست ، فیزیکدان آلمانی به‌نام اچ . ا . لورنتس[1] این معادلات را به دست آورد و ثابت کرد که فرمولهای اساسی الکترومغناطیس

1. H. A. Lorentz

فقط هنگامی که از این معادلات تبدیل استفاده می‌شوند در تمام دستگاههای مرجع در حرکت نسبی یکنواخت، یکسان هستند. چند سال بعد، اینشتین به اهمیت کامل آنها پی برد. واضح است هنگامی که سرعت نسبی v در مقایسه با سرعت نور c کم باشد، تبدیل لورنتس به تبدیل گالیله کاهش می‌یابد.

مسأله: با استفاده از تبدیل لورنتس، انقباض طول نسبیتی را به دست آورید.

حل: میله‌ای را که در امتداد محور x در دستگاه مرجع متحرک S' قرار دارد در نظر بگیرید. ناظری در این دستگاه، مختصات ابتدا و انتهای میله را x'_1 و x'_2 تعیین می‌کند و بنابراین، طول ویژهٔ میله برابر است با:

$$L_0 = x'_2 - x'_1$$

برای بدست آوردن $L = x_2 - x_1$ طول میله که در دستگاه ساکن s و در زمان t اندازه‌گیری می‌شود از معادلهٔ (۱–۴۰) استفاده می‌کنیم، لذا داریم:

$$x'_1 = \frac{x_1 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad x'_2 = \frac{x_2 - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

و بنابراین:

$$\begin{aligned} L &= x_2 - x_1 = (x'_2 - x'_1)\sqrt{1 - v^2/c^2} \\ &= L_0\sqrt{1 - v^2/c^2} \end{aligned}$$

که همانند معادلهٔ (۱–۹) است.

در مسألهٔ بالا، مختصات دو انتهای میلهٔ متحرک در یک زمان t در دستگاه مرجع ساکن S اندازه‌گیری شدند و به کار بردن معادلهٔ (۱–۴۰) برای بدست آوردن L برحسب L_0 و v کار آسانی بود. اگر بخواهیم اتساع زمان را مورد بررسی قرار دهیم، به کار بردن معادلهٔ (۱–۴۳) مناسب نیست، زیرا t_1 و t_2، ابتدا و انتهای فاصلهٔ زمانی انتخاب شده باید هنگامی که ساعت متحرک در موقعیت‌های متفاوت مربوطهٔ x_1 و x_2 قرار دارد، اندازه‌گیری شود. در چنین موقعیت‌هایی به کار بردن **عکس تبدیل لورنتس** که اندازه‌های انجام شده در دستگاه

مرجع متحرک S'را به معادل آنها در دستگاه Sتبدیل می‌کند، آسانتر است. برای به دست آوردن عکس‌تبدیل، کمیتهای پریم‌دار و بدون پریم را در معادلات (۱ـ۴۰) تا (۱ـ۴۳) با هم عوض می‌کنیم و $-v'$ را جایگزین v می‌سازیم:

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱ـ۴۴)$$

$$y = y \qquad (۱ـ۴۵)$$

$$z = z' \qquad (۱ـ۴۶)$$

$$t = \frac{t' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad (۱ـ۴۷)$$

عکس تبدیل لورنتس

مسأله: با استفاده از عکس تبدیل لورنتس فرمول اتساع زمان را به دست آورید.

حل: ساعتی را در نقطهٔ x' در دستگاه مرجع متحرک S در نظر بگیرید. هرگاه برای ناظری در دستگاه مرجع S زمان t_1 باشد، برای ناظری در دستگاه S زمان t_1' خواهد بود، بطوری که از معادلهٔ (۱ـ۴۷) داریم:

$$t_1 = \frac{t_1' + \frac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

پس از گذشت فاصلهٔ زمانی t_0 برای ناظر S'، او در می‌یابد که زمان برطبق ساعت وی اکنون t_2' است، یعنی

$$t_0 = t_2' - t_1'$$

لکن، ناظر در دستگاه S، انتهای همان فاصلهٔ زمانی را چنین اندازه می‌گیرد:

$$t_2 = \frac{t_2' + \frac{vx'}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

بنابراین، فاصلهٔ زمانی t برای ناظر در دستگاه S برابر است با:

$$t = t_2 - t_1 = \frac{t_2' - t_1'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{یا} \qquad t = \frac{t_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

همان‌طور که قبلاً این رابطه را با کمک ساعت پالس نوری به دست آوردیم.

۱ـ۱۱ افزایش سرعت

یکی از اصول نسبیت خاص این است که تندی نور c در خلاء نسبت به تمام ناظران بدون توجه به حرکت نسبی‌شان یکسان است. اما "عقل سلیم" به ما حکم می‌کند که‌اگر توپی را با تندی ۱۵ m/s از داخل اتومبیلی که باتندی ۲۵ m/s حرکت می‌کند پرتاب کنیم، تندی توپ نسبت به زمین ۴۰ m/s، یعنی مجموع دو تندی خواهد شد. از این رو، انتظار داریم که پرتو نور گسیل شده در دستگاه مرجع S، که این دستگاه در جهت حرکت پرتو نور با تندی v نسبت به دستگاه مرجع دیگر S حرکت می‌کند، دارای‌تندی $c+v$ باشد که این با اصل بالا متناقض است. "عقل سلیم" آن‌گونه که در سایر موارد کارآیی دارد، دیگر برای علم راهنمای قابل اطمینانی نیست و برای طرح صحیح افزایش سرعت باید به معادلات تبدیل لورنتس رجوع کنیم.

اجازه‌دهیدیک‌شیء را که نسبت به هر دو دستگاه S و S′ در حرکت است، مورد بررسی قرار دهیم. ناظری در دستگاه S سه مؤلفهٔ سرعت را طبق روش زیر اندازه‌گیری می‌کند.

$$V_x=\frac{dx}{dt} \qquad V_y=\frac{dy}{dt} \qquad V_z=\frac{dz}{dt}$$

در حالی که این مؤلفه‌ها برای ناظری در دستگاه S′ عبارتند از:

$$V'_x=\frac{dx'}{dt'} \qquad V'_y=\frac{dy'}{dt'} \qquad V'_z=\frac{dz'}{dt'}$$

با مشتق گرفتن از معادلات عکس تبدیل لورنتس برای x، y، z و t داریم:

$$dx=\frac{dx'+v\,dt'}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$
$$dy=dy'$$
$$dz=dz'$$
$$dt=\frac{dt'+\dfrac{v\,dx'}{c^2}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

و بنابراین:

$$V_x=\frac{dx}{dt}=\frac{dx'+v\,dt'}{dt'+\dfrac{v\,dx'}{c^2}}=\frac{\dfrac{dx'}{dt'}+v}{1+\dfrac{v}{c^2}\dfrac{dx'}{dt'}}$$

$$= \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}$$ (۴۸–۱) تبدیل سرعت نسبیتی

$$V_y = \frac{V'_y\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}$$ (۴۹–۱)

$$V_z = \frac{V'_z\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}}$$ (۵۰–۱)

اگر $V'_x = c$ باشد، یعنی اگر یک پرتو نور در دستگاه مرجع متحرک S' در جهت حرکت S' نسبت به دستگاه مرجع S گسیل شود، ناظر در دستگاه مرجع S سرعت را مطابق زیر اندازه‌گیری خواهد کرد.

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} = \frac{c + v}{1 + \frac{vc}{c^2}} = \frac{c(c + v)}{c + v} = c$$

لذا، هر دو ناظر مقدار یکسانی را برای تندی نور تعیین می‌کنند.

مسأله: سرعت فضاپیمای آلفا نسبت به زمین ۰/۹c است. اگر فضاپیمای بتا با سرعت نسبی ۰/۵c فضاپیمای A را پشت سر بگذارد، سرعت بتا نسبت به زمین چقدر خواهد بود؟

حل: برطبق مکانیک کلاسیک، بتا نسبت به زمین به سرعت ۱/۴c = ۰/۹c + ۰/۵c نیازدارد که این غیرممکن است. لکن، برطبق معادلهٔ (۴۸–۱) سرعت موردنیاز عبارت است از:

$V'_x = 0.5c \qquad v = 0.9c$

$$V_x = \frac{V'_x + v}{1 + \frac{vV'_x}{c^2}} = \frac{0.5c + 0.9c}{1 + \frac{(0.9c)(0.5c)}{c^2}} = 0.9655c$$

که کسری از تندی نور c است. برای این که فضاپیمایی را که با سرعت ۰/۹c حرکت می‌کند با سرعت نسبی ۰/۵c پشت سر بگذاریم، سرعتی حدود ۱۰% سریعتر از سرعت فضاپیما لازم است.

مسائل

۱ــ طول عمر ذرهٔ مشخصی وقتی در حال سکون اندازه‌گیری می‌شود 10^{-7} s است . اگر تندی‌اش هنگام به وجود آمدن ۰/۹۹c باشد ، قبل از واپاشیده شدن چه مسافتی را طی می‌کند ؟

۲ــ هواپیمایی با سرعت ۳۰۰m/s در حال پرواز است . چه مدت می‌بایست سپری شود تا ساعت داخل هواپیما و ساعت روی زمین یک ثانیه با هم اختلاف پیدا کنند ؟

۳ ــ فضاپیمایی نسبت به زمین با چه سرعتی باید حرکت کند تا یک روز در فضاپیما مطابق با دو روز روی زمین باشد .

۴ــ آپولو ۱۱ که در سال ۱۹۶۹ م . در ماه فرود آمد ، با تندی $1/08\times10^{4}$ m/s نسبت به زمین حرکت می‌کرد . نسبت به ناظر روی زمین یک روز در فضاپیما چقدر طولانی‌تر از یک روز در روی زمین خواهد بود ؟

۵ ــ فضاپیمایی که با سرعت ۰/۹۷c از زمین دور می‌شود ، اطلاعاتی را به میزان 10^{4} پالس بر ثانیه مخابره می‌کند . این اطلاعات با چه میزانی دریافت می‌شوند ؟

۶ ــ در صورت فلکی دب اکبر ، کهکشانی با تندی ۱۵۰۰۰km/s از زمین دور می‌شود . خط طیفی طول موج ۵۵۰۰ Å چقدر به سمت انتهای قرمز طیف جابجا می‌شود ؟

۷ ــ فضاپیمایی در حال دور شدن از زمین ، امواج رادیویی را با بسامد ثابت 10^{9} هرتز گسیل می‌دارد . اگر گیرندهٔ روی زمین بتواند بسامدهای به نزدیکترین هرتز را اندازه‌گیری کند ، اختلاف بین پدیدهٔ دوپلر کلاسیکی و پدیده دوپلر نسبیتی در چه تندی‌هایی آشکار می‌شود ؟ (توجه : با محاسبهٔ ν کلاسیکی $\nu\eta$ نسبیتی شروع کنید) .

۸ ــ خط طیفی که طول موجش در آزمایشگاه ۴۰۰۰Å است در طیف یک کهکشان دور به ۶۰۰۰Å تغییر می‌کند . تندی دور شدن کهکشان چقدر است ؟

۹ ــ اگر زاویهٔ بین جهت حرکت یک منبع نوری با بسامد ν_0 و جهت از منبع به ناظر θ باشد ، برای ناظر ، بسامد ν از فرمول زیر به دست می‌آید .

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - (v/c)\cos\theta}$$

که v تندی نسبی منبع است . نشان دهید که بعنوان حالتهای خاص، این فرمول شامل معادلات (۱ــ۵)، (۱ــ۶) و (۱ــ۷) می‌شود .

۱۰ــ (الف) نشان دهید هنگامی که $v \ll c$ باشد ، فرمولهای پدیدهٔ دوپلر در نور و در صوت برای ناظری که به منبع نزدیک می‌شود و بالعکس به $\nu = \nu_0 (1 + v/c)$ کاهش می‌یابد ، به طوری که $\Delta\nu/\nu \approx v/c$. [توجه : برای $x \ll 1$ ، $1/(1+x) \approx 1 - x$] (ب) هنگامی که $v \ll c$ باشد ، برای ناظری که از منبع دور می‌شود و بالعکس ، فرمولها چه شکلی را پیدا می‌کنند ؟

۱۱ــ فضانوردی که قدش در روی زمین دقیقا ۱/۸۰ m است به موازات محور فضاپیمایی که با سرعت ۰/۹c نسبت به زمین حرکت می‌کند ، دراز کشیده است ،قداوکه‌توسط ناظری در همان فضا پیما اندازه‌گیری می‌شود ، چقدر است ؟ توسط ناظر روی زمین چقدر ؟

۱۲ــ برای ناظری طول خط‌کش یک متری فقط ۵۰ سانتیمتر به نظر می‌رسد . تندی نسبی آن چقدر است ؟ چه مدت طول می‌کشد تا از مقابل ناظر عبور کند ؟

۱۳ــ یک زن به وسیلهٔ فضاپیمایی با سرعت ۰/۹c زمین را به قصد نزدیکترین ستاره با فاصلهٔ چهار سال نوری ترک می‌کند ، او در بازگشت چند روز از خواهر دو قلوی خود که در روی زمین بوده است ، جوانتر خواهد بود ؟

۱۴ــ دو قلوی A ، در حالی که دو قلوی B روی زمین باقی می‌ماند ، با تندی ۰/۶c به سمت ستاره‌ای که ۱۲ سال نوری با او فاصله دارد ، حرکت می‌کند و بر می‌گردد . هریک‌ازاین دو قلوها بامحاسبهٔ خودش ، سالی یک علامت برای دیگری ارسال می‌کند . (الف) در طی‌این سفر رفت و برگشت A چند علامت می‌فرستد ؟ B چه تعداد می‌فرستد ؟ A وB هر یک چند علامت دریافت می‌کنند ؟

۱۵ــ جرم مردی روی زمین ۱۰۰ کیلوگرم است . هنگامی که در فضاپیما در حال پرواز قرار دارد جرمش‌که به‌وسیلهٔ ناظرروی زمین تعیین می‌شود ۱۰۱ کیلوگرم است . تندی فضاپیما چقدر است ؟

۱۶ــ حرکت یک باریکهٔ الکترون در لامپ تصویر تلویزیون بر روی پرده با تندیی سریعتر از تندی نور امکان‌پذیر است . چرا این پدیده با نسبیت خاص متناقض نیست ؟

۱۷ــ یک الکترون ۰/۱MeV انرژی جنبشی دارد . تندی آن را بر طبق مکانیک کلاسیکی و مکانیک نسبیتی به دست آورید .

۱۸ــ جرم الکترونی که انرژی جنبشی آن ۱GeV است ، چند برابر بزرگتر از جرم در حال سکون آن می‌باشد ؟ جرم در حال سکون الکترون ۰/۵۱۱ MeV/c^2 است

۱۹ــ هنگامی‌که تندی الکترون به‌انرژی جنبشی ۵۰۰ MeV می‌رسد، جرم آن چقدر می‌شود ؟

۲۰ــ جرم یک ذره سه برابر جرم در حال سکونش می‌باشد . تندی آن چقدر است ؟

۲۱ــ چه مقدار کار باید انجام شود تا تندی الکترون از $1/2\times10^8$ m/s به $2/4\times10^8$ m/s افزایش یابد ؟

۲۲ــ هرگاه دینامیت منفجر گردد در حدود $5/4\times10^6$ J/kg انرژی آزاد می‌شود . این مقدار چه کسری از انرژی کل آن را تشکیل می‌دهد ؟

۲۳ــ انرژی خورشیدی به میزان حدود ۱۴۰۰ W/m^2 از سطح عمود بر جهت خورشید به زمین می‌رسد . جرم خورشید در هر ثانیه چقدر کاهش می‌یابد ؟ (شعاع متوسط مدار زمین

$1/5\times10^{11}$m است)

۲۴ــ مقدار معینی یخ صفر درجه سانتیگراد به آب صفر درجه تبدیل می‌شود و با این تبدیل بر جرمش یک کیلوگرم اضافه می‌شود . جرم اولیهٔ آن چقدر بوده است ؟

۲۵ــ ثابت کنید که $\frac{1}{2}mv^2$، که در آن $m = m_0/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ ، با انرژی جنبشی ذره‌ای که با تندی نسبیتی حرکت می‌کند برابر نیست .

۲۶ــ نشان دهید که شکل نسبیتی قانون دوم نیوتن به صورت زیر است

$$F = m_0 \frac{dv}{dt}(1 - v^2/c^2)^{-3/2}$$

۲۷ــ تمام تعاریف اختیاری هستند ، اما بعضی از آنها از بقیهٔ تعاریف مفیدتر می‌باشند. ایرادی که به تعریف اندازه حرکت خطی به صورت $\mathbf{p} = m_0\mathbf{v}$ به جای تعریف پیچیده‌تر آن $\mathbf{p} = m_0\mathbf{v}/\sqrt{1 - v^2/c^2}$ وارد است ، چیست ؟

۲۸ــ ثابت کنید که

$$\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1 + \frac{K}{m_0c^2}$$

۲۹ــ الکترون متحرکی به الکترون ساکنی برخورد می‌کند و در نتیجه یک زوج الکترون ــ پوزیترون به وجود می‌آید (الکترون با بار الکتریکی مثبت را پوزیترون می‌گویند) . هرگاه پس از برخورد هر چهار ذره سرعت یکسانی داشته باشند ، کمینهٔ انرژی جنبشی برای این پدیده مورد نیاز است . از یک محاسبهٔ نسبیتی استفاده کنید و نشان دهید که $K_{min}=6m_0c^2$ m_0 جرم در حال سکون الکترون است .

۳۰ــ جسمی که با سرعت $0/5c$ نسبت به یک ناظر حرکت می‌کند به دو قسمت می‌شود و دو قسمت نسبت به مرکز جرمشان و در امتداد همان خط حرکت جسم اصلی در دو جهت مخالف حرکت می‌کنند . نسبت به مرکز جرم سرعت یک قسمت در جهت عقب $0/6c$ و سرعت دیگری در جهت جلو $0/5c$ است . چه سرعتهایی را ناظر به‌دست می‌آورد ؟

۳۱ــ مردی در ماه دو فضاپیمای A و B را که در دو جهت مخالف بسترتیب با تندیهای $0/8c$ و $0/9c$ به طرف او می‌آیند می‌بیند . (الف) مردی که در فضاپیمای A هست تندیی را که با آن به ماه نزدیک می‌شود چقدر اندازه‌گیری می‌کند ؟ تندیی که با آن به B نزدیک می‌شود چقدر است ؟ (ب) مردی که در فضاپیمای B قرار دارد تندیی را که با آن به ماه نزدیک می‌شود چقدر اندازه‌گیری می‌کند ؟ تندیی که با آن به A نزدیک می‌شود چقدر است ؟

۳۲ــ الکترونی که تندی‌اش نسبت به یک ناظر در آزمایشگاه $0/8c$ است به وسیلهٔ ناظری که در همان جهت الکترون و با تندی $0/5c$ نسبت به آزمایشگاه حرکت می‌کند مورد مطالعه قرار می‌گیرد . نسبت به هر ناظر انرژی جنبشی (برحسب MeV) الکترون چقدر است ؟

۲

خواص ذرّه‌ای امواج

۲ـ۱ پدیده فتوالکتریک
۲ـ۲ نظریهٔ کوانتمی نور
۲ـ۳ دوگانگی موج ـ ذره
۲ـ۴ پرتو ایکس
۲ـ۵ پراش پرتو ایکس
۲ـ۶ اثر کامپتون
۲ـ۷ تولید زوج
۲ـ۸ فوتون و نیروی گرانی

خواص ذره‌ای امواج

در زندگی روزمرهٔ ما هیچ گونه ابهامی در مورد مفاهیم ذره و موج وجود ندارد. هنگامی که سنگی به داخل آب می‌افتد، امواجی از نقطهٔ سقوط سنگ ایجاد می‌شوند که ظاهراً قابلیت حمل انرژی و اندازه حرکت از یک نقطه به نقطهٔ دیگر را دارند. فیزیک کلاسیک که "واقعیت فیزیکی" تأثیرات حسی ما را منعکس می‌سازد، ذرات و امواج را به صورت بخشهای جداگانهٔ آن واقعیت مطرح می‌کند. مکانیک ذرات و نورشناسی امواج، اصولاً دو رشتهٔ علمی مستقلند و هر کدام دارای اصول و تجربیات مخصوص به خود براساس نتایج خود هستند.

حقایق فیزیکی که ما احساس می‌کنیم از پدیده‌هایی ناشی می‌شود که در جهان میکروسکوپی اتمها و مولکولها، الکترون و هسته روی می‌دهد، اما در این جهان، ذرات و امواج مطابق با درکی که از این پدیده‌ها داریم نیستند. ما الکترونها را به صورت ذرات در نظر می‌گیریم، زیرا بار الکتریکی و جرم دارند و در دستگاههایی نظیر لامپ تصویر تلویزیون طبق قوانین مکانیک ذره‌ای عمل می‌کنند. لکن، دلایل زیادی را خواهیم دید که نشان می‌دهد، الکترون متحرک علاوه بر خواص ذره‌ای، خواص موجی را نیز دارا می‌باشد. امواج الکترومغناطیسی را به‌صورت موج در نظر می‌گیریم، زیرا در شرایط مناسب پدیده‌های پراش، تداخل و پلاریزاسیون[1] را به نمایش می‌گذارند. در وضع مشابهی خواهیم دید که امواج الکترومغناطیسی در شرایط دیگر طوری عمل می‌کنند که گویی حاوی جریانهایی از ذرات هستند. در کنار نسبیت خاص، دوگانگی ذره و موج برای درک فیزیک مدرن اهمیت زیادی دارد. در این کتاب کمتر مبحثی است که طی آن از این دو اصل یکی یا هر دو مورد توجه قرار نگرفته باشد.

۲ـ۱ پدیدهٔ فتوالکتریک[2]

در اواخر قرن نوزدهم یک سری آزمایشها نشان داد که هرگاه نور با بسامد بقدر کافی زیاد به سطح فلز بتابد، فلز، الکترون گسیل می‌دارد (برای کلیهٔ فلزات به جز فلزات قلیایی

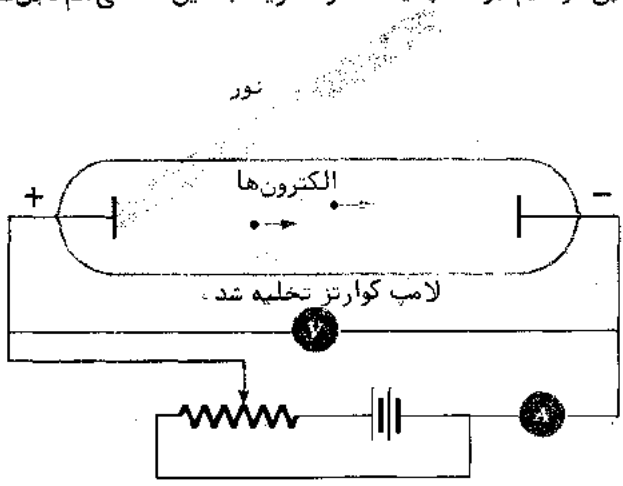
---

1. Polarization

2. Photoelectric Effect

نور فرا بنفش لازم است) . این پدیده به نام پدیدهٔ **فتوالکتریک** مشهور است . شکل (۲ــ۱) نوع وسیله‌ای را که در بعضی از این آزمایشها به کار می‌رود ، نشان می‌دهد . همان‌طور که در نمودار نشان داده شده است ، لامپ خالی از هوا شامل دو الکترود است که به یک مدار خارجی متصل می‌گردند و یک صفحهٔ فلزی که سطحش به عنوان آند فتوالکترون تابش می‌کند . بعضی از فتوالکترونها که از سطح تابشی خارج می‌شوند دارای انرژی کافی هستند که علی‌رغم قطبیت منفی کاتد ، خود را به کاتد می‌رسانند و جریانی را تشکیل می‌دهند که به وسیلهٔ آمپر سنج مدار ، اندازه‌گیری می‌شود . هر قدر پتانسیل کند کنندهٔ V را افزایش دهیم ، الکترون کمتری به کاتد می‌رسد و جریان سقوط می‌کند . سرانجام هنگامی که V برابر V_0 یا چند ولت از آن بیشتر شود ، هیچ الکترونی به کاتد نمی‌رسد و جریان قطع می‌گردد .

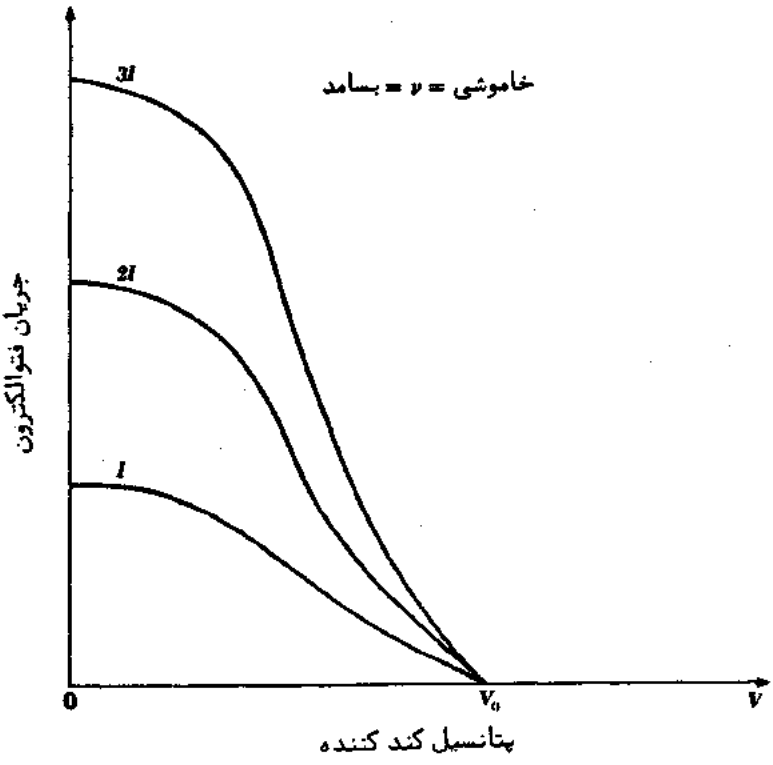
وجود پدیدهٔ فتوالکتریک عجیب نیست . روی هم رفته ، امواج نوری حامل انرژی هستند و مقداری از انرژی جذب شده توسط فلز ممکن است به طریقی بر روی الکترونهای منفرد متمرکز شود و دوباره به صورت انرژی جنبشی ظاهر گردد . معذالک وقتی به داده‌ها با دقت بیشتری بنگریم ، پی‌خواهیم برد که پدیدهٔ فتوالکتریک به این سادگی هم قابل تفسیر نیست .



شکل (۲ــ۱) : مشاهدهٔ تجربی پدیدهٔ فتوالکتریک

یکی از خصوصیات پدیدهٔ فتوالکتریک که بویژه کاشفان آن را دچار حیرت کرد این است که توزیع انرژی در الکترونهای صادره (به نام فتو الکترون) مستقل از شدت نور است . یک باریکهٔ نور قوی نسبت به باریکه‌ای نور ضعیف با همان بسامد ، فتو الکترون بیشتری صادر می‌کند ، اما میانگین انرژی الکترونی یکسان باقی می‌ماند (شکل ۲ــ۲) . بعلاوه ، در محدوده‌های

دقت تجربه (حدود 10^{-9} ثانیه) ، هیچ گونه تأخیری بین زمان ورود نور به سطح فلز وگسیل فتوالکترون از آن وجود ندارد . این‌مشاهدات از طریق نظریهٔ الکترومغناطیسی نور قابل درک نیستند .

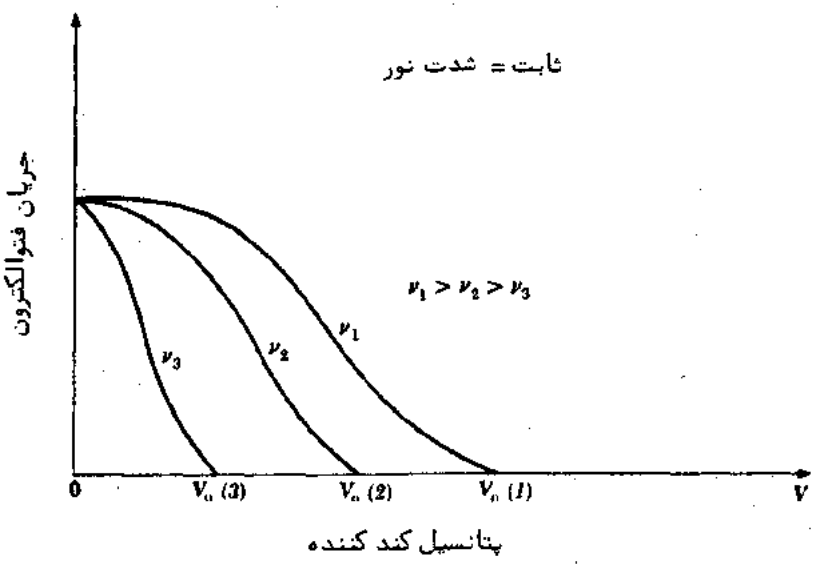


شکل (۲ـ۲) برای تمام ولتاژهای کند کننده، جریان فتوالکترون متناسب با شدت نور است . ولتاژ خاموشی V_0 برای تمام شدتها در بسامد داده شدهٔ ν یکسان است .

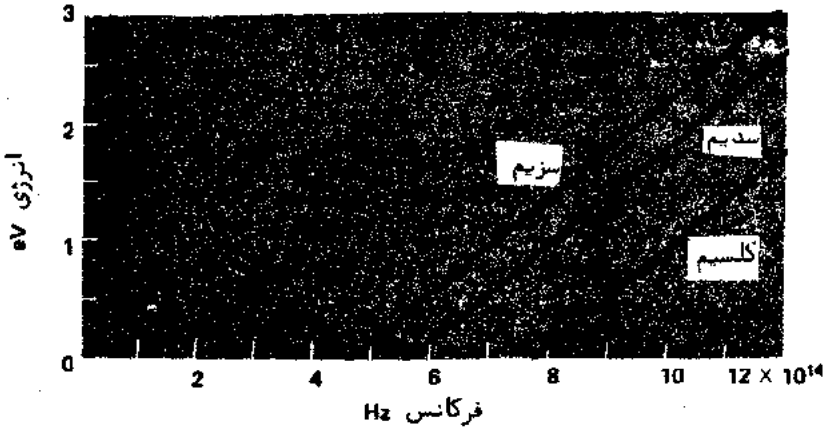
تابش‌نوربر سطح فلز سدیم را در دستگاهی مانند شکل (۲ـ۱) در نظر می‌گیریم . وقتی که سطح $10^{-6} W/m^2$ انرژی‌الکترومغناطیسی جذب کند ، یک جریان فتوالکتریک قابل تشخیص ایجاد خواهد شد . در هر متر مربع از فلز سدیم به‌ضخامت یک اتم در هر لایه ، حدود 10^{19} اتم وجود دارد ، به طوری که اگر فرض کنیم که نور تابیده شده جذب بالاترین لایهٔ اتمهای سدیم‌شود ، هراتم به‌طور متوسط 10^{-25} وات انرژی دریافت خواهد کرد . بنابراین ، برای آن که هر اتم یک الکترون ولت انرژی ذخیره کند ، $1/6\times10^{6}$ ثانیه ــ بیش‌ازدوهفته

وقت لازم است و اگر برای جدا کردن یک الکترون از سطح فلز سدیم چندین الکترون ولت لازم باشد، زمان مورد نیاز تقریبا" دو ماه خواهد شد. برطبق نظریهٔ الکترومغناطیسی، در بیشینه زمان ممکن 10^{-9} ثانیه، یک اتم سدیم متوسط فقط 10^{-15} الکترون ولت انرژی به دست آمده را به یکی از الکترونهایش خواهد داد.

به همین ترتیب آنچه از دید نظریهٔ موجی عجیب به نظر می‌رسد این واقعیت است که انرژی فتوالکترون به بسامد نوری که به کار گرفته شده، بستگی دارد (شکل ۲-۳). در مورد هر فلز، نورهایی که بسامد آنها کمتر از بسامد بحرانی آن فلز باشد که این بسامد بحرانی جزو صفت مشخصهٔ آن فلز است، هیچ الکترونی از سطح فلز خارج نمی‌شود. در بسامدهای بالای این بسامد آستانه، الکترون‌ها یک گسترهٔ انرژی از صفر تا مقدار بیشینهٔ معینی دارند و این انرژی‌بیشینه بطور خطی با افزایش بسامد زیاد می‌شود. هر قدر بسامد بیشتر باشد بیشینهٔ انرژی فتوالکترون بیشتر است و هر قدر بسامد کمتر باشد، بیشینهٔ انرژی فتوالکترون کمتر می‌شود. بنابراین، نور آبی با شدت کم نسبت به نور قرمز با شدت زیاد الکترونها با انرژی بیشتری تولید می‌کند، گر چه نور قرمز با شدت زیاد تعداد بیشتری الکترون آزاد می‌کند.



شکل (۲-۳) ولتاژ خاموشی V_0 به بسامد ν بستگی دارد. هر گاه پتانسیل کند کننده $V=0$ باشد، جریان فتوالکتریک برای نوری با شدت داده شده، برای هر بسامدی یکسان خواهد بود.



شکل (۲ـ۴) انرژی جنبشی بیشینهٔ فتوالکترون K_{max} در مقابل بسامد نور تابیده شده برای سه سطح فلزی مختلف .

شکل (۲ـ۴) نموداری از بیشینهٔ انرژی فتوالکترون K_{max} درمقابل بسامد ν نور تابیده شده در مورد چندآزمایش‌را نشان می‌دهد . واضح است که رابطهٔ بین K_{max} و بسامد ν بر طبق تناسبی است که به طریق زیر بیان می‌شود :

$$K_{max} = h(\nu - \nu_0) = h\nu - h\nu_0 \qquad (۱ـ۲)$$

که ν_0 بسامد آستانه می‌باشد که از آن هیچ الکترونی خارج نمی‌شود و h مقدار ثابتی است . اگر چه ν_0 با جنس فلز تحت تابش‌تغییرمی‌کند ، ولی مقدار $h=۶/۶۲۶\times۱۰^{-۳۴}$ j همیشه‌ثابت است .

۲ـ۲ نظریهٔ کوانتمی نور

نظریهٔ الکترو مغناطیسی نور به حدی پاسخگوی پدیده‌های گوناگون است که باید حاوی مقداری حقیقت باشد . اما این نظریه با وجود شالودهٔ محکم ، تضاد کامل با پدیدهٔ فتوـ الکتریک دارد . در سال ۱۹۰۵م .آلبرت‌اینشتین پی‌برد ، معمایی‌که توسط پدیدهٔ فتوالکتریک ارائه شده بود تنها با پیشرفت بیشتر مفهوم اصلی که ۵ سال جلوتر توسط فیزیکدان آلمانی ماکس پلانک[1] عنوان شده بود ، قابل حل است . پلانک سعی داشت مشخصه‌های تابش‌حاصل

1. Max Planck

از اجسام متشکل از ماده‌ٔ متراکم را توجیه کند . می‌دانیم که براثر قرمز شدن یک قطعه فلز داغ نور قابل رؤیتی گسیل می‌شود ، ولی طول موجهایی نیز وجود دارند که چشم ما قادر به دیدن آنها نیست . برای این که شیء انرژی الکترومغناطیسی پس دهد ، لازم نیست آن قدر داغ باشد که به صورت درخشان دیده شود ــ همهٔ اشیاء در هر درجهٔ حرارتی همواره چنین انرژیی را ساطع می‌کنند ، گر چه طول موج با شدت بیشتر در دماهای مختلف متفاوت است. در دمای اطاق بیشتر تابش در قسمت مادون قرمز طیف است و از این رو غیر قابل رؤیت است .

خواص مشاهده‌شدهٔ **تابش جسم سیاه**[1] ــ که دلیل این نام را در فصل نه خواهیم دید و در آن جا بحث کاملی از این مسأله وحصل آن ارائه خواهد شد ــ نمی‌توانست براساس اصول فیزیکی مورد قبول آن زمان توجیه گردد . پلانک توانست برای طیف این تابش (یعنی روشنایی نسبی طول موجهای مختلف موجود) بصورت تابعی از دمای جسم تابشی فرمولی بدست آورد با این‌شرط که او فرض کرد تابش به صورت انفجارهای کوچک و انفصالی باشد ، فرضی که با نظریهٔ الکترومغناطیسی کاملا " مغایرت دارد . این انفجارها **کوانتا** نامیده می‌شوند. پلانک دریافت که کوانتم‌هایی‌که با بسامد مخصوص ν نور همراهند ، باید همه دارای انرژی یکسان باشند و این انرژی E با ν نسبت مستقیم دارد . یعنی ،

$$E = h\nu \qquad \text{انرژی کوانتمی} \qquad (۲-۲)$$

که امروزه h به مقدار ثابت پلانک شناخته شده و برابر است با :

$$h = 6.626 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \qquad \text{ثابت پلانک}$$

پلانک در حالی که مجبور بود فرض کند که انرژی الکترومغناطیسی آزاد شده از یک شیء به طور متناوب خارج می‌شود ، شکی نداشت که این انرژی در فضا به صورت امواج الکترومغناطیسی پیوسته منتشر می‌شود . اینشتین پیشنهاد کرد که نور نه تنها در هر دفعه به صورت یک کوانتم گسیل می‌شود ، بلکه نور به صورت کوانتم‌های مجزا انتقال می‌یابد و این امر جدایی بیشتری را با فیزیک کلاسیک می‌رساند . برحسب این فرضیه ، پدیدهٔ فتو الکتریک به سادگی قابل بیان است . فرمول تجربی[2] (۱-۲) به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$h\nu = K_{max} + h\nu_0 \qquad \text{پدیدهٔ فتوالکتریک} \qquad (۳-۲)$$

---

1. Blackbody radiation

2. Empirical Formula

نظریهٔ اینشتین به این معناست که سه جزء معادلهٔ (۲ـ۳) به صورت زیر تفسیر می‌شود :

$h\nu$ = انرژی موجود در هر کوانتم نور تابیده شده

K_{max} = بیشینه انرژی فتو الکترون .

$h\nu_0$ = کمینه انرژی مورد نیاز برای خارج کردن یک الکترون از سطح فلز تحت تابش

برای خارج کردن یک الکترون از سطح فلز یک کمینه انرژی باید وجود داشته باشد و گر نه حتی در غیاب نور الکترونها از فلز خارج می‌شدند . انرژی $h\nu_0$ که مشخصهٔ یک سطح مخصوص است ، **تابع کار آن**[1] نامیده می‌شود . از این‌رو معادلهٔ (۲ـ۳) به صورت زیربیان می‌شود :

تابع کار سطح فلز + بیشینهٔ انرژی الکترون = انرژی کوانتم

در جدول (۲ـ۱) چند مثال در مورد توابع کار فتو الکتریک داده شده است . به طور کلی ، برای جدا کردن یک الکترون از سطح یک فلز ، حدود نصف آن مقدار انرژی که برای جدا کردن یک الکترون از یک اتم آزاد همان فلز لازم است ، مورد نیاز می‌باشد (به جدول ۱۰ـ۱ مراجعه شود) به عنوان مثال انرژی یونیزاسیون سزیم در مقایسه با تابع کارش که ۱/۹eV است ، ۳/۹ الکترون ولت می‌باشد . طیف مرئی از $۴/۲\times۱۰^{۱۴}$ تا $۷/۹\times۱۰^{۱۴}$ هرتز

جدول ۲ـ۱ توابع کار فتو الکتریک

فلز	علامت	تابع کار eV
سزیم	Cs	۱/۹
پتاسیم	K	۲/۲
سدیم	Na	۲/۳
لیتیوم	Li	۲/۵
کلسیم	Ca	۳/۲
مس	Cu	۴/۵
نقره	Ag	۴/۷
پلاتین	Pt	۵/۶

1. Work Function

گسترش دارد که به انرژیهای کوانتمی از ۱/۷ تا ۳/۳ الکترون ولت مربوط می‌شود . ازجدول (۲–۱) معلوم می‌شود که پدیدهٔ فتوالکتریک، پدیده‌ای در محدودهٔ نور مرئی و نور فرا بنفش است .

همان طور که می‌دانیم فوتونهای نوری با بسامد ν دارای انرژی $h\nu$ هستند .برای محاسبهٔ $h\nu$ برحسب الکترون ولت (eV) داریم :

$$1\ \text{eV} = 1.60 \times 10^{-19}\ \text{J}$$

لذا داریم :

$$E = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{1.60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV}} \times \nu = 4.14 \times 10^{-15}\ \nu\ \text{eV} \cdot \text{s} \qquad \text{انرژی فوتون} \qquad (۲–۴)$$

این فرمول امکان می‌دهد که انرژی یک فوتون با بسامد ν را برحسب الکترون ولت محاسبه کنیم . اما اگر به جای آن λ را داشته باشیم ، از آن جا که $\nu = c/\lambda$ است ، پس‌خواهیم داشت :

$$E = \frac{(4.14 \times 10^{-15}\ \text{eV} \cdot \text{s}) \times (3 \times 10^{8}\ \text{m/s})}{\lambda}$$

$$= \frac{1.24 \times 10^{-6}\ \text{eV} \cdot \text{m}}{\lambda} \qquad \text{انرژی فوتون} \qquad (۲–۵)$$

که λ در فرمول فوق برحسب‌متراست . هنگامی که λ برحسب انگستروم[1] باشد ، انرژی E به صورت زیر بیان می‌شود

$$1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$$

$$E = \frac{1.24 \times 10^{4}\ \text{eV} \cdot \text{Å}}{\lambda} \qquad \text{انرژی فوتون} \qquad (۲–۶)$$

صحت توجیه پدیدهٔ فتوالکتریک با مطالعهٔ گسیل گرمایونی تایید می‌شود .درگذشته‌های دور کشف شد که وجود یک شبیٔ خیلی گرم باعث افزایش قابلیت هدایت الکتریکی هوای مجاور خود می‌شود و در اواخر قرن نوزدهم پی برده شد که علت این پدیده به سبب گسیل الکترون از چنین اشیایی می‌باشد . گسیل گرمایونی‌دستگاههایی‌نظیر لامپ تصویر تلویزیون، که در آن رشته‌های فلزی یا کاتدهای روکش‌دار مخصوصی در دمای زیاد ، جریانهای متراکم الکترونها را امکان‌پذیر می‌سازد . الکترونهای گسیل شده، انرژی خود را ظاهرا " ازآشفتگی

1. Angstrom

مسأله ــ مطلوبست محاسبهٔ بیشینهٔ انرژی جنبشی فتوالکترونهایی که گسیل می‌شود وقتی که نور فرا بنفش با طول موج ۳۵۰۰Å بر سطح فلز پتاسیم می‌تابد.

حل ــ در جدول (۲ــ۱) تابع کار پتاسیم ۲/۲ الکترون ولت است. انرژی کوانتمی نور با طول موج ۳۵۰۰Å برابراست با:

$$h\nu = \frac{1.24 \times 10^4 \text{ eV} \cdot \text{Å}}{3{,}500 \text{ Å}} = 3.5 \text{ eV}$$

و بنابراین، بیشینهٔ انرژی جنبشی فتوالکترون عبارت است از

$$K_{max} = h\nu - h\nu_0 = 3.5 \text{ eV} - 2.2 \text{ eV} = 1.3 \text{ eV}$$

حرارتی ذرات متشکلهٔ فلز به دست می‌آورند و به نظر می‌رسد که الکترونها برای خارج‌شدن از سطح فلز، یک کمینهٔ انرژی معینی را باید کسب کنند. این کمینهٔ انرژی را برای بسیاری از سطوح می‌توان تعیین کرد و همیشه این مقدار به تابع کار فتوالکتریک همان سطح نزدیک است. در گسیل فتوالکتریک، فوتونهای نور، انرژی مورد نیاز الکترون را برای خارج شدن از سطح فلز تهیه می‌کنند، در حالی که در گسیل گرمایونی، حرارت این عمل را انجام می‌دهد. در هر دو حالت، خروج الکترون از سطح فلز، مراحل فیزیکی یکسانی را طی می‌کند.

۲ــ۳ دوگانگی موج ــ ذره

این نظریه که نور به صورت یک سری بسته‌های کوچک انرژی گسیل می‌شود (معمولا" به نام فوتون) دقیقا" برخلاف نظریهٔ موجی نور است. نظریهٔ موجی نور که تنها وسیله برای تفسیر بسیاری از پدیده‌های نوری ــ مثل پراش و تداخل ــ را فراهم می‌کند یکی از مستدلترین نظریه‌های فیزیکی است. پیشنهاد پلانک مبنی بر آن که یک شیء، نور را به صورت کوانتای مجزا گسیل می‌دارد با انتشار نور به صورت یک موج ناهماهنگی نداشت. اینشتین در سال ۱۹۰۵ م. این نکته را مطرح کرد که نور در فضا به شکل فوتونهای مجزا حرکت می‌کند. لکن این اظهار او از سوی معاصرانش از جمله پلانک با ناباوری مواجه شد تا ۱۸ سال بعد که کامپتون[1] این موضوع را کاملا" روشن ساخت (قسمت ۲ــ۵).

برطبق نظریهٔ موجی، امواج نوری همانند حرکت امواج حاصل از افتادن یک سنگ در آب از یک منبع گسترده می‌شوند. در این مقایسه، انرژیی که نور حمل می‌کند به طور پیوسته

1. Compton

در سرتاسر جبههٔ موج پخش می‌شود. از طرف دیگر، بر طبق نظریهٔ کوانتمی، نور از منبع به صورت یک سری انرژیهای متراکم و به اندازهٔ کافی کوچک گسترده می‌شود، بطوری که یک الکترون منفرد بتواند آنها را جذب کند. بطور کنجکاوانه، نظریهٔ کوانتمی نور که نور را منحصرا" به صورت یک پدیدهٔ ذره‌ای در نظر می‌گیرد بوضوح شامل بسامد ν نور می‌شود که این بسامد منحصرا" یک ایدهٔ موجی است.

نظریه کوانتمی نور در بیان پدیده فتوالکتریک به طرز قابل توجهی موفق بوده است. این نظریه دقیقا" پیش‌بینی می‌کند که بیشینهٔ انرژی فتوالکترون باید به بسامد نوری که تابیده شده بستگی داشته باشد نه به شدت آن بر خلاف چیزی که نظریهٔ موجی می‌گوید و نظریهٔ کوانتمی می‌تواند علت گسیل فوری فتوالکترونها را هنگامی که حتی ضعیف‌ترین نور به فلز تابیده می‌شود بیان کند، که مجددا" برخلاف نظریهٔ موجی است و نظریهٔ موجی دلیلی برای وجود بسامد در آستانه را نمی‌تواند ارائه دهد، بطوری که هنگامی که نور با بسامدی کمتر از بسامد آستانه می‌تابد شدت نور هر چقدر باشد، هیچ فتو الکترونی مشاهده نمی‌شود. این چیزی است که به طور طبیعی از نظریهٔ کوانتمی نتیجه می‌شود.

کدام نظریه را باید قبول کرد؟ بسیاری از فرضیه‌های فیزیکی را که با تجربه مطابقت نداشتند، تغییر داده‌اند، یا رد کرده‌اند. اما تا قبل از این، ما هرگز مجبور به قبول دو نظریهٔ مختلف برای بیان یک پدیدهٔ فیزیکی نشده بودیم. اینجا وضعیت اساسا" متفاوت است با موردی که مثلا" مکانیک نسبیتی را در برابر مکانیک نیوتنی داریم زیرا در آن مورد، دومی نتیجهٔ تقریبی اولی است. گر چه بین نظریهٔ کوانتمی نور و نظریهٔ موجی نور ارتباطی وجود دارد، ولی به هیچ وجه نمی‌توان نظریهٔ کوانتمی نور را از نظریهٔ موجی نور نتیجه گرفت یا بالعکس.

برای درک این ارتباط، موج الکترومغناطیسی باسامد ν را که بر روی پرده‌ای می‌تابد در نظر می‌گیریم. شدت موج I که عبارت است از میزان انرژی عبوری از واحد سطح، به بزرگی E و B میدان‌های الکتریکی و مغناطیسیش بستگی دارد. چون داریم $E = cB$ یکی از دو جزء E یا B برای توصیف شدت موج کافی است که معمولا" E را انتخاب می‌کنند. شدت موج I بر روی پرده از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

توصیف موج

$$I = \epsilon_0 c \overline{E^2}$$

که $\overline{E^2}$ میانگین مجذور دامنهٔ لحظه‌ای میدان الکتریکی موج در یک دور کامل است.

برحسب مدل فوتونی همان موج الکترومغناطیسی، انرژی توسط N فوتون در هر ثانیه از واحد سطح حمل می‌شود. چون هر فوتون $h\nu$ انرژی دارد، شدت بر روی پرده برابر است با:

توصیف فوتون $I = Nh\nu$

در هر دو توصیف مقدار یکسانی برای I به‌دست می‌آید، بنابراین میزان ورود فوتونها بایستی از رابطهٔ زیر بدست آید.

$$N = \frac{\epsilon_0 c}{h\nu}\overline{E^2}$$

اگر تعداد فوتونها (N) به حد کافی زیاد باشد، شخصی که به پرده نگاه می‌کند توزیع پیوستهٔ نور را که طرح آن با توزیع $\overline{E^2}$ مطابقت دارد، خواهد یافت و دلیلی وجود نخواهد داشت که در مورد نظریهٔ موجی نور تردید داشته باشد. اگر تعداد فوتونها (N) کم باشد ــ احتمالاً "آن‌قدر کم که هر دفعه فقط یک فوتون به پرده برسد ــ ناظر (یا به احتمال زیادتر وسائل اندازه‌گیریش) یک سری جرقه‌های تصادفی ظاهری را که دال بر پدیدهٔ کوانتمی نور است، خواهد یافت. اگر ناظر برای مدت کافی اثر جرقه‌ها را دنبال کند، پی می‌برد که طرحی که تشکیل می‌شود مانند قبل است. بدین ترتیب ناظر حق دارد نتیجه بگیرد که احتمال پیدا کردن یک فوتون در زمان و مکان معین به مقدار $\overline{E^2}$ آن محل بستگی دارد.

بحث فوق حتی در مورد آزمایش پراش دو شکافی با باریکهٔ نور ضعیفی که در هر دفعه فقط یک فوتون در دستگاه باشد، صادق است. هنگامی که از یک شکاف یا شکاف دیگر فقط یک فوتون می‌تواند عبور کند، چگونه مشخصهٔ طرح پراش به وجود می‌آید؟ فوتون چطور "می‌داند" که دو شکاف وجود دارد و راه ورود به پرده را چگونه تعیین می‌کند؟ یا سوال را به طریق دیگری مطرح می‌کنیم: چگونه ممکن است یک فوتون با خودش تداخل کند؟ به نظر می‌رسد بین تصور یک موج که در فضا پخش می‌شود و تصور یک فوتون که در یک ناحیهٔ خیلی کوچک متمرکز است تناقض وجود داشته باشد. این تناقض را می‌توانیم با در نظر گرفتن این که با هر فوتون، موجی همراه است، حل کنیم. شدت این موج در یک نقطهٔ خاص روی پرده بعد از آن که از میان هر دو شکاف بگذرد، احتمال رسیدن فوتون به آن نقطه را تعیین می‌کند. در یک واقعهٔ معین، نور یا ماهیت موجی و یا ماهیت ذره‌ای خود را نشان می‌دهد و هرگز هر دو ماهیت خود را به طور همزمان آشکار نمی‌کند. هنگامی که نور از شکافها عبور می‌کند، رفتار موجی دارد و موقعی که به پرده برخورد می‌کند، رفتار ذره‌ای خود را بروز می‌دهد.

نور ظاهراً" دارای مشخصهٔ دوگانه‌ای است: **نظریهٔ موجی و نظریهٔ کوانتمی نور مکمل یکدیگرند**. هر نظریه به تنهایی فقط قسمتی از موضوع است و تنها پدیده‌های معینی را شرح می‌دهد. "ماهیت اصلی" نور چیزی نیست که برحسب تجربهٔ روزمره قابل تصور باشد. همان

طور که در فصل ۳ خواهیم آموخت ، دوگانگی ذره ـ موج به وسیلهٔ اشیاء متحرک نشان داده می‌شود .

۲ـ۴ پرتو ایکس

پدیدهٔ فتو الکتریک ما را متقاعد می‌سازد که فوتونهای نور قادر به انتقال انرژی به الکترونها هستند . آیا عکس این فرآیند نیز امکان‌پذیر است؟ یعنی آیا تمام یا قسمتی از انرژی جنبشی یک الکترون متحرک می‌تواند به یک فوتون تبدیل شود؟ در ضمن ، نه تنها عکس پدیدهٔ فتوالکتریک روی می‌دهد ، بلکه این پدیده پیش از کار نظری پلانک و اینشتین کشف شده بود (گر چه به هیچ وجه درک نشده بود) .

در سال ۱۸۹۵ م . ویلهلم‌رونتگن[1] پی برد که هر گاه الکترونهای سریع به ماده‌ای برخورد کنند ، یک تابش نفوذ کنندهٔ خیلی قوی با ماهیتی مجهول تولید می‌شود . بزودی فهمیده شد که پرتوایکس‌حتی از میان میدانهای مغناطیسی و الکتریکی به صورت خط‌مستقیم می‌گذرد . از اجسام کدر بسهولت عبور می‌کند ، باعث درخشش مواد فسفرسانس[2] می‌شود و صفحات عکاسی را متأثر می‌سازد . هر چه سرعت الکترونهای اولیه بیشتر شود ، قابلیت نفوذی پرتو ایکس بیشتر می‌گردد و هر چه تعداد الکترونها بیشتر باشد ، شدت پرتوایکس زیادتر می‌شود .

قابلیت نفوذی پرتو ایکس قادر است ساختمان داخلی اشیایی نظیر موتور هواپیما را نشان دهد .

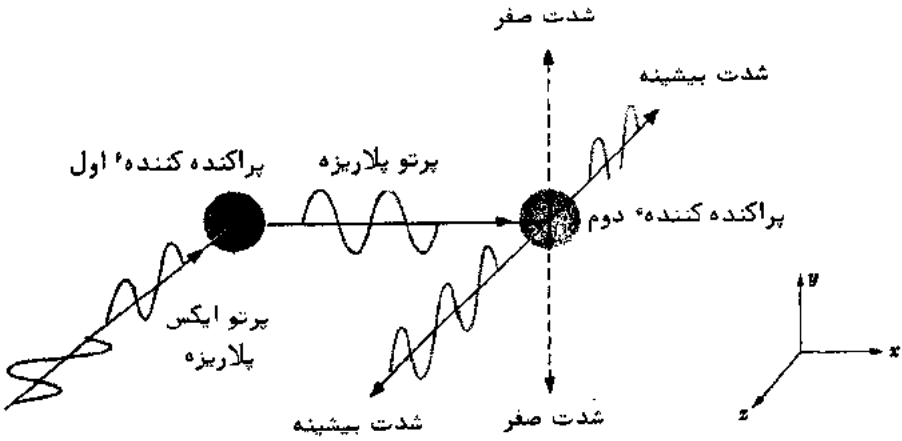
اندکی پس از این کشف ، در این مورد که پرتوهای ایکس امواج الکترو مغناطیسی باشند ،

---

1. Wilhelm Roentgen

2. Phosphorescent Substances

تردید به‌وجود آمد. درهرحال، نظریهٔ الکترومغناطیسی پیش‌بینی می‌کند که یک بار الکتریکی شتابدار، امواج الکترومغناطیسی ساطع می‌کند و یک الکترون متحرک سریع که ناگهان متوقف می‌گردد، مطمئناً" شتاب خواهد داشت و تابشی را که در این شرایط به وجود می‌آید، تابش ترمزی می‌نامند که به نام آلمانی برمش ترالانگ[1] مشهور است. درآزمایشهای اولیه، مشهود نبودن شکست پرتوایکس به واسطهٔ کوتاه بودن طول موج آن بود که از طول موج پرتو فرابنفش کمتر است، زیرا، ضریب شکست یک ماده (مطابق با انتشار نور در خط مستقیم) با کاهش طول موج به واحد نزدیک می‌شود.



شکل (۲ـ۵) آزمایش بارکلا[2] برای نشان دادن پلاریزاسیون پرتوایکس

طبیعت موجی بودن پرتوهای ایکس برای اولین بار درسال ۱۹۰۶ م. توسط بارکلا به وسیلهٔ آزمایش پلاریزاسیون[3] به اثبات رسید. ترتیب آزمایش بارکلا در شکل (۲ـ۵) رسم شده است. فرض می‌کنیم پرتوهای ایکس، امواج الکترومغناطیسی باشند. در سمت چپ یک باریکهٔ پرتو ایکس پلاریزه نشده در جهت z− حرکت کرد، و به یک قطعه کوچک کربن برخورد می‌کند. این پرتوها به وسیلهٔ کربن پخش می‌شوند، یعنی الکترونهای موجود در اتمهای

1. Bremsstrahlung
2. Barkla
3. Polarization

کربن به وسیلهٔ بردارهای الکتریکی پرتوهای ایکس به نوسان درمی‌آیند و پرتوهای ثانوی گسیل می‌شوند . چون بردار الکتریکی یک موج الکترومغناطیسی بر جهت انتشار خودش عمود است ، باریکهٔ اولیهٔ پرتوهای ایکس دارای بردارهای الکتریکی است که فقط در صفحهٔ xy قرار دارند . بنابراین ، الکترونهای هدف در صفحهٔ xy به نوسان درمی‌آیند . پرتوایکسی که در جهت x+ پراکنده‌شده است ، تنها در جهت y می‌تواند بردار الکتریکی داشته باشد و بنابراین پلاریزهٔ صفحه‌ای است . برای نشان دادن این پلارسزاسیون، یک قطعه کربن دیگر را ، مثل سمت راست تصویر ، در مسیر پرتو قرار می‌دهیم . الکترونهای این قطعه منحصرا " در جهت y نوسان خواهند کرد و بنابراین پرتوهای ایکسی تابش می‌کنند که فقط در صفحهٔ xz منتشر می‌شوند و به هیچ وجه در جهت y منتشر نمی‌شوند . مشهود نبودن پرتوهای پراکندهٔ x در بیرون صفحهٔ xz ماهیت موجی بودن پرتوهای ایکس را تأیید کرد .

در سال ۱۹۱۲م . روشی برای اندازه‌گیری طول موج پرتوهای ایکس کشف شد . یک آزمایش پراش، ایده‌آل شناخته شده بود ، ولی همان طور که از بحث نور شناسی فیزیکی به خاطر می‌آوریم ، برای کسب نتیجهٔ رضایتبخش باید فاصلهٔ بین خطوط مجاور در شبکهٔ پراش به اندازهٔ طول موج نور باشد و توری‌هایی با این اندازه که برای پرتوهای ایکس لازم است نمی‌توانند ساخته شوند . با وجود این ، در سال ۱۹۱۲ م . ماکس فون لاوه[1] ، پی برد که طول موجهای در نظر گرفته شده برای پرتوهای ایکس در حدود همان فاصلهٔ بین اتمهای مجاور در بلورها ، که چند آنگستروم است ، می‌باشند . بنابراین ، او پیشنهاد کرد که برای پراش پرتوهای ایکس می‌توان از بلورهایی استفاده کرد که شبکه‌های منظم آنها بصورت یک نوع توری سه بعدی عمل می‌کند . یک سال بعد آزمایشهای مناسبی صورت گرفت و طبیعت موجی بودن پرتوهای ایکس به طرز موفقیت‌آمیزی ثابت شد . در این آزمایشها طول موج بین $1/3\times10^{-11}$ و $4/8\times10^{-11}$ متر ، یعنی بین ۰/۱۳ و ۰/۴۸ انگستروم ، پیدا شد که 10^{-4} برابر طول موج نور مرئی است و از این رو دارای کوانتم‌هایی با 10^{4} برابر پر انرژی تر از نور مرئی است . پراش پرتو ایکس را در قسمت ۲ـ۵ مطالعه خواهیم کرد .

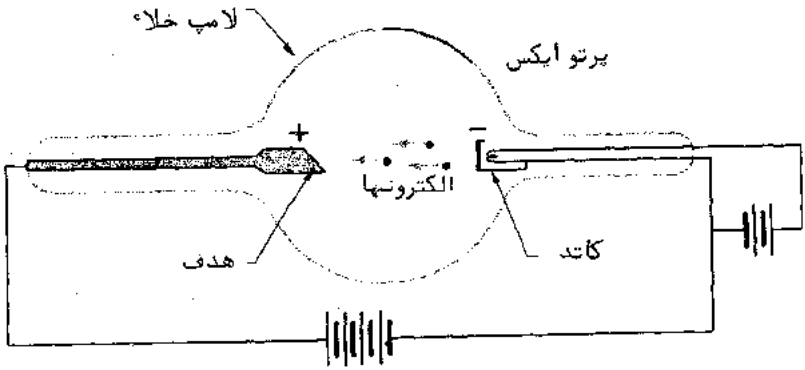
امروزه ، تابشهای الکترومغناطیسی که فاصلهٔ تقریبی طول موج آنها بین ۰/۱ تا ۱۰۰ آنگستروم است ، به عنوان پرتوهای ایکس رده بندی می‌شوند . این فاصله حد و مرز مشخصی ندارد : انتهای طول موج کوتاهتر قسمتی از پرتوهای گاما و انتهای طول موج بلندتر قسمتی از نور فرابنفش را می‌پوشاند .

شکل (۲ـ۶) نمودار لامپ پرتوایکس را نشان می‌دهد . کاتد به وسیلهٔ رشته‌ای که از آن

---

1. Max Von Laue

جریان الکتریسیته عبور می‌کند ، گرم می‌شود و در اثر گسیل گرمایونی [1] الکترونهای زیادی صادر می‌کند . اختلاف پتانسیل زیاد V بین کاتد و یک هدف فلزی موجب شتاب الکترونها به سمت این هدف می‌شود . سطح هدف نسبت به باریکهٔ الکترون دارای زاویه‌ای است و پرتوهای ایکس که از هدف خارج می‌شوند از بدنهٔ لامپ عبور می‌کنند . لامپ کاملا" تخلیه است تا الکترونها بدون هیچ مانعی به هدف برسند .



شکل (۲–۶) لامپ پرتوایکس

همان‌طورکه قبلا" متذکرشدیم ،نظریهٔ الکترومغناطیسی کلاسیکی پیش‌بینی می‌کندکه هنگامی که الکترونها شتاب داشته باشند ، تابش ترمزی تولید می‌شود و این امر ظاهرا" پرتوهای ایکس منتشر شده را هنگامی که الکترونهای سریع توسط هدف یک لامپ پرتوایکس متوقف می‌شوند ، توجیه می‌کند . با وجود این ، داده‌های آزمایش از بعضی جهات مهم به نحو رضایتبخشی با نظریهٔ کلاسیکی موافقت ندارند . شکل‌های (۲–۷) و (۲–۸) طیفهای پرتو ایکس را هنگامی که هدفهای تنگستن [2] و مولیبدن [3] در پتانسیل‌های شتاب دهندهٔ مختلفی به وسیلهٔ الکترونها بمباردمان می‌شوند ، نشان می‌دهند . در این منحنی‌ها دو نکتهٔ متمایز نهفته است که بر طبق نظریهٔ الکترومغناطیسی قابل بیان نیست :

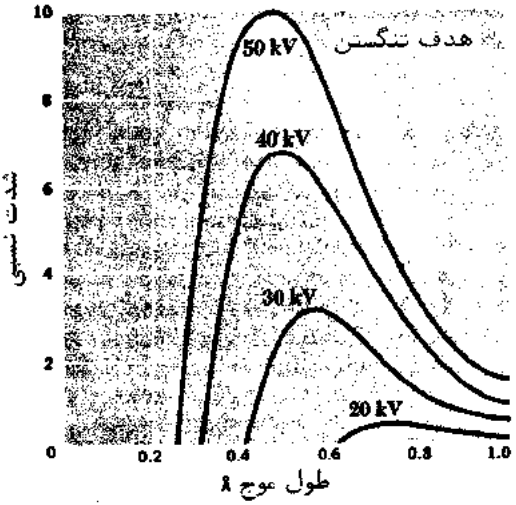
۱ – در مورد فلز مولیبدن ، در بعضی طول موجها قله‌های شدت مشخصی وجود دارد که

---

1. Thermionic Emission

2. Tungsten

3. Molybdenum



شکل (۲–۷) طیفهای پرتو ایکس فلز تنگستن در پتانسیلهای شتاب دهندهٔ مختلف

تولید زیاد پرتوهای ایکس را نشان می‌دهند . برای هر فلزی که در هدف به کار می‌رود یک چنین قله‌هایی در طول موجهای خاصی‌خواهیم داشت که از آرایش مجدد ساختمان اتمی فلز هدف که در اثر بمباردمان الکترونی نظم ساختمان آن به هم خورده است ، حاصل می‌شوند. بعداً" در مورد این پدیده بحث خواهیم کرد ؛ این جا نکتهٔ قابل توجه ، تولید پرتوهای ایکس با طول موجهای خاص است که به طور قطع یک پدیدهٔ غیر کلاسیکی می‌باشد به اضافهٔ تولید یک طیف پیوستهٔ پرتوهای ایکس.

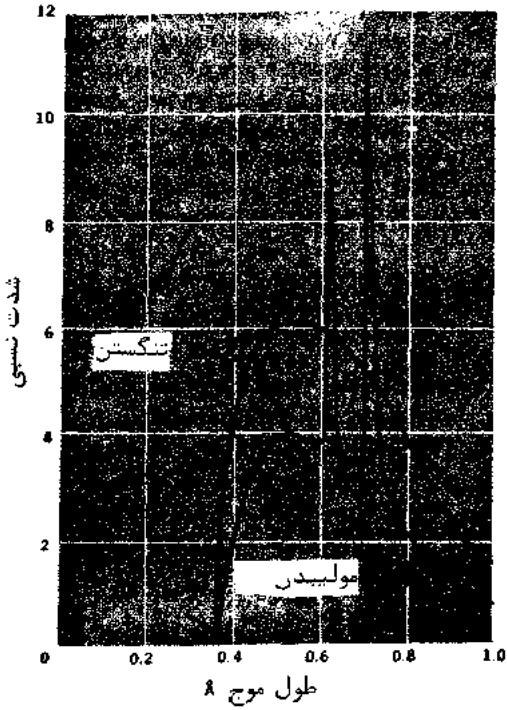
۲– پرتوهای ایکسی که در پتانسیل شتاب دهندهٔ معینی تولید شده‌اند ، دارای طول موجهای متفاوتی هستند ، اما هیچیک از این طول موجها کوتاهتر از یک اندازهٔ معین λ_{min} نیست . افزایش V سبب کاهش λ_{min} می‌گردد . در یک پتانسیل معین V ، مقدار λ_{min} برای هر دو فلز تنگستن و مولیبدن یکسان است دوآن[1] ، و هانت[2] از طریق تجربه کشف کردند که λ_{min} با V نسبت عکس دارد : رابطهٔ دقیق بین آنها عبارت است از :

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6}\ V \cdot m}{V} \qquad \text{تولید پرتو ایکس} \qquad (۲–۷)$$

---

1. Duane

2. Hunt



شکل (۲ـ۸) طیفهای پرتو ایکس فلز تنگستن و مولیبدن در پتانسیل شتاب دهندهٔ ۳۵ kV

با درنظرگرفتن نظریه کوانتمی تابش، مشاهدهٔ نکتهٔ شمارهٔ ۲ بسهولت درک می‌شود. بیشتر الکترونهایی که بر روی فلز هدف می‌تابند، پس از چندین برخورد، انرژی جنبشی خود را بتدریج از دست می‌دهند و این انرژی بسادگی به حرارت تبدیل می‌شود. (به این علت است که فلز هدف لامپهای پرتو ایکس از فلزاتی نظیر تنگستن که نقطهٔ ذوب بالایی دارد، انتخاب می‌شود و اغلب برای خنک کردن فلز هدف وسیلهٔ مؤثری به کار برده می‌شود.) با این وجود، تعدادی از الکترونها در یک برخورد منفرد با اتمهای فلز هدف، بیشتر یا تمام انرژی خود را ازدست‌می‌دهند و این همان انرژی است که به صورت پرتوهای ایکس ظاهر می‌شود. پس، تولید پرتوهای ایکس، به استثنای قله‌های ذکر شده در نکتهٔ شمارهٔ ۱، عکس پدیدهٔ فتوالکتریک است. به عوض این که انرژی فوتون تبدیل به انرژی جنبشی الکترون گردد، انرژی جنبشی الکترون تبدیل به انرژی فوتون می‌شود. هر قدر طول موج کوتاهتر باشد، بسامد بیشتر و هر چه بسامد بیشتر باشد انرژی فوتون $h\nu$ بیشتر خواهد بود. ازآن‌جاکه تابعهای کار تنها چند الکترون ولت هستند، درحالی که پتانسیل‌های

شتاب دهنده در لامپهای پرتو ایکس، ده‌ها یا صدها هزار ولت می‌شوند، از تابع کار می‌توانیم صرف نظر کنیم. حد طول موج کوتاه معادله (۲ـ۷) را می‌توان مطابق با حالتی که انرژی جنبشی کل یک الکترون بمباردمان کننده به یک فوتون با انرژی $h\nu_{max}$ تبدیل می‌شود، توجیه کرد، از این رو داریم:

$$eV = h\nu_{max} = \frac{hc}{\lambda_{min}}$$
$$\lambda_{min} = \frac{hc}{eV} = \frac{1.24 \times 10^{-6}\ V \cdot m}{V}$$

که فرمول دو آن ـ هانت معادلهٔ (۲ـ۷) است ـ و در واقع به جز واحدهای مختلف، همان معادلهٔ (۲ـ۵) است. بنابراین، مناسب است که تولید پرتو ایکس را به عنوان پدیده‌ای که عکس پدیده فتوالکتریک است، مورد ملاحظه قرار دهیم.

مسأله: مطلوب است کوتاهترین طول موج حاصل از تابش یک ماشین پرتو ایکس که پتانسیل شتاب دهندهٔ آن ۵۰٫۰۰۰ ولت است.

حل: از معادلهٔ (۲ـ۷) داریم:

$$\lambda_{min} = \frac{1.24 \times 10^{-6}\ V \cdot m}{5 \times 10^{4}\ V} = 2.5 \times 10^{-11}\ m = 0.25\ \text{Å}$$

بسامد این طول موج برابر است با:

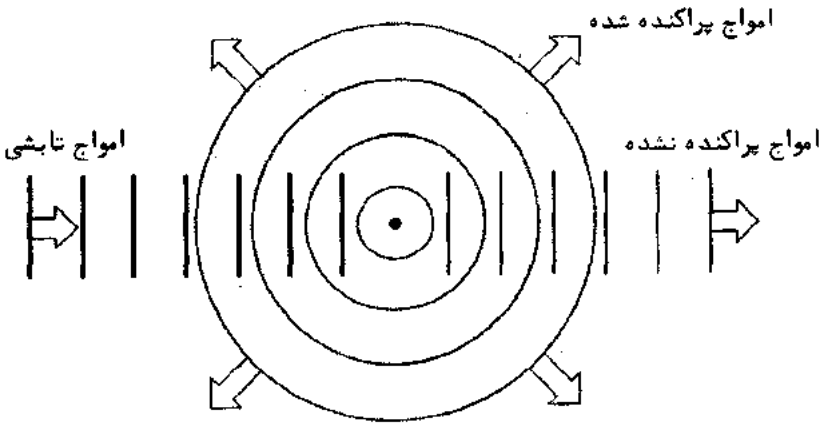
$$\nu_{max} = \frac{c}{\lambda_{min}} = \frac{3 \times 10^{8}\ m/s}{2.5 \times 10^{-11}\ m} = 1.2 \times 10^{19}\ Hz$$

۲ـ۵ پراش[1] پرتوایکس

اجازه دهید به این سؤال برگردیم که چگونه پرتوهای ایکس جزء امواج الکترومغناطیسی‌اند. بلور، ترکیب مجموعه‌ای منظم از اتمهایی است که هر یک از آنها قادر است امواج الکترومغناطیسی را که به آن برخورد می‌کنند، پراکنده سازد. مکانیسم تفرق[2] واضح است. یک اتم در یک

1. Diffraction
2. Scattering

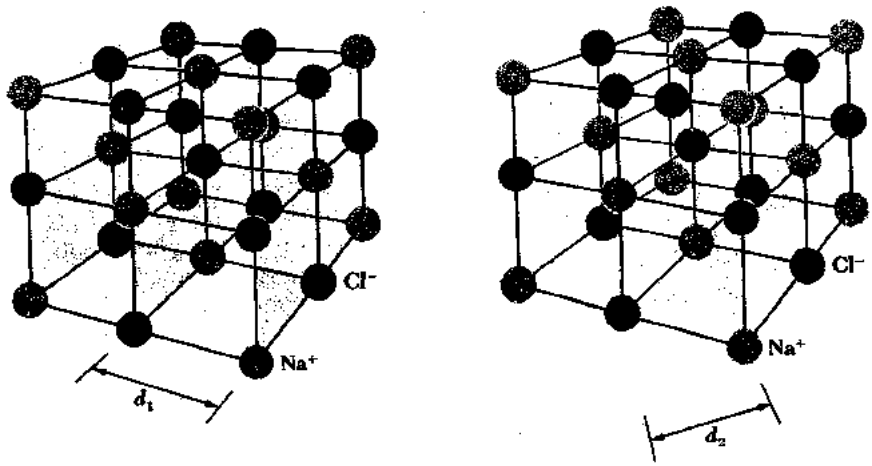
میدان الکتریکی ثابت پلاریزه می‌شود ، زیرا بر الکترونها با بار الکتریکی منفی و بر هسته با بار الکتریکی مثبت نیروهایی در دو جهت مخالف وارد می‌شود ؛ این نیروها نسبت به نیروهایی که صرف متحد نگهداشتن اتم می‌شوند ، ضعیفند و بنابراین نتیجه ، یک توزیع بار واپیچیده معادل یک دو قطبی الکتریکی است . در میدان الکتریکی متناوب که موج الکترومغناطیسی دارای بسامد ν است ، پلاریزاسیون با همان بسامد ν به عقب و جلو تغییر می‌کند . بدین ترتیب ، دو قطبی الکتریکی نوسان کننده با صرف مقداری از انرژی موج ورودی که به همین علت نیز دامنهٔ موج ورودی کاهش می‌یابد ، به وجود می‌آید . دو قطبی نوسان کننده به نوبهٔ خود ، امواج الکترومغناطیسی با بسامد ν را تابش می‌کند و این امواج ثانوی در تمام جهات ، بجز در امتداد محور دو قطبی ، منتشر می‌شوند . در یک مجموعه از اتمهایی که در معرض تابش نور غیر پلاریزه قرار می‌گیرند ، تابش ثانوی همسان[1] است ، زیرا شرکت اتمهای منفرد اتفاقی است . در اصطلاح موجی ، امواج ثانوی بجای جبههٔ موجی تخت امواج ورودی دارای جبههٔ موج کروی هستند (شکل ۲ـ۹) . پس فرآیند تفرق اتمهایی را در برمی‌گیرد که امواج تخت ورودی را جذب می‌کنندوبا همان بسامد امواج کروی را دوباره گسیل می‌دارند .



شکل (۲ـ۹) پراکنده شدن تابش الکترومغناطیسی به وسیلهٔ تعدادی از اتمها . امواج تخت ورودی به صورت امواج کروی دوباره گسیل می‌شوند .

1. Isotropic

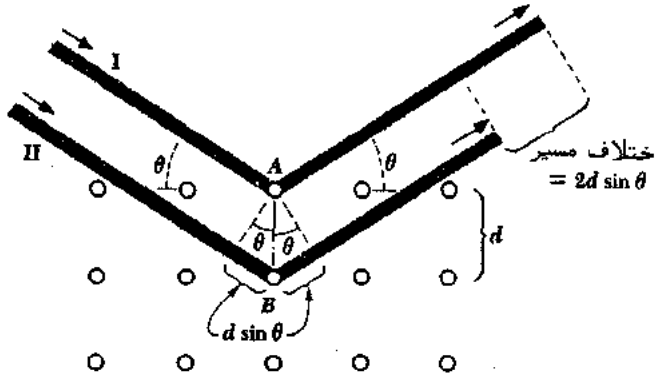
هرگاه یک باریکهٔ تک رنگ پرتوهای ایکس به یک بلور بتابد، در تمام جهات در داخل بلور پراکنده می‌شود، ولی چون بلور دارای ساختمان منظم اتمی است، امواج پراکنده‌شده در بعضی جهات یکدیگر را تقویت و در سایر جهات یکدیگر را تضعیف می‌کنند. مانند شکل (۲ـ۱۰)، اتمهای موجود در یک بلور را می‌توان به صورت گروههای معینی در صفحات موازی در نظر گرفت که هرگروه‌دارای جدایی مشخصه‌ای بین صفحات موازی است. این بررسی در سال ۱۹۱۳ م. به وسیله دبلیو. ال. براگ[1] مطرح شد و به احترام او این صفحات به



شکل (۲ـ ۱۰) دو مجموعه از صفحات براگ در یک بلور نمک طعام

صفحات براگ موسومند. شرایطی که تحت آن تابش به وسیلهٔ اتمهای بلور پراکنده می‌شود تا تداخل سازنده ایجاد کند، از نموداری مانند شکل (۲ـ۱۱) به دست می‌آید. یک باریکهٔ پرتو ایکس با طول موج λ به بلوری که فاصلهٔ صفحات براگ آن d است با زاویهٔ θ می‌تابد. باریکه، اتم A را در صفحهٔ اول و اتم B را در صفحهٔ دوم پشت سر می‌گذارد و هر یک از آنها قسمتی از باریکه را در جهات مختلف پراکنده می‌کند. تداخل سازنده فقط بین پرتوهای پراکنده شده‌ای صورت می‌گیرد که اولا" با هم موازی باشند و ثانیا" اختلاف مسیر آنها دقیقا" ۸، ۲۸، ۳۸ و غیره باشد. یعنی اختلاف مسیر باید $n\lambda$ باشد، که n یک عدد صحیح است. تنها پرتوهایی که به وسیله A و B پراکنده شده‌اند و این شرایط در مورد آنها صادق است،

1. W. L. Bragg



شکل (۲–۱۱) تفرق پرتو ایکس در یک بلور مکعب شکل

پرتوهای I وIIدر شکل (۲–۱۱)هستند . شرط اول در مورد پرتوهای I وII این است که باید زاویه‌ای که در آن پراکنده می‌شوند مساوی زاویهٔ تابش θ باریکهٔ اصلی باشد . (این‌شرط که مستقل از طول موج است ، مانند بازتاب معمولی در نورشناسی است : زاویهٔ تابش = زاویهٔ بازتاب) . شرط دوم این است که:

$$2d \sin \theta = n\lambda \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (۲–۸)$$

چون پرتوIIباید فاصلهٔ $2d\sin\theta$ را بیشتراز پرتو I بپیماید ، لذا عدد صحیح n مرتبهٔ باریکهٔ پراکنده شده را نشان می‌دهد .

شکل (۲–۱۲) طرح شمایی طیف سنج پرتو ایکس را که براساس تحلیل براگ است ، نشان می‌دهد . یک باریکهٔ موازی شده از پرتوهای ایکس تحت زاویهٔ θ به یک بلور می‌تابد وآشکار ساز طوری قرار داده می‌شود که پرتوهایی که در زاویهٔ θ پراکنده می‌شوند ، توسط آن ثبت شوند . بنابراین ،هر پرتو ایکسی که به آشکارساز برسد ، از شرط اول براگ پیروی می‌کند . هر گاه θ تغییر کند ، آشکار ساز قله‌های شدت را مطابق با مرتبه‌های پیش‌بینی شده توسط معادلهٔ (۲–۸) ، ثبت خواهد کرد ، اگر فاصلهٔ بین دو صفحهٔ مجاور براگ در بلور معلوم باشد ، طول موج پرتو ایکس λ قابل محاسبه خواهد بود .

چگونه می‌توان مقدارd را تعیین کرد ؟ درمورد بلورهایی که اتمهایشان به صورت شبکه‌های مکعبی شکل هستند ، مانند بلورهای نمک طعام که در شکل (۲–۱۰) نشان داده شده است این کار خیلی ساده است . فاصلهٔ اصلی که ما لازم داریم، d=d است ، زیرا با یک محاسبهٔ

سادهٔ هندسی، d_2 و هر فاصلهٔ دیگر بین سطوح براگ را می‌توانیم به دست آوریم. چون d فاصلهٔ بین اتمهای مجاور (یا کلی‌تر بگوییم، فاصلهٔ بین مراکز پراکندگی مجاور) در بلور است، در هر متر از محور بلور $1/d$ اتم و در هر متر مکعب کل بلور $1/d^3$ اتم وجود دارد. اگر جرم متوسط هر اتم را m و چگالی بلور را ρ فرض کنیم، پس داریم:

$$\rho = \frac{\text{جرم}}{\text{m}^3} = \frac{\text{اتم / جرم}}{1/(\text{اتمها / m}^3)} = \frac{m}{d^3}$$

و

$$d = \left(\frac{m}{\rho}\right)^{1/3}$$

برای محاسبهٔ m توجه داریم که جرم مولکولی M یک مادهٔ شیمیایی مرکب که عبارت از مجموع جرمهای اتمی عناصر تشکیل دهندهٔ آن است، برحسب واحدهای جرم اتمی (u) بیان می‌شود.

$$1\ \text{u} = 1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg}$$

اگر در هر مولکول K اتم وجود داشته باشد. سپس m برحسب کیلوگرم از فرمول زیر به دست می‌آید:

$$m = \text{جرم متوسط / اتم} = \frac{M}{K} \times (1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u})$$

و

$$d = \left[\frac{M}{K\rho} \times (1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u})\right]^{1/3} \qquad \text{فاصلهٔ اتمی} \qquad (۹-۲)$$

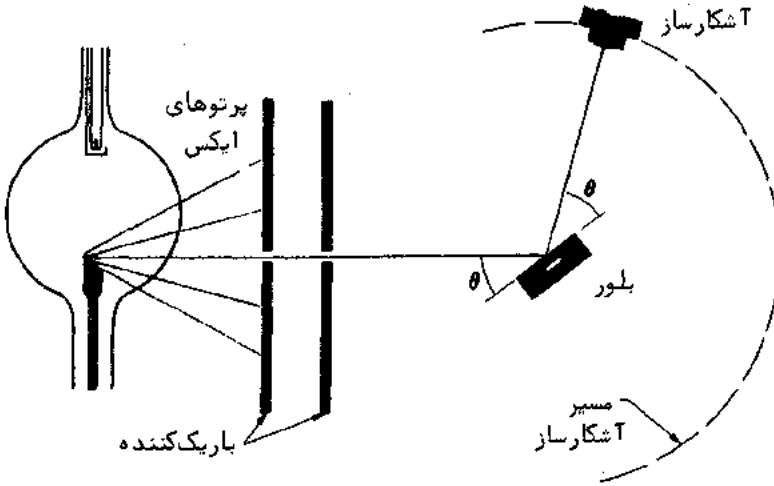
مسأله: مطلوب است جدایی اتمی یک بلور نمک طعام NaCl، که جرم مولکولی آن ۵۸/۵ و چگالی آن $۲/۱۶ \times ۱۰^{۳}\ \text{kg/m}^3$ است.

حل: هر مولکول NaCl از دو اتم تشکیل می‌شود (Cl + Na). با فرض این که $K = ۲$، داریم:

$$d = \left[\frac{M}{K\rho} \times (1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u})\right]^{1/3} = \left[\frac{58.5\ \text{u} \times (1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u})}{2 \times (2.16 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)}\right]^{1/3}$$

$$= (2.25 \times 10^{-29}\ \text{m}^3)^{1/3} = (22.5 \times 10^{-30}\ \text{m}^3)^{1/3}$$

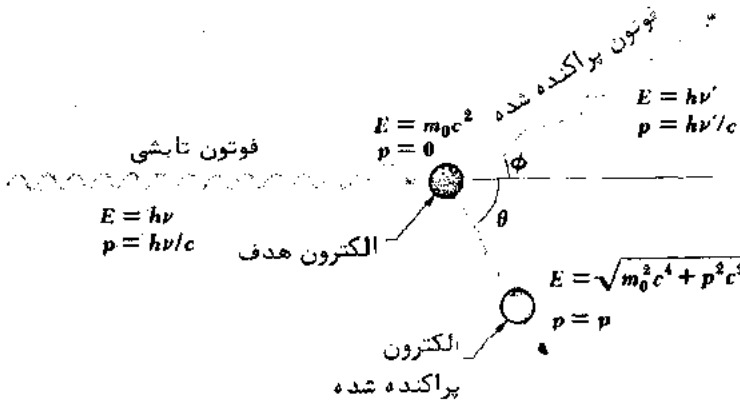
$$= 2.82 \times 10^{-10}\ \text{m} = 2.82\ \text{Å}$$



شکل (۲-۱۲) طیف‌سنج پرتوایکس

۲-۶ اثر کامپتون [1]

برطبق نظریهٔ کوانتمی نور، فوتونها مانند ذرات رفتار می‌کنند، با این تفاوت که جرم در حال سکون فوتونها صفر است. اگر این موضوع صحیح باشد، باید بتوان برخورد بین فوتون‌ها و مثلاً الکترون‌ها را مانند برخورد توپهای بیلیارد تحلیل کرد.



شکل (۲-۱۳) اثر کامپتون

1. Compton Effect

شکل (۲–۱۳) چگونگی برخورد یک فوتون پرتوایکس را با یک الکترون نشان می‌دهد (فرض بر این است که الکترون در ابتدا در سیستم مختصات آزمایشگاه ساکن باشد.) فوتون از مسیر اولیهٔ حرکتش منحرف شده، در حالی که الکترون در اثر ضربه شروع به حرکت می‌کند. در برخورد، فوتون ممکن است به نظر رسد که مقداری از انرژیش را از دست می‌دهد و این مقدار انرژی مساوی انرژی جنبشی K است که الکترون کسب می‌کند؛ هر چند که واقعاً" بجای یک فوتون، فوتونهای مجزا درگیر هستند. اگر فوتون اولیه دارای بسامد ν باشد، فوتون پراکنده شده بسامد کمتر ν' را خواهد داشت، لذا:

انرژی بدست آمده توسط الکترون = انرژی از دست داده شده توسط فوتون

$$h\nu - h\nu' = K \qquad (۲–۱۰)$$

در فصل ۱ فرمول زیر رابطهٔ بین اندازه حرکت یک ذرهٔ بدون جرم و انرژیش را نشان می‌دهد:

$$E = pc \qquad (۱–۲۴)$$

از آنجا که انرژی یک فوتون عبارت است از $h\nu$، اندازه حرکتش مساوی است با

$$p = \frac{E}{c} = \frac{h\nu}{c} \qquad \text{اندازه حرکت فوتون} \qquad (۲–۱۱)$$

اندازه حرکت، برخلاف انرژی، یک کمیت برداری است که علاوه بر بزرگی، جهت نیز دارد و در برخورد، اندازه حرکت باید در هر یک از دو جهت متقابل عمود بر هم پایسته شود (هرگاه بیش از دو جسم در برخورد شرکت داشته باشند. واضح است که اندازه حرکت باید در هر سه جهت متقابل عمود بر هم پایسته شود.)

جهاتی که در این جا ما انتخاب می‌کنیم، یکی جهت حرکت فوتون اولیه و یکی جهت عمود بر آن که در صفحه‌ای که در برگیرندهٔ الکترون و فوتون پراکنده شده است، می‌باشد. (شکل ۲–۱۳). اندازه حرکت فوتون اولیه $h\nu/c$ و اندازه حرکت فوتون پراکنده شده $h\nu'/c$ می‌باشد و اندازه حرکت اولیه و نهایی الکترون بترتیب 0 و p خواهد بود. در جهت فوتون اولیه داریم:

اندازه حرکت نهایی = اندازه حرکت اولیه

$$\frac{h\nu}{c} + 0 = \frac{h\nu'}{c}\cos\phi + p\cos\theta \qquad (۲–۱۲)$$

و در جهت عمود بر آن داریم

اندازه حرکت نهایی = اندازه حرکت اولیه

$$0 = \frac{h\nu'}{c} \sin \phi - p \sin \theta \qquad (۱۳-۲)$$

ϕ زاویهٔ بین جهت فوتون اولیه و فوتون پراکنده شده و θ زاویهٔ بین جهت فوتون اولیه و الکترون پس زده شده می‌باشد. اکنون از معادلات (۲-۱۰) و (۲-۱۲) و (۲-۱۳) فرمولی بدست می‌آید که اختلاف طول موج فوتون اولیه و فوتون پراکنده شده را به زاویهٔ بین جهت آنها ϕ ربط می‌دهد و هر دو کمیتهایی هستند که بسهولت قابل اندازه‌گیری‌اند.

قدم اول این است که دو معادلهٔ (۲-۱۲) و (۲-۱۳) را در c ضرب کنیم و آنها را دوباره به صورت زیر بنویسیم.

$$pc \cos \theta = h\nu - h\nu' \cos \phi$$
$$pc \sin \theta = h\nu' \sin \phi$$

با مجذور هر دو معادله و جمع آنها، زاویهٔ θ حذف می‌شود. لذا داریم

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') \cos \phi + (h\nu')^2 \qquad (۱۴-۲)$$

سپس دو عبارت زیر برای انرژی کل یک ذره از فصل ۱

$$E = K + m_0c^2$$
$$E = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2}$$

را مساوی هم قرار می‌دهیم تا به دست آوریم:

$$(K + m_0c^2)^2 = m_0^2c^4 + p^2c^2$$
$$p^2c^2 = K^2 + 2m_0c^2K$$

از آن‌جا که

$$K = h\nu - h\nu'$$

داریم:

$$p^2c^2 = (h\nu)^2 - 2(h\nu)(h\nu') + (h\nu')^2 + 2m_0c^2(h\nu - h\nu') \qquad (۱۵-۲)$$

با جانشین کردن این مقدار p^2c^2 در معادلهٔ (۲-۱۴)، خواهیم داشت

$$2m_0c^2(h\nu - h\nu') = 2(h\nu)(h\nu')(1 - \cos \phi) \qquad (۱۶-۲)$$

این رابطه هنگامی که به جای بسامد، با طول موج بیان شود، ساده‌تر است. طرفین معادلهٔ (۲ـ۱۶) را بر $2h^2c^2$ تقسیم می‌کنیم.

$$\frac{m_0c}{h}\left(\frac{\nu}{c}-\frac{\nu'}{c}\right)=\frac{\nu}{c}\frac{\nu'}{c}(1-\cos\phi)$$

چون $\nu/c = 1/\lambda$ و $\nu'/c = 1/\lambda'$

$$\frac{m_0c}{h}\left(\frac{1}{\lambda}-\frac{1}{\lambda'}\right)=\frac{1-\cos\phi}{\lambda\lambda'}$$

$$\lambda'-\lambda=\frac{h}{m_0c}(1-\cos\phi) \qquad \textbf{اثر کامپتون} \qquad (۲ـ۱۷)$$

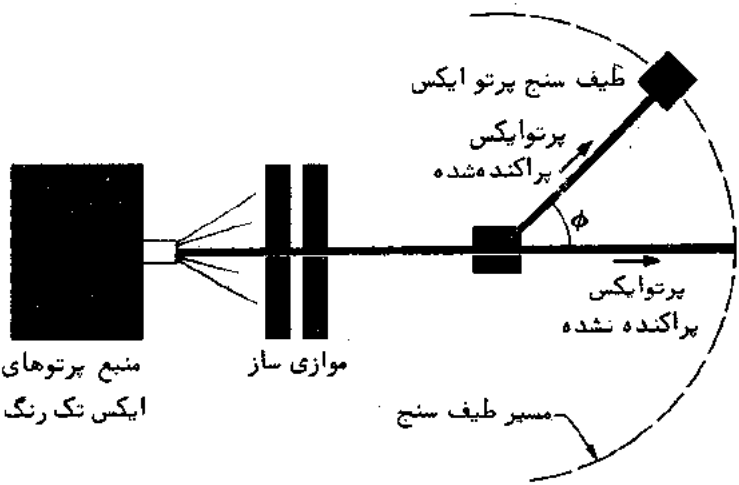
معادلهٔ (۲ـ۱۷) توسط آرتور اچ. کامپتون[1] در اوایل دههٔ ۱۹۲۰ م. به دست آمد و چون او اولین بار این پدیده را مورد بررسی قرار داد، این پدیده به اثر کامپتون معروف شد. اثر کامپتون دلیل محکمی برتأیید نظریهٔ کوانتمی تابش است.

معادلهٔ (۲ـ۱۷) تغییر در طول موج فوتونی را که پس از برخورد با یک ذره با جرم در حال سکون m_0 تحت زاویهٔ ϕ پراکنده می‌شود، به دست می‌دهد؛ این تغییر به طول موج λ فوتون تابشی بستگی ندارد. مقدار h/m_0c را **طول موج کامپتون** ذرهٔ پراکندگی می‌نامند که مقدار این طول موج برای یک الکترون ۰/۰۲۴۲۶ آنگستروم ($2/426\times10^{-12}$ m) است. از معادلهٔ (۲ـ۱۷) متوجه می‌شویم که بزرگترین تغییر طول موج هنگامی روی می‌دهد که $\phi = 180°$ باشد، در این حالت تغییر طول موج دو برابر طول موج کامپتون h/m_0c خواهد شد. چون طول موج کامپتون یک الکترون ۰/۰۲۴۲۶ آنگستروم است و حتی برای سایر ذرات به این جهت که جرم در حال سکون بیشتری دارند، کمتر می‌باشد، بیشینهٔ تغییر طول موج در پدیدهٔ کامپتون ۰/۰۴۸۵۲ آنگستروم خواهد بود. این تغییرات تنها در پرتوهای ایکس بسهولت قابل رؤیت است، زیرا تغییر در طول موج نور مرئی کمتر از ۰/۰۱ درصد طول موج اولیه است، در صورتی که برای پرتوهای ایکس با طول موج $\lambda = 1$ Å، تغییر در طول موج به چندین درصد بالغ می‌شود.

اثبات تجربی اثر کامپتون امری ساده است. همان طور که در شکل (۲ـ۱۴) مشاهده می‌شود یک باریکه از پرتوهای ایکس که دارای طول موج معینی است به هدف برخورد می‌کند و طول موجهای پرتوهای ایکس پراکنده شده در زاویه‌های متعدد ϕ معین می‌شوند. نتیجهٔ این آزمایش در شکل (۲ـ۱۵) نشان داده شده است و تغییر طول موجی را که به وسیلهٔ

1. Arthur H. Compton

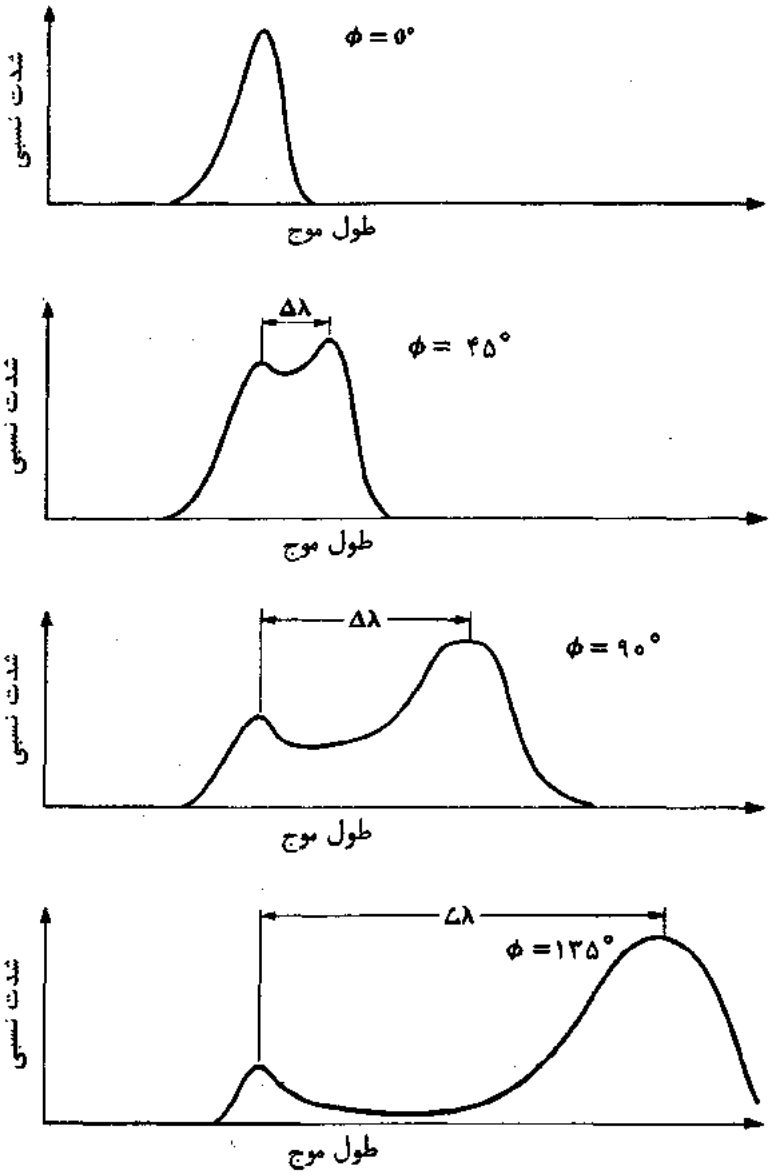
معادلهٔ (۲ـ۱۷) پیش‌بینی شده بود ارائه می‌دهد، اما در هر زاویه، پرتوهای ایکس پراکنده شده نیز دربرگیرندهٔ مقدارمعتنابهی از پرتوهایی هستند که دارای طول موج اولیه می‌باشند. فهم این موضوع مشکل نیست. برای به دست آوردن معادلهٔ (۲ـ۱۷) فرض بر این بود که ذرهٔ پراکندگی قادر باشد آزادانه حرکت کند، که این یک فرض منطقی بود، زیرا بسیاری از الکترونها در ماده پیوند ضعیفی با اتمهای مادر دارند. با وجوداین، سایر الکترونها پیوند محکمی با اتمها دارند و هنگامی که یک فوتون با آنها برخورد می‌کند، به جای این که یک الکترون پس زده‌شود کل اتم پس زده می‌شود. در این صورت مقدار m به‌کار رفته در معادلهٔ (۲ـ۱۷) به اندازهٔ جرم کل اتم است که در حدود دهها هزار برابر جرم یک الکترون می‌شود و در نتیجه جابجایی کامپتون آن قدر ناچیز می‌باشد که غیر قابل اندازه‌گیری است.



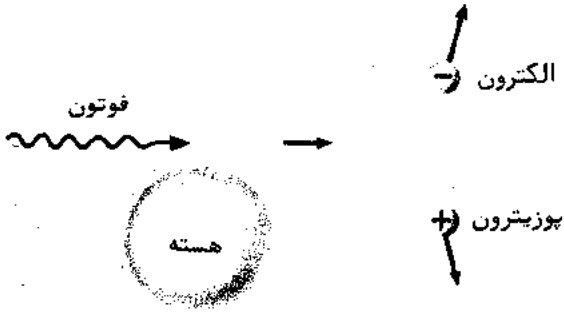
شکل (۲ـ۱۴) دستگاه آزمایش اثر کامپتون

۲ـ۷ تولید زوج

همان‌طور که مشاهده کرده‌ایم، یک فوتون می‌تواند تمام یا قسمتی از انرژیش $h\nu$ را به یک الکترون بدهد. همچنین ممکن است یک فوتون به یک الکترون و یک پوزیترون (الکترون مثبت) تبدیل شود و این فرآیندی است که در آن انرژی الکترو مغناطیسی به انرژی ساکن تبدیل می‌گردد. وقتی که یک زوج الکترون‌ـپوزیترون نزدیک یک هستهٔ اتمی تشکیل می‌شود،



شکل (۲–۱۵) پراکندگی کامپتون



شکل (۲ـ۱۶) تولید زوج

هیچ یک از اصول پایستگی نقض نمی‌گردد (شکل ۲ـ۱۶). همان طور که فوتون از نظر بار خنثی است، مجموع بارهای الکترون ($q=-e$) و پوزیترون ($q=+e$) صفر می‌باشد؛ انرژی کل شامل انرژی جرمی الکترون و پوزیترون[1] برابر انرژی فوتون خواهد بود و اندازه حرکت خطی با کمک هسته پایسته است، هسته به قدر کافی اندازه حرکت فوتون را برای انجام فرآیند حمل خواهد کرد ولی به علت جرم نسبةً زیاد آن کسری ناچیز از انرژی فوتون را در بر خواهد داشت. (اگر تولید زوج در فضای تهی روی می‌داد، انرژی و اندازه حرکت خطی هر دو نمی‌توانستند پایسته باشند، بنابراین پدیدهٔ فوق در فضای تهی روی نمی‌دهد.)

انرژی سکون m_0c^2 یک الکترون یا پوزیترون ۰/۵۱۸MeV است؛ از این رو حداقل انرژی فوتون مورد نیاز برای تولید زوج ۱/۰۲MeV می‌باشد. انرژی اضافی فوتون به انرژی جنبشی الکترون و پوزیترون تبدیل می‌شود. بیشینهٔ طول موج فوتون برای تولید زوج ۰/۰۱۲ آنگستروم است. امواج الکترو مغناطیسی با چنین طول موجهایی را پرتوهای گاما می‌نامند. در طبیعت، پرتوهای گاما را هسته‌های رادیوآکتیو گسیل می‌دارد و در پرتوهای کیهانی نیز دیده می‌شوند.

عکس تولید زوج هنگامی صورت می‌گیرد که یک الکترون و پوزیترون با هم نزدیک شوند و برای به‌وجود آوردن یک زوج فوتون، نابود شوند. جهت‌های فوتون به گونه‌ای است که انرژی و اندازه حرکت خطی پایسته می‌شوند و هیچ هسته یا ذرهٔ دیگری برای نابودی آنها لازم نمی‌باشد.

1. Positron

۲ـ۸ فوتونها و نیروی گرانی

همان‌طور که دیده‌ایم ، فوتونها در برخی موقعیتها رفتاری شبیه ذرات معمولی دارند. تا چه حد این شباهت وجود دارد ؟ مثلا" ، آیا فوتونها مانند ذراتی که جرم سکون دارند تحت تأثیر نیروی گرانی قرار می‌گیرند ؟ برای پاسخ به این سؤال باید به نظریهٔ نسبیت عام رجوع کنیم .

نظریهٔ نسبیت خاص با این هدف پدید آمد که قوانین فیزیک را به طریقی بیان کند که در تمام دستگاههای مرجع که با سرعت ثابت نسبت به یکدیگر در حرکتند ، صدق کند . در حقیقت ، این مطلب که قوانین فیزیک به این طریق می‌توانند بیان شوند ، اصل اول نسبیت خاص را تشکیل می‌دهد . نظریهٔ نسبیت عام که در سال ۱۹۱۵ م . توسط اینشتین مطرح شد ، اثرات حرکت شتابدار را بر روی آنچه که ما مشاهده می‌کنیم بررسی می‌کند و بینش عمیقی نسبت به پدیدهٔ گرانشی و ماهیت جهان ارائه می‌دهد .

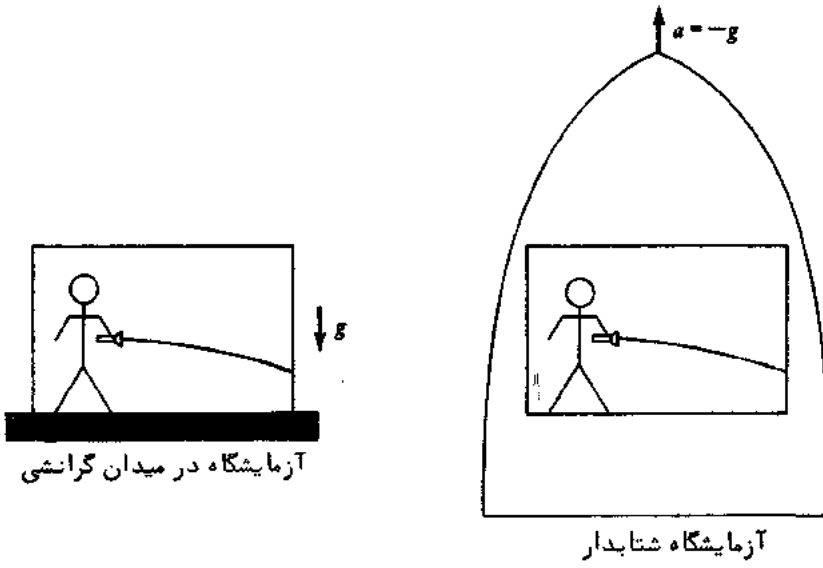
اصل هم ارزی در نظریهٔ عام یک اصل خیلی مهم است : **یک ناظر در یک آزمایشگاه در بسته نمی‌تواند اثرات تولید شده به وسیلهٔ یک میدان گرانشی و اثرات تولید شده‌دراثر یک شتاب آزمایشگاهی را تشخیص دهد .** این اصل از این مشاهدهٔ آزمایشی نتیجه می‌شود که جرم اینرسی‌یک شیء (بیشتراز ۱ در 10^{10}) برابر جرم گرانشی‌آن می‌باشد . تشخیص بین این دو نوع جرم به این طریق است که جرم اینرسی یک شیء واکنش‌آن شئ در مقابل نیروی اعمال شده را مشخص می‌کند ؛ جرم گرانشی شیء تعیین کنندهٔ نیرویی است که آن شیء را تحت تأثیر جاذبهٔ گرانشی شئ دیگر تجربه می‌کند .

از استدلال فوق چنین نتیجه می‌شود که نور باید تحت تأثیر گرانی باشد . نخست از مشاهده چنین نتیجه می‌شود که گر چه فوتون ، جرم سکون ندارد ، با وجود این در برخوردها طوری عمل می‌کند که گویی دارای جرم اینرسی زیر است .

$$m = \frac{p}{v} = \frac{h\nu}{c^2} \qquad \text{"جرم" فوتون} \qquad (۲ـ۱۸)$$

برای یک فوتون $p = h\nu/c$ و $v = c$ است . چون جرم گرانشی از جرم اینرسی قابل تفکیک نیست ، نور باید تابع گرانی باشد . متناوبا" می‌توانیم یک باریکهٔ نور را که از آزمایشگاه شتابداری عبور می‌کند در نظر بگیریم (شکل ۲ـ۱۷) آنگاه مسیر انحنا یافتهٔ باریکه نسبت به آزمایشگاه شتابدار باید مانند موقعی‌باشد که گوئی تحت تأثیر میدان گرانشی قرار گرفته است یعنی میدانی که با شتاب آزمایشگاه معادل است .

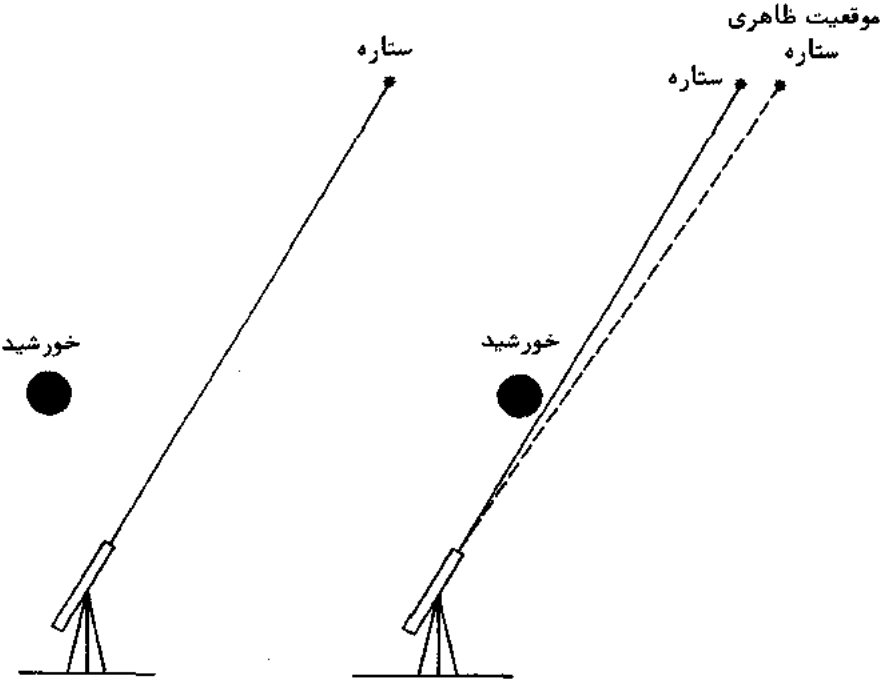
اگر نور تحت تأثیر گرانی باشد ، پس نوری که از نزدیک یک شیء سنگین نظیر خورشید



شکل (۲ــ۱۷) بر طبق اصل هم ارزی، وقایعی را که در یک آزمایشگاه شتابــدار روی می‌دهند نمی‌توان از وقایعی که در میدان گرانشی رخ می‌دهند تمیــز داد . از این رو ، انحراف یک باریکهٔ نور نسبت به ناظری در یک آزمایشگاه شتابدار به این معنی است که نور باید به طرز مشابهی در میدان گرانشی منحرف شود .

عبور می‌کند ، باید منحرف شود . انحراف پیش‌بینی شده برای نوری که از نزدیک خورشید عبور می‌کند $0/0005''$ است و در حقیقت در حین خورشید گرفتگی که قرص آن توسط ماه تاریک می‌شود ، چنین انحرافی در نور ستاره‌ای مشاهده می‌شود (شکل ۲ــ۱۸) روش عبارت است از مقایسهٔ موقعیت ستارگانی که در آسمان در موقع خورشید گرفتگی نزدیک خورشید هستند با موقعیت آنها در سایر مواقع که نورشان از نزدیک خورشید عبور نمی‌کند .

رفتار گرانشی نور را در آزمایشگاه نیز می‌توان نشان داد . وقتی سنگی به جرم m را از ارتفاع H نزدیک به سطح زمین رها می‌کنیم ، در حین سقوط کشش گرانشی زمین به سنگ شتاب می‌دهد و هنگامی که به سطح زمین می‌رسد انرژی mgH کسب خواهد کرد . انرژی جنبشی نهایی سنگ $\frac{1}{2}mv^2$ مساوی mgH خواهد شد ، بنابراین سرعت نهایی آن $\sqrt{2gH}$ خواهد بود . تمام فوتــونهــا با سرعت نور حرکت می‌کنند و بنابراین نمی‌توانند سریعتر از آن حرکت کنند . لکن ، فوتونی که از ارتفاع H سقوط می‌کند ، افزایش mgH در انرژیش را به طریق دیگری نمایان می‌سازد ، یعنی با افزایش بسامد از ν به ν' . چون تغییر بسامد از نظر مقیاس آزمایشگاهی بی‌نهایت



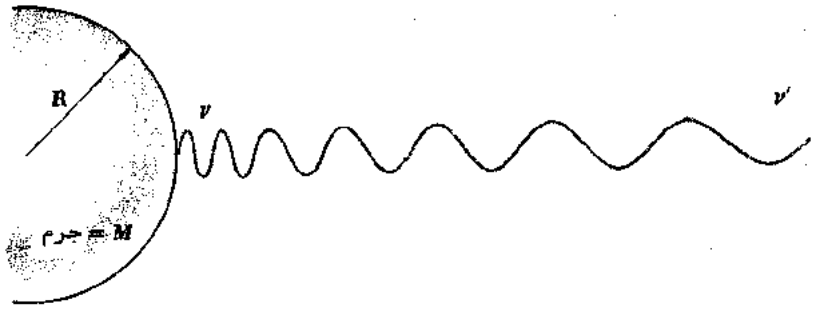
شکل (۲–۱۸) نور ستاره‌ای که از نزدیک خورشید عبور می‌کند توسط میدان گرانشی قوی خورشید منحرف می‌شود . انحراف در حین خورشید گرفتگی هنگامی که قرص خورشید توسط ماه تاریک می‌شود قابل اندازه‌گیری است .

کوچک است ، می‌توانیم تغییر مربوطه را در جرم $h\nu/c^2$ "فوتون" نادیده بگیریم و بنابراین خواهیم داشت :

$$h\nu' = h\nu + mgH = h\nu + \frac{h\nu gH}{c^2}$$
$$= h\nu\left(1 + \frac{gH}{c^2}\right) \qquad (۱۹-۲)$$

برای $H = ۲۰\,m$، تغییر بسامد نسبی عبارت است از :

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu' - \nu}{\nu} = \frac{gH}{c^2} = \frac{9.8\ m/s^2 \times 20\ m}{(3 \times 10^8\ m/s)^2}$$
$$= 2.2 \times 10^{-15}$$



شکل (۲ـ۱۹) یک فوتون که از سطح یک ستاره گسیل و از آن دور می‌شود بسامدش کاهش می‌یابد.

تغییر بسامد به این اندازه در مساعدترین شرایط قابل تشخیص است و درآزمایشهایی که از پرتوهای گاما استفاده می‌کنند معادلهٔ (۲ـ۱۹) تأیید شده است (به مسألهٔ ۲۷ رجوع کنید.)

رفتار گرانشی نور، پدیدهٔ نجومی جالبی را مطرح می‌سازد. اگر بسامد همراه با فوتونی که به سوی زمین در حرکت است، زیاد شود، آنگاه بسامد فوتونی که از زمین دور می‌شود، باید کم شود. میدان گرانشی زمین نسبت به میدان گرانشی بسیاری از ستارگان قوی نیست. همان‌طور که در شکل (۲ـ۱۹) نشان داده شده است، فرض کنید که ستاره‌ای به جرم M و شعاع R، فوتونی با بسامد اولیه ν گسیل می‌دارد. انرژی پتانسیل یک جرم m بر روی سطح ستاره برابر است با:

$$V = -\frac{GMm}{R}$$

علامت منفی به این علت است که نیروی بین M و m یک نیروی جاذبه است. بنابراین انرژی پتانسیل یک فوتون به "جرم" $h\nu/c^2$ بر روی سطح ستاره عبارت است از:

$$V = -\frac{GMh\nu}{c^2R}$$

و انرژی کل آن E برابر است با مجموع V و انرژی کوانتمی آن $h\nu$، یعنی

$$E = h\nu - \frac{GMh\nu}{c^2R} = h\nu\left(1 - \frac{GM}{c^2R}\right)$$

در فاصله‌ای بسیار دور از ستاره، مثلاً در روی زمین، فوتون در خارج از میدان گرانشی ستاره قرار می‌گیرد، اما انرژی کل آن همچنان ثابت می‌ماند. اکنون تمام انرژی فوتون الکترومغناطیسی است و بنابراین داریم:

$$E = h\nu'$$

که ν' بسامد فوتون ورودی بر روی زمین است. (انرژی پتانسیل فوتون در میدان گرانشی زمین در مقایسه با انرژی پتانسیل آن در میدان گرانشی ستاره ناچیز است) از این رو داریم:

$$h\nu' = h\nu\left(1 - \frac{GM}{c^2R}\right)$$

$$\frac{\nu'}{\nu} = 1 - \frac{GM}{c^2R}$$

$$\frac{\Delta\nu}{\nu} = \frac{\nu - \nu'}{\nu} = 1 - \frac{\nu'}{\nu} = \frac{GM}{c^2R} \qquad (۲-۲۰)$$

فوتون در روی زمین دارای بسامد پایین‌تری است که مطابق با کاهش انرژی فوتون است وقتی که میدان گرانشی ستاره را ترک می‌کند. بدین ترتیب، یک فوتون در محدودهٔ مرئی طیف به سمت انتهای قرمز منتقل می‌شود و این پدیده به انتقال به سوی قرمز گرانشی[1] معروف است. پدیدهٔ فوق باید از انتقال به سوی قرمز دوپلر که در طیف کهکشانهای دور به واسطهٔ دور شدن ظاهری‌شان از زمین مشاهده می‌شود، متمایز گردد، این دور شدن به گسترش کلی جهان مربوط می‌شود.

همان‌طور که در فصل چهارم خواهیم آموخت، هنگامی که اتمهای عنصری را بخوبی تحریک کنیم تنها فوتونهایی با بسامدهای خاص معینی گسیل می‌دارند. بنابراین، درستی معادلهٔ (۲-۲۰) را می‌توان از مقایسهٔ بسامدهای پیدا شده در طیف ستاره با بسامدهای حاصل در طیف آزمایشگاه مورد بررسی قرار داد. برای بیشتر ستارگان، از جمله خورشید، نسبت M/R بیش از حد، کوچک است، بنابراین، انتقال به سوی قرمز گرانشی نمایان نمی‌شود، اما برای گروهی از ستارگان که به کوتوله‌های سفید[2] معروفند، انتقال به سوی قرمز گرانشی قابل اندازه‌گیری است و این پدیده مشاهده شده است. یک کوتولهٔ سفید ستاره پیری است که از اتم‌هایی تشکیل شده که ساختمانهای الکترونی آنها فرو ریخته و بنابراین ستاره خیلی

---

1. Gravitational Red Shift

2. White dwarfs

کوچک گردیده است : مثلا "حجم یک کوتولهٔ سفید تقریبا" به اندازهٔ زمین است ، اما جرم آن به اندازهٔ جرم خورشید می‌باشد .

سؤال جالب این است که اگر ستاره‌ای آن قدر متراکم شود که $GM/c^2R \geq 1$ باشد ، چه روی می‌دهد ؟ اگر این مورد پیش بیاید ، از معادلهٔ (۲ــ۲۰) نتیجه می‌گیریم که هیچ فوتونی هرگز نمی‌تواند ستاره را ترک کند ، زیرا برای ترک ستاره ، فوتون به انرژیی بیش از انرژی اولیه‌اش $h\nu$ نیاز دارد . چنین ستاره‌ای نمی‌تواند نور بتاباند و بنابراین نامرئی و مانند یک **سیاه‌چال**[1] در فضا خواهد بود . (در وضعیتی که در آن انرژی گرانشی با انرژی کل قابل‌قیاس است ، مثل انرژی گرانشی یک فوتون در سیاه چال ، نسبیت عام باید به تفصیل بکار برده شود . معیار صحیح برای این که ستاره‌ای یک سیاه چال باشد به مقدار GM/c^2R برمی‌گردد که چیزی کمتر از ۱ است) . سیاه چالی که عضوی از سیستم ستارهٔ دوتایی[2] است ، وجود خود را با اثر گرانشی خود بر روی عضو دیگر نشان خواهد داد . به علاوه میدان گرانشی قوی سیاه‌چال ماده را از فضا جذب خواهد کرد و در حین جذب ماده متراکم خواهد شد و دمای سیاه‌چال آن قدر زیاد خواهد شد که پرتوهای ایکس زیادی گسیل خواهد کرد . بسیاری از ستاره‌شناسان معتقدند که اگر یک شیء نامرئی سیاه چال باشد آن به دجاجه[3] X-۱ معروف است ؛ جرمش تقریبا" ۸ برابر جرم خورشید و شعاع آن در حدود ۱۰ کیلومتر می‌باشد . ناحیهٔ گسیل پرتو ایکس یک سیاه چال باید تا صدها کیلومتر به سمت خارج از سیاه چال ادامه داشته باشد .

مسائل

۱ــ مطلوبست محاسبه انرژی فوتونی که طول موج آن ۷۰۰۰ آنگستروم است .

۲ــ طول موج و بسامد فوتونی با انرژی ۱۰۰MeV را پیدا کنید .

۳ــ بسامد یک فرستندهٔ رادیویی ۱۰۰۰ واتی ، ۸۸۰kHz است . این فرستنده در هر ثانیه چند فوتون گسیل می‌دارد ؟

۴ــ در شرایط مناسب چشم انسان قادر است 10^{-18} ژول انرژی الکترومغناطیسی را آشکار سازد . چه تعداد فوتون با طول موج ۶۰۰۰Å این را نشان می‌دهند ؟

۵ ــ فاصلهٔ خورشید تا زمین $1/5\times10^{11}m$ است . نور خورشید به میزان $1/4\times10^{3}W/m^2$ بر سطح عمود بر جهت نور به زمین می‌رسد . فرض کنید که نور خورشید تک رنگ بوده و

---

1. Black Hole
2. Double-Star System
3. Cygnus

بسامد آن 5×10^{14} Hz باشد. (الف) در هر ثانیه چه تعداد فوتون بر یک متر مربع از سطح زمین که مستقیما" رو به خورشید قرار می‌گیرد، فرود می‌آید؟ (ب) توان خروجی خورشید چقدر است و در هر ثانیه چه تعداد فوتون گسیل می‌دارد؟ (ج) در یک متر مکعب نزدیک سطح زمین چه تعداد فوتون وجود دارد؟

۶ـ یک گوی نقره‌ای را به وسیلهٔ نخی در یک محفظهٔ خلاء آویزان می‌کنیم و نور فرا بنفش با طول موج ۲۰۰۰Å به آن می‌تابانیم. توپ چه پتانسیل الکتریکی کسب خواهد کرد؟

۷ـ طول موج آستانه برای تنگستن در گسیل فتوالکتریک ۲۳۰۰ آنگستروم است. برای این که بیشینه انرژی الکترونهای صادره ۱/۵ eV باشد، طول موج نور لازم را حساب کنید.

۸ـ بسامد آستانه برای مس در گسیل فتوالکتریک $1/1\times10^{15}$Hz است. بیشینه انرژی فتوالکترونها را (برحسب الکترون ولت) هنگامی که نور با بسامد $1/5\times10^{15}$ Hz بر سطح مس می‌تابد، پیدا کنید.

۹ـ مطلوبست محاسبهٔ پیشینهٔ طول موج نوری که موجب گسیل فتوالکترونهای سدیم می‌شود؟ اگر طول موج نوری که بر سطح فلز سدیم فرود می‌آید ۲۰۰۰ آنگستروم باشد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فتو الکترونها چقدر خواهد بود؟

۱۰ـ نوری با طول موج ۴۲۰۰ آنگستروم به میزان 5mW بر سطح فلز سزیم فرود می‌آید. اگر بازده کوانتمی (یعنی، اگر برای هر 10^{4} فوتون تابیده یک فتو الکترون گسیل شود) 10^{-4} باشد جریان فتو الکتریک را پیدا کنید.

۱۱ـ یک ماشین پرتو ایکس پرتوهایی با بسامد ۱/۰ آنگستروم تولید می‌کند. ولتاژ شتاب دهنده‌ای که ماشین به کار می‌برد، چقدر است؟

۱۲ـ فاصلهٔ بین دو سطح اتمی مجاور در بلور کربنات آهن[1] 3×10^{-10} m است. کوچکترین زاویهٔ بین این سطوح و یک باریکهٔ فرودی پرتو ایکس با بسامد ۳ آنگستروم که تحت این زاویه پرتوهای ایکس پراکنده شده بتوانند آشکار شوند، چقدر است؟

۱۳ـ کلرور پتاسیم (KCl) مانند کلرور سدیم بلورهای مکعبی تشکیل می‌دهد که جرم مخصوص آن $1/98\times10^{3}$ کیلوگرم بر متر مکعب است. (الف) فاصلهٔ بین اتمهای مجاور در بلور KCl را حساب کنید. (ب) کوچکترین زاویهٔ پراکندگی براگ برای پرتوهای ایکس با طول موج ۳ آنگستروم را پیدا کنید. جرم مولکولی KCl، ۷۴/۵۵ u است.

۱۴ـ اگر اندازه حرکت یک فوتون برابر اندازه حرکت یک پروتون با انرژی ۱۰MeV باشد، انرژی فوتون چقدر خواهد بود؟

---

1. Calcite

۱۵ ــ اگر اندازه حرکت یک فوتون پرتوایکس $1/1\times10^{-23}$ کیلوگرم متر بر ثانیه باشد، بسامد آن را حساب کنید.

۱۶ــ نشان دهید که غیر ممکن است یک فوتون تمام انرژی و اندازه حرکت خود را به یک الکترون آزاد بدهد، بلکه پدیدهٔ فتوالکتریک هنگامی روی می‌دهد که فوتونها به الکترونهای مقید برخورد کنند.

۱۷ــ یک باریکه از پرتوهای ایکس به وسیلهٔ الکترونهای آزاد پراکنده می‌شود. در امتداد 45° نسبت به پرتو تابشی پرتوهای ایکس پراکنده شده، دارای طول موج ۰/۰۲۲ آنگستروم می‌باشند طول‌موج پرتو تابشی چقدر است؟

۱۸ــ یک فوتون پرتو ایکس که بسامد اولیه‌اش $1/5\times10^{19}\,Hz$ بود پس از برخورد با یک الکترون دارای بسامد $1/2\times10^{19}\,Hz$ می‌شود. این فوتون چه‌مقدار انرژی جنبشی به الکترون می‌دهد؟

۱۹ــ یک فوتون پرتو ایکس با بسامد اولیهٔ $3\times10^{19}\,Hz$ با یک الکترون برخورد می‌کند و با زاویهٔ 90° پراکنده می‌شود. بسامد جدید فوتون را پیدا کنید.

۲۰ــ یک فوتون پرتو ایکس قادر است بیشینه انرژی ۵۰ keV را به یک الکترون بدهد. انرژی فوتون را پیدا کنید.

۲۱ــ یک پرتو ایکس تک رنگ که طول موج آن ۰/۵۵۸ آنگستروم است با زاویهٔ 46° پراکنده می‌شود. طول موج باریکهٔ پراکنده شده را حساب کنید.

۲۲ــ در بخش (۲ــ۵) فرض بر این بود پرتوهای ایکسی که به وسیلهٔ یک بلور پراکنده می‌شوند در طول موج آنها تغییری حاصل نشود. با محاسبهٔ طول موج کامپتون یک اتم سدیم و مقایسهٔ آن با پرتو ایکسی‌باطول موج ۱ آنگستروم، نشان دهید که این فرض منطقی است.

۲۳ــ ثابت کنید فوتونی که انرژی کافی برای تولید یک‌زوج‌الکترون‌ــ پوزیترون دارد در غیاب یک برهمکنش با جسم دیگری نمی‌تواند تحول فوق را انجام دهد. فرآیند را در دستگاه مرجع مرکز جرم زوج فرضی در نظر بگیرید.

۲۴ ــ یک پوزیترون به یک الکترون، که هر یک دارای انرژی جنبشی ۱ MeV می‌باشند، برخورد می‌کند و هر دو نابود می‌شوند. طول موج فوتونهای حاصل را پیدا کنید.

۲۵ــ جرم خورشید $2\times10^{30}\,kg$ و شعاع آن $7\times10^{8}\,m$ است. مطلوبست محاسبه تقریبی انتقال به سوی قرمزگرانشی در نوری با طول موج ۵۰۰۰Å که از خورشید گسیل می‌شود.

۲۶ــ از ستارهٔ کوتولهٔ سفید که جرم آن برابر جرم خورشید و شعاع آن مساوی شعاع زمین $6/4\times10^{6}\,m$ است، نوری با طول موج ۵۰۰۰Å گسیل می‌شود. مطلوبست محاسبهٔ

تقریبی انتقال به‌سوی قرمز گرانشی این نور.

۲۷ــ همان‌طور که در فصل ۱۲ بحث شده است، هسته‌های اتمی مشخصی در انتقال از حالت انرژی تحریک شده به حالت پایدار یا عادی خود فوتونهایی گسیل می‌دارند. این فوتونها پرتوهای گاما را تشکیل می‌دهند. هرگاه هسته، فوتونی گسیل دارد، در جهت مخالف فوتون پس زده می‌شود (الف) هستهٔ $^{57}_{27}Co$ توسط گیراندازی K به $^{57}_{21}Fe$ واپاشیده می‌گردد که سپس یک فوتون گسیل می‌دارد، تا با از دست دادن ۱۴/۴ keV به حالت پایدارش برسد. جرم یک اتم $^{57}_{26}Fe$، $9/5\times10^{-26}$ kg است چه مقدار انرژی فوتون از مقدار کل ۱۴/۴ keV انرژی قابل دسترس، در نتیجهٔ مشارکت انرژی با اتم پس زن کاهش می‌یابد؟ (ب) در بلورهای مشخصی، اتمها آن قدر مقید هستند که هنگامی که یک فوتون پرتو گاما، گسیل می‌شود بجای یک اتم منفرد، کل بلور پس زده می‌شود. این پدیده به اثر موسائر[1] معروف است. اگر هستهٔ $^{57}_{26}Fe$ تحریک شده قسمتی از یک بلور یک گرمی باشد، در این وضعیت انرژی فوتون به چقدر کاهش می‌یابد؟ (ج) اساساً گسیل پرتوهای گاما در وضعیتهایی نظیر (ب) به این معناست که تشکیل یک منبع با فوتونهای تک انرژی و در نتیجه تک رنگ ممکن است. چنین منبعی در آزمایش بخش (۲ــ۸) به کار برده شده است. بسامد اولیه و تغییر بسامد فوتون پرتو گاما با انرژی ۱۴/۴ keV هنگامی که در نزدیکی سطح زمین ۲۰ متر سقوط می‌کند، چقدر است؟

---

1. Mössbauer Effect

۳

خواص موجی ذرّات

۳ـ۱ امواج دبروی
۳ـ۲ تابع موج
۳ـ۳ سرعت موج دبروی
۳ـ۴ سرعتهای گروه و فاز
۳ـ۵ پراش ذره
۳ـ۶ ذره در جعبه
۳ـ۷ اصل عدم قطعیت
۳ـ۸ کاربرد اصل عدم قطعیت

خواص موجی ذرات

اگر به گذشته نگاهی بیفکنیم ، ممکن است تعجب کنیم که دو دهه از کشف خواص ذره‌ای امواج (۱۹۰۵ م .) گذشت تا در سال ۱۹۲۴ م . این تصور پیش‌آمد که ممکن است ذرات نیز از خود رفتار موجی نشان دهند . لکن ، فرضیهٔ ذره‌ای بودن امواج یک فرضیهٔ انقلابی است که برای توضیح داده‌های اسرارآمیزی از طریق تجربه پیشنهاد شد ، ولی‌فرضیهٔ موجی بودن ذرات نیز فرضیه‌ای است انقلابی که بدون داشتن‌زمینهٔ تجربی قوی پیشنهاد شد . فرضیهٔ دوم حاصل کاری است که درسال۱۹۲۴م‌لوئیزدبروی[1] انجام داد ، در این‌سال او نظر داد که ماده علاوه بر داشتن خواص ذره‌ای دارای خاصیت موجی نیز هست . هنگامی که این فرضیه توسط دبروی پیشنهاد شد جو حاکم بر مسائل علمی در مقایسه با آغاز قرن نوزدهم تفاوت زیادی پیدا کرده بود ، به طوری که فرضیهٔ او مورد توجه‌آمیخته به احترام قرار گرفت ، در صورتی که نظریهٔ کوانتمی نور که قبل از آن توسط پلانک و اینشتین پیشنهاد شد ، با وجودی که بر پایهٔ تجربیات محکمی استوار بود ، چندان توجه دانشمندان را بر نینگیخت . وجود امواج دبروی تا سال ۱۹۲۷ م . از طریق تجربی نشان داده شد و اصل دو گانگی که این امواج ارائه می‌کنند نقطه‌آغازی برای شرودینگر[2] بود تا مکانیک کوانتمی را یک سال قبل از آن با موفقیت توسعه دهد .

۳-۱ امواج دبروی

یک فوتون نور با بسامد ν دارای اندازه حرکت زیراست :

$$p = \frac{h\nu}{c}$$

که برحسب طول موج λ به این طریق بیان می‌شود .

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

---

1. Louis de Broglie

2. Schrödinger

چون $c = \lambda\nu$ است . بنابراین طول موج یک فوتون برحسب اندازه حرکتش از رابطهٔ زیر بـه دست می‌آید :

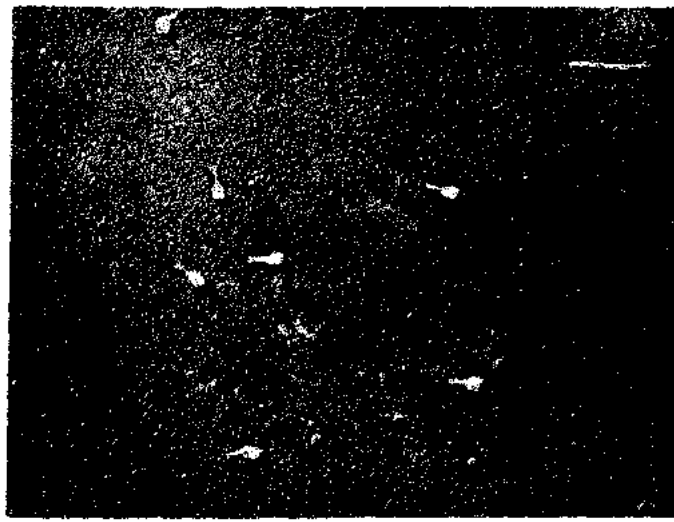
$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \text{طول موج فوتون} \qquad (۳-۱)$$

دبـروی پیـشنهاد کـرد که این یک فرمول کلی است که علاوه بر فوتون برای ذرات مادی نیز به کار می‌رود . اندازه حرکت یک ذره به جرم m و سرعت v عبارتست از $p=mv$ و طول موج دبروی آن از فرمول زیر بدست می‌آید .

$$\lambda = \frac{h}{mv} \qquad \text{طول موج دبروی} \qquad (۳-۲)$$

هر چه اندازه حرکت ذره بیشتر باشد ، طول موج آن کوتاهتر خواهد بود . در معادلهٔ (۳-۲) m جرم نسبیتی است.

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



شکل فوق یک تصویر میکروگراف الکترونی راکه تا ۸۰۰۰۰ بار بزرگ شده است مشاهده می‌کنید . چون طول امواج الکترونها در میکروسکوپهای الکترونی کوتاهتر از امواج نوری در میکروسکوپهای معمولی است ، از این رو با میکروسکوپهای الکترونی می‌توان تصاویری زنده و بسیار بزرگ تهیه کرد . در میکروسکوپهای الکترونی از حوزه‌های مغناطیسی برای تنظیم شعاع الکترونی استفاده می‌شود .

مسأله: مطلوبست محاسبهٔ طول امواج دبروی برای (الف) یک توپ گلف ۴۶ گرمی با سرعت ۳۰ m/s و (ب) یک الکترون با سرعت 10^7 m/s.

حل: (الف)

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}{0.046\ \mathrm{kg} \times 30\ \mathrm{m/s}} = 4.8 \times 10^{-34}\ \mathrm{m}$$

طول موج توپ گلف در مقایسه با ابعادش آن قدر کوچک است که انتظار رفتار موجی از آن را نداریم.

(ب) چون $m = m_0 = 9.1 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg},\ v \ll c$

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}{(9.1 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg}) \times (10^7\ \mathrm{m/s})} = 7.3 \times 10^{-11}\ \mathrm{m}$$

ابعاد اتم‌ها با این رقم قابل قیاس است ــ مثلاً، شعاع اتم هیدروژن $5/3 \times 10^{-11}$ m است ــ بنابراین عجیب نیست که مشخصهٔ موجی الکترونهای متحرک، کلید درک ساختار و رفتار اتمی است.

معادلهٔ (۳ــ۲) به وسیلهٔ آزمایشهایی که در آنها، پراش ذرات اتمی توسط بلورها صورت می‌گیرد، به اثبات رسیده است. قبل از این که در مورد چنین آزمایشی صحبت کنیم، بهتر است این سؤال را مورد بررسی قرار دهیم که چه نوع پدیدهٔ موجی در امواج مادی دبروی دست در کار است. در یک موج نوری، میدان الکترومغناطیسی در فضا و زمان تغییر می‌کند؛ در امواج صوتی، فشار در فضا و زمان متغیر است. تغییرات چه چیزی باعث تشکیل امواج دبروی می‌شود؟

۳ــ۲ تابع موج

کمیت متغیری که امواج دبروی را مشخص می‌کند، تابع موج نامیده می‌شود که با نماد ψ (حرف یونانی *psi*) نشان داده می‌شود. **مقدار تابع موج همراه با یک جسم متحرک در یک نقطهٔ مشخص به مختصات x، y و z در فضا در زمان t به احتمال یافتن آن ذره در آن نقطه و در آن زمان بستگی دارد.** لکن، خود تابع ψ به تنهائی معنی فیزیکی مستقیمی ندارد. دلیل ساده‌ای وجود دارد که نشان می‌دهد چرا نمی‌توان ψ را از طریق یک آزمایش تفسیر کرد: اگر P احتمال وجود یک ذره در زمان داده شده در نقطه‌ای باشد، این احتمال بین صفر و یک

تغییر می‌کند؛ که صفر، قطعی بودن عدم آن ذره را و ۱، قطعی بودن وجود آن را نشان می‌دهد. (به عنوان مثال، اگر احتمال ۰/۲ باشد، یعنی امکان پیدا کردن آن ذره ۲۰٪ است). اما ممکن است دامنهٔ هر موج مثبت یا منفی باشد و احتمال منفی معنی ندارد. از این رو، ψ خود نمی‌تواند یک کمیت قابل رؤیت باشد.

این اشکال در مورد مجذور قدر مطلق تابع موج $|\psi|^2$ که به **چگالی احتمال**[1] معروف است، وجود ندارد. **احتمال پیدا کردن جسمی توصیف شده توسط تابع موج ψ درنقطه‌ای به مختصات x، y و z در زمان t و بطور تجربی متناسب با مقدار $|\psi|^2$ در آن مکان در زمان t است.** مقدار بزرگ $|\psi|^2$ به این معنی است که امکان حضور ذره زیاد می‌باشد، در حالی که مقدار کوچک $|\psi|^2$ مبین این نکته است که امکان وجود ذره ضعیف می‌باشد. لکن، تا موقعی که $|\psi|^2$ در جایی صفر نباشد، شانس معینی، و گرچه خیلی کم برای پیدا کردن آن جسم در آن نقطه وجود دارد. این تفسیر برای اولین بارتوسط ماکس برن[2] درسال۱۹۲۶م. ارائه شد.

بین احتمال یک رویداد و خود آن رویداد تفاوت زیادی وجود دارد. گر چه در مورد تابع موجی صحبت خواهیم کرد که یک جسم را هنگامی که در فضا گسترده می‌شود، توصیف می‌کند، ولی این بدان معنی نیست که جسم خود گسترده می‌شود. مثلاً، هنگامی که برای آشکار کردن الکترونها، آزمایشی انجام می‌شود، کل یک الکترون در زمان و مکان معین پیدا می‌شود یا پیدا نمی‌شود؛ یعنی چیزی به عنوان ۲۰٪ یک الکترون وجود ندارد. با وجود این ۲۰٪ شانس پیدا کردن الکترون در آن زمان و مکان کاملاً وجود دارد و این احتمالی است که به وسیلهٔ $|\psi|^2$ مشخص می‌شود.

متناوباً، اگر یک آزمایش در برگیرندهٔ ذرات یکسان زیادی باشد که همگی به وسیلهٔ تابع موج یکسان ψ توصیف شده باشند، چگالی واقعی ذرات در نقطه‌ای به مختصات x، y و z در زمان t با مقدار متناظر $|\psi|^2$ متناسب خواهد بود. بین تابع موج ψ و چگالی ذراتی که تابع موج توصیف می‌کند رابطه‌ای وجود دارد. بهتر است این رابطه را با رابطه‌ای که بین میدان الکتریکی E یک موج الکترومغناطیسی و چگالی N فوتونهای وابسته به موج (که در بخش ۲ـ۳ بحث شده است) وجود دارد، مقایسه کنیم.

با وجود این که طول موج امواج دبروی که با یک جسم در حال حرکت همراه است از فرمول سادهٔ زیر بدست می‌آید:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

---

1. Probability Density

2. Max Born

پیدا کردن دامنهٔ آنها ψ برحسب تابعی از مکان و زمان، مسألهٔ دشواری را پیش می‌کشد. در مورد محاسبهٔ ψ در فصل ۵ بحث خواهیم کرد و سپس نظراتی را که در آن جا بطور مبسوط به کار رفته است، در مورد ساختار اتم در فصل ۶ ادامه خواهیم داد. تا آن موقع این طورفرض می‌کنیم که هرمقداردانشی را که در مورد تابع موج ψ در وضعیت کنونی لازم است دارا هستیم.

در صورتی که یک تابع موج ψ مختلط باشد، با دو جزء حقیقی و موهومی، برای پیدا کردن چگالی احتمال، تابع موج ψ را در مزدوج آن ψ^* ضرب می‌کنیم. برای به دست آوردن مزدوج مختلط[1] هر تابع، هر کجا که $i\ (=\sqrt{-1})$ ظاهر شود به جای آن $-i$ را قرارمی‌دهیم، هر تابع مختلط ψ به صورت زیر به دست می‌آید.

$$\psi = A + iB$$

که A و B تابعهای حقیقی هستند. مزدوج مختلط ψ^* از ψ عبارتست از:

$$\psi^* = A - iB$$

و بنابراین:

$$\psi^* \psi = A^2 - i^2B^2 = A^2 + B^2$$

از آن جا که $i^2 = -1$ است. از این رو همیشه $\psi^*\psi$ کمیتی حقیقی و مثبت می‌باشد.

۳-۳ سرعت موج دبروی

امواج دبروی با چه سرعتی حرکت می‌کنند؟ از آن جا که موج دبروی را به یک جسم در حال حرکت نسبت می‌دهیم، حرکت این موج با همان سرعت v جسم متحرک معقول به نظر می‌رسد. اگر سرعت موج دبروی را w بنامیم، برای تعیین مقدار w از فرمول زیر می‌توان استفاده کرد:

$$w = \nu\lambda$$

که این فرمول مقدار w را معین می‌کند و طول موج λ دقیقا" طول موج دبروی است:

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

برای پیدا کردن بسامد، عبارت کوانتمی $E = h\nu$ را مساوی فرمول نسبیتی برای انرژی کل

---

1. Complex Conjugate

$E = mc^2$ قرار می‌دهیم .

$$h\nu = mc^2$$
$$\nu = \frac{mc^2}{h}$$

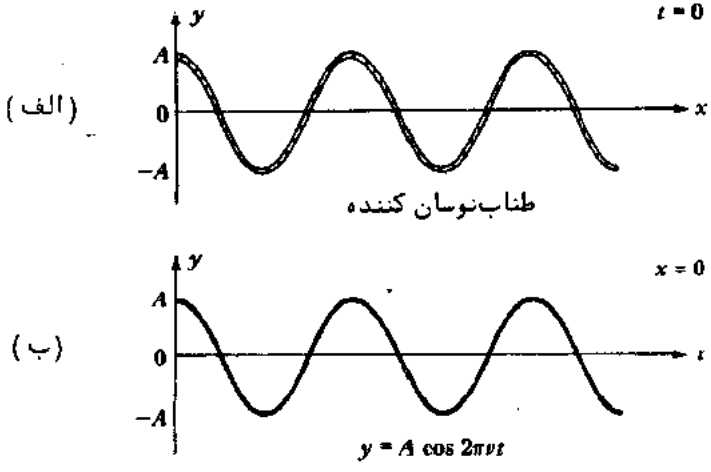
بنابراین ، سرعت موج دبروی عبارت است از :

$$w = \nu\lambda = \frac{mc^2}{h} \times \frac{h}{mv} = \frac{c^2}{v} \qquad (۳-۳)$$

از آن جا که سرعت ذره v باید کمتر از سرعت نور c باشد ، سرعت موج دبروی همیشه از c بزرگتر است ! برای درک این نتیجهٔ غیر منتظره ، باید تمایز بین سرعت فاز و سرعت گروه را مورد بررسی قرار دهیم (گاهی اوقات ، سرعت فاز سرعت موج نیز نامیده می‌شود) .

اکنون ، چگونگی توصیف امواج از نظر ریاضی را مرور می‌کنیم . برای روشن شدن مطلب ، همان‌طور که در شکل (۳-۱) نشان داده شده است ، طنابی را در نظر می‌گیریم که‌درامتداد محور x کشیده شده است و در جهت y نوسانهایی دارد . این نوسانها از نظرصفت مشخصهٔ هارمونیک ساده‌می‌باشند .اگر زمان $t = 0$ را انتخاب کنیم ، وقتی که جابجایی y طناب در $x = 0$ بیشینه است ، تغییر مکان آن در زمان آیندهٔ t در همان نقطه از فرمول زیر به دست خواهد آمد .

$$y = A \cos 2\pi\nu t \qquad (۴-۳)$$

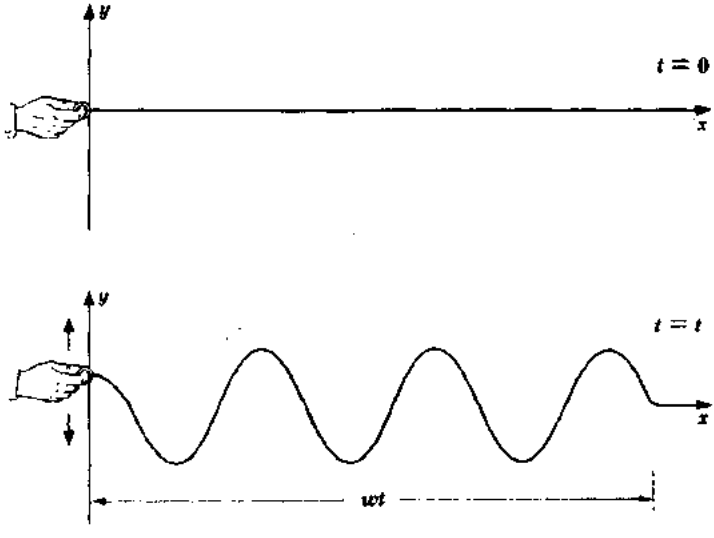


شکل (۳-۱) (الف) ظهوریک موج دریک‌طناب کشیده شده در زمان معین . (ب) چگونگی تغییر مکان یک نقطه بر روی طناب با زمان .

که در آن A دامنهٔ نوسانات (یعنی، بیشینهٔ جابجایی قائم آنها در هریک از دو طرف محور x) و ν بسامد آنها می‌باشد.

معادلهٔ (۳ـ۴) جابجایی یک نقطهٔ منفرد بر روی طناب را برحسب تابعی از زمان بیان می‌کند. لکن، تشریح کامل حرکت موج در یک طناب کشیده شده باید تغییر y در هر نقطهٔ روی طناب در هر زمانی را برای ما روشن کند. آنچه ما می‌خواهیم فرمولی است که y را به صورت تابعی از x و t نشان دهد. برای به دست آوردن چنین فرمولی، فرض می‌کنیم طناب را در نقطهٔ $x = 0$ وقتی $t = 0$ است تکان بدهیم، به طوری که موجی در جهت $+x$ شروع به حرکت کند (شکل ۳ـ۲). این موج دارای تندی w است که به خصوصیات طناب بستگی دارد. موج، مسافت $x = wt$ را در زمان t طی می‌کند؛ از این رو فاصلهٔ زمانی بین تشکیل موج در نقطهٔ $x = 0$ و ورود آن به نقطهٔ x برابر است با x/w. در نتیجه، تغییر مکان y طناب در نقطهٔ x و در زمان t دقیقاً مساوی تغییر مکان y در نقطهٔ $x = 0$ و درزمان جلوتر $t - x/w$ می‌باشد. در این صورت، با قرار دادن $t - x/w$ به جای t در معادلهٔ (۳ـ۴)، فرمول مورد نظر که y را برحسب s و t به دست می‌دهد، در اختیار خواهیم داشت:

$$y = A \cos 2\pi\nu\left(t - \frac{x}{w}\right) \qquad (۳ـ۵)$$



شکل (۳ـ۲) انتشار موج

درصورتی که $x=0$ باشد ، معادلهٔ (۳ـ۵) به صورت معادلهٔ (۳ـ۴) در خواهد آمد .
معادلهٔ (۳ـ۵) را به طریق زیر می‌توان نوشت :

$$y = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{\nu x}{w}\right)$$

چون

$$w = \nu\lambda$$

داریم :

$$y = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda}\right) \qquad (۳ـ۶)$$

کاربرد معادلهٔ (۳ـ۶) از معادلهٔ (۳ـ۵) راحت‌تر است .
لکن ، شاید دربسیاری ازجاها برای توصیف یک موج هنوز شکل دیگری از معادلهٔ (۳ـ۵) به‌کار رود . کمیتهای بسامد زاویه‌ای ω و عدد موجی k را به وسیلهٔ فرمولهای زیر تعریف می‌کنیم :

$$\omega = 2\pi\nu \qquad \text{بسامد زاویه‌ای} \qquad (۳ـ۷)$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{عدد موجی} \qquad (۳ـ۸)$$

$$= \frac{\omega}{w} \qquad (۳ـ۹)$$

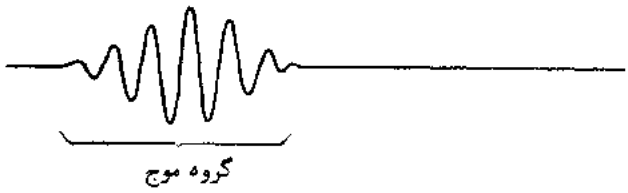
واحد ω رادیان بر ثانیه و واحد k رادیان بر متر است . بسامد زاویه‌ای ، نامش را از حرکت دورانی یکنواخت می‌گیرد ، یعنی ذره‌ای که روی یک دایره ν بار در ثانیه می‌چرخد زاویهٔ $2\pi\nu$ رادیان بر ثانیه را طی می‌کند . چون در یک موج کامل 2π رادیان وجود دارد ، عدد موجی برابر است با تعداد رادیانهای مطابق با یک قطار موج به طول ۱ متر . معادلهٔ (۳ـ۵) برحسب ω و k به صورت زیر نوشته می‌شود .

$$y = A \cos (\omega t - kx) \qquad (۳ـ۱۰)$$

در فضای سه بعدی ، k به بردار $\mathbf{k}$ عمود بر جبههٔ موج تبدیل می‌شود و به جای x ، بردار شعاعی $\mathbf{r}$ جایگزین می‌شود . سپس ضرب عددی $\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}$ به جای kx در معادلهٔ (۳ـ۱۰) به کار برده می‌شود .

۳ـ۴ـ سرعتهای فاز و گروه

دامنهٔ امواج دبروی مطابق با یک ذرهٔ متحرک، احتمال یافتن ذره در زمان و مکان معینی را نشان می‌دهد. واضح است که نمی‌توان امواج دبروی را تنها به وسیلهٔ یک فرمول همانند معادله (۳ـ۱۰) نشان داد، فرمولی که یک سری نامحدود از امواجی را توصیف می‌کند که همگی دامنهٔ یکسان A دارند. در عوض، انتظار داریم که نمایش موجی یک ذرهٔ متحرک، مطابق با یک بستهٔ موج یا یک گروه موج باشد، بسته یا گروهی که مانند شکل (۳ـ۳) امواج تشکیل دهندهٔ آن دامنه‌هایی دارند که احتمال‌یافتن ذره به‌آنها بستگی دارد.

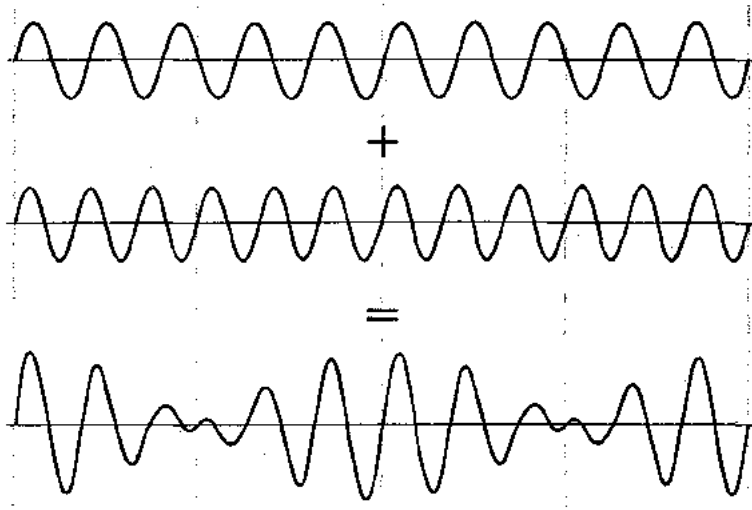


شکل (۳ـ۳) یک گروه موج

یک مثال آشنا در مورد چگونگی به وجود آمدن گروههای موج، ضربان است. هرگاه دو موج صوتی با دامنهٔ یکسان ولی با بسامدهایی که اندکی با هم متفاوتند، بطور همزمان تولید شوند صوتی که ما می‌شنویم دارای بسامدی برابر میانگین دو بسامد اولیه است و دامنه‌اش بطور متناوب کم و زیاد می‌شود. این تغییرات دامنه چند دفعه در ثانیه روی می‌دهد و برابر با تفاضل دو بسامد اولیه است. اگر فرضاً بسامد صوتهای اولیه ۴۴۰ و ۴۴۲ هرتز باشد، صوتی که ما می‌شنویم دارای بسامد ۴۴۱ هرتز خواهد بود که در هر ثانیه دو قلهٔ پر صدا به نام ضربان تولید می‌کند. در شکل (۳ـ۴) تولید ضربان نشان داده شده است

بنابراین، یک راه برای این که یک گروه موج را به طریق ریاضی توصیف کنیم این است که امواج منفردی را که دارای طول‌موجهای متفاوتی هستند با هم تلفیق کنیم، تداخل این امواج با هم سبب تغییر دامنه شده که این تغییر، شکل گروه موج را مشخص خواهد کرد. اگر سرعتهای امواج یکسان باشند، سرعتی که با آن گروه موج حرکت می‌کند سرعت موج معمولی است. لکن، اگر سرعت موج با طول موج تغییر کند (که در مورد امواج دبروی چنین است)، امواج منفرد مختلف، با هم حرکت نخواهند کرد و در نتیجه سرعت گروه موج با سرعتهای امواجی که آن را تشکیل می‌دهند متفاوت خواهد بود.

محاسبهٔ تندی u که با آن، گروه موج حرکت می‌کند، مشکل نیست؛ فرض کنیم یک گروه



شکل (۳ـ۴) ضربانها ازتلفیق دو موج با بسامدهای متفاوت تولید می‌شوند .

موج از ترکیب دو موج حاصل شود که دامنهٔ A یکسان داشته باشند ولی در بسامد زاویه‌ای به مقدار $d\omega$ و در عدد موجی به مقدار dk با یکدیگر متفاوت باشند . امواج اولیه را به وسیله فرمولهای زیر می‌توانیم نشان دهیم .

$$y_1 = A \cos(\omega t - kx)$$
$$y_2 = A \cos[(\omega + d\omega)t - (k + dk)x]$$

جابجائی y منتجه در هر زمان t و در هر موقعیت x از جمع y_1 و y_2 به دست می‌آید . با کمک اتحاد

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\tfrac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)$$

و رابطهٔ

$$\cos(-\theta) = \cos\theta$$

پی می‌بریم که :

$$y = y_1 + y_2$$
$$= 2A\cos\tfrac{1}{2}[(2\omega + d\omega)t - (2k + dk)x]\cos\tfrac{1}{2}(d\omega\, t - dk\, x)$$

چون $d\omega$ و dk در مقایسه با ω و k مقادیرکوچکی را تشکیل می‌دهند ، لذا داریم :

$$2\omega + d\omega \approx 2\omega$$
$$2k + dk \approx 2k$$

و

$$y = 2A\cos(\omega t - kx)\cos\left(\frac{d\omega}{2}t - \frac{dk}{2}x\right) \qquad \text{ضربانها} \qquad (۳-۱۱)$$

معادلهٔ (۳-۱۱) موجی را با بسامد زاویه‌ای ω و با عدد موجی k نشان می‌دهد که یک مدولاسیون[1] با بسامد زاویه‌ای $\frac{1}{2}d\omega$ و عدد موجی $\frac{1}{2}dk$ بر روی آن سوار است. همان گونه که در شکل (۳-۴) نشان داده شده است، در اثر مدولاسیون گروههای موج متوالی ایجاد می‌شوند. سرعت فاز w عبارت است از:

$$w = \frac{\omega}{k} \qquad \text{سرعت فاز} \qquad (۳-۱۲)$$

در حالی که سرعت گروه موج برابر است با

$$u = \frac{d\omega}{dk} \qquad \text{سرعت گروه} \qquad (۳-۱۳)$$

بسته به روشی که در آن سرعت فاز با عدد موجی در یک محیط خاص تغییر می‌کند سرعت گروه ممکن است بزرگتر یا کوچکتر از سرعت فاز باشد. اگر سرعت فاز w برای تمام طول موجها یکسان باشد، در این صورت سرعت گروه برابر سرعت فاز خواهد شد.

بسامد زاویه‌ای و عدد موجی امواج دبروی وابسته به یک ذره با جرم در حال سکون m_0 که با سرعت v حرکت می‌کند عبارتند از:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi mc^2}{h} = \frac{2\pi m_0c^2}{h\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{بسامد زاویه‌ای امواج دبروی} \qquad (۳-۱۴)$$

و

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi mv}{h} = \frac{2\pi m_0v}{h\sqrt{1 - v^2/c^2}} \qquad \text{عدد موجی امواج دبروی} \qquad (۳-۱۵)$$

---

1. Modulation

ω و k هر دو تابعی از سرعت v هستند . همان طور که قبلا " پیدا کردیم ، سرعت فاز عبارتست از $w = \frac{\omega}{k} = \frac{c^2}{v}$ که از سرعت ذره v وسرعت نور c بیشتر است ، زیرا $v < c$،
سرعت گروه u امواج دبروی وابسته به ذره برابر است با :

$$u = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d\omega/dv}{dk/dv}$$

اکنون

$$\frac{d\omega}{dv} = \frac{2\pi m_0 v}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

و

$$\frac{dk}{dv} = \frac{2\pi m_0}{h(1 - v^2/c^2)^{3/2}}$$

بنابراین ، سرعت گروه به طریق زیر نتیجه می‌شود :

$$u = v \qquad \text{سرعت گروه دبروی} \qquad (۳-۱۶)$$

گروه موج دبروی همراه با یک جسم متحرک با همان سرعت جسم حرکت می‌کند . سرعت فاز w امواج دبروی به خودی خود مفهوم فیزیکی ساده‌ای ندارد .

۳ــ ۵ پراش ذره

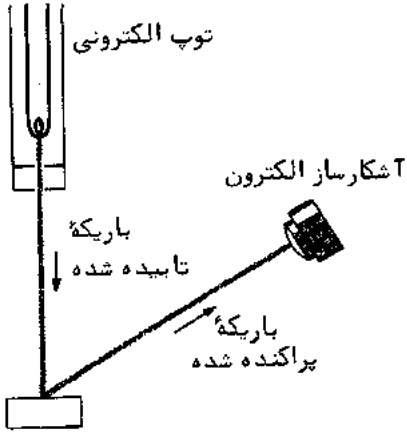
پراش یک پدیدهٔ موجی است که از نظر رفتار هیچ وجه تشابهی با ذرات نیوتنی ندارد. در سال ۱۹۲۷ م . داویسون[1] و ژرمر[2] در امریکا و گ . پ تامسون[3] در انگلستان جداگانه فرضیهٔ دبروی را مورد تأیید قرار دادند ونشان‌دادندکه هرگاه باریکه‌های الکترون به وسیلهٔ مجموعه‌های اتمی منظم بلورها پراکنده شوند ، این باریکه‌ها پراشیده می‌شوند . چون توجیه آزمایش داویسون و ژرمر آسانتر است ، آن را مورد بحث قرار خواهیم داد .

داویسون وژرمر با به کار بردن دستگاهی مانند شکل (۳ــ۵) در بارهٔ پراکندگی الکترونها از یک جسم سخت تحقیق می‌کردند ، انرژی الکترونها در باریکهٔ اولیه ، زاویه‌ای که باریکه‌ها با آن زاویه به هدف می‌تابند و موقعیت آشکار ساز ، همه قابل تغییر بود . فیزیک کلاسیک

---

1. Davisson
2. Germer
3. G. P. Thomson

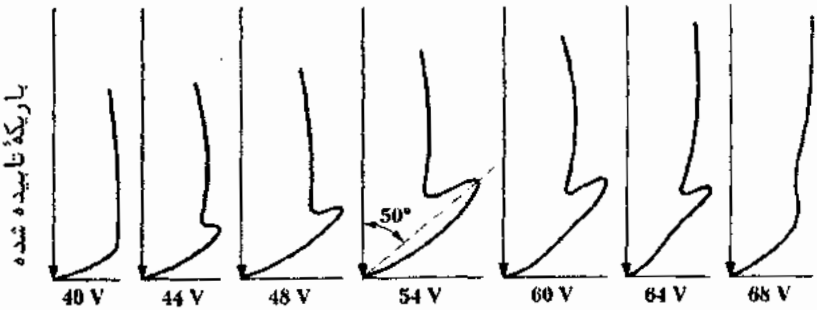
پیش‌بینی می‌کند که الکترونهـای پراکنده شده در تمام جهات خارج خواهند شد، تنها با یک وابستگی متعادل شدت به زاویهٔ پراکندگی و حتی وابستگی این شدت به انرژی الکترونهای اولیـه کمتر خواهد بود. داویسون و ژرمر با به کار بردن یک قطعه نیکل به‌عنوان‌فلز هدف، این پیش‌بینی‌ها را ثابت کردند.



شکل (۳ــ ۵) آزمایش د،

در حین آزمایش بطور اتفاقی هوا وارد دستگاه شد و سطح‌فلزاکسیده گردید. برای از بین بردن اکسیداسیون و پاک کردن نیکل، هدف را به کوره بردند و تا درجهٔ حرارت بسیار زیاد گرم کردند. بعد از این عمل، هدف را به دستگاه برگرداندند و اندازه‌گیریها دوباره شروع شد. اکنون نتایج آزمایش با آنچه که قبل از این رویداد به دست‌آمـده بود، کاملا" فرق داشت: به جای مشاهدهٔ تغییر یکنواخت شدت الکترون پراکنده شده با زاویه، بیشینه و کمینه‌های مشخصی مشاهده می‌شد که موقعیت آنها به انرژی الکترون بستگی داشت! شکل (۳ــ۶) نمونه‌ای از نمودارهای قطبی شدت الکترون پس از این رویداد را نشان می‌دهد؛ نمودارها طوری ترسیم شده‌اند که شدت در هر زاویه‌ای با فاصلهٔ منحنی از نقطهٔ پراکندگی متناسب‌است. اگر شدت برای تمام زاویه‌های پراکندگی یکسان باشد، منحنی‌ها بایستی دوایری باشند که مرکز آنها نقطهٔ پراکندگی است.

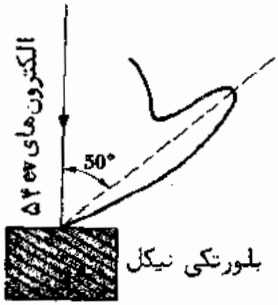
دو سؤال بلافاصله به ذهن خطور می‌کند: دلیل به وجود آمدن این اثر جدید چیست و چرا تا قبل از گرم کردن نیکل ظاهر نشد؟



شکل (۳ـ۶) نتایج آزمایش داویسون ـ ژرمر

فرضیهٔ دبروی این توجیه را مطرح کرد که همان‌طور که پرتوهای ایکس به وسیلهٔ صفحات اتمی در یک بلور پراکنده می‌شوند، امواج الکترونی نیز به وسیلهٔ هدف پراشیده می‌گردند. این تعبیر هنگامی مورد توجه قرار گرفت که دانشمندان دریافتند که گرم کردن یک قطعه‌نیکل در دمای زیاد سبب می‌شود که بلورهای‌منفردکوچک زیادی، که‌معمولاً آن قطعه را تشکیل می‌دهند، به یک بلور منفرد بزرگ تبدیل می‌شوند، بلوری که تمام اتم‌های آن در شبکه‌ای منظم قرار گرفته‌اند.

حال ببینیم می‌توان ثابت کرد که یافته‌های داویسون و ژرمر از امواج دبروی ناشی می‌شوند. در آزمایشی که انجام شد، یک باریکهٔ الکترون با انرژی ۵۴ الکترون ولت بطور عمودی به هدف نیکل تابانده شد و در زاویهٔ °۵۰ نسبت به باریکهٔ اصلی یک بیشینهٔ تیز در توزیع الکترون مشاهده شد. زاویه‌های تابش و پراکندگی نسبت به گروه صفحات براگ که در شکل (۳ـ۷) نشان داده شده°۶۵ است. فاصلهٔ بین صفحات این گروه که با پراش پرتوایکس



شکل (۳ـ۷) نتایج به دست آمده توسط داویسون و ژرمر، از پراش امواج دبروی به وسیلهٔ هدف، ناشی می‌شود.

قابل‌اندازه‌گیری است ، ۰/۹۱Å است . معادلهٔ براگ برای بیشینه‌ها در طرح پراش عبارت است از :

$$n\lambda = 2d \sin\theta$$

در این جا ۰/۹۱Å=d و ۶۵° =θ است ، با فرض این که n = 1 باشد ، طول موج دبروی الکترونهای پراشیده برابر است با :

$$\lambda = 2d \sin\theta = 2 \times 0.91 \text{ Å} \times \sin 65^\circ = 1.65 \text{ Å}$$

اکنون از فرمول دبروی استفاده می‌کنیم

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

تا طول موج الکترونها که مورد نظر است به دست آید ، چون انرژی جنبشی الکترون (۵۴ eV) در مقایسه با انرژی در حال سکون m_0c^2 آن ($5/1 \times 10^5$ eV) کوچک است ، از اثرات نسبیتی آن می‌توانیم صرف‌نظر کنیم ، چون :

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2$$

اندازه حرکت الکترون mv برابر است با :

$$\begin{aligned} mv &= \sqrt{2m\,K} \\ &= \sqrt{2 \times (9.1 \times 10^{-31}\text{ kg}) \times (54\text{ eV}) \times (1.6 \times 10^{-19}\text{ J/eV})} \\ &= 4.0 \times 10^{-24}\text{ kg} \cdot \text{m/s} \end{aligned}$$

بنابراین ، طول موج الکترون عبارت است از :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \times 10^{-34}\text{ J} \cdot \text{s}}{4.0 \times 10^{-24}\text{ kg} \cdot \text{m/s}} = 1.66 \times 10^{-10}\text{ m} = 1.66 \text{ Å}$$

که با طول موج مشاهده شده سازگاری دارد . بدین ترتیب ، آزمایش داویسون ــ ژرمر فرضیهٔ دبروی را در بارهٔ ماهیت موجی ذرات متحرک بطور مستقیم به اثبات می‌رساند .

تجزیه و تحلیل آزمایش داویسون ــ ژرمر به این سادگی که مورد بحث قرار گرفت نیست، زیرا هنگامی که الکترون وارد بلور می‌شود انرژیش به اندازهٔ تابع کار سطح بلور افزایش می‌یابد . از این رو ، تندیهای الکترون در داخل بلور بیشتر شده و طول موج دبروی مربوطه از مقادیر متناظر خارج از بلور کوتاهتر می‌شود . اشکال دیگر ، از تداخل امواجی که به‌وسیلهٔ صفحات مختلف براگ پراشیده می‌شوند ، ناشی می‌گردد و این امر به جای آن که صرفا "وقوع

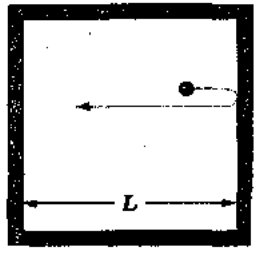
بیشینه‌ها را در هر ترکیبی که از معادلهٔ براگ تبعیت کند، ممکن سازد، وقوع آنها را در ترکیبات معین انرژی و زاویهٔ فرودی الکترون محدود می‌کند.

الکترونها تنها اجسامی نیستند که رفتار موجی آنها را می‌توان نشان داد. تفرق نوترونها و تفرق تمام اتمها وقتی توسط بلورهای مناسبی پراکنده می‌شوند مشاهده شده است و در حقیقت از پراش نوترونها مانند پراش پرتو ایکس و پراش الکترون برای بررسی ساختارهای بلور استفاده می‌کنند.

نظیر مورد امواج الکترو مغناطیسی، جنبه‌های ذره‌ای و موجی اجسام در حال حرکت را هرگز نمی‌توان بطور همزمان مشاهده کرد، به گونه‌ای که نمی‌توان مشخص کرد که کدام توصیف "صحیح" است. فقط می‌توانیم بگوییم که یک ذرهٔ متحرک در بعضی موقعیتها خصوصیات موجی و در موقعیتهای دیگر خصوصیات ذره‌ای از خود بروز می‌دهد. این که کدام مجموعه از خصوصیات بیشتر مشهود است، بستگی به چگونگی مقایسهٔ طول موج دبروی با ابعاد ذره دارد: طول موج ۱/۶۶A یک الکترون با انرژی ۵۴eV به اندازهٔ فاصلهٔ شبکه‌ای در بلورنیکل است. اما همان طورکه دربخش (۳ـ۱) دیدیم، طول موج یک توپ گلف که با سرعت ۳۰ m/s در حرکت است، فقط $۴/۸\times۱۰^{-۳۴}$m می‌باشد که بسیار کوچکتر از آن است که بتواند خاصیت موجی خودش را نشان دهد.

۳ـ۶ ذره در یک جعبه

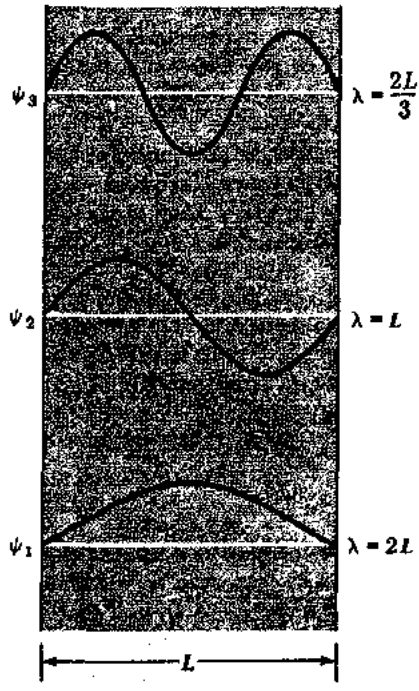
هرگاه یک ذرهٔ متحرک به‌جای این که بتواند آزادانه حرکت کند در یک فضا محدود باشد، ماهیت موجی آن به نتایج قابل ملاحظه‌ای منجر می‌گردد. همان طور که در شکل (۳ـ۸) نشان داده شده است، اولین موردی که پیش می‌آید، برخورد ذره به دیواره‌های جعبه است. فرض می‌کنیم که دیواره‌های جعبه کاملا" سخت است، بنابراین هر بار که ذره به دیواره برخورد



شکل (۳ـ۸) یک ذره که در یک جعبه به عرض L محبوس شده است.

کند انرژی از دست نمی‌دهد و فرض می‌کنیم سرعت آن کم است، به طوری که می‌توانیم از اثرات نسبیتی صرف نظر کنیم. گر چه این یک مدل ساده است، ولی همان‌طور که در فصل ۵ خواهد آمد برای این که به طرز مناسبی مورد تجزیه و تحلیل قرار گیرد، مستلزم محاسبات دقیق ریاضی است. با وجود این، حتی یک محاسبهٔ نسبة" ساده می‌تواند نتایج اساسی را آشکار سازد.

از نقطه‌نظر یک موج، ذره‌ای که در یک جعبه محصور شده، شبیه یک موج ساکن در طنابی است که بین دیواره‌های جعبه کشیده شده است. در هر دو مورد، متغیر موج (جابجایی عرضی برای طناب، تابع موج ψ برای ذرهٔ متحرک) در دیواره‌ها باید صفر باشد، زیرا امواج در آن جا متوقف می‌شوند. بنابراین، همان‌طور که در شکل (۳ـ۹) نشان داده شده است طول موجهای دبروی ذره که در جعبه می‌توانند وجود داشته باشند به وسیلهٔ عرض جعبه مشخص می‌شوند. بلندترین طول موج به وسیلهٔ مقادیر $\lambda = 2L$، $\lambda = L$، $\lambda = \frac{2L}{3}$ و غیره مشخص



شکل (۳ـ۹) توابع موج یک ذره محبوس در جعبه‌ای به عرض L

می‌شود . فرمول کلی برای به دست آوردن طول موجهای مجاز عبارت است از :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{طول موج دبروی ذره محبوس} \qquad (۱۷-۳)$$

از آن‌جا که $\lambda = h/mv$ می‌باشد، محدودیت‌هایی که از طریق عرض جعبه بر طول موج دبروی λ اعمال می‌شود ، معادل محدودیت‌هایی است که بر اندازه حرکت ذره و به نوبهٔ خود بر انرژی جنبشی آن اعمال می‌گردد . انرژی جنبشی یک ذره با اندازه حرکت mv برابر است با:

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 = \frac{(mv)^2}{2m}$$

از آن جا که $\lambda = h/mv,\ mv = h/\lambda$ و

$$K = \frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

طول موجهای مجاز عبارتست از $\lambda_n = 2L/n$ و چون در این طرح، ذره انرژی پتانسیل ندارد ، تنها انرژیهایی که می‌تواند داشته باشد عبارتند از :

$$E_n = \frac{n^2h^2}{8mL^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \textbf{ذره در یک جعبه} \qquad (۱۸-۳)$$

هر انرژی مجاز را تراز انرژی می‌نامند و عدد صحیح که تراز انرژی E_n را مشخص می‌کند عدد کوانتمی آن تراز نامیده می‌شود . برخلاف یک ذرهٔ آزاد ، یک ذرهٔ محبوس در یک جعبه نمی‌تواند دارای یک انرژی اختیاری باشد ؛ واقعیت محبوس بودن ذره به اعمال محدودیت‌هایی بر تابع موج آن منجر می‌شود که به ذره امکان می‌دهد فقط آن انرژیهایی را دارا باشد که به وسیلهٔ معادلهٔ (۳-۱۸) مشخص شده‌اند .

یک ذره در یک‌جعبه با دیواره‌های سخت یک مثال تصنعی است ، اما بطور کلی کوانتمش انرژیی که در آن جا یافت می‌شود ، صحیح است : ذره‌ای که در یک ناحیهٔ معینی از فضا محبوس می‌شود (حتی اگر این ناحیه حد و مرز کاملا" مشخصی نداشته باشد) تنها می‌تواند انرژیهای معینی را دارا باشد و نه هر انرژی را . این که این انرژیها دقیقا" چه مقدار هستند به جرم ذره و به جزئیات چگونگی محبوس شدن ذره بستگی دارد . در فصول آینده خواهیم دید که چگونه کوانتمش انرژی برای الکترونها در اتمها ، در مولکولها ، و در جامدات و برای پروتونها و نوترونها در هسته‌های اتمی روی می‌دهد .

یکی از جنبه‌های قابل توجه معادلهٔ (۳-۱۸) این است که اجازه نمی‌دهد ذرهٔ محبوس

دارای انرژی صفر گردد . اگر $E = 0$ باشد ، آنگاه Ψ در هر نقطهٔ جعبه صفر می‌شود یعنی چگالی احتمال $|\Psi|^2$ نیز صفر است : ذره در جعبه موجود نیست . چنانچه $E=0$ به عنوان یک مقدار ممکن برای یک ذرهٔ محبوس مستثنا شود ، همانند محدودیت E به مجموعه‌ای از مقادیر مجزا ، نتیجه‌ای است که مانند آن در مکانیک کلاسیک که تمام انرژیها از جمله صفر مجازند ، وجود ندارد .

چرا از وجود کوانتمش انرژی در تجربهٔ شخصی خودبی‌اطلاع هستیم ؟ مطمئنا " مهره‌ای که بین سطوح صاف یک جعبهٔ تراز شده می‌غلطد ، هر سرعتی را می‌تواند داشته باشد و بنابر این هر انرژی از جمله انرژی صفر را می‌توانیم به آن بدهیم . برای این که مطمئن شویم که معادلهٔ (۳ـ۱۸) ضمن این که بینش منحصر به فردی را در مورد مقیاس میکروسکوپی ارائه می‌دهد با مشاهدات مستقیم ما نیز در تضاد نیست ، ترازهای انرژی مجاز یک ذره در یک جعبه با ابعاد اتمی و سپس ترازهای انرژی یک ذره در یک جعبه با ابعادی ماکروسکپی[1] را محاسبه خواهیم کرد .

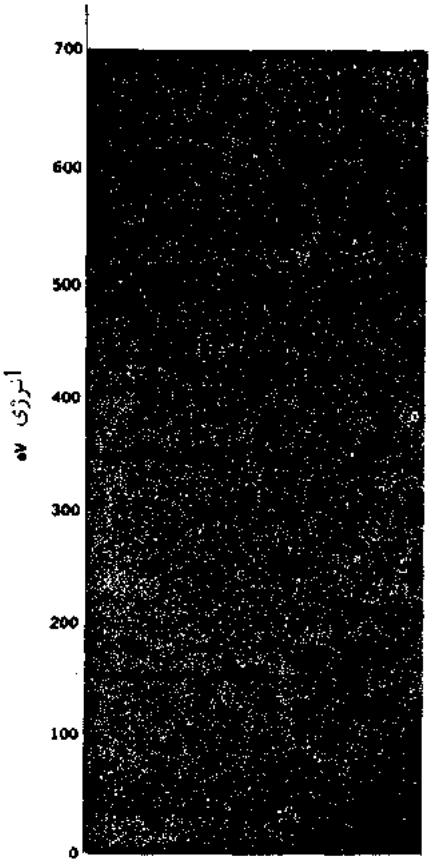
مسأله : مطلوبست محاسبهٔ ترازهای انرژی یک الکترون در جعبه‌ای به عرض ۱ آنگستروم .

حل : در این جا $L = 1\text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$ و $m = 9/1 \times 10^{-31}\ \text{kg}$ ، بنابراین انرژیهای مجاز الکترون برابر است با :

$$E_n = \frac{n^2 \times (6.626 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s})^2}{8 \times (9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}) \times (10^{-10}\ \text{m})^2} = 6.0 \times 10^{-18} n^2\ \text{J}$$
$$= 38 n^2\ \text{eV}$$

اگر $n = 1$ باشد ، انرژی کمینه‌ای که الکترون می‌تواند داشته باشد ۳۸ eV خواهد بود . در نتیجه ترازهای انرژی بطورمتوالی با $E_2 = 152\ \text{eV}$ ، $E_3 = 342\ \text{eV}$ و $E_4 = 608\ \text{eV}$ و غیره ادامه پیدا می‌کنند (شکل ۳ـ۱۰) . فاصلهٔ ترازهای انرژی به قدر کافی از هم زیاد است ، به طوری که این ترازها می‌توانند کوانتمش انرژی الکترون را در یک جعبه بوضوح نشان دهند ، در حقیقت ، اگر چنین جعبه‌ای وجود می‌داشت .

1. Macroscopic



شکل (۳–۱۰) ترازهای انرژی یک الکترون محبوس در جعبه‌ای به عرض ۱آنگستروم .

مسأله : مطلوبست محاسبهٔ ترازهای انرژی یک مهرهٔ ۱۰ گرمی در جعبه‌ای به عرض ۱۰ سانتیمتر .

حل : با داشتن $m = 10\ \text{g} = 10^{-2}\ \text{kg}$ and $L = 10\ \text{cm} = 10^{-1}\ \text{m}$,

$$E_n = \frac{n^2 \times (6.626 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s})^2}{8 \times (10^{-2}\ \text{kg}) \times (10^{-1}\ \text{m})^2} = 5.5 \times 10^{-64} n^2\ \text{J}$$

اگر $n = 1$ باشد،انرژی کمینه‌ای که مهره می‌تواند داشته باشد $۵/۵\times۱۰^{-۶۴}$ J است . یک مهره با چنین انرژی جنبشی تنها دارای تندی $۳/۳\times۱۰^{-۳۱}$ m/s می‌باشد و بنابراین به طور تجربی ، از یک مهرهٔ ساکن تشخیص داده نمی‌شود . تندی معقولی که یک مهره می‌تواند داشته باشد $\frac{1}{۳}$ m/s است ــ که با تراز انرژی

که عدد کوانتمی آن $n = 10^{30}$ باشد مطابقت دارد ! ترازهای انرژی مجاز آن قدر به هم نزدیکند که هیچ راهی وجود ندارد تا تعیین کنیم که آیا مهره می‌تواند هر انرژی را داشته باشد یا فقط می‌تواند انرژیهای به دست آمده توسط معادلهٔ (۳ـ۱۸) را به ما بدهد . از این رو اثرات کوانتمی در حوزهٔ تجارب روزمره غیر قابل مشاهده‌اند ؛ این امر موفقیت در این حوزهٔ مکانیک نیوتنی را بیان می‌کند.

۳ـ۷ـ اصل عدم قطعیت

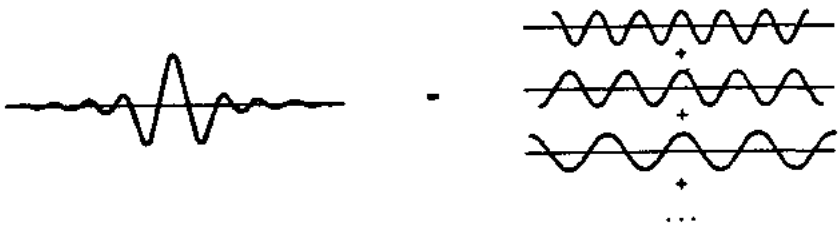
این واقعیت که یک ذرهٔ متحرک در شرایط خاصی باید به صورت یک گروه موج دوبروی در نظر گرفته شود و نه به صورت یک ذات تمرکز یافته ، در دقتی‌که می‌توانیم خصوصیات ذره را اندازه‌گیری کنیم ، بخصوص موقعیت و اندازه حرکت آن ، محدودیت اساسی ایجاد می‌کند. نخست اجازه دهید گروه موج شکل (۳ـ۳) را از یک دید حسی مورد بررسی قرار دهیم . هر چه گروه موج عریض‌تر باشد ، تعداد امواج آن بیشتر خواهد بود و شانس بهتری برای پیدا کردن طول موج و در نتیجه اندازه حرکت ذره وجود خواهد داشت . با وجود این ، چون ممکن است ذره در هر جایی در داخل گروه باشد ، مکان آن را با دقت نمی‌توان تعیین کرد . از طرف دیگر ، اگر گروه موج باریک باشد ، موقعیت ذره بخوبی ولی طول موج آن بسختی مشخص می‌شود . بین خطای ذاتی Δx در موقعیت ذره و خطای ذاتی Δp در اندازه حرکت آن رابطه‌ای دو جانبه وجود دارد : هر چه Δx کوچکتر شود ، Δp باید بزرگتر گردد و بالعکس. بدین ترتیب ، طبیعت موجی یک ذرهٔ متحرک یک حد پایین در حاصلضرب $\Delta x\ \Delta p$ ایجاد می‌کند .

یک تحلیل صوری ، نتیجهٔ به دست آمدهٔ فوق را مورد تأیید قرار می‌دهد و ما را قادر می‌سازد آن را بر یک اساس کمّی استوار کنیم . ساده‌ترین مثال برای تشکیل گروههای موج ، مثالی است که در بخش (۳ـ۴) ذکر شده است ، در این جا دو قطار موج از نظر بسامد زاویه‌ای ω و عدد موجی k اندکی با یکدیگر اختلاف دارند . همان‌طور که در شکل (۳ـ۴) نشان داده شده است ، از تداخل این دو قطار موج دسته‌هایی از گروههای امواج ایجاد می‌شوند . یک ذرهٔ متحرک با یک گروه موج و نه با گروههای متوالی از آنها متناظر است . اما یک گروه موج منفرد را نیز می‌توان برحسب تلفیق قطارهایی از امواج هماهنگ تصور کرد . لکن ، تعداد نامحدودی از قطارهای موج با بسامد ، عدد موجی و دامنه‌های مختلف برای یک گروه منفرد با شکل اختیاری لازم است .

در زمان معین t ، گروه موج $\psi(x)$ را می‌توان به وسیلهٔ انتگرال فوریه[1] نشان داد :

$$\Psi(x) = \int_0^\infty g(k) \cos kx \, dk \qquad (۱۹-۳)$$

در این عبارت تابع $g(k)$ بیان می‌کند که چگونه دامنهٔ امواجی که به $\psi(x)$ نسبت داده



شکل (۳-۱۱) یک گروه موج منزوی ، از تداخل تعداد زیادی از امواج با طول موجهای مختلف ناشی می‌شود . هر چه گروه موج باریکتر باشد ، گسترهٔ طول موجهای درگیر در گروه بیشتر می‌شود . بدین ترتیب یک گروه موج دبروی با عرض کم به این مفهوم است که موقعیت ذره بخوبی مشخص (Δx کوچک) ولی خطا در طول موج ذره زیاد است و بنابراین گروه موج خطای بزرگ Δp را در اندازه حرکت ذره نشان می‌دهد . گروه موج پهن به این معنی است که دقت اندازه‌گیری اندازه حرکت ذره ، بیشتر و دقت تعیین مکان ذره ، کمتر است .

می‌شوند با عدد موجی k تغییر می‌کنند . این تابع ، تبدیل فوریه[2] $\Psi(x)$ نامیده می‌شود و مانند $\Psi(x)$ گروه موج را کاملا " مشخص می‌کند .

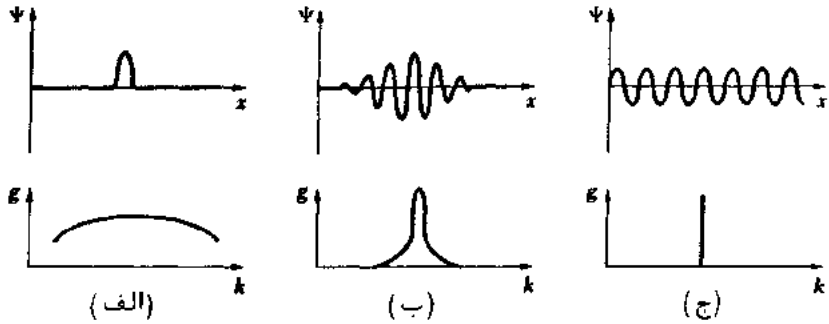
شکل (۳-۱۲) نمودارهایی از تبدیل فوریهٔ یک پالس و از یک گروه‌موج‌رانشان‌می‌دهد . برای مقایسه ، تبدیل فوریهٔ یک قطار از موجهای هماهنگ نامحدود نیز آورده شده است : البته در این حالت تنها یک عدد موجی وجود دارد .

به بیانی دقیقتر ، اعداد موجی لازم برای نشان دادن گروه موج ، از $k=0$ تا $k=\infty$ گسترش دارند ، ولی برای یک گروه با طول موج محدود Δx ، امواجی که دامنهٔ آنها $g(k)$ قابل ملاحظه است ، دارای اعداد موجی هستند که در فاصلهٔ معین Δk قرار می‌گیرند . همان‌گونه

---

1. Fourier Integral

2. Fourier Transform



شکل (۳–۱۲) توابع موج و تبدیل‌های فوریه برای (الف) یک پالس، (ب) یک گروه موج و (ج) یک قطار موج نامحدود. یک اختلال کوتاه مدت نسبت به یک اختلال بلند مدت، گستره پهن‌تری از بسامدها را لازم دارد تا آن را توصیف کند.

کـه شکـل (۳–۱۲) نشان می‌دهد، هر چه گروه موج کوتاهتر باشد، گستره اعداد موجی لازم برای توصیف موج وسیعتر می‌شود و بالعکس. رابطهٔ بین فاصلهٔ Δx و گستردگی عدد موج Δk بستگی به شکل گروه موج و به چگونگی تعریف Δx و Δk دارد. کمینهٔ حاصل ضرب $\Delta x \Delta k$ زمانی روی می‌دهد که گروه موج شکل یک تابع گوسی[1] را داشته باشد که در این حالت تبدیل فوریه نیز یک تابع گوسی خواهد بود. اگر Δx و Δk به عنوان انحراف معیار توابع مربوطه $\Psi(x)$ و $g(k)$ انتخـاب گردند، این مقدار کمینه عبارت است از $\Delta x \, \Delta k = \frac{1}{2}$. چون بطور کلـی گروههای امواج شکل گوسی (شکل زنگ) ندارند، بیان رابطهٔ بین Δx و Δk به طریق زیر به واقعیت نزدیکتر است.

$$\Delta x \, \Delta k \geq \tfrac{1}{2} \qquad (۳–۲۰)$$

طول موج دبروی یک ذره با اندازه حرکت p عبارت است از:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

عدد موجی مطابق با این طول موج برابر خواهد بود با:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi p}{h}$$

1. Gaussian Function

از این رو ، یک خطای Δk در عدد موجی امواج دبروی وابسته به یک ذره بر طبق فرمول زیر یک خطای Δp در اندازه حرکت ذره ایجاد می‌کند .

$$\Delta p = \frac{h\,\Delta k}{2\pi}$$

از آن جا که $\Delta x\,\Delta k \geq \frac{1}{2}$ ، $\Delta k \geq 1/(2\Delta x)$ و

$$\Delta x\,\Delta p \geq \frac{h}{4\pi} \qquad \text{اصل عدم قطعیت} \qquad (۲۱-۳)$$

این معادله فقط یکی از صورت‌های اصل عدم قطعیت است که اولین‌بار توسط ورنر هایزنبرگ[1] در سال ۱۹۲۷م . به دست آمد . این معادله بیان می‌کند که حاصل ضرب خطای Δx، مربوط به اندازه‌گیری موقعیت یک ذره در یک لحظه و خطای Δp مربوط به مؤلفهٔ اندازه حرکت آن در جهت x در همان لحظه برابر یا بزرگتر از $h/4\pi$ می‌باشد . تعیین موقعیت و اندازه حرکت یک ذره بطور همزمان غیر ممکن است . اگر مطالب را به گونه‌ای در نظر بگیریم که Δx ، مطابق با یک گروه موج باریک کوچک باشد ، در این صورت Δp بزرگ خواهد بود . اگر Δp را به طریقی کاهش دهیم ، پهن شدن گروه موج غیر قابل اجتناب است و در نتیجه Δx بزرگ می‌گردد . این خطاها از نامناسب بودن دستگاه ناشی نمی‌شوند ، بلکه به ماهیت نامعین کمیتهایی که دست‌اندرکارند ، مربوط می‌شوند . هر گونه خطای مربوط به ابزار یا آمار که در حین سنجش ایجاد می‌شود تنها سبب زیاد شدن حاصل ضرب $\Delta x\,\Delta p$ می‌شود .

مقدار $h/2\pi$ ، اغلب در فیزیک مدرن ظاهر می‌شود ، زیرا اصولاً " واحد اساسی اندازه حرکت زاویه‌ای محسوب می‌گردد . بنابراین ، مرسوم است که مقدار $h/2\pi$ را به اختصار با علامت $\hbar$ نشان دهیم :

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$$

از این پس به‌جای $\frac{h}{2\pi}$ از علامت $\hbar$ استفاده خواهیم کرد . اصل عدم قطعیت برحسب $\hbar$ عبارت است از :

$$\Delta x\,\Delta p \geq \frac{\hbar}{2} \qquad \text{اصل عدم قطعیت} \qquad (۲۲-۳)$$

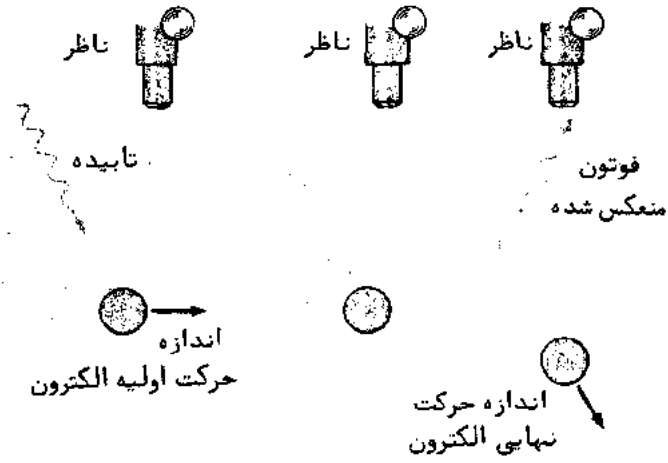
---

1. Werner Heisenberg

اصل عدم قطعیت را به طرق مختلف می‌توان به دست آورد . اجازه دهید برای اثبات این اصل ، به جای این که مانند مبحث قبل بحث خود را براساس طبیعت موجی ذرات قرار دهیم ، آن را براساس طبیعت ذره‌ای امواج در نظر بگیریم .

فرض کنید می‌خواهیم موقعیت و اندازه حرکت جسمی را در یک لحظهٔ معین اندازه‌گیری کنیم . برای انجام این کار لازم است آن را با جسم دیگری که قرار است اطلاعات مورد نظر را به ما بدهد تحریک کنیم ؛ یعنی مجبوریم جسم را با انگشت خود لمس کنیم ، نور به آن بتابانیم یا به هر طریق عمل متقابلی روی آن انجام دهیم . همان‌طور که در شکل (۳ ــ ۱۳) نشان داده شده است ، ممکن است یک الکترون را با کمک نوری با طول موج λ مورد بررسی قرار دهیم . در این فرآیند ، فوتونهای نور به الکترون برخورد می‌کنند و سپس از آن دور می‌شوند . هر فوتون دارای اندازه حرکت h/λ است و هنگامی که به الکترون برخورد می‌کند ، اندازه حرکت اولیهٔ الکترون p تغییر می‌کند . تغییر دقیق آن قابل پیش‌بینی نیست ، ولی به نظر می‌رسد که این تغییر به بزرگی اندازه حرکت فوتون h/λ باشد . از این رو ، عمل اندازه‌گیری خطایی برابر با :

$$\Delta p \approx \frac{h}{\lambda} \qquad (۲۳-۳)$$



شکل(۳ــ۱۳)الکترون را نمی‌توان‌بدون تغییر دادن اندازه حرکتش مشاهده کرد .

در اندازه حرکت الکترون به‌وجود می‌آورد . هرچه طول موج نوری که برای "مشاهدهٔ" الکترون به کار می‌رود بلندتر باشد ، خطای ایجاد شده در اندازه حرکت الکترون کمتر است .

چون نور دارای خصوصیات موجی‌است ، نمی‌توان انتظار داشت که موقعیت الکترون با دقت کامل در هر شرایطی مشخص شود ، ولی بطورمنطقی می‌توانیم امیدوار باشیم که خطای Δx در تشخیص موقعیت الکترون را تا یک طول موج نور به کار رفته نگهداریم . یعنی ،

$$\Delta x \approx \lambda \qquad (۲۴-۳)$$

هر چه طول موج کوتاهتر باشد ، خطا در موقعیت الکترون کمتر می‌شود .

از معادله‌های (۳-۲۳) و (۳-۲۴) چنین‌استنباط می‌شود که اگر برای‌بالا بردن میزان دقت در تعیین مکان یک ذره ، از نوری با طول موج کوتاه استفاده کنیم ، دقت در تعیین اندازه حرکت ذره کم خواهد شد در حالی که نوری با طول موج بلند دقت در تعیین اندازه حرکت ذره‌را زیاد و دقت در تعیین موقعیت ذره را کم خواهد کرد . با جانشین کردن $\Delta x = \lambda$ در معادله (۳-۲۳) داریم :

$$\Delta x \Delta p \approx h \qquad (۲۵-۳)$$

این نتیجه در مورد معادلهٔ (۳-۲۲) نیز صدق می‌کند .

گر چه ظاهرا" ، مباحثی مانند مبحث فوق جالب هستند ولی آنها را به‌صورت یک‌قانون باید با احتیاط تلقی‌کرد . از مبحث فوق می‌توان چنین استنباط‌کرد که الکترون می‌تواند در هر لحظه دارای موقعیت و اندازه حرکت معینی باشد ، ضمن این که فرآیند اندازه‌گیری است که خطایی‌در $\Delta x \Delta p$ایجاد می‌کند . برخلاف چنین استنباطی ، این خطا در ماهیت ذرهٔ متحرک نهفته است . توجیه بسیاری از مباحثی از این نوع به این طریق است که اولا" نشان می‌دهند که پیدا کردن راهی که بتوان اصل عدم قطعیت را نادیده گرفت غیر ممکن است . ثانیا" ، نگرش جدیدی از نظریهٔ اصلی را ارائه می‌دهند که درمقایسه با نظریه گروههای موجی می‌تواند با یک تحلیل روشنتر و آشناتری مورد توجه قرار گیرد .

۳-۸ کاربردهای اصل عدم قطعیت

h ثابت پلانک به قدری‌کوچک است ــ فقط $6/63 \times 10^{-34}$ J·s ــ که محدودیتهایی‌که‌به وسیلهٔ اصل عدم قطعیت اعمال شده‌اند ، تنها در حوزهٔ مسائل اتمی قابل اهمیت می‌باشند .

با وجود این ، در چنین مقیاسی این اصل در درک بسیاری از پدیده‌ها مؤثر است . قابل توجه است و باید به خاطر داشته باشیم که حد پایین $\hbar/2$ برای $\Delta x \Delta p$ ندرت به دست می‌آید معمولاً $\Delta x \Delta p = \hbar$ یا حتی $\Delta x \Delta p = h$ است .

مسأله: شعاع یک هستهٔ اتمی نوعی در حدود 5×10^{-15} m است . با استفاده از اصل عدم قطعیت پیدا کنید یک حد پایینی برای انرژی که یک الکترون باید داشته باشد تا جزئی از ساختمان هسته به حساب آید .

حل : با داشتن $\Delta x = 5\times10^{-15}$ m داریم :

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x} \geq \frac{1.054 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{2 \times (5 \times 10^{-15}\ \mathrm{m})}$$
$$\geq 1.1 \times 10^{-20}\ \mathrm{kg \cdot m/s}$$

اگر این مقدار خطای اندازه حرکت الکترون هسته‌ای باشد ، خود اندازه حرکت باید حداقل با این مقدار قابل قیاس باشد . یک الکترون با چنین اندازه حرکتی دارای انرژی جنبشی K است که چندین برابر انرژی در حال سکون آن m_0c^2 می‌باشد . بنابراین ، با استفاده از معادلهٔ (۱-۲۳) با دقت کافی می‌توانیم بنویسیم $K = pc$. بنابراین :

$$K = pc \geq (1.1 \times 10^{-20}\ \mathrm{kg \cdot m/s}) \times (3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})$$
$$\geq 3.3 \times 10^{-12}\ \mathrm{J}$$

چون $1\ \mathrm{eV} = 1/6\times10^{-19}$ J است ، اگر الکترون جزئی از هستهٔ اتم باشد ، انرژی جنبشی آن باید از $20\ \mathrm{MeV}$ تجاوز کند . آزمایشها نشان می‌دهند که حتی الکترون‌های وابسته به اتمهای ناپایدار ، هرگز دارای این مقدار انرژی نخواهند بود ، نتیجه می‌گیریم که الکترونها در درون هسته حضور ندارند .

مسأله: شعاع اتم هیدروژن $5/3\times10^{-11}$ m است . با استفاده از اصل عدم قطعیت کمینهٔ انرژی را که یک الکترون در این اتم می‌تواند داشته باشد ، تخمین بزنید .

حل : با داشتن $\Delta x = 5/3 \times 10^{-11}\,m$ داریم :

$$\Delta p \geq \frac{\hbar}{2\Delta x}$$
$$\geq 9.9 \times 10^{-25}\ kg \cdot m/s$$

الکترونی که اندازه حرکتش این مقدار است ، مانند یک ذرهٔ کلاسیک رفتار می‌کند و انرژی جنبشی آن برابر است با :

$$K = \frac{p^2}{2m} \geq \frac{(9.9 \times 10^{-25}\ kg \cdot m/s)^2}{2 \times (9.1 \times 10^{-31}\ kg)}$$
$$\geq 5.4 \times 10^{-19}\ J$$

که ۳/۴eV است در حقیقت انرژی جنبشی یک الکترون در پایین‌ترین تراز انرژی یک اتم ئیدروژن ۱۳/۶eV می‌باشد .

گاهی اوقات ، شکل دیگری از اصل عدم قطعیت مفید واقع می‌شود . ممکن است بخواهیم در یک فرآیند اتمی ، انرژیی را که در طی فاصلهٔ زمانی Δt گسیل می‌شود ، اندازه بگیریم . اگر انرژی از نوع امواج الکترومغناطیسی باشد ، محدودیت زمانی موجود ، دقتی را که بدان وسیله می‌توان بسامد ν امواج را تعیین کرد ، محدود می‌کند . فرض کنیم که کمینهٔ خطا در شمارش تعداد امواج در یک گروه موج ، مساوی یک موج باشد . چون بسامد امواج در دست مطالعه برابر تعداد موجها تقسیم بر فاصلهٔ زمانی است ، بنابراین خطای $\Delta\nu$ در اندازه‌گیری بسامد برابر است با :

$$\Delta\nu \geq \frac{1}{\Delta t}$$

خطای انرژی مطابق با آن عبارت است از :

$$\Delta E = h\,\Delta\nu$$

و بنابراین :

$$\Delta E \geq \frac{h}{\Delta t}$$

یا

$$\Delta E\,\Delta t \geq h$$

با یک محاسبهٔ دقیقتر بر مبنای طبیعت گروههای موجی ، فرمول به صورت زیر تغییر می‌کند .

$$\Delta E\,\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$ **خطاها در انرژی و زمان** (۲۶-۳)

معادلهٔ (۳ـ۲۶) بیان می‌کند که حاصل ضرب خطای ΔE مربوط به یک اندازه‌گیری انرژی و خطای Δt مربوط به زمانی که در آن زمان این اندازه‌گیری انجام شده برابر یا بزرگتر از $\frac{\hbar}{2}$ می‌باشد. این نتیجه به طرق دیگری نیز به دست می‌آید و یک فرمول کلی برای تمام امواج است و تنها به امواج الکترومغناطیسی منحصر نمی‌شود.

مسأله: همان‌طورکه در فصل ۴ توضیح داده شده است، یک اتم "تحریک شده" با گسیل یک فوتون که دارای بسامد مشخصی است، خود را از انرژی اضافیش خلاص می‌کند. فاصلهٔ زمانی متوسط سپری شده از لحظهٔ تحریک یک اتم تا زمان تابش آن 10^{-8} s است. مطلوبست محاسبهٔ خطا در انرژی و بسامد فوتون.

حل: خطا در انرژی فوتون عبارت است از:

$$\Delta E \geq \frac{\hbar}{2\Delta t} \geq \frac{1.054 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{2 \times 10^{-8}\ \mathrm{s}}$$
$$\geq 5.3 \times 10^{-27}\ \mathrm{J}$$

خطا در بسامد نور بطریق زیر به دست می‌آید.

$$\Delta\nu = \frac{\Delta E}{h} \geq 8 \times 10^{6}\ \mathrm{Hz}$$

این مقدار، کمینه خطایی است که با آن می‌توانیم بسامد تابش یک اتم را معین کنیم. در نتیجه، بسامد دقیق تابش یک اتم تحریک شده، ν نخواهدبود، بلکه از $\nu - \Delta\nu$ تا $\nu + \Delta\nu$ تغییر می‌کند. اگر بسامد یک فوتون 5×10^{14} Hz باشد، $\Delta\nu/\nu = 1/6\times10^{-8}$ خواهد بود. در عمل، سایر پدیده‌ها نظیر پدیده دوپلر در پهن شدگی خطوط طیفی بیش از این مؤثرند.

مسائل

۱ـ مطلوب است محاسبهٔ طول موج دبروی یک ذرهٔ شن به جرم 1mg که با تندی 20 m/s توسط باد به حرکت درمی‌آید.

۲ـ مطلوب است محاسبهٔ طول موج دبروی یک پروتون با انرژی جنبشی 1 MeV. چون جرم در حال سکون پروتون 938 MeV/c² است، محاسبه ممکن است بطور غیر نسبیتی انجام شود.

۳ــ نشان دهید که طول موج دبروی یک مولکول اکسیژن در تعادل گرمایی در داخل جو با دمای $20°C$ از قطرش یعنی $4\times10^{-10}m$ کوچکتر است .

۴ــ یک فوتون و یک ذره طول موج یکسانی دارند . اندازه حرکت خطی آنها را چگونه می‌توان با هم مقایسه کرد؟ انرژی فوتون و انرژی کل ذره را چگونه می‌توان با هم مقایسه کرد؟ انرژی فوتون و انرژی جنبشی ذره را چگونه می‌توان با هم مقایسه کرد؟

۵ ــ نشان دهید که اگر انرژی کل یک ذرهٔ متحرک از انرژی در حال سکون آن فوق‌العاده بیشتر شود ، طول موج دبروی آن تقریبا" برابر طول موج یک فوتون با همان مقدار انرژی کل است .

۶ ــ نشان دهید که طول موج دبروی یک ذره با جرم در حال سکون m_0 و با انرژی جنبشی K از فرمول زیر بدست می‌آید .

$$\lambda = \frac{hc}{\sqrt{K(K-2m_0c^2)}}$$

۷ ــ (الف) یک فرمول صحیح نسبیتی به دست آورید که طول موج دبروی یک ذرهٔ باردار را برحسب اختلاف پتانسیل V که به ذره شتاب داده است ، به ما بدهد . (ب) تقریب غیر نسبیتی این فرمول وقتی که $eV \ll m_0c^2$ باشد چقدر خواهد شد؟

۸ــ سرعت فاز موجهای کوچک بر سطح یک مایع $\sqrt{2\pi S/\lambda\rho}$ است ، که S تنش سطحی و ρ چگالی مایع است . مطلوب است محاسبهٔ سرعت گروه امواج .

۹ــ سرعت فاز امواج اقیانوس $\sqrt{g\lambda/2\pi}$ است ، که g شتاب گرانی می‌باشد . سرعت گروه امواج اقیانوس را پیدا کنید .

۱۰ــ پایین‌ترین انرژی ممکن است برای یک ذرهٔ مشخص که در جعبهٔ معینی محبوس شده $1eV$ است . مطلوب است محاسبهٔ دو انرژی بزرگتر متوالی بعدی که ذره می‌تواند داشته باشد .

۱۱ــ عبارتی برای محاسبهٔ ترازهای انرژی یک نوترون محبوس در یک جعبهٔ یک بعدی به عرض $10^{-14}m$ پیدا کنید . کمینهٔ انرژی نوترون چقدر است؟ (قطر یک هستهٔ اتمی حدود همین مقدار است) .

۱۲ــ در مورد عدم امکان $E=0$ برای یک ذرهٔ محبوس در جعبه‌ای به عرض L برحسب اصل عدم قطعیت ، بحث کنید . اگر فرض کنیم $\Delta x=L$ باشد ، چگونه کمینهٔ اندازه حرکت چنین ذره‌ای با خطای اندازه حرکت مورد لزوم در اصل عدم قطعیت قابل مقایسه است؟

۱۳ــ موقعیت و اندازه حرکت یک الکترون با انرژی جنبشی $1keV$ بطور همزمان تعیین

می‌شود . اگر دقت اندازه‌گیری موقعیت الکترون 1Å باشد . خطای اندازه حرکت الکترون چند درصد خواهد بود ؟

۱۴ــ خطای سرعت یک الکترون و یک پروتون محبوس در جعبهٔ 10Å را با هم مقایسه کنید .

۱۵ــ یک دستگاه اندازه‌گیری ، موقعیت یک پروتون را با دقت $\pm 10^{-11}\text{m}$ تعیین می‌کند. خطای موقعیت پروتون را یک ثانیه بعد پیدا کنید .

۱۶ــ (الف) زمان لازم برای اندازه‌گیری انرژی جنبشی یک الکترون که با تندی 10m/s حرکت می‌کند ، با خطای کمتر از ۰/۱ درصد در انرژی جنبشی ، چقدر می‌شود ؟ در این فاصلهٔ زمانی ، الکترون چه مسافتی پیموده است ؟ (ب) همین محاسبات را برای حشرهٔ ۱ گرمی که با همان تندی حرکت می‌کند ، انجام دهید . این رقمها چه چیزی را نشان می‌دهند ؟

۱۷ــ اتمهای یک جسم جامد حتی در صفر مطلق دارای کمینه انرژی نقطهٔ صفر مشخصی هستند ، در حالی که در مورد مولکولهای یک گاز ایده‌آل ، چنین محدودیتی وجود ندارد . این مطالب را با استفاده از اصل عدم قطعیت توضیح دهید .

۱۸ ــ (الف) ثابت کنید که اصل عدم قطعیت به صورت $\Delta L\ \Delta\theta \geq \hbar/2$ نیز قابل بیان است ، که در آن ΔL خطای اندازهٔ حرکت زاویه‌ای ذره و $\Delta\theta$ خطای موقعیت زاویه‌ای آن است . (راهنمایی : یک ذره را در نظر بگیرید که با جرم m روی دایره‌ای به شعاع r با تندی v در حرکت است و برای آن $L = mvr$ می‌باشد .) (ب) با چه خطایی در L ، موقعیت زاویه‌ای ذره کاملا" نامعین می‌شود ؟

۴

ساختار اتمی

۴ـ۱ مدلهای اتمی
۴ـ۲ پراکندگی ذرهٔ آلفا
۴ـ۳ فرمول پراکندگی راترفورد
۴ـ۴ ابعاد هسته‌ای
۴ـ۵ مدارهای الکترونی
۴ـ۶ طیفهای اتمی
۴ـ۷ اتم بوهر
۴ـ۸ ترازهای انرژی و طیفها
۴ـ۹ حرکت هسته‌ای
۴ـ۱۰ تحریک اتمی
۴ـ۱۱ اصل تطابق

ساختار اتمی

را (در زمانهای بسیار قدیم مردم به فکر افتادند که ماده علی رغم پیوستگی ظاهریش، دارای ساختار معین در سطحی میکروسکوپی است که درک مستقیم آن از راه حواس برای ما مقدور نیست . این گمان تا اندکی بیش‌از یک قرن و نیم پیش مقبولیتی بیش از یک فرضیه‌به خود نگرفت ؛ تا این که وجود اتمها و مولکولها ، ذرات اصلی ماده در شکلهای معمولیش به اثبات رسید و ذرات متشکلهٔ آنها الکترونها و پروتونها و نوترونها شناخته شد و مورد مطالعه نیز قرار گرفت) در این فصل و فصل‌های آینده توجه اصلی ما به ساختار اتم معطوف خواهد شد ،زیرا تقریبا" تمامی خواص ماده‌ای‌که دنیای اطراف ما را شکل داده است از همین ساختار ناشی می‌شود .

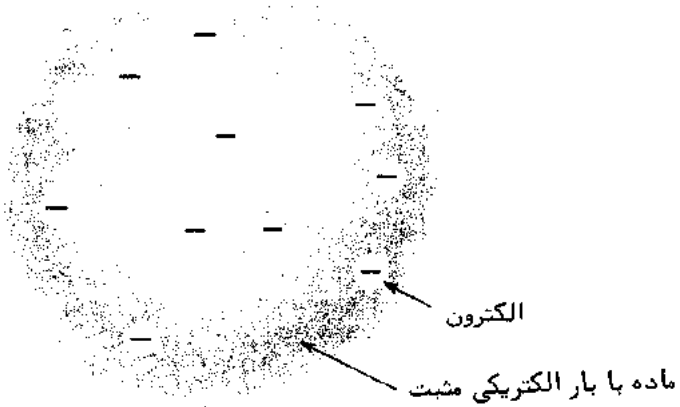
(هر اتم از یک هستهٔ کوچک شامل پروتونها و نوترونها با تعدادی الکترون که با هسته فاصلهٔ اندکی دارند تشکیل‌شده است . شاید برای ما جالب باشد که چرخش الکترونها را دور هسته شبیه چرخش‌سیارات‌گرد خورشید تصور کنیم ، ولی نظریهٔ الکترومغناطیسی کلاسیک امکان وجود مدارهای الکترونی پایدار را رد می‌کند . در کوششی برای حل این معما ، نیلز بوهر[1] در سال ۱۹۱۳ م . پنداره‌های کوانتمی را در مورد ساختار اتمی به کار برد و مدلی به دست آورد که علی‌رغم نارساییها و جایگزینی بعدی آن با تعریف مکانیک کوانتمی دقیقتر و مفیدتر، هنوز به عنوان تصویر ذهنی مناسبی از اتم برجای مانده است . نظریهٔ بوهر در مورد اتم ئیدروژن به دو دلیل شایستهٔ بررسی است ، یکی به دلیلی که ذکر شد و دیگری بدان سبب که انتقال‌ارزشمندی را به نظریهٔ کوانتمی اتم که‌یک‌مفهوم‌انتزاعی‌تراست فراهم می‌کند .)

۱ـ۴ مدلهای اتمی

گر چه دانشمندان قرن نوزدهم این نظریه را پذیرفته بودند که اتمها ، ذرات متشکلهٔ عناصر شیمیایی هستند ، ولی واقعا" در مورد خود اتم چیزی نمی‌دانستند . کشف الکترون

---

1. Niels Bohr



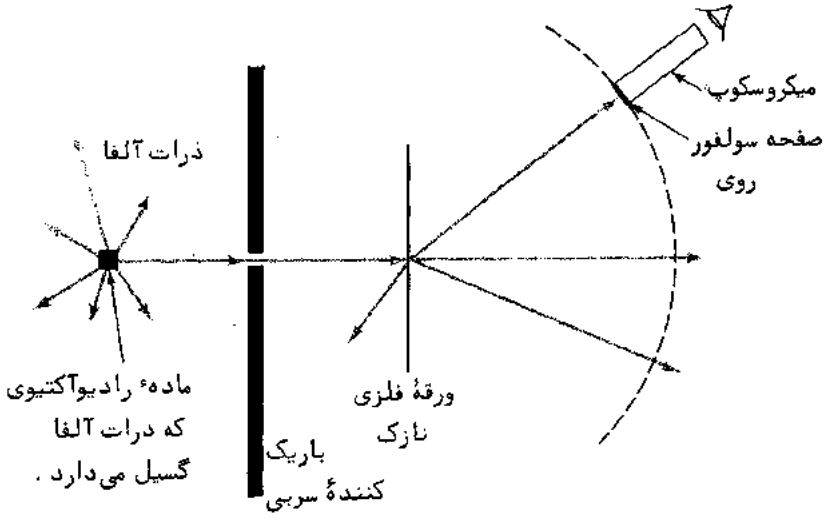
شکل (۴-۱) مدل اتمی تامسون . آزمایش پراکندگی راتر فورد ، نادرست بودن آن را اثبات کرد .

وقاطعیت درک این امر که تمامی اتمها دارای الکترون می‌باشند ، اولین قدم مهم در شناخت ساختار اتمی بود . الکترونها بار منفی دارند ، در حالی که اتمها خود از نظر بار الکتریکی خنثی هستند . بنابراین ، هر اتم باید به میزان کافی دارای بار الکتریکی مثبت باشد تا با بار الکتریکی منفی الکترون‌هایش به توازن برسد . به علاوه ، الکترونها هزاران بار سبکتر از مجموعهٔ اتمها هستند ؛ این بدان معنی است که تقریبا " تمام جرم اتم را جزئی که بار الکتریکی مثبت دارد تشکیل می‌دهد . هنگامی که ج . ج . تامسون[1] در سال ۱۸۹۸ م . ابراز کرد که اتمها کره‌هائی از ماده با بار الکتریکی مثبت یکنواخت ، هستند و الکترونها درآنها جای گرفته‌اند ، این اظهار او کاملا " منطقی به نظر می‌رسید . مدل پودینگ اتم[2] تامسون ــ این نام به مناسبت شباهتش به کیک کشمش انتخاب شده ــ در شکل (۴-۱) نشان داده‌شده است . با وجودی که این مسأله اهمیت خاصی داشت ، ولی سیزده سال طول کشید تا یک آزمایش تجربی قطعی در مورد مدل پودینگ انجام شد . همان طور که خواهیم دید ، این آزمایش سبب شد که این مدل به ظاهر قابل قبول کنار گذاشته شود و به جای آن مفهومی از ساختار اتمی ارائه گردد که به وسیلهٔ فیزیک کلاسیک قابل فهم نبود .

ساده‌ترین روش برای پی بردن به محتوای درونی یک کیک کشمشی فرو کردن انگشت در آن است ، روشی که گایگر[3] و مارسدن[4] در مورد اتم به کار بردند . در سال ۱۹۱۱ م . بنا به

---

1. J. J. Thomson
2. Plum-Pudding Model
3. Geiger
4. Marsden



شکل (۴ـ۲) آزمایش پراکندگی راترفورد .

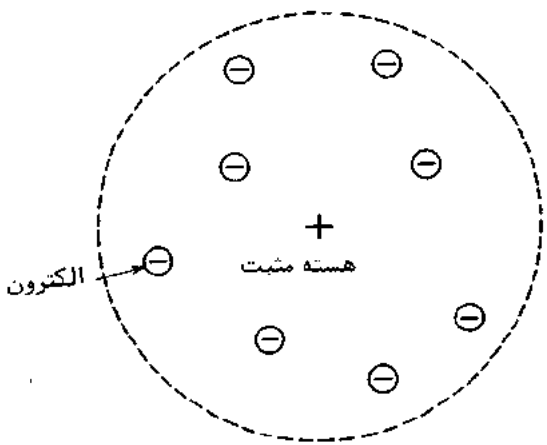
پیشنهاد ارنست راترفورد[1] ، گایگر و مارسدن در آزمایش کلاسیک خود ، از ذرات آلفا که از بعضی عناصر رادیوآکتیو خودبخود گسیل می‌شوند به عنوان وسیلهٔ کاوش استفاده کردند . ذرات آلفا ، اتمهای هلیوم هستند که دو الکترون از دست داده‌اند و دارای بار الکتریکی $+2e$ می‌باشند ؛ در مورد منشاء این ذرات و ویژگیهای آنها در فصل بعد به تفصیل صحبت خواهیم کرد . همان‌طور که در شکل (۴ـ۲) نشان داده شده است ، گایگر و مارسدن ماده‌ای را که ذرهٔ آلفا گسیل می‌داشت ، در پشت یک‌صفحهٔ سربی که دارای سوراخ کوچکی بود ، قرار دادند؛ به طوری که باریکه‌ای از ذرات آلفا تولید می‌شد . این باریکه به یک ورقهٔ نازک طلا تابانده شد . یک صفحهٔ متحرک از جنس سولفور روی را که هنگام برخورد با ذرهٔ آلفا ، نور قابل رؤیت تولید می‌کرد در طرف دیگر ورقه ، قرار دادند . پیش‌بینی می‌شد که ذرات آلفا با انحرافی بسیار جزئی درست از میان‌ورقه عبورخواهندکرد ؛ این رفتار از مدل اتمی تامسون نتیجه می‌شود . در این مدل ، فرض بر این است که بارها بطور یکنواخت در سراسر حجم آن توزیع شده‌اند . اگر مدل تامسون صحیح باشد ، تنها نیروهای الکتریکی ضعیفی بر ذرات آلفایی که از ورقهٔ فلزی نازک عبور می‌کنند ، اعمال‌خواهدشد و اندازه حرکتهای اولیهٔ آنها به اندازه‌ای خواهد بود که تنها با انحراف ناچیزی مسیر اصلی خود را ادامه دهند .

---

1. Ernest Rutherford

در حقیقت ، آنچه گایگر و مارسدن دریافتند این بود که ضمن این که در واقع اکثرذرات آلفا باانحرافی کمتراز 1° از ورق خارج می‌شوند ، بعضی از ذرات با زوایای بزرگی‌نیز پراکنده می‌شوند . تعدادی از ذرات حتی در جهت مخالف پراکنده می‌شوند ! همان‌گونه که راترفورد خاطرنشان ساخت "این مطلب به همان اندازه باور نکردنی است که شما یک گلولهٔ ۳۷/۵ سانتیمتری را به یک تکه کاغذ زرورق شلیک‌کنید و گلوله به طرف‌شما برگردد و به شما بخورد . " از آن جا که ذرات آلفا نسبةً سنگین هستند (بیش از ۷۰۰۰ برابر جرم الکترون) و ذراتی که در این آزمایش بکار برده‌شدند ، دارای سرعتهای زیادی بودند (نوعاً 2×10^7 m/s) ، روشن بود که می‌بایستی نیروهای قوی بر آنها اعمال شده باشد تا چنان انحرافهای قابل توجهی را سبب شود . راتر فورد پی برد که تنها مدل اتمی که بتواند نتایج این آزمایش را بیان کند ، در نظر گرفتن اتم به‌صورت در برگیرندهٔ هسته‌ای کوچک است که بار مثبت و تقریباً تمام جرم در آن متمرکز است و الکترون‌ها در فاصله‌ای از آن هسته قرار دارند ، مانند شکل (۴-۳) . با در نظر گرفتن اتم عمدةً به‌صورت فضای خالی بسهولت می‌توان فهمید که چرا ذرات آلفا مستقیماً از میان ورقهٔ نازک عبور می‌کنند . ولی هنگامی که یک ذرهٔ آلفا به یک هسته نزدیک می‌شود با یک میدان الکتریکی قوی مواجه می‌شود و احتمال دارد با زاویهٔ قابل ملاحظه‌ای پراکنده شود . الکترونهای اتم آنقدر سبک هستند که روی حرکت ذرات آلفای فرودی ، تأثیر چندانی ندارند .

برآوردهای عددی شدتهای میدان الکتریکی در محدودهٔ دو مدل تامسون و راترفورد



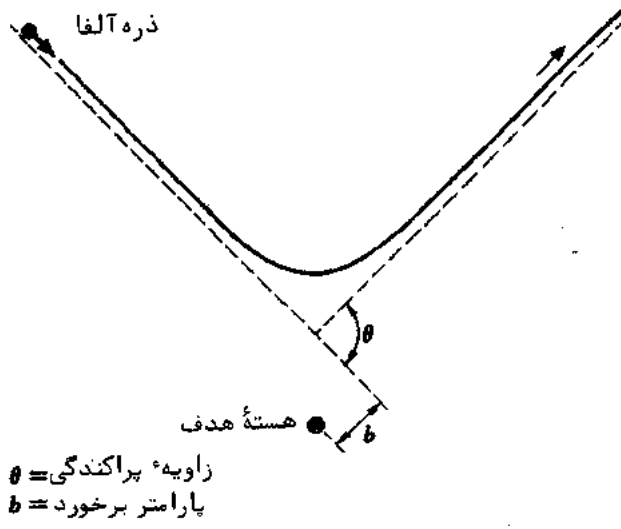
شکل (۴-۳) مدل اتمی راترفورد

اختلاف بین دو مدل را تأیید می‌کند. اگر مانند تامسون فرض کنیم که بار مثبت یک اتم طلا در داخل آن بطور یکنواخت پخش شده است و اگر از الکترونها کاملا" صرف‌نظر کنیم، شدت میدان الکتریکی در سطح اتم (جایی که شدت میدان بیشینه است) تقریبا 10^{13} V/m می‌شود. از طرف دیگر، اگر مانند راترفورد فرض کنیم که بار مثبت یک اتم طلا در هستهٔ کوچکی در مرکز اتم متمرکز است، شدت میدان الکتریکی در سطح هسته از 10^{21} V/m تجاوز می‌کند. با سازهٔ 10^{8} بزرگتر. چنین میدانی قوی می‌تواند جهت یک ذرهٔ آلفای پر انرژی را که به هسته نزدیک می‌شود منحرف و یا حتی معکوس سازد، در حالی که میدان الکتریکی ضعیفتر اتم تامسون نمی‌تواند این کار را بکند.

آزمایشهای گایگر و مارسدن و کارهای بعدی در این زمینه، اطلاعات بیشتری در مورد هستهٔ اتمهایی که ورقه‌های هدفهای مختلف را تشکیل می‌دادند، به دست داد. هنگامی که ذرهٔ آلفا از نزدیک هسته عبور می‌کند، انحراف آن به مقدار بار هسته بستگی دارد و بنابراین مقایسهٔ پراکندگی نسبی ذرات آلفا به وسیله ورقه‌های مختلف راهی را فراهم می‌آورد که برآورد بارهای هسته‌ای اتمهای درگیر را ممکن می‌سازد. تمام اتمهای هر عنصر دارای بار هسته‌ای منحصر بفرد یکسان هستند و این بار برای عناصر متوالی در جدول تناوبی بطور منظم افزایش می‌یابد. بارهای هسته‌ای همیشه مضربی از $+e$ می‌باشند؛ امروزه، تعداد بارهای مثبت هستهٔ یک عنصر را **عدد اتمی** آن عنصر می‌نامند. می‌دانیم که بار مثبت هسته را پروتونها که بار هر یک مساوی $+e$ است، تشکیل می‌دهند. عدد اتمی هر عنصر مساوی تعداد پروتونهای موجود در هستهٔ اتم است.

۴-۲ پراکندگی ذره آلفا

مدل اتمی راترفورد به این دلیل پذیرفته شد که او توانست براساس این مدل برای توصیف پراکندگی ذرات آلفا توسط ورقه‌های نازک به فرمولی برسد که با نتایج تجربی هماهنگی داشت. او کار خود را با این فرض آغاز کرد که ذرهٔ آلفا و هسته‌ای که ذرهٔ آلفا بر آن تأثیر متقابل دارد هر دو به آن اندازه کوچک هستند که جرمهای نقطه‌ای و بارهای نقطه‌ای به حساب آیند؛ نیروی الکتریکی رانشی بین ذره‌های آلفا و هسته (که هر دو بار مثبت دارند) تنها نیرویی است که عمل می‌کند و این که هسته در مقایسه با ذرهٔ آلفا آن قدر سنگین است که به هنگام برهمکنش حرکتی نمی‌کند. اگر فاصلهٔ بین ذرهٔ آلفا و هسته را در هر لحظه r بگیریم، چون تغییر نیروی الکتریکی متناسب با $\frac{1}{r^2}$ است، بنابراین مسیر ذرهٔ آلفا یک هذلولی است که هسته در کانون خارجی آن قرار می‌گیرد (شکل ۴-۴). پارامتر برخورد b کمینهٔ فاصله‌ای است که ذرهٔ آلفا می‌توانست موقع نزدیک شدن به هسته با آن داشته باشد.



شکل (۴–۴) پراکندگی رادرفورد

هرگاه بین ذرهٔ آلفا و هسته نیرویی وجود نمی‌داشت و زاویهٔ پراکندگی θ عبارت از زاویهٔ بین جهت نزدیک شدن مجانبی ذرهٔ آلفا به هسته و جهت دور شدن مجانبی ذرهٔ آلفا از هسته است[×]. ابتدا رابطهٔ بین b و θ را به دست می‌آوریم.

در اثر ضربهٔ واردهٔ $\int \mathbf{F}\,dt$ از هسته به ذرهٔ آلفا، اندازه حرکت ذره از مقدار اولیهٔ $\mathbf{p}_1$ به مقدار نهایی $\mathbf{p}_2$ تغییر می‌کند. یعنی

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{p} &= \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1 \\ &= \int \mathbf{F}\,dt\end{aligned} \qquad (۱–۴)$$

براساس فرض قبلی، چون هسته در حین عبور ذرهٔ آلفا، ساکن می‌ماند، انرژی جنبشی و اندازه حرکت ذرهٔ آلفا نیز ثابت خواهد ماند؛ از این رو بزرگی اندازه حرکت ذرهٔ آلفا نیز ثابت می‌ماند و $p_1 = p_2 = mv$ در این فرمول v سرعت ذرهٔ آلفا در فاصلهٔ دور از هسته است. با توجه به شکل ۴–۵ و بر طبق قانون سینوسها داریم:

$$\frac{\Delta p}{\sin\theta} = \frac{mv}{\sin\dfrac{\pi-\theta}{2}}$$

از آن جا که

$$\sin\frac{1}{2}(\pi-\theta)=\cos\frac{\theta}{2}$$

و

$$\sin\theta=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$$

پس تغییر اندازه حرکت عبارت است از:

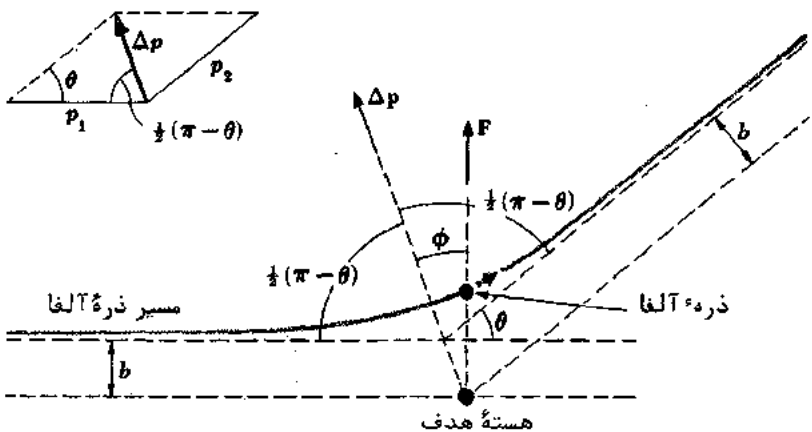
$$\Delta p=2mv\sin\frac{\theta}{2} \qquad (۲-۴)$$

چون ضربهٔ $\int F\,dt$ در همان جهت تغییر اندازه حرکت $\Delta\mathbf{p}$ است، لذا:

$$\left|\int F\,dt\right|=\int F\cos\phi\,dt \qquad (۳-۴)$$

که ϕ زاویهٔ لحظه‌ای بین F و $\Delta\mathbf{p}$ در طول مسیر ذرهٔ آلفا است. با قرار دادن معادله‌های (۴-۲) و (۴-۳) در معادلهٔ (۴-۱) خواهیم داشت:

$$2mv\sin\frac{\theta}{2}=\int_{-\infty}^{\infty}F\cos\phi\,dt$$



شکل (۴-۵) روابط هندسی در پراکندگی راترفورد

برای تغییر دادن متغیر طرف راست از t به ϕ، باید توجه داشته باشیم که حدود انتگرال به $-\frac{1}{2}(\pi-\theta)$ و $+\frac{1}{2}(\pi-\theta)$ تغییر خواهد کرد که مربوط به مقدار ϕ بترتیب در $t=-\infty$ و

$t = \infty$ می‌باشد . لذا داریم ،

$$2mv \sin\frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} F \cos\phi \frac{dt}{d\phi} d\phi$$

کمیت $d\phi/dt$ درست سرعت زاویه‌ای ω ذرهٔ آلفا به دور هسته است (در شکل ۴–۵ نیز مشخص است.) نیروی الکتریکی اعمال شده توسط هسته بر روی ذرهٔ آلفا ، در طول بردار شعاعی که آنها را به هم اتصال می‌دهد عمل می‌کند ؛ بنابراین ، هیچ گونه گشتاوری بر روی ذره اعمال نمی‌شود و اندازه حرکت زاویه‌ای آن $m\omega r^2$ ثابت خواهد بود . از این رو داریم :

$$m\omega r^2 = \text{ثابت} = mr^2 \frac{d\phi}{dt} = mvb$$

با توجه به این که

$$\frac{dt}{d\phi} = \frac{r^2}{vb} \qquad (۴-۴)$$

در معادلهٔ (۴–۴) به جای $\frac{dt}{d\phi}$ مقدار آن را از عبارت فوق قرار می‌دهیم :

$$2mv^2b \sin\frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} Fr^2 \cos\phi \, d\phi \qquad (۴-۵)$$

همین طور یادآوری می‌کنیم که ، F نیروی الکتریکی اعمال شده از هسته بر ذرهٔ آلفا است . بار هسته Ze است که مطابق با عدد اتمی Z است و بار ذرهٔ آلفا 2e می‌باشد. بنابراین

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{2Ze^2}{r^2}$$

و

$$\frac{4\pi\epsilon_0 mv^2b}{Ze^2} \sin\frac{\theta}{2} = \int_{-(\pi-\theta)/2}^{+(\pi-\theta)/2} \cos\phi \, d\phi = 2\cos\frac{\theta}{2}$$

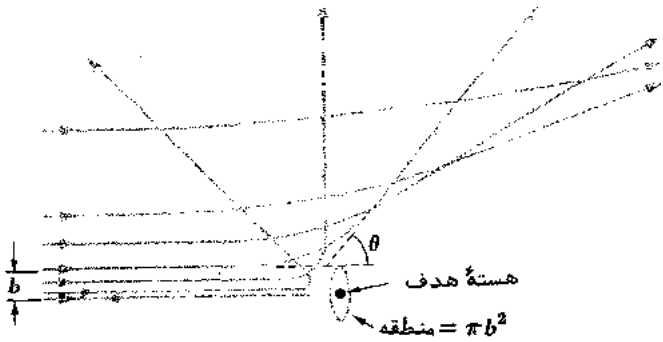
رابطهٔ بین زاویهٔ پراکندگی θ و پارامتر برخورد b از معادلهٔ زیر به دست می‌آید :

$$\cot\frac{\theta}{2} = \frac{2\pi\epsilon_0 mv^2}{Ze^2} b$$

بهتر است به جای جرم و سرعت ذرهٔ آلفا بطور مجزا ، انرژی K آن را منظور کنیم ، لذا خواهیم داشت

$$\cot\frac{\theta}{2}=\frac{4\pi\epsilon_0 K}{Ze^2}b \qquad (۶-۴)$$

شکل (۴-۶)، طرح ترسیمی معادلهٔ (۴-۶) را نشان می‌دهد؛ کاهش سریع θ وقتی‌که b افزایش می‌یابد در شکل مشخص است



شکل (۴-۶) با افزایش پارامتر برخورد، زاویهٔ پراکندگی کاهش می‌یابد.

۴-۳ فرمول پراکندگی راترفورد

معادلهٔ (۴-۶) نمی‌تواند مستقیماً تجربه شود، زیرا برای اندازه‌گیری پارامتر برخورد مطابق با یک زاویهٔ پراکندگی مشاهده شدهٔ معین، هیچ راهی وجود ندارد. بنابراین، باید از روش غیر مستقیم استفاده کرد. اولین قدم این‌است که‌توجه داشته باشیم که تمام ذرات آلفا که به هستهٔ هدف با پارامتر برخورد از ۰ تا b نزدیک می‌شوند، با زاویهٔ θ یا بیشتر پراکنده می‌گردند. جایی که θ برحسب b در معادلهٔ (۴-۶) داده شده است. این بدان معنی است که یک ذرهٔ آلفا که ابتدا به هر نقطه‌ای در محدودهٔ πb^2 اطراف یک هسته بتابد، در زاویهٔ θ یا بیشتر پراکنده خواهد شد (شکل ۴-۶). از این رو، مساحت πb^2 **راسطح مقطع مؤثر برای برهمکنش می‌نامند**. سطح مقطع مؤثر را با σ نشان می‌دهند و لذا در این جا داریم.

$$\sigma=\pi b^2 \qquad \text{سطح مقطع مؤثر} \qquad (۷-۴)$$

البته، در حقیقت ذرهٔ آلفای فرودی قبل از این که به مجاورت هسته برسد، پراکنده می‌شود و از این رو الزاماً از داخل فاصلهٔ b آن نمی‌گذرد. (در بخش (۱۲-۸) به تفصیل

در مورد مفهوم سطح مقطع مؤثر برای یک برهمکنش بحث خواهد شد) .

اکنون یک ورقه به ضخامت t را که تعداد اتمهای آن در واحد حجم n است ، در نظر می‌گیریم . تعداد هسته‌های هدف در واحد سطح nt است و بنابراین یک باریکهٔ ذرهٔ آلفا که بر روی مساحت A می‌تابد با ntA هسته برخوردمی‌کند . سطح مقطع مؤثر جمعی برای پراکندگی‌هایی در زاویهٔ θ یا بیشتر عبارت است از تعداد هسته‌های هدف ضرب در سطح مقطع مؤثر ، هر هسته یا $ntA\sigma$. از این رو ، کسر f از ذرات آلفای فرودی که تحت زاویهٔ θ یا بیشتر پراکنده شده‌اند عبارت است از نسبت سطح مقطع مؤثر جمعی $ntA\sigma$ برای این پراکندگی به سطح کل هدف A ، یعنی

$$f = \frac{\text{ذرات آلفای پراکنده شده تحت زاویهٔ } \theta \text{ یا بیشتر}}{\text{ذرات آلفای فرودی}}$$

$$= \frac{\text{سطح مقطع مؤثر جمعی}}{\text{سطح هدف}} = \frac{ntA\sigma}{A}$$

$$= nt\pi b^2$$

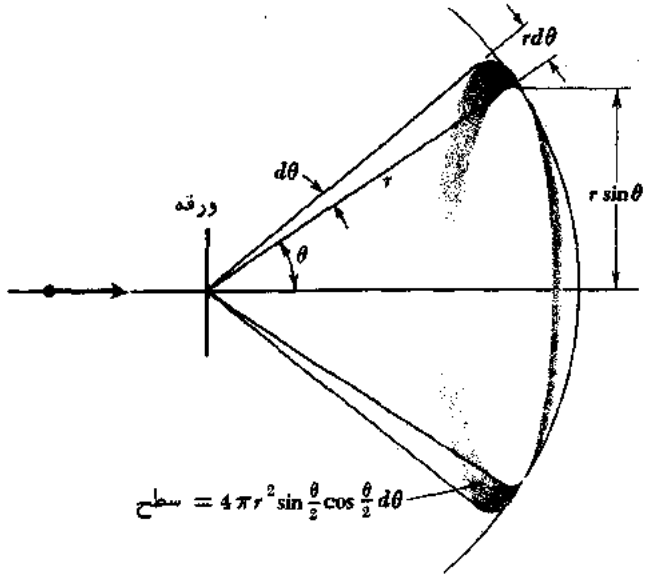
با استفاده از مقدار b در معادلهٔ (۴ـ۶) ، خواهیم داشت

$$f = \pi nt\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 K}\right)^2 \cot^2\frac{\theta}{2} \qquad (۴ـ۸)$$

در محاسبهٔ بالا فرض بر این‌بود که ورقه بقدر کافی نازک است ، به طوری که سطوح مقطع مؤثر هسته‌های مجاور روی هم قرار نمی‌گیرند و یک ذرهٔ آلفای پراکنده شده کل انحراف خود را در اثر برخورد با یک هسته به دست می‌آورد .

هر گاه باریکه‌ای از ذرات آلفا با انرژی ۷/۷MeV بر روی یک ورقهٔ طلائی به ضخامت ۳×۱۰^{-۷}m فرود آید ، برای مشخص کردن این که چه کسری از این باریکه در زوایایی بیشتر از ۴۵° پراکنده می‌شوند ، از معادلهٔ (۴ـ۸) استفاده می‌کنیم . (این مقادیر نوعی از انرژیهای ذرهٔ آلفا و ضخامتهای ورقه هستند که توسط گایگرو مارسدن به کار برده شدند ، در مقایسه ، قطر موی سر انسان $۱۰^{-۴}$m است) . حال کار خود را با پیدا کردن n ، تعداد اتمهای طلا در واحد حجم ورقه ، با استفاده از فرمول زیر شروع می‌کنیم .

$$n = \frac{\text{اتمها}}{\text{متر مکعب}} = \frac{\text{متر مکعب / جرم}}{\text{اتم / جرم}}$$



شکل (۴ـ۷) در آزمایش راترفورد ، ذراتی که بین θ و $\theta + d\theta$ پراکنده شده‌اند . آشکار می‌شوند .

چون چگالی طلا $1/93\times10^{4}\ kg/m^{3}$ است ، جرم اتمی آنها ۱۹۷ u است و $1\ u = 1/66\times10^{-27}\ kg$ ، داریم :

$$n = \frac{1.93\times10^{4}\ kg/m^{3}}{197\ u/\text{اتم}\ \times (1.66\times10^{-27}\ kg/u)}$$
$$= 5.90\times10^{28}\ \text{اتم}/m^{3}$$

عدد اتمی Z طلا ۷۹ می‌باشد ، انرژی جنبشی ۷/۷ MeV برابر است با $1/23\times10^{-12}$ ل و $\theta = 45^\circ$ از این ارقام پی‌می‌بریم که کسر $f = 7\times10^{-5}$ از ذرات آلفای فرودی تحت زاویهٔ 45° یا بیشتر پراکنده می‌شوند ـ فقط ۰/۰۰۷ درصد ! ورقه‌ای به این نازکی برای ذرات آلفا کاملا" شفاف است .

همان‌طور که در شکل (۴ـ۷) نشان داده شده است ، در یک آزمایش واقعی ، یک آشکار ساز ، ذرات آلفایی‌را که بین θ و $\theta + d\theta$ پراکنده شده‌اند ، اندازه‌گیری می‌کند . با مشتق گرفتن از معادلهٔ (۴ـ۸) نسبت به θ ، کسری‌از ذرات آلفای فرودی که این چنین پراکنده می‌شوند . به دست می‌آید .

$$df = -\pi nt\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 K}\right)^2 \cot\frac{\theta}{2}\csc^2\frac{\theta}{2}\,d\theta$$

(علامت منها این حقیقت را بیان می‌کند که با افزایش θ مقدار f کاهش می‌یابد). در آزمایش یک پردهٔ فلورسنت در فاصلهٔ r از ورقه گذاشته شد و ذرات آلفای پراکنده شده به وسیلهٔ جرقه‌هایی که ایجاد می‌کردند آشکار می‌شدند. ذرات آلفایی که بین θ و $\theta + d\theta$ پراکنده می‌شدند به منطقهٔ یک کره به شعاع r و با عرض $rd\theta$ می‌رسیدند. شعاع منطقه $r \sin\theta$ است و بنابراین، سطح dS از پرده که توسط این ذرات بمباردمان می‌شوند، عبارت است از:

$$\begin{aligned} dS &= (2\pi r \sin\theta)(rd\theta) = 2\pi r^2 \sin\theta\, d\theta \\ &= 4\pi r^2 \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\,d\theta \end{aligned} \qquad (۹-۴)$$

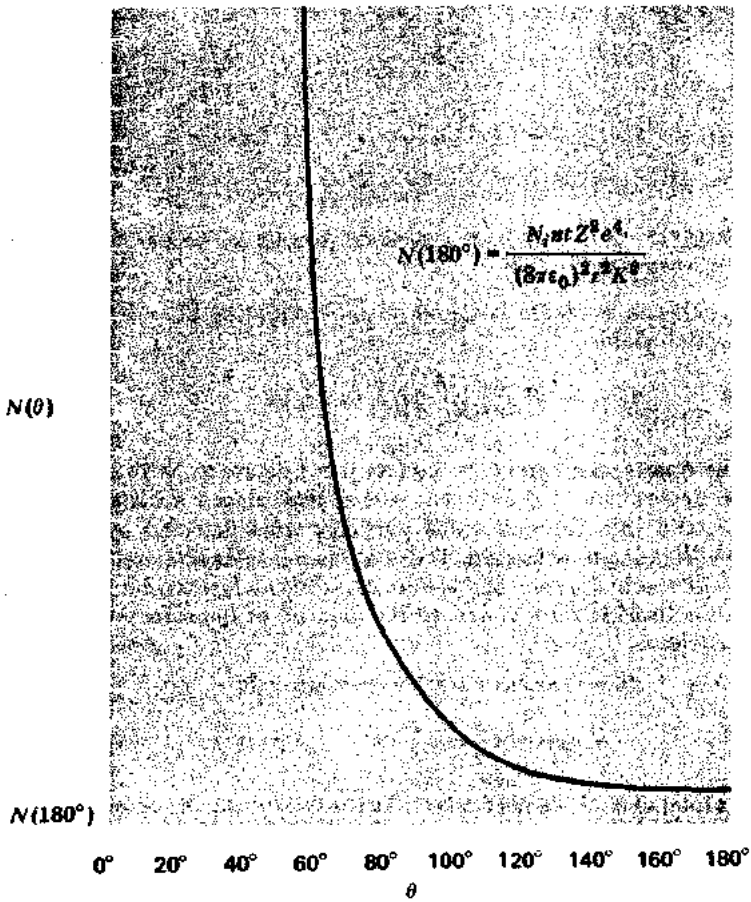
اگر تعداد کل ذرات آلفایی که در حین آزمایش به ورقه برخورد می‌کنند N_i باشد، تعداد ذرات پراکنده شده به اندازهٔ $d\theta$ در زاویهٔ θ مساوی $N_i\,df$ خواهد بود. تعداد ذرات $N(\theta)$ که در واحد سطح تحت زاویهٔ θ به پرده برخورد می‌کنند، که در واقع مقداری است که اندازه‌گیری می‌شود عبارت است از:

$$N(\theta) = \frac{N_i\,|df|}{dS} = \frac{N_i \pi nt\left(\frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 K}\right)^2 \cot\frac{\theta}{2}\csc^2\frac{\theta}{2}\,d\theta}{4\pi r^2 \sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\,d\theta}$$

$$N(\theta) = \frac{N_i n t Z^2 e^4}{(8\pi\varepsilon_0)^2 r^2 K^2 \sin^4(\theta/2)} \qquad \text{فرمول پراکندگی راترفورد} \qquad (۱۰-۴)$$

معادلهٔ (۴-۱۰)، فرمول پراکندگی راتر فورد است.

بر طبق معادلهٔ (۴-۱۰) تعداد ذراتی که در واحد سطح به پردهٔ فلورسنت که در فاصلهٔ r از ورقهٔ پراکندگی قرار گرفته است، باید با ضخامت t ورقه، تعداد اتمهای ورقه در واحد حجم n و با مجذور عدد اتمی Z اتمهای آن نسبت مستقیم و با مجذور انرژی جنبشی K ذرات آلفا و $\sin^4(\theta/2)$ نسبت عکس داشته باشد. در این جا θ زاویهٔ پراکندگی است. این پیش‌بینی‌ها با اندازه گیریهای گایگر و مارسدن که قبلاً ذکر شد، هماهنگی داشت و راتر-فورد را به این نتیجه رساند که فرضیاتش که در میان آنها فرضیهٔ اتم هسته‌ای از همه عمده‌تر است، صحیحند. بنابراین، "کشف" هسته به راتر فورد نسبت داده می‌شود. شکل (۴-۸) چگونگی تغییر $N(\theta)$ را با θ نشان می‌دهد.



شکل (۴–۸) پراکندگی راترفورد .

۴–۴ ابعاد هسته‌ای

وقتی که می‌گوییم داده‌های تجربی در بارهٔ پراکندگی ذرات آلفا توسط ورقه‌های نازک این فرضیه را به اثبات می‌رساند که هسته‌های اتمی ذرات نقطه‌ای هستند ، آنچه واقعاً مد نظر است این است که ابعاد هسته‌ای در مقایسه با کمینهٔ فاصله‌ای که ذرات آلفای فرودی به آنها نزدیک می‌شوند ، ناچیز هستند . بنابراین ، پراکندگی راترفورد ما را مجاز می‌دارد برای ابعاد هسته‌ای حد بالایی را معین کنیم . اکنون r_0 ، کمترین فاصلهٔ پر انرژی‌ترین ذرات آلفای به کار گرفته شده در آزمایشهای اولیه ، را محاسبه می‌کنیم . کمترین مقدار r_0 ، فاصلهٔ یک ذرهٔ آلفا تا هسته هنگامی است که ذره برای یک برخورد شاخ به شاخ به هسته

نزدیک شود که در این حالت با زاویه $180°$ پراکنده خواهد شد. در لحظه‌ای که ذره به کمترین فاصله با هسته می‌رسد، انرژی جنبشی اولیهٔ K ذره تماماً به انرژی پتانسیل الکتریکی تبدیل می‌شود و بنابراین در این لحظه

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2Ze^2}{r_0} \qquad (۱۱-۴)$$

چون بار ذرهٔ آلفا $2e$ و بار هسته Ze است، داریم:

$$r_0 = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 K}$$

بیشینهٔ مقدار K در ذرات آلفایی که منشاء طبیعی دارند، $7/7\,MeV$ است که برابر $1/2\times10^{-12}\,J$ می‌باشد. از آن جا که $1/4\pi\varepsilon_0 = 9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2$،

$$r_0 = \frac{2\times(9\times10^9\ N\cdot m^2/C^2)\times(1.6\times10^{-19}\ C)^2 Z}{1.2\times10^{-12}\ J}$$
$$= 3.8\times10^{-16} Z\ m$$

عدد اتمی طلا، یک مادهٔ ورقه‌ای نوعی، $Z=79$ است، به طوری که:

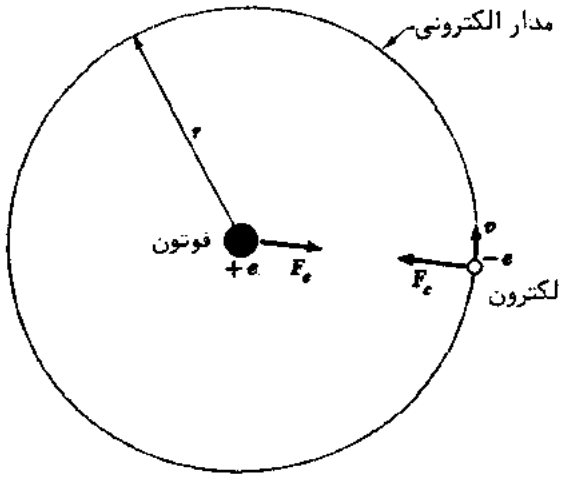
$$r_0(Au) = 3.0\times10^{-14}\ m$$

بنابراین، شعاع هستهٔ اتم طلا کمتر از $3\times10^{-14}\,m$ می‌باشد که کلاً کمتر از $\frac{1}{10000}$ شعاع اتم است.

در سالهای اخیر توانسته‌اند ذراتی با انرژی خیلی بیش از $7/7\ MeV$ را بطور مصنوعی شتاب دهند و پی برده‌اند که در واقع فرمول پراکندگی راتر فورد سرانجام با تجربه وفق نمی‌دهد. این آزمایشها و اطلاعاتی که در بارهٔ ابعاد هسته‌ای واقعی به دست می‌دهند در فصل ۱۱ مورد بحث قرار خواهند گرفت؛ شعاع هستهٔ اتم طلا به این طریق ثابت می‌شود که $\frac{1}{6}$ مقدار $r_0(Au)$ است که در بالا به دست آمد.

۴-۵ مدارهای الکترونی

مدل اتمی راتر فورد که بطور قاطع از راه آزمایش تأیید شد، اتم را چنین تصویر می‌کند: هسته‌ای بسیار ریز و سنگین با بار الکتریکی مثبت که به وسیلهٔ الکترونها از فاصله‌ای نسبتهٔ



شکل (۴-۹) تعادل نیرو در اتم ئیدروژن

دور احاطه شده است و تعداد این الکترونها به آن حدی است که توانسته‌اند از اتم ، واحدی مستقل که از نظر الکتریکی خنثی است ، بسازند . در این مدل الکترونها نمی‌توانند ساکن باشند ، زیرا در مقابل نیروی الکتریکی که آنها را به طرف هسته جذب می‌کند ، نیرویی وجود ندارد که بتواند آنهارا ثابت نگهدارد . اگر الکترونها در حرکت باشند ، با وجود این امکان مدارهایی پایدار از نظر دینامیکی ، مانند مدارهای سیارات دور خورشید ، وجود دارد (شکل ۴-۹) .

حال دینامیک کلاسیکی اتم ئیدروژن را ، که الکترون منفرد ش آن را جزء ساده‌ترین اتمها قرار داده است ، بررسی می‌کنیم . برای سهولت فرض می‌کنیم که مدار الکترون به شکل دایره باشد ، گر چه ممکن است تصور مدار بیضوی برای آن نیز منطقی باشد . نیروی مرکزگرا[1]

$$F_c = \frac{mv^2}{r}$$

که الکترون را درمداری r از هسته نگه می‌دارد به وسیلهٔ نیروی الکتریکی

$$F_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}$$

1. Centripetal Force

بین آنها تأمین می‌شود و شرط پایداری مدار عبارت است از :

$$F_c = F_e$$

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \qquad (۱۲-۴)$$

بنابراین ، سرعت الکترون برحسب شعاع مدار r از فرمول زیر بدست می‌آید

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}} \qquad (۱۳-۴)$$

انرژی کل E الکترون در یک اتم ئیدروژن برابراست با مجموع انرژی جنبشی

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2$$

و انرژی پتانسیل آن

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

(علامت منها دال بر این است که نیروی وارد بر الکترون در جهت r ــ می‌باشد) . از این رو

$$E = K + V$$

$$= \frac{mv^2}{2} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

با جایگزین کردن مقدار v از معادلهٔ (۴ــ۱۲) خواهیم داشت :

$$E = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$= -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r} \qquad (۱۴-۴)$$

انرژی کلی الکترون منفی است : این امر در مورد الکترون هر اتمی صدق می‌کند وبیانگر این حقیقت است که الکترون در قید هسته می‌باشد . اگر E بزرگتر از صفر بود ، یک الکترون مدار بسته‌ای را به دور هسته دنبال نمی‌کرد . (البته در واقع ، انرژی E یک ویژگی خاص الکترون نیست ، بلکه یک ویژگی سیستم الکترون + هسته می‌باشد . تاثیر مشترک بودن E بین الکترون و هسته در بخش ۴ــ۹ مورد بررسی قرار می‌گیرد .))

مسأله: آزمایش نشان می‌دهد که انرژی لازم برای تفکیک یک اتم ئیدروژن به یک پروتون و یک الکترون ۱۳/۶eV می‌باشد؛ یعنی انرژی پیوندی آن ۱۳/۶eV- است. مطلوب است محاسبهٔ شعاع مداری و سرعت الکترون در یک اتم ئیدروژن.

حل: چون $13/6\,eV = 2/2\times10^{-18}\,J$ است، از معادلهٔ (۴-۱۴) داریم

$$r = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 E}$$

$$= -\frac{(1.6\times10^{-19}\,C)^2}{8\pi\times(8.85\times10^{-12}\,F/m)\times(-2.2\times10^{-18}\,J)}$$

$$= 5.3\times10^{-11}\,m$$

یک شعاع اتمی با این بزرگی با برآوردهایی که برای این شعاع به روشهای دیگر می‌شود سازگاری دارد. سرعت الکترون را می‌توان از معادلهٔ (۳-۱۴) به دست آورد:

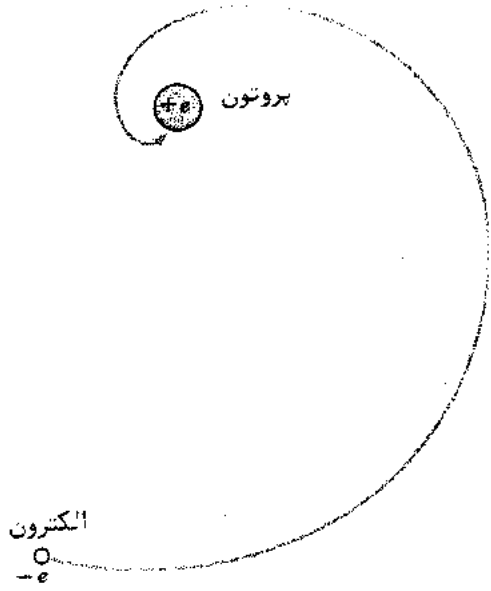
$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m r}}$$

$$= \frac{1.6\times10^{-19}\,C}{\sqrt{4\pi\times(8.85\times10^{-12}\,F/m)\times(9.1\times10^{-31}\,kg)\times(5.3\times10^{-11}\,m)}}$$

$$= 2.2\times10^{6}\,m/s$$

چون $v \ll c$ است، وقتی اتم ئیدروژن را بررسی می‌کنیم می‌توان از نسبیت خاص صرف‌نظر کرد.

تحلیل فوق کاربردی مستقیم از قوانین حرکت نیوتن و قانون نیروی الکتریکی کولنی است — هر دو از ارکان فیزیک کلاسیک — و با مشاهدهٔ تجربی این امر که اتمها پایدارند، مطابقت دارد. با وجود این، تحلیل فوق با نظریهٔ الکترومغناطیسی هماهنگی ندارد — یکی دیگر از ارکان فیزیک کلاسیک — این نظریه پیش‌بینی می‌کند که بارهای الکتریکی شتابدار، انرژی را به شکل امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کنند. یک الکترون که مسیری منحنی را دنبال می‌کند، شتاب می‌گیرد و بنابراین بایستی انرژی آن کاهش یابد و در مدت کمتر از یک ثانیه به طور مارپیچ به داخل هسته سقوط کند (شکل ۴-۱۰) هر موقع که پیش‌بینی‌های



شکل (۴ـ۱۰) برطبق فیزیک کلاسیک، الکترون ضمن تابش انرژی که از شتابش ناشی می‌شود، با حرکت مارپیچی به سرعت به داخل هسته سقوط می‌کند.

نظریهٔ الکترومغناطیسی مستقیماً مورد آزمایش قرار گرفته‌اند، همیشه با آزمایش هماهنگی داشته‌اند، ولی اتمها فروریخته نمی‌شوند. این تناقض تنها می‌تواند بیانگر یک چیز باشد: قوانین فیزیک که در دنیای ماکروسکوپی معتبرند در دنیای میکروسکوپی اتم صدق نمی‌کنند.

دلیل ناتوانی فیزیک کلاسیک از ارائهٔ یک تحلیل رسا از ساختمان اتم این است که فیزیک کلاسیک منحصراً از راه مفاهیم انتزاعی ذرات "خالص" و امواج "خالص" به طبیعت نزدیک می‌شود. همان طور که در دو فصل گذشته آموختیم، ذرات و امواج خواص مشترک زیادی دارند، ولی به علت کوچکی ثابت پلانک، دوگانگی ذره‌ـموج در دنیای ماکروسکپی غیر محسوس است. هر چه مقیاس پدیده‌های در دست مطالعه کاهش یابد، از اعتبار فیزیک کلاسیک کاسته می‌شود و اگر قرار است اتم تفهیم شود، رفتار ذره‌ای امواج و رفتار موجی ذرات باید کاملاً به حساب آیند. در باقیماندهٔ این فصل خواهیم دید که چگونه مدل اتمی بوهر مفاهیم کلاسیک ومدرن را درهم می‌آمیزد و قسمتی از کار اخیر را به انجام می‌رساند. تا موقعی که اتم را از دیدگاه مکانیک کوانتمی که با ادراکات ذهنی زندگی روزانهٔ ما سازگار نیست، بررسی نکنیم، یک نظریهٔ اتمی که واقعاً موفقیت‌آمیز باشد به‌دست نخواهیم آورد.

در این جا سؤال جالبی مطرح می‌شود . در استنتاج از فرمول پراکندگی رادرفورد ، همان قوانین فیزیکی به کار برده شد که قادر نیستند پایداری اتم را توجیه کنند . پس، آیا ممکن نیست یا حتی احتمال ندارد که این فرمول غلط باشد و این که اتم در واقع به مدل رادرفورد که در آن هستهٔ مرکزی کوچکی توسط الکترون‌هایی در فاصلهٔ دور احاطه شده‌اند ، شباهتی نداشته باشد؟ این یک سؤال بی‌اهمیت نیست و از یک لحاظ اتفاق عجیبی است که تحلیل مکانیک کوانتمی پراکندگی ذرهٔ آلفا از ورقه‌های نازک دقیقاً به همان فرمولی منتج شود که رادرفورد به دست آورد . برای اثبات این که یک محاسبهٔ کلاسیکی باید حداقل بطور تقریب صحیح باشد ، باید توجه کنیم کـه طول موج دبروی یک ذرهٔ آلفا با تندی $2\times10^{7}\,m/s$ مساوی است با :

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.63\times10^{-34}\,J\cdot s}{(6.6\times10^{-27}\,kg)\times(2\times10^{7}\,m/s)}$$
$$= 5\times10^{-15}\,m$$

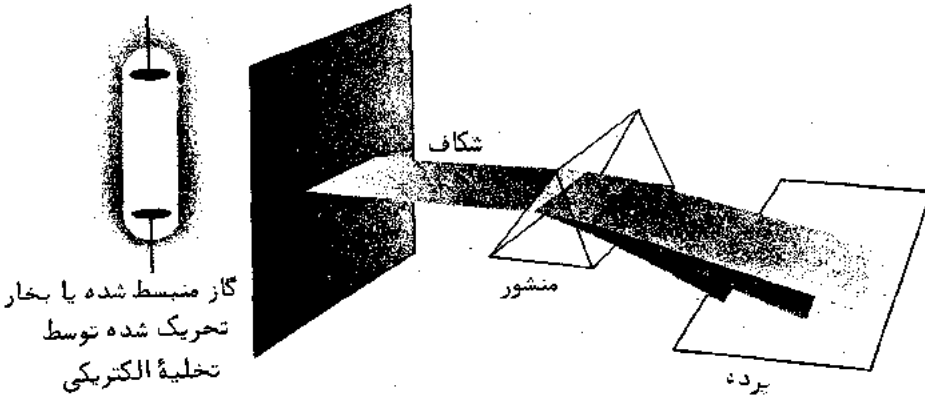
همان طـور کـه در بخـش (۴-۴) دیدیم ، نزدیکترین فاصله‌ای که یک ذرهٔ آلفا با این طول موج با یک هستهٔ طلا می‌تواند داشته باشد مساوی $3\times10^{-14}m$ است که شش برابر طول موج دبروی می‌باشد و بـنابراین منطقی است که ذرهٔ آلفا را در برهمکنش بـه عنوان یک ذرهٔ کلاسیکی در نظر بگیریـم . گرچه دینامیک الکترونـهای اتمی ــ که موضوع دیگری است ــ به یک برداشت غیر کلاسیکی نیاز دارد ، ولی در نظر گرفتن اتم بر طبق مدل رادرفورد صحیح است .

۴-۶ ــ طیفهای اتمی

توانایی نظریهٔ اتمی بوهر در بیان منشاء خطوط طیفی یکی از جالبترین کاربردهای این نظریه محسوب می‌شود ، و بنابراین مناسب است که بیان نظریه را با نگاهی به طیفهـای اتمی شروع کنیم .

قبلاً متذکر شدیم که مادهٔ متراکم (جامدات و مایعات) در هر دمایی تابشهایی گسیل می‌دارد که تمام طول موجها را گرچه با شدتهای مختلف ، در بر می‌گیرد . در فصـل ۹ خواهیم دید که خصوصیات مشاهده شدهٔ این تابش را می‌توان براساس نظریهٔ کوانتمی نور، مستقل از جزئیات فرآیند خود تابش یا جزئیات طبیعت ماده بیان کرد . از این یافته به‌این نتیجه می‌رسیم که ما به جای این که شاهد رفتار مشخص تک تک اتمهای یک عنصر خـاص باشیم ، شاهد رفتار جمعی بسیاری از اتمهای برهمکنشی هستیم .

از سوی دیگر ، فاصلهٔ میانگین اتمها یا مولکولها در یک گاز منبسط شده آنقدر زیـاد

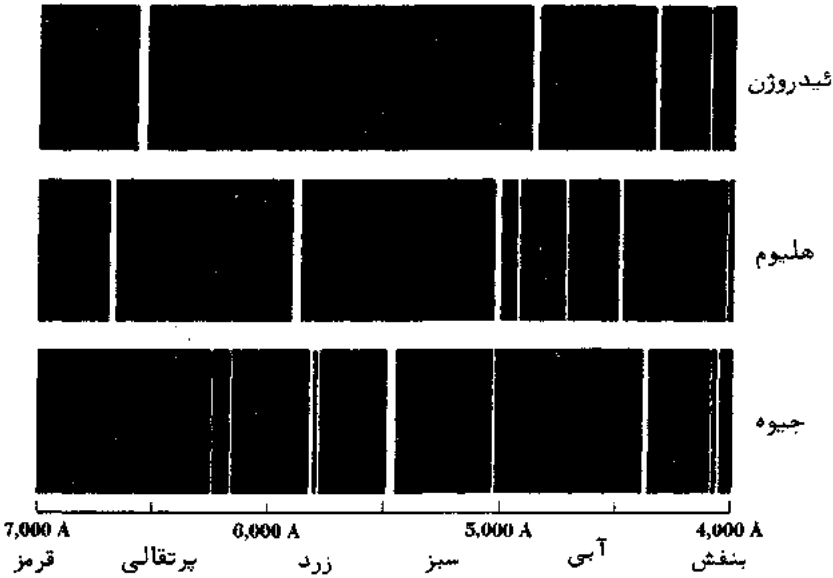


شکل (۴–۱۱) طیف سنج

است که برهمکنشهای متقابل آنها فقط طی برخوردهای تصادفی صورت می‌گیرد . در چنین وضعیتی انتظار می‌رودکه هر تابش گسیل شده ، مشخصهٔ اتمهای منفرد یا مولکولهای منفرد موجود باشد ، انتظاری که بطور تجربی تحقق پیدا می‌کند . معمولا " وقتی که یک گاز یا بخار اتمی را به وسیلهٔ فشاری تا حدی کمتر از فشار جو با عبور جریان الکتریکی از آن "تحریک" کنیم ، تابش گسیل شده طیفی را تشکیل خواهد داد که فقط چند طول موج مشخص دارد . یک روش ایده‌آل برای مشاهدهٔ چنین طیف اتمی‌در شکل (۴–۱۱) نشان داده شده است . در طیف‌سنج‌های‌واقعی‌از شبکه‌های پراش استفاده می‌شود . شکل (۴–۱۲) طیف اتمی چندین عنصر را که " طیفهای خطی نشری" نامیده می‌شوند ، نشان می‌دهد . هر عنصر یک طیف خطی منحصر به خود را ، هنگامی که نمونه‌ای از آن درحالت بخار تحریک می‌شود ، نشان می‌دهد . بنابراین،برای‌تجزیه و تحلیل ساختمان یک عنصر ناشناخته طیف‌نما وسیلهٔ مفیدی است .

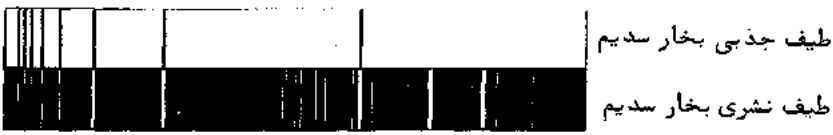
طیف یک گاز یا بخار مولکولی تحریک شده ، دارای نوارهایی است که از تعداد زیادی خطوط مجزای نزدیک به هم تشکیل می‌شود (شکل ۴–۱۳) . منشأ این نوارها به چرخش و ارتعاشات اتمهای موجود در یک مولکول ، که به طریق الکترونیکی تحریک شده است ، مربوط می‌شود . در این مورد ، در یکی از فصلهای بعد بحث خواهد شد .

وقتی که نور سفید از میان یک گاز عبور می‌کند ، گاز ، بعضی ازطول موجهایی را که در طیف نشریش حضور دارد ، جذب می‌کند . طیف خطی جذبی حاصل حاوی زمینهٔ روشنی



شکل (۴–۱۲) بعضی از خطوط اصلی در طیف‌های نشری ئیدروژن ، هلیوم و جیوه .

شکل (۴–۱۳) بخشی از طیف نواری PN



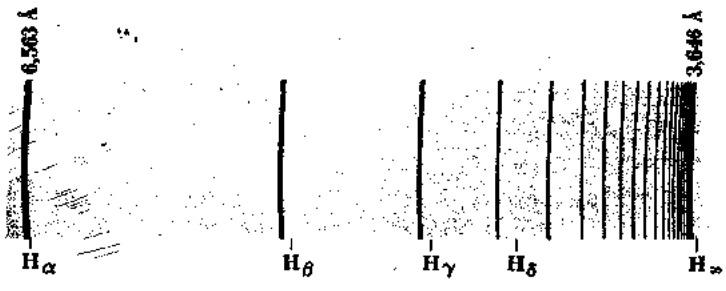
شکل (۴–۱۴) خطوط تاریک درطیف جذبی یک عنصر با خطوط روشن در طیف نشری آن مطابقت دارد .

است که خطوطی تاریک آن را قطع کرده‌اند و این خطوط تاریک با طول موجهای محو شده مطابقت دارند (شکل ۴–۱۴) طیفهای نشری از خطوطی روشن در زمینه‌ای تاریک تشکیل

می‌گردند . در طیف خورشیدی خطوطی تاریک موسوم به خطوط فرانهوفر[1] دیده می‌شود ، زیرا بخش فروزان خورشید ، که تقریباً مطابق با پیش‌بینی‌های نظری در مورد جسمی که تا ۵۸۰۰ K گرم شده است تابش می‌کند ، به وسیلهٔ پوششی از گاز سردتر احاطه شده که فقط طول موجهای معینی از نور را جذب می‌کند .

درنیمهٔ دوم قرن نوزدهم کشف شد که طول موجهای موجود در طیفهای اتمی به دسته‌های معینی به نام سریهای طیفی تقسیم می‌شوند . طول موجهای هر یک از سریها را می‌توان به وسیلهٔ یک فرمول سادهٔ تجربی مشخص کرد و میان فرمول‌هایی که برای سریهای مختلف تشکیل دهندهٔ طیف کامل یک عنصر به کار می‌رود ، تشابه قابل ملاحظه‌ای به چشم می‌خورد . اولین سریهای طیفی از این نوع در سال ۱۸۸۵ م . توسط جی . جی . بالمر[2] ضمن مطالعهٔ بخش قابل رؤیت طیف ئیدروژن پیدا شد . شکل (۴–۱۵) سری بالمر را نشان می‌دهد . خطی که بلندترین طول موج را دارد ، یعنی ۶۵۶۳ Å ، با H_α و خط بعدی که طول موج آن ۴۸۶۳ Å است با H_β نشان داده می‌شود و غیره . هر چه طول موج کاهش یابد ، مشاهده می‌شود که فاصلهٔ خطوط از هم کمتر و شدت آنها ضعیفتر می‌شود . آخرین خط که طول موج آن ۳۶۴۶ Å است ، حد سری نامیده می‌شود که بعد از این خط، خطوط مجزا نیستند بلکه طیف پیوستهٔ کم رنگی دیده می‌شود . برای طول موجهای این سریها فرمول بالمر عبارت است از :

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3, 4, 5, \ldots \qquad \text{بالمر} \qquad (۴–۱۵)$$



شکل (۴–۱۵) سری بالمر ئیدروژن

1. Fraunhofer

2. J. J. Balmer

R به ثابت ریدبرگ[1] مشهور می‌باشد و مقدار آن برابر است با :

$$R = 1.097 \times 10^{7}\ \mathrm{m}^{-1}$$
$$= 1.097 \times 10^{-3}\ \text{Å}^{-1}$$

$n=۳$ برای خط H_α و $n=۴$ برای خط H_β می‌باشد و غیره. به‌ازای $n=\infty$ حد سری به دست می‌آید، به طوری که طول موج آن $4/R$ می‌باشد که با نتیجهٔ آزمایش سازگاری دارد.

سری بالمر فقط طول موجهای موجود در بخش مرئی طیف ئیدروژن را شامل می‌شود. خطوط طیفی ئیدروژن در نواحی فرابنفش و فروسرخ به سریهای متعدد دیگری تقسیم می‌شوند. در ناحیهٔ فرابنفش سری لیمن[2] طول موجهای مشخص شده به وسیلهٔ فرمول زیر را شامل می‌شود

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2, 3, 4, \ldots \qquad \text{لیمن} \qquad (۱۶-۴)$$

در ناحیهٔ فروسرخ سه سری طیفی پیدا شده‌اند که طول موجهای خطوط تشکیل دهندهٔ آنها به وسیلهٔ فرمولهای زیر مشخص می‌شوند.

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 4, 5, 6, \ldots \qquad \text{پاشن}^{3} \qquad (۱۷-۴)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 5, 6, 7, \ldots \qquad \text{براکت}^{4} \qquad (۱۸-۴)$$

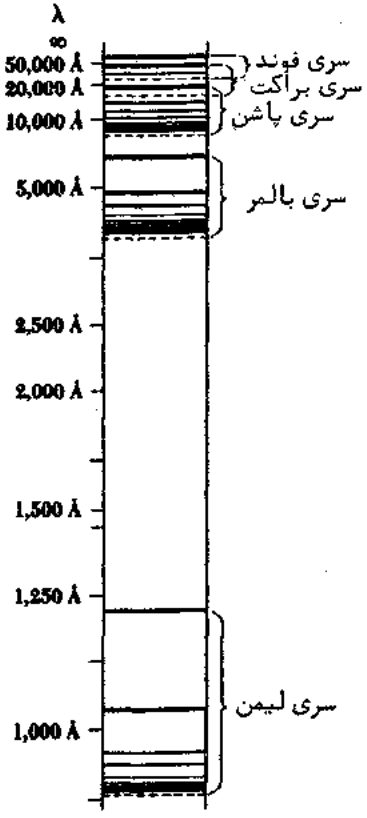
$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 6, 7, 8, \ldots \qquad \text{فوند}^{5} \qquad (۱۹-۴)$$

در شکل (۴-۱۶) سری طیف ئیدروژن برحسب طول موج ترسیم شده‌اند. ظاهراً "سری براکت روی سری پاشن و فوندرا می‌پوشانند. مقدار R همان‌اندازه‌ای است که در معادله‌های (۴-۱۵) تا (۴-۱۹) داشتیم.

وجود چنین نظم قابل‌ملاحظه‌ای در طیف ئیدروژن و همچنین نظم مشابهی در طیفهای عناصر پیچیده‌تر، یک عامل تعیین کننده برای هر نظریه از ساختار اتمی را ایجاد می‌کند.

---

1. Rydberg Constant
2. Lyman Series
3. Paschen
4. Brackett
5. Pfund



شکل (۴ـ۱۶) سری طیف ئیدروژن

۴ـ۷ اتم بوهر[1]

در بخش (۴ـ ۵) دیدیم که اصول فیزیک کلاسیکی با پایداری مشاهده شده در اتم ئیدروژن مغایرت دارد. در این اتم، الکترون مجبور است به دور هسته بچرخد تا از کشیده شدن آن به داخل هسته جلوگیری شود و با وجود این باید دائما" انرژی الکترومغناطیسی تابش کند. از آنجا که سایر پدیده‌های ظاهرا" متناقض مانند پدیدهٔ فتوالکتریک و پراش الکترونها، برحسب مفاهیم کوانتمی توجیه می‌شوند، بهتر است در این مورد که آیا این روش کوانتمی در مورد اتم نیز صدق می‌کند یا نه، تحقیق کنیم. گر چه مسیری که به مدل بوهر از اتم ئیدروژن ختم می‌شود، همان مسیری نیست که بوهر در سال ۱۹۱۳ م. در پیش گرفت ــ این تاریخ یک دهه قبل از زمانی بود که دبروی مفهوم امواج وابسته به ماده را مطرح کرد ــ تمام نتایج یکسان است.

1. The Bohr Atom

مطلب را با بررسی رفتار موجی‌یک الکترون در مداری دور یک هستهٔ ئیدروژن شروع می‌کنیم . طول موج دبروی این الکترون عبارت است از :

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

که سرعت الکترون از معادلهٔ (۴–۱۳) به دست می‌آید :

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}}$$

از این رو

$$\lambda = \frac{h}{e}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 r}{m}} \qquad (۴–۲۰)$$

با قرار دادن‌مقدار $۵/۳\times۱۰^{-۱۱}$ m برای شعاع r مدار الکترونی ، طول موج الکترون به دست می‌آید .

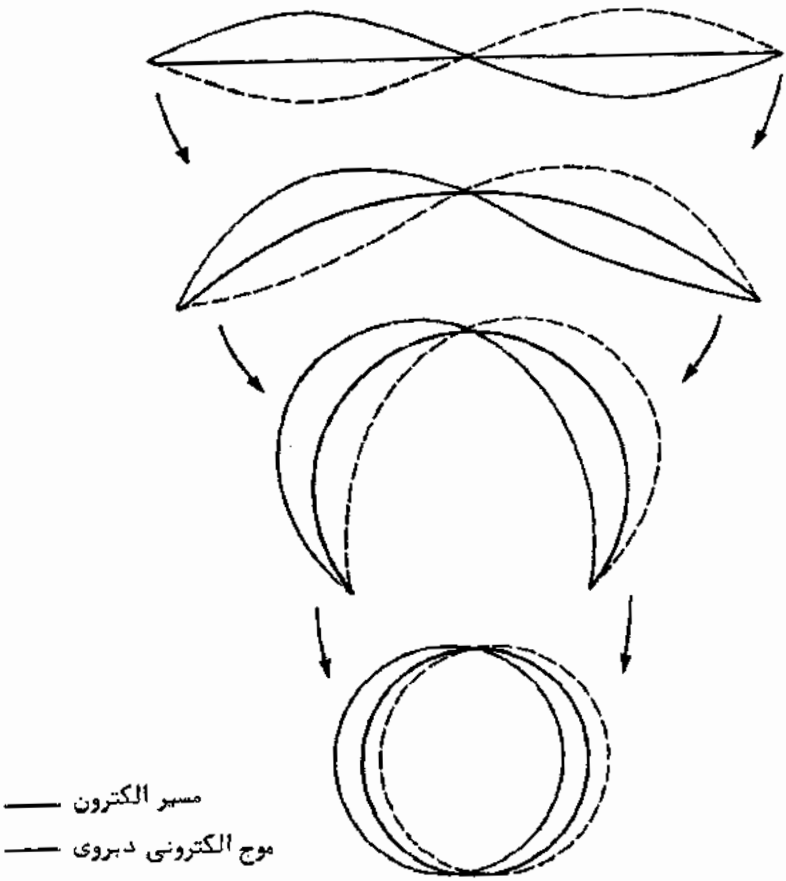
$$\lambda = \frac{6.63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}{1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C}}\sqrt{\frac{4\pi\times(8.85\times10^{-12}\ \mathrm{F/m})\times(5.3\times10^{-11}\ \mathrm{m})}{9.1\times10^{-31}\ \mathrm{kg}}}$$
$$= 33\times10^{-11}\ \mathrm{m}$$

طول موج حاصل دقیقاً با محیط مدار الکترون برابر است

$$2\pi r = 33\times10^{-11}\ \mathrm{m}$$

مدار الکترونی در یک اتم ئیدروژن با یک طول موج الکترونی کامل ملحق شده به خود مطابقت دارد (شکل ۴–۱۷) .

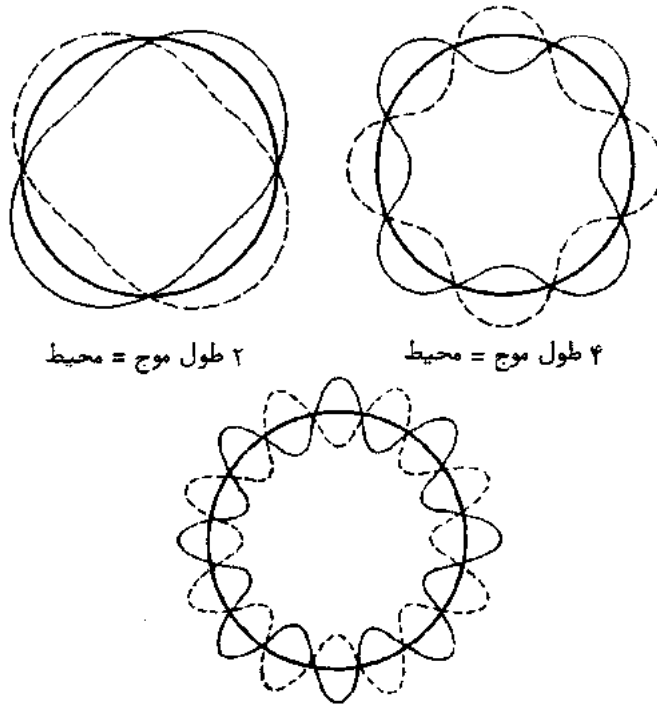
این حقیقت که‌مدار الکترونی در یک اتم ئیدروژن مساوی یک طول موج الکترونی روی محیط مدار است ، کلیدی است که برای ساختن‌یک نظریهٔ اتمی به آن نیاز داریم . اگر ارتعاشات یک حلقهٔ سیمی را در نظر بگیریم (شکل ۴–۱۸) ، پی می‌بریم که محیط حلقه همیشه مضرب صحیحی از طول موجهای آنها خواهد بود ، به‌طوری که هر موج به آرامی به موج بعدی ملحق می‌شود . اگر سیم کاملاً حالت فنریت می‌داشت ، ارتعاشات بطور نامحدود ادامه می‌یافت . چرا این ارتعاشات تنها ارتعاشات ممکن در یک حلقهٔ سیمی است ؟ اگر محیط حلقه مضرب صحیحی از طول موجها نباشد ، مانند شکل (۴–۱۹) ، ضمن حرکت امواج به‌دور حلقه تداخل ویرانگری روی خواهد داد و ارتعاشات بسرعت محو خواهند شد . بنابراین



شکل (۴–۱۷) مدار الکترونی در یک اتم ئیدروژن با موج الکترونی دبروی کامل ملحق شده به خود برابر است.

اگر رفتار امواج الکترون در اتم ئیدروژن را با ارتعاشات یک حلقه سیم قابل قیاس بدانیم به این فرضیه می‌رسیم که: **در صورتی یک الکترون می‌تواند دور هسته بچرخد که محیط مدار آن مضرب صحیحی از طول موج دبروی باشد.**

چون طول موج الکترون از سرعت مداری مورد نیاز برای تعادل با نیروی جاذبهٔ هسته ناشی می‌شود، این خصوصیات موجی و ذره‌ای الکترون را در یک عبارت منفرد ادغام می‌کند.

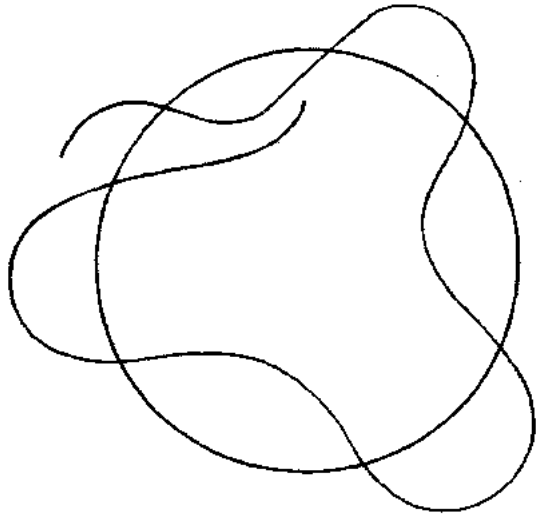


شکل (۴–۱۸) ارتعاشات یک حلقهٔ سیمی

گر چه ما هرگز نمی‌توانیم این خصوصیات متضاد را بطور همزمان مشاهده کنیم ، ولی آنها در طبیعت جدایی ناپذیرند . گرچه بطور قطع قیاس بین یک الکترون اتمی و امواج ساکن شکل (۴–۱۸) آخرین مطلب این موضوع نیست ، ولی این قیاس نشانگر گامی روشن به سوی نظریهٔ دقیقتر و وسیعتر اما انتزاعی‌تر کوانتم مکانیکی اتم است .

بیان این موضوع که یک مدار الکترونی حاوی مضرب صحیحی از طول موجهای دبروی می‌باشد ، کار ساده‌ای است . محیط یک مدار الکترونی به شعاع r برابر است با $2\pi r$ و بنابراین چنانچه مدار پایدار باشد ، معادلهٔ آن به صورت زیر نوشته می‌شود .

$$n\lambda = 2\pi r_n \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$ **شرط لازم برای پایداری مدار** (۴–۲۱)



شکل (۴–۱۹) اگر محیط مدار مضرب صحیحی از طول موجها نباشد ، مدار پایدار نیست زیرا تداخل ویرانگری روی خواهد داد .

که در آن r_n شعاع مداری است که دارای n طول موج می‌باشد . عدد صحیح n را **عدد کوانتمی** مدار می‌نامند . با جایگزین کردن طول موج الکترون λ از معادلهٔ (۴–۲۰) داریم

$$\frac{nh}{e}\sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 r_n}{m}} = 2\pi r_n$$

و بنابراین مدارهای الکترونی ممکن آنهایی هستند که شعاعشان از فرمول زیر بدست آید .

$$r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi m e^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$ **شعاع‌های مداری در اتم بوهر** (۴–۲۲)

شعاع داخلی ترین مدار به **شعاع بوهر** اتم هیدروژن موسوم است و با علامت a_0 نشان داده می‌شود .

شعاع بوهر

$$a_0 = r_1 = 5.292 \times 10^{-11}\ \mathrm{m} = 0.5292\ \text{Å}$$

سایر شعاعها برحسب a_0 از فرمول زیر بدست می‌آیند .

$$r_n = n^2 a_0$$

بدین ترتیب، فاصلهٔ بین مدارهای مجاور افزایش می‌یابد .

۴ـ۸ ترازهای انرژی و طیفها

مدارهای مجاز مختلف دارای انرژیهای الکترونی متفاوت می‌باشند . انرژی الکترون E_n برحسب شعاع مدار r_n از معادلهٔ (۴ـ۱۴) به دست می‌آید .

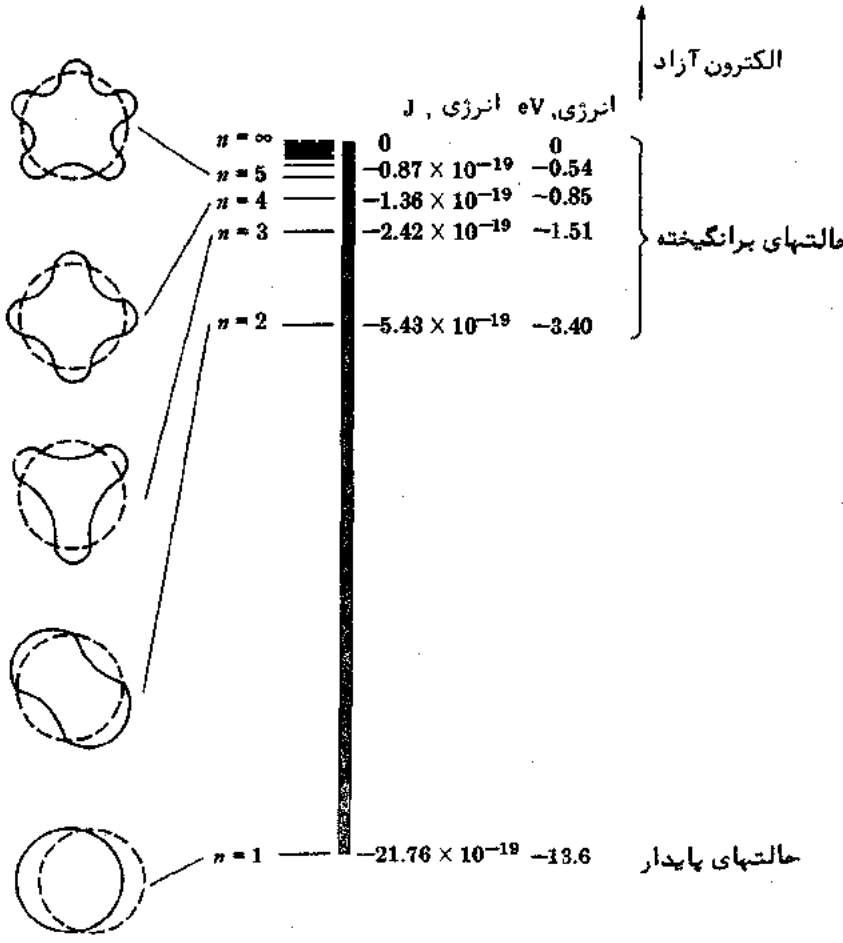
$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 r_n}$$

به جای r_n . معادلش‌را از معادلهٔ (۴ـ۲۲) قرار می‌دهیم ، لذا داریم :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \text{ترازهای انرژی} \qquad (۴ـ۲۳)$$

انرژیهایی را که به وسیلهٔ معادلهٔ (۴ـ۲۳) مشخص می‌شوند ، ترازهای انرژی اتم ئیدروژن می‌نامند و در شکل (۴ـ۲۰) رسم شده‌اند . این ترازها همگی منفی هستند که دال بر این است که‌الکترون برای فرار از اتم به قدر کافی‌انرژی‌ندارد . پایین‌ترین‌ترازانرژی E_1 را **حالت پایدار** اتم می‌نامند . و ترازهای بالاتر $E_2, E_3, E_4, \ldots$ را **حالتهای برانگیختهٔ اتم می‌گویند** . هر چه عدد کوانتمی افزایش یابد ، انرژی مربوط E_n به صفر نزدیکتر می‌شود ؛ در حد $n = \infty$ ، $E_n = 0$ می‌شود و در این حالت دیگر الکترون در قید هسته نیست تا اتمی راتشکیل دهد . (برای یک ترکیب الکترون ـ هسته ، انرژی مثبت بدان معنی است که الکترون در قید هسته نیست و برای این ترکیب شرایط کوانتمی برآورده نمی‌شود . البته واضح است که چنین ترکیبی یک اتم را شامل نمی‌شود .)

ترتیب ترازهای انرژی نه تنها مشخصهٔ اتم ئیدروژن بلکه مشخصهٔ تمام اتم‌ها است . مثل مورد یک‌ذره در یک جعبه ، محدود کردن یک الکترون به ناحیه‌ای از فضا به محدودیتهایی درمورد توابع موجی آن منتهی می‌گردد که به نوبهٔ خود انرژیهای ممکن را فقط به مقادیر مشخصی محدود می‌کند . وجود ترازهای انرژی اتمی نمونه‌ای دیگر از کوانتمش‌یا دانه دانه‌ای کمیتهای فیزیکی در مقیاس میکروسکوپی است . در زندگی روزمرهٔ ما ، ماده ، بار الکتریکی ، انرژی و مانند آن به نظر می‌رسد پیوسته‌باشند . در مقابل ، در دنیای اتم ، ماده از ذرات بنیادی که دارای جرمهای در حال سکون معینی هستند ، تشکیل می‌شود ؛ بار الکتریکی



شکل (۴—۲۰) ترازهای انرژی اتم ئیدروژن

همیشه از حاصل چندین $e+$ و $e-$ به وجود می‌آید ؛ امواج الکترو مغناطیسی با بسامد ν به صورت جریان‌هایی از فوتون‌ها ظاهر می‌شوند که هر کدام انرژی $h\nu$ دارند و سیستمهای پایدار ذرات ، نظیر اتمها ، تنها می‌توانند دارای انرژیهای معینی باشند . همان‌طور که متوجه خواهیم شد سایر کمیتها در طبیعت نیز کوانتیزه می‌شوند و این کوانتمش برای این که به مادهٔ اطراف ما خواص معینش را بدهد ، به هر جنبه‌ای از چگونگی برهمکنش‌الکترونها ، پروتونها و نوترونها وارد می‌شود .

اینک لازم است معادله‌هایی را که بسط داده‌ایم بطور تجربی بررسی کنیم . یک نتیجهٔ

خیلی برجسته که از آزمایش حاصل شده است این است که اتمها هم در تابش و هم‌درجذب، طیفهای خطی از خود نشان می‌دهند. آیا این طیفها از مدل بالا پیروی می‌کنند؟

حضور ترازهای انرژی مجزا و معین در اتم ئیدروژن نشان دهندهٔ ارتباط‌بین‌این‌ترازها با طیفهای خطی است. فرض کنیم موقعی که یک الکترون در حالت برانگیخته به حالت پایین‌تری سقوط می‌کند، انرژی از دست رفته به صورت یک تک فوتون نور گسیل می‌شود. بر طبق مدلها، الکترونها در یک اتم تنها می‌توانند در بعضی ترازهای‌معین انرژی قرار بگیرند. پرش الکترون از یک تراز به ترازی دیگر، با توجه به این که اختلاف انرژی بین ترازها نه بتدریج‌بلکه‌به یکباره به صورت یک فوتون ظاهر می‌شود، با این مدل به خوبی توافق دارد. اگر عدد کوانتمی حالت اولیه (انرژی بیشتر) n_i و عدد کوانتمی حالت نهایی (انرژی کمتر) n_f باشد، می‌توان نوشت:

انرژی فوتون = انرژی نهایی ـ انرژی اولیه

$$E_i - E_f = h\nu \qquad (۲۴-۴)$$

جایی که ν بسامد فوتون گسیل شده است.

حالات اولیه و نهایی اتم ئیدروژن که اعداد کوانتمی مربوط به آنها n_i و n_f می‌باشد، دارای انرژیهایی هستند که از معادلهٔ (۴ـ۲۳) به دست می‌آیند.

$$\text{انرژی اولیه} = E_i = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_i^2}\right)$$

$$\text{انرژی نهایی} = E_f = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2}\right)$$

از این رو، اختلاف انرژی بین این حالتها عبارت است از:

$$E_i - E_f = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(-\frac{1}{n_i^2}\right) - \left(-\frac{1}{n_f^2}\right)$$
$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

بسامد ν فوتون آزاد شده در این انتقال برابر است با:

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h}$$
$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad (۲۵-۴)$$

از آن جا که $\lambda = c/\nu$، برحسب طول موج λ داریم .

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \qquad \text{طیف هیدروژن} \qquad (۴-۲۶)$$

معادلهٔ (۴-۲۶) بیان می‌کند که تابش گسیل شده توسط اتمهای هیدروژن برانگیخته باید دارای طول موجهای مشخصی باشد . به علاوه ، این طول موجها به دسته‌های معینی تقسیم می‌شوند ،که به عدد کوانتمی n_f تراز انرژی نهایی الکترون بستگی دارند . چون همیشه عدد کوانتمی اولیه n_i باید از عدد کوانتمی نهایی n_f در هر حالت بزرگتر باشد ، که انرژی اضافی وجود داشته باشد تا به صورت یک فوتون ظاهر شود ، فرمولهای محاسبه شده برای پنج سری اول عبارتند از :

$$n_f = 1: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 2, 3, 4, \ldots \qquad \text{لیمن}$$

$$n_f = 2: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3}\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 3, 4, 5, \ldots \qquad \text{بالمر}$$

$$n_f = 3: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3}\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 4, 5, 6, \ldots \qquad \text{پاشن}$$

$$n_f = 4: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3}\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 5, 6, 7, \ldots \qquad \text{براکت}$$

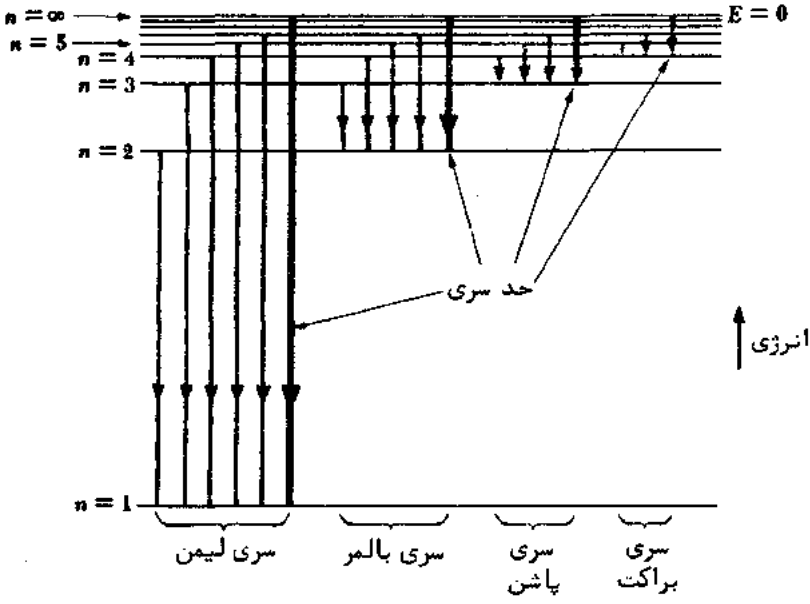
$$n_f = 5: \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3}\left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 6, 7, 8, \ldots \qquad \text{فوند}$$

این سریها از نظر شکل با سریهای طیفی تجربی که قبلا " در مورد آنها بحث شده‌است یکسان هستند . اعداد کوانتمی $n_f = 1$، $n_f = 2$، $n_f = 3$، $n_f = 4$، $n_f = 5$ بترتیب با سریهای لیمن ، بالمر ، پاشن ،براکت و فوند مطابقت دارند .

با وجود این ، ما هنوز نمی‌توانیم حکم خود را مبنی بر آن که طیف خطی ئیدروژن بر اثر گذارهای الکترونی از حالتهای پر انرژی به حالتهای کم انرژی به وجود می‌آید ،ثابت شده تلقی کنیم . قدم نهایی این است که مقدار ثابت در معادله‌های بالا را با مقدار ثابت ریدبرگ R که از معادله‌های (۴-۱۵) تا (۴-۱۹) آمده است ، مقایسه کنیم . این مقدار ثابت برابر است با :

$$\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 ch^3} = \frac{(9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}) \times (1.6 \times 10^{-19}\ \text{C})^4}{8 \times (8.85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})^2 \times (3 \times 10^8\ \text{m/s}) \times (6.63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s})^3}$$
$$= 1.097 \times 10^7\ \text{m}^{-1}$$

که در حقیقت با R مساوی است! بنابراین، این مدل اتم ئیدروژن که در اصل همان مدلی است که در سال ۱۹۱۳ م. توسط بوهر تکمیل شد (گر چه او در آن موقع به منظور جهت دادن به افکار خود به مفهوم امواج دبروی پی نبرده بود ــ رجوع کنید به مسألهٔ ۱۲)، با تجربه مطابقت دارد. شکل (۴ــ۲۱) چگونگی رابطهٔ بین خطوط طیفی ئیدروژن و ترازهای انرژی ئیدروژن را بطور ترسیمی نشان می‌دهد.



شکل(۴ــ۲۱) خطوط طیفی از گذارهای بین ترازهای انرژی سرچشمه می‌گیرند.

۴ــ۹ حرکت هسته‌ای

در تحلیل قبلی فرض بر این بود که هستهٔ ئیدروژن (یک پروتون) ساکن است، در حالی‌که الکترون مداری به دور آن می‌چرخد. البته، آنچه که در واقع باید روی دهد این است که هسته و الکترون هر دو به دور مرکز جرمشان که خیلی به هسته نزدیک است، می‌چرخند، زیرا جرم هسته خیلی بیشتر از جرم الکترون می‌باشد (شکل ۴ــ۲۲). سیستمی از این نوع معادل یک ذرهٔ منفرد با جرم m' است که به دور موضع ذرهٔ سنگین‌تر می‌چرخد. (این هم ارزی در بیشتر متون مکانیک ثابت شده است؛ رجوع شود به بخش ۸ــ۶) اگر m جرم الکترون و M جرم هسته باشد، m' به طریق زیر به دست می‌آید.

$$m' = \frac{mM}{m + M} \qquad (۲۷-۴)$$

کمیت m' را جرم کاهش یافتهٔ الکترون می‌نامند ، زیرا مقدار آن از m کمتر است .

بنابراین ، برای این که حرکت هسته را در اتم ئیدروژن به حساب آوریم ، کافی است که الکترون با ذره‌ای به جرم m' و بار $-e$ جایگزین شود . در این صورت ترازهای انرژی اتم عبارتند از :

$$E_n = -\frac{m'e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (۲۸-۴)$$

تمام ترازهای انرژی ئیدروژن به واسطهٔ حرکت هسته به نسبت زیر تغییر می‌کنند .

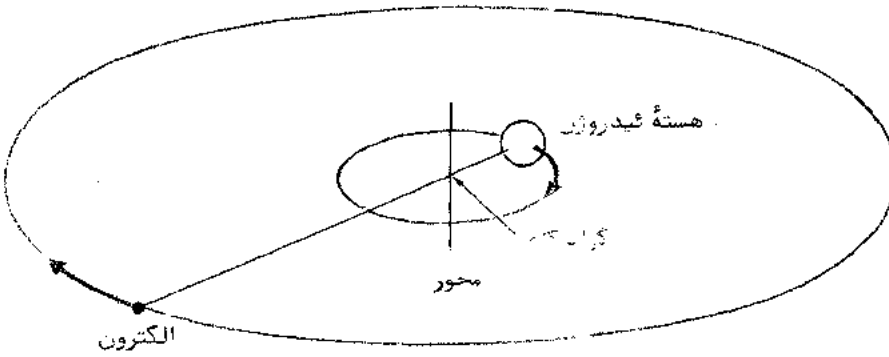
$$\frac{m'}{m} = \frac{M}{M + m} = \frac{1,836}{1,837} = 0.99945$$

این یک مقدار ۰/۰۵۵ درصد افزایش در انرژی را نشان می‌دهد ، چون انرژیها E_n از نظر قدرمطلق کوچکتر می‌شوند و بنابراین انرژی منفی کمتری را نشان می‌دهند . کاربرد معادلهٔ (۴-۲۸) به جای معادلهٔ (۴-۲۳) ، تناقض جزئی ولی قطعی بین طول موجهای پیش‌بینی شدهٔ خطوط طیفی مختلف ئیدروژن و طول موجهای واقعی حاصل از طریق تجربی را از بین می‌برد . مقدار ثابت ریدبرگ R تا ۸ رقم مهم بدون تصحیح برای حرکت هسته‌ای عبارت است از $1/0973731 \times 10^7\ m^{-1}$ ؛ تصحیح برای حرکت هسته‌ای آن را به $1/09677758 \times 107\ m^{-1}$ کاهش می‌دهد .

مفهوم جرم کاهش یافته در کشف دو تریوم[1] سهم مهمی داشت ، دو تریوم ایزوتوپی[2] است از ئیدروژن که جرم اتمی آن بطور نسبة" دقیق ۲ برابر جرم اتمی ئیدروژن معمولی است و این به‌واسطهٔ وجود یک نوترون و یک پروتون در هسته می‌باشد . تقریبا" در هر ۶۰۰۰ اتم ئیدروژن ، یک اتم دو تریوم وجود دارد . چون اتم دو تریوم جرم هسته‌ای سنگینتری دارد ، خطوط طیفی آن در مقایسه با خطوط طیفی ئیدروژن معمولی ، همگی به سمت طول موجهای کوتاهتر جابجا می‌شوند . مثلا" ، خط H_α دوتریوم که از گذار تراز انرژی از $n = 3$ به $n = 2$ ناشی می‌شود ، در طول موج ۶/۵۶۱ Å روی می‌دهد ، در حالی که خط H_α ئیدروژن در ۶/۵۶۳ Å به وقوع می‌پیوندد . این اختلاف جزئی در طول موج سبب تشخیص دو تریوم در

۱- ئیدروژن سنگین (Deuterium)

۲- هم پروتون (Isotope)



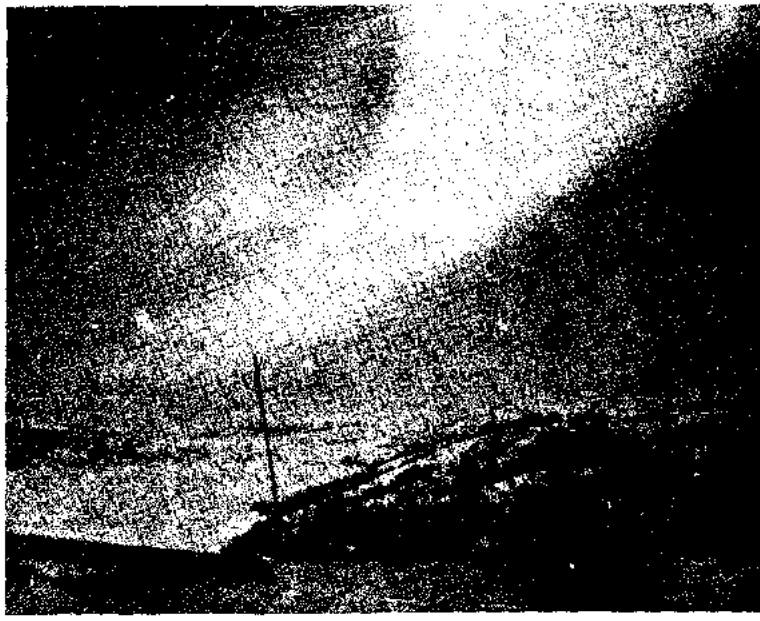
شکل (۴ـ۲۲) الکترون و هستهٔ اتم ئیدروژن هردو به دور مرکز جرم مشترکی می‌چرخند.

سال ۱۹۳۲ م. شد.

۴ـ۱۰ تحریک اتمی

دو مکانیسم اصلی وجود دارد که می‌تواند یک اتم را تا تراز انرژی بالاتر از حالت پایدارش برانگیزد تا بدین طریق اتم قادر به تابش شود. یک مکانیسم، برخورد اتم با ذرهٔ دیگر است که در طی آن بخشی از انرژی جنبشی مشترکشان جذب اتم می‌شود. اتمی که به این طریق برانگیخته می‌شود بطور متوسط بعد از 10^{-8} ثانیه با گسیل یک یا چند فوتون به حالت پایدارش برمی‌گردد. برای تولید یک تخلیهٔ الکتریکی در یک گاز منبسط یک میدان الکتریکی ایجاد می‌شود که موجب شتاب الکترونها و یونهای اتمی می‌شود تا وقتی که انرژی جنبشی آنها برای برانگیختن اتمهایی‌که بطور اتفاقی به آنها برخورد می‌کنند کافی باشد. چون گذار انرژی وقتی ذرات برخورد کننده هم جرم باشند بیشینه است، (رجوع شود به بخش ۱۳ـ۲)، در چنین تخلیه‌ای الکترونها در تهیهٔ انرژی برای الکترونهای اتمی از یونها مؤثرترند. تابلوهای نئون و لامپ‌های بخار جیوه نمونه‌هایی آشنا هستند که نشان می‌دهند چگونه یک میدان الکتریکی‌قوی که بین الکترودها در یک لامپ حاوی گاز ایجاد شده به گسیل تابش طیفی مشخصی از آن گاز منتهی می‌شود، که برای نئون نور آن قرمز و برای بخار جیوه نور آن آبی است.

وقتی یک اتم یک فوتون نور جذب می‌کند و انرژی فوتون نور دقیقا" به اندازه‌ای است که برای انتقال اتم به سطح انرژی بالاتر کافی است، مکانیسم برانگیختگی متفاوتی وجود دارد. به عنوان مثال، یک فوتون با طول موج ۱۲۱۷۸ زمانی گسیل می‌شود که یک اتم ئیدروژن ازحالت $n = 2$ به حالت $n = 1$ نزول کند؛ بنابراین، یک اتم ئیدروژن که فوتونی با



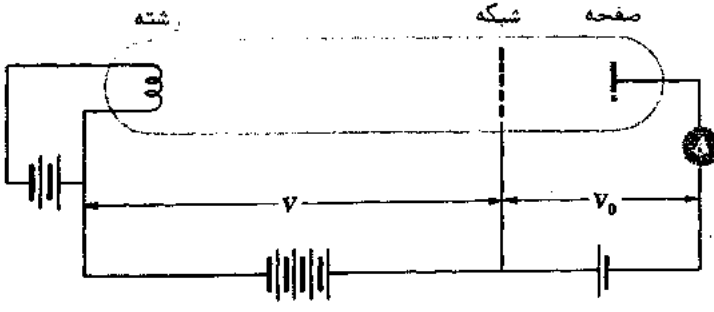
جریانهایی از پروتونها و الکترونها که از خورشید روانند ، اتمهای موجود در ناحیهٔ بالاتر جو را تحریک می‌کنند و در نتیجه سرخی شفق را به وجود می‌آورند . رنگ‌های سبز یک شفق از اکسیژن و رنگ‌های قرمز آن از اکسیژن و نیتروژن ناشی می‌شوند . این شفق در نواحی شمالی سوئد روی داده است .

طول موج ۱۲۱۷ Å را جذب می‌کند ، آن را ازحالت اولیهٔ $n = 1$ به حالت $n = 2$ می‌رساند . این فرآیند منشأ طیفهای جذبی را بیان می‌کند . هنگامی که نور سفید ، که تمام طول موجها را داراست ، از داخل گاز ئیدروژن عبور می‌کند ، فوتونهای مربوط به طول موجهایی که با گذارهای میان ترازهای انرژی متناظرند ، جذب می‌شوند . اتمهای ئیدروژن برانگیختهٔ حاصل ، انرژی برانگیختگی خود را به فوریت باز می‌تابانند ، اما این فوتونها در جهات مختلف آزاد می‌شوند و تنها تعدادی از آنها در همان جهت باریکهٔ اصلی نور سفید گسیل می‌شوند . بنابراین ، خطوط تاریک در یک طیف جذبی کاملا " سیاه نیستند ؛ بلکه در مقایسه با زمینهٔ روشن طیف تاریک به نظر می‌رسند . ما انتظار داریم که خطوط در طیف جذبی هر عنصر بر خطوط در طیف نشری آن که گذارها به حالت پایدار را نشان می‌دهد ، منطبق باشد ؛ امری که با مشاهده وفق دارد .

طیفهای اتمی ، تنها وسیله برای بررسی وجود ترازهای انرژی مجزا در داخل اتمها

نیستند. فرانک[1] و هرتز[2] یک سری آزمایشهایی را بر مبنای برانگیختن اتمها از راه برخورد که در سال ۱۹۱۴ م. آغاز شد به انجام رساندند. در حقیقت، این آزمایشها مستقیما" نشان دادند که ترازهای انرژی اتمی براستی وجود دارند و علاوه بر آن ثابت کردند که این ترازها همانند ترازهایی هستند که به وسیلهٔ طیفهای خطی پیشنهاد شده است.

فرانک و هرتز با استفاده از دستگاهی شبیه آنچه که در شکل (۴-۲۳) نشان داده شده است، بخارهای عناصر مختلف را با الکترونهایی که دارای انرژی معلومی بودند، بمباردمان کردند. یک اختلاف پتانسیل کوچک V بین شبکه و صفحهٔ گیرنده وجود دارد به طوری که فقط الکترونهایی با انرژیهای بیشتر از یک مقدار کمینهٔ معین منجر به عبور جریان i از درون آمپرمتر می‌شود. هر چه اختلاف پتانسیل V افزایش یابد، الکترونهای بیشتری به صفحه می‌رسند و جریان قویتر می‌گردد (شکل ۴-۲۴). اگر انرژی جنبشی در برخورد بین یک الکترون و یکی از اتمهای موجود در بخار، پایسته شود، الکترون صرفا" در جهتی غیر از جهت اولیه‌اش حرکت خواهد کرد.



شکل (۴-۲۳) دستگاه مورد نظر برای آزمایش فرانک ـ هرتز.

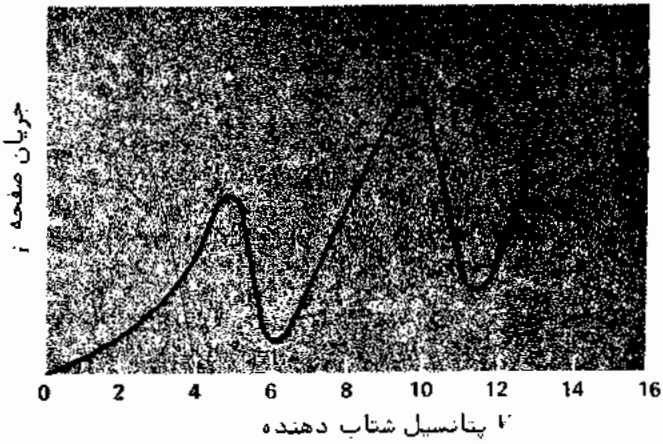
چون یک اتم از یک الکترون خیلی سنگین‌تر است، الکترون تقریبا" هیچ انرژی جنبشی دراین فرآیند از دست نمی‌دهد. در عین حال بعد از آن که یک انرژی بحرانی معینی فرا رسد، جریان صفحه ناگهان پایین می‌آید. توجیه پدیدهٔ فوق به این صورت است که یک الکترون در برخورد با یکی از اتمها مقداری یا تمامی انرژی جنبشیش را در برانگیختن اتم

---

1. Franck

2. Hertz

به یک تراز انرژی بالاتر از تراز انرژی حالت پایدارش به اتم می‌دهد. چنین برخوردی بر خلاف برخورد کشسان که در آن انرژی جنبشی پایسته است، برخورد ناکشسان نامیده می‌شود. انرژی بحرانی الکترون مطابق با انرژی مورد نیاز برای تحریک اتم به پایین‌ترین حالت برانگخته‌اش می‌باشد.



شکل (۴-۲۴) نتایج آزمایش فرانک ـ هرتز که پتانسیلهای بحرانی در بخار جیوه را نشان می‌دهند.

سپس، هر چه پتانسیل شتاب دهندهٔ V بیشتر شود، جریان صفحه مرتبا" افزایش می‌یابد زیرا الکترونها در این وضعیت برای رسیدن به‌صفحه، انرژی کافی برایشان باقی مانده است. سرانجام نزول تند دیگری در جریان صفحه i روی می‌دهد، که از برانگیختن همان ترازانرژی‌دراتم دیگری‌ناشی می‌شود. همان‌طور که شکل (۴-۲۴) نشان می‌دهد، برای یک نمونه اتم خاص یک سری از پتانسیلهای بحرانی به این طریق به دست می‌آید. بدین ـ ترتیب، بالاترین پتانسیلها از چندین برخورد غیر کشسان ناشی می‌شوند و مضربی از پتانسیلهای پایین‌تر می‌باشند.

فرانک و هرتز طیفهای نشری بخارها را طی بمباردمان الکترونی مشاهده کردند تا این توجیه را که پتانسیلهای بحرانی از ترازهای انرژی مجزای اتمی ناشی می‌شوند، امتحان کنند.

مثلا" در مورد بخار جیوه آنها متوجه شدند که کمینهٔ انرژی الکترونی ۴/۹eV مورد نیاز

است تا خط طیفی جیوه با طول موج ۲۵۳۶Å را برانگیزد و یک فوتون با طول موج ۲۵۳۶Å دقیقاً ۴/۹۵V انرژی دارد. آزمایشهای فرانک ـ هرتز اندکی بعد از اعلام نظریهٔ بوهر در مورد اتم ئیدروژن انجام شدند و مستقلاً ایدهٔ اساسی بوهر را مورد تأیید قرار دادند.

۴ـ۱۱ اصل تطابق

اصول فیزیک کوانتمی با اصول فیزیک کلاسیک، در دنیای میکروسکوپی که حواس را بدان راه نیست خیلی تفاوت دارد، با وجود این در حوزه‌ای که تجربه نشان می‌دهد فیزیک کلاسیک معتبر است، باید نتایجی که از اصول فیزیک کوانتمی حاصل می‌شود با نتایج حاصل از اصول فیزیک کلاسیک یکسان باشد. ما قبلاً دیده‌ایم که این نیاز اساسی به وسیلهٔ نظریهٔ نسبیت، نظریهٔ کوانتمی تابش و نظریهٔ موجی ماده تأمین می‌شود؛ اکنون متوجه خواهیم شد که نظریهٔ بوهر نیز این نیاز را تأمین می‌کند.

بر طبق نظریهٔ الکترو مغناطیسی، الکترونی که در یک مدار دایره‌ای حرکت می‌کند امواج الکترومغناطیسی تابش می‌کند که بسامدهایشان با بسامد چرخشی الکترون و هارمونیک‌های (یعنی، مضرب‌های صحیح) آن بسامد برابر هستند. در یک اتم ئیدروژن، تندی الکترون برابر است با:

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr}}$$

بر طبق معادلهٔ (۴ـ۱۳) که در آن r شعاع مدار الکترون است. از این رو، بسامد گردش f الکترون عبارت است از:

$$f = \frac{\text{تندی الکترون}}{\text{محیط مدار}} = \frac{v}{2\pi r}$$

$$= \frac{e}{2\pi\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mr^3}}$$

شعاع r_n یک مدار پایدار برحسب عدد کوانتمی n از معادلهٔ (۴ـ۲۲) به دست می‌آید.

$$r_n = \frac{n^2h^2\varepsilon_0}{\pi me^2}$$

و بنابراین بسامد چرخشی برابر است با:

$$f = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^3}\left(\frac{2}{n^3}\right) \qquad (۴ـ۲۹)$$

در چه شرایطی اتم بوهر باید بطور کلاسیک عمل کند؟ اگر مدار الکترونی به قدری بزرگ باشد که به ما این امکان را بدهد که بطور مستقیم آن را اندازه‌گیری کنیم، پدیده‌های کوانتمی باید تماما" نامعلوم باشند. مثلا"، اگر قطر مدار ۱ سانتی‌متر باشد، آن مدار دارای این مشخصات است: عدد کوانتمی آن خیلی به $n=10000$ نزدیک است و ضمن این که اتمهای ئیدروژن تا این حد بزرگ نمی‌توانند وجود داشته باشند، زیرا انرژی آنها فوق‌العاده نزدیک به انرژی یونیزاسیون خواهد بود، ولی از نظر تئوری منع نشده‌اند. نظریهٔ بوهر در مورد تابش چنین اتمی چه چیزی را پیش‌بینی می‌کند؟ برطبق معادلهٔ (۴-۲۵)، یک اتم ئیدروژن که از تراز انرژی n_i به تراز انرژی n_f سقوط می‌کند، فوتونی گسیل می‌دارد که بسامدش عبارت است از:

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right)$$

اجازه دهید به جای عدد کوانتمی اولیهٔ n_i، n و به جای عدد کوانتمی نهایی n_f، $n-p$ (جایی که ۰، ۱، ۲ و ۳ و $p=1$) را بنویسیم. لذا با این جانشین سازی خواهیم داشت:

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left[\frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2}\right]$$
$$= \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left[\frac{2np - p^2}{n^2(n-p)^2}\right]$$

اکنون، هنگامی که مقادیر n_i و n_f خیلی بزرگ باشند، n از p خیلی بزرگتر خواهد شد و

$$2np - p^2 \approx 2np$$
$$(n-p)^2 \approx n^2$$

بنابراین

$$\nu = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{2p}{n^3}\right) \qquad (۴-۳۰)$$

هرگاه $p=1$ باشد، بسامد ν تابشی دقیقا" همانند بسامد چرخشی f الکترون مدار که در معادلهٔ (۴-۲۹) داده شده است، خواهد بود. هارمونیک‌های این بسامد موقعی تابیده می‌شوند که ۰، ۱ و ۲ و ۳ و $p=2$ باشد. از این رو، تصاویر کلاسیکی و کوانتمی اتم ئیدروژن به ازای مقادیرخیلی بزرگ اعداد کوانتمی پیش‌بینی‌های یکسانی‌را ارائه می‌دهند. هرگاه $n=2$ باشد، معادلهٔ (۴-۲۹) یک بسامد تابشی پیش بینی می‌کند که با بسامد حاصل از معادلهٔ (۴-۲۵) تا حدود ۳۰۰ درصد تفاوت دارد، در حالی که اگر $n=10000$ باشد،

اختلاف فقط در حدود ۰/۰۱ درصد خواهد بود .

این الزام که فیزیک کوانتمی در محدودهٔ مقادیر کوانتمی بزرگ همان نتایج فیزیک کلاسیک را به دست دهد ، از سوی بوهر **اصل تطابق** نامیده شد . این اصل در پیشرفت نظریهٔ کوانتمی ماده نقش مهمی ایفا کرده است .

مسائل

۱ــ فرمول پراکندگی راترفورد در زاویه‌های پراکندگی خیلی کوچک با داده‌های به دست آمده از طریق آزمایش سازگاری ندارد . آیا می‌توانید دلیلی برای آن بیان کنید ؟

۲ــ نشان دهید که احتمال برای یک پروتون با انرژی ۲MeV که در حین عبور از یک ورقهٔ نازک بیشتر از یک زاویهٔ مشخص پراکنده شود مساوی احتمال برای یک ذرهٔ آلفا با انرژی ۴MeV در همان شرایط است .

۳ ــ یک ذرهٔ آلفا با انرژی ۵MeV به یک هستهٔ طلا با پارامتر برخورد $۲/۶\times۱۰^{-۱۳}m$ نزدیک می‌شود . ذره با چه زاویه‌ای پراکنده خواهد شد ؟

۴ــ مطلوبست محاسبهٔ پارامتر برخورد یک ذرهٔ آلفا با انرژی ۵ MeV که هنگامی که به یک هستهٔ طلا نزدیک می‌شود با زاویهٔ پراکندگی ۱۰° پراکنده می‌شود ؟

۵ ــ باریکه‌ای از ذرات آلفا با انرژی ۷/۷MeV بر روی یک ورقهٔ طلا به ضخامت $۳\times۱۰^{-۷}m$ می‌تابد . چه کسری از این باریکه با زاویه‌ای کمتر از ۱° پراکنده می‌شود ؟

۶ــ باریکه‌ای از ذرات آلفا با انرژی ۷/۷MeV به یک ورقهٔ طلا به ضخامت $۳\times۱۰^{-۷}m$ می‌تابد ، چه کسری از این باریکه با زاویهٔ ۹۰° یا بیشتر پراکنده می‌شود ؟

۷ــ نشان دهید که تعداد ذرات آلفایی که به وسیلهٔ یک ورقه بین زوایای ۶۰° و ۹۰° پراکنده می‌شوند ، دو برابر تعداد ذراتی خواهد بود که با زاویهٔ ۹۰° یا بیشتر پراکنده می‌شوند .

۸ــ باریکه‌ای از ذرات آلفا با انرژی ۸/۳MeV به یک ورقهٔ آلومینیومی می‌تابد . پی‌برده می‌شود که فرمول پراکندگی راترفورد در مورد پراکندگیهایی با زاویهٔ بیش از ۶۰° صادق نیست . اگر شعاع ذرهٔ آلفا به حد کافی کوچک فرض شود به طوری که در این جا بتوان از آن صرف‌نظر کرد ، مطلوبست محاسبهٔ شعاع هستهٔ آلومینیوم .

۹ــ نزدیکترین فاصله‌ای را که پروتونهایی با انرژی ۱MeV به هسته‌های طلا می‌توانند نزدیک شوند ، معین کنید ؟

۱۰ــ بسامد چرخشی الکترون را در مدل کلاسیکی اتم ئیدروژن پیدا کنید . امواج الکترومغناطیسی با این بسامد در چه ناحیه‌ای از طیف قرار می‌گیرند ؟

۱۱ــ شدت میدان الکتریکی در فاصلهٔ r از مرکز یک کره با بار الکتریکی یکنواخت به شعاع R و بار کل Q هنگامی که $r<R$ باشد، برابر است با $Qr/4\pi\varepsilon_0 R^3$. چنین کره‌ای با مدل اتمی تامسون مطابق است. نشان دهید که یک الکترون در این کره حرکت هارمونیک ساده‌ای حول مرکز کره انجام می‌دهد و برای بسامد این حرکت، فرمولی به دست آورید. در مورد اتم ئیدروژن، بسامد نوسانات الکترونی را پیدا کنید و آن را با بسامدهای خطوط طیفی ئیدروژن مقایسه کنید.

۱۲ــ بوهر که فرضیهٔ دبروی‌را برای جهت دادن به افکار خود در اختیار نداشت با این فرض که اندازه حرکت زاویه‌ای یک الکترون مداری باید مضرب صحیحی از h باشد، به‌مدلش دست پیدا کرد. نشان دهید که‌این فرضیه به معادلهٔ (۴ــ۲۱) منتهی می‌شود.

۱۳ــ با محاسبهٔ عدم قطعیت در اندازه حرکت یک الکترون محبوس در ناحیه‌ای با بعد خطی a_0 و با مقایسهٔ این عدد با اندازه حرکت یک الکترون در یک مدار پایدار بوهر، ثابت کنید که مدل بوهر در مورد اتم ئیدروژن با اصل عدم قطعیت مغایرتی ندارد.

۱۴ــ مطلوبست محاسبهٔ عدد کوانتمی که مشخصهٔ مدار زمین به دور خورشید است. جرم زمین 6×10^{24}kg، شعاع مدار آن $1/5\times10^{11}$m و تندی مدار آن 3×10^{4} m/s است.

۱۵ ــ درچه دمایی متوسط انرژی جنبشی مولکولی در ئیدروژن گازی برابر انرژی پیوندی یک اتم ئیدروژن خواهد شد؟

۱۶ ــ طول موج یک خط طیفی مربوط به گذار از حالت $n=6$ به حالت $n=3$ در اتم ئیدروژن را پیدا کنید.

۱۷ ــ طول موج یک فوتون گسیل شده را برای رسیدن یک اتم ئیدروژن از حالت $n=10$ به حالت پایدارش پیدا کنید.

۱۸ــ مطلوبست محاسبهٔ انرژی لازم برای خارج کردن یک الکترون درحالت $n=2$ از یک اتم ئیدروژن.

۱۹ــ باریکه‌ای از الکترونها، اتمهای ئیدروژن را بمباردمان می‌کنند. اگر اولین خط از سریهای بالمر گسیل شود، در چه اختلاف پتانسیلی الکترونها شتاب گرفته‌اند؟

۲۰ــ یک اتم ئیدروژن برانگیخته در برگشت به حالت پایدار فوتونی با طول موج ۱۰۲۵/۵Å گسیل می‌دارد. عدد کوانتمی حالت برانگیخته را پیدا کنید؟

۲۱ــ یک الکترون اتم ئیدروژن در حالت $n=2$ قبل از این که به حالت $n=1$ سقوط کند چند دور می‌چرخد؟ (عمر متوسط حالت برانگیخته تقریبا 10^{-8} s است)

۲۲ــ یک اتم برانگیخته با جرم m و تندی اولیهٔ v یک فوتون را در جهت حرکتش گسیل می‌دارد. اگر $v \ll c$ باشد، از این اصل که اندازه حرکت خطی و انرژی هر دو باید پایسته

شوند استفاده کنید تا نشان دهید که بسامد فوتون به اندازهٔ $\Delta\nu/\nu \approx v/c$ بیشتر از حالتی است که اگر اتم در حالت سکون قرار می‌داشت. (رجوع شود به مسألهٔ ۱۰ فصل یک)

۲۳ـ هرگاه یک اتم برانگیخته فوتونی گسیل دارد، اندازه حرکت خطی فوتون باید به وسیلهٔ اندازه حرکت پس زنی اتم به حال موازنه درآید. در نتیجه، مقداری از انرژی برانگیختگی اتم به انرژی جنبشی پس زنیش تبدیل می‌شود. (الف) معادلهٔ (۴ـ۲۴) را تصحیح کنید تا این پدیده را شامل شود. (ب) نسبت بین انرژی پس زنی اتم و انرژی فوتون را درگذار از حالت $n=2$ به $n=3$ در اتم ئیدروژن که برای آن $E_f - E_i = 1/9\ eV$ می‌باشد، پیدا کنید. آیا این یک اثر مهم است؟

۲۴ ـ نشان دهید که بسامد فوتون گسیل شده به وسیلهٔ یک اتم ئیدروژن در گذار از تراز $n+1$ به تراز n همیشه بینابین بسامدهای چرخشی الکترون در مدارهای مربوط به این ترازها است.

۲۵ـ ترکیبی از ئیدروژن معمولی و تریتیوم، یک ایزوتوپ ئیدروژن که هسته‌اش سه برابر سنگینتر از هستهٔ ئیدروژن معمولی است، تحریک و طیف آن مشاهده می‌شود. خطوط H_α دو نوع ئیدروژن چقدر از هم فاصله دارند؟

۲۶ـ یک میون μ^- (به جرم $207m_e$) به وسیلهٔ پروتونی جذب می‌شود تا تشکیل یک "اتم میونی" بدهد. شعاع اولین مدار بوهر چنین اتمی را پیدا کنید.

۲۷ـ یک میون μ^- در حالت $n=2$ یک اتم میونی قرار دارد. انرژی تابشی را هنگامی که اتم میونی به حالت پایدارش می‌رسد، پیدا کنید.

۲۸ـ یک اتم پوزیترونیوم سیستمی است که از یک پوزیترون (الکترون مثبت) و یک الکترون تشکیل می‌شود. (الف) طول موج فوتون گسیل شده در گذار از $n=3$ به $n=2$ در پوزیترونیوم را با طول موج خط H_α مقایسه کنید. (ب) انرژی یونیزاسیون در پوزیترونیوم را با انرژی یونیزاسیون در ئیدروژن مقایسه کنید.

۲۹ ـ (الف) برای ترازهای انرژی یک اتم ئیدروژن وار فرمولی به دست آورید. اتم ئیدروژن وار یک یون نظیر He^+ یا Li^{2+} است که بار هسته‌اش $+Ze$ و دارای یک تک الکترون می‌باشد. (ب) ترازهای انرژی یون He^+ را رسم کنید و آنها را با ترازهای انرژی اتم H مقایسه کنید (ج) یک الکترون به هستهٔ هلیوم متصل می‌شود تا یک یون He^+ تشکیل دهد. اگر فرض شود که الکترون در هنگام ترکیب با هسته هیچ انرژی جنبشی نداشته باشد، طول موج فوتون گسیل شده در این فرآیند را پیدا کنید.

۵

مکانیک کوانتمی

۵ـ۱ مقدمه‌ای بر مکانیک کوانتمی
۵ـ۲ معادلهٔ موج
۵ـ۳ معادلهٔ شرودینگر: شکل وابسته به زمان
۵ـ۴ مقادیرمورد انتظار
۵ـ۵ معادلهٔ شرودینگر: شکل حالت پایدار
۵ـ۶ ذره در یک جعبه
۵ـ۷ بازتاب و انتقال به وسیلهٔ یک سد
۵ـ۸ اثر تونل
۵ـ۹ نوسان کنندهٔ هماهنگ

مکانیک کوانتمی

گرچه نظریهٔ اتمی بوهر که می‌توان آن را بیش از آنچه در فصل قبل مطرح شد، توسعه داد قادر به توضیح بسیاری از جنبه‌های پدیده‌های اتمی است ولی دارای یک سری محدودیتهای جدی نیز می‌باشد. به عنوان مثال نظریهٔ بوهر نمی‌تواند علت شدیدتر بودن بعضی از خطوط طیفی معین را نسبت به سایر خطوط بیان کند (یعنی، این که چرا بعضی گذارها بین ترازهای انرژی احتمال وقوع بیشتری از سایرین دارند) و به علاوه نمی‌تواند علت این واقعیت را که بسیاری از خطوط طیفی در واقع متشکل از چندین خط مجزا هستند که طول موج آنها اندکی با هم فرق دارد، توضیح دهد. شاید مهمترین مسأله این باشد که این نظریه به ما اجازه نمی‌دهد آنچه را که یک نظریهٔ موفق واقعی اتم امکان‌پذیر می‌سازد، به دست آوریم: درکی از چگونگی برهمکنش اتمهای منفرد با یکدیگر برای تولید مجموعه‌های ماکروسکپی ماده با خواص فیزیکی و شیمیایی که مشاهده می‌کنیم.

این ایرادها که بر نظریهٔ بوهر وارد است هیچ گاه با یک روش خصمانه مطرح نمی‌شوند، زیرا این نظریه یکی از کارهای اساسی است که باعث دگرگونی اندیشه‌های علمی شده است و بیشتر تأکید بر این نکته است که نگرشی به پدیده‌های اتمی که کلیت بیشتری داشته باشد، مورد نیاز است. چنین نگرشی در سال ۱۹۲۶ – ۱۹۲۵ م. توسط اروین شرودینگر، ورنر هایزنبرگ[1] و چند نفر دیگر تحت نام شایستهٔ "مکانیک کوانتمی" توسعه پیدا کرد. تا اوایل دههٔ ۱۹۳۰ م. کاربرد مکانیک کوانتمی در مسائل مربوط به هسته‌ها، اتمها، مولکولها و ماده در حالت جامد، درک مجموعهٔ وسیعی از اطلاعات را که در غیر این صورت کاملا "گیج کننده می‌بود، ممکن ساخت و به علاوه به پیش‌بینی‌هایی با دقت قابل توجه نیز منجر شد.

۵ – ۱ مقدمه‌ای بر مکانیک کوانتمی

اختلاف اساسی بین مکانیک نیوتنی و مکانیک کوانتمی در چیزی است که این دو توصیف می‌کنند. در مکانیک نیوتنی، مشخصات آیندهٔ یک ذره کاملا "به وسیلهٔ موقعیت اولیه‌اش و

1. Werner Heisenberg

اندازه حرکت آن به اضافهٔ نیروهایی که بر آن اعمال می‌شوند، تعیین می‌گردد. در دنیای ماکروسکپی همهٔ این کمیتها را می‌توان با دقت کافی برای پیش‌بینی‌های مکانیک نیوتنی که با مشاهده سازگار باشند، تعیین کرد.

مکانیک کوانتمی رابطهٔ بین کمیتهای قابل مشاهده را نیز مطرح می‌کند، ولی اصل عدم قطعیت می‌گوید که طبیعت یک کمیت قابل مشاهده در حوزهٔ اتمی متفاوت است. علت و معلول هنوز در مکانیک کوانتمی به یکدیگر مربوط می‌شوند، اما بیان نقش آنها مستلزم تفسیر دقیقی است. در مکانیک کوانتمی، نوع قطعیت در بارهٔ خصوصیات آیندهٔ مکانیک نیوتنی غیر ممکن است زیرا موقعیت اولیه و اندازهٔ حرکت یک ذره را نمی‌توان با دقت کافی تعیین کرد: آینده ناشناخته است زیرا حال معلوم نیست. مثال زیر این نکته را روشن می‌کند.

مسأله: در زمان معینی، موقعیت یک الکترون، محدود به حرکت در جهت محور x با دقت ± 1 Å تعیین می‌شود. خطا در موقعیت الکترون را یک ثانیه بعد پیدا کنید.

حل: خطای اندازه حرکت الکترون در جهت x عبارت است از:

$$\Delta p = \frac{h}{2\Delta x_0}$$

که در آن $\Delta x_0 = 1\ \text{Å} = 10^{-10}\ \text{m}$. بدین ترتیب سرعت الکترون به اندازهٔ مقدار زیر نامشخص است.

$$\Delta v = \frac{\Delta p}{m} = \frac{\hbar}{2m\,\Delta x_0}$$

بعد از زمان $t = 1\ \text{s}$ این خطا در سرعت منجر به خطایی در موقعیت الکترون به اندازهٔ

$$\Delta x = \Delta v \times t = \frac{\hbar t}{2m\,\Delta x_0} = \frac{(1.054 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}) \times (1\ \text{s})}{2 \times (9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}) \times (10^{-10}\ \text{m})}$$
$$= 5.8 \times 10^{5}\ \text{m}$$

می‌شود. این مقدار ۵۸۰ km یا ۳۶۰ مایل است! (گروه موج باریک اولیه به‌شکل یک گروه موج خیلی عریض‌تر منتشر شده است، زیرا سرعتهای فاز امواج ترکیب شده، با عدد موجی تغییر می‌کنند و حوزهٔ وسیعی از اعداد موجی باید وجود داشته باشند تا یک گروه موج اولیهٔ باریک از آنها به‌وجود آید. (به شکل (۳-۱۲) رجوع شود.)

کمیتهایی که روابط میان آنها را مکانیک کوانتمی کشف می‌کند، احتمالات هستند. به عنوان مثال، به جای اظهار این مطلب که شعاع مدار الکترون در یک اتم هیدروژن در حالت پایدار همینه بطور دقیق $5/3\times10^{-11}$m است، مکانیک کوانتمی بیان می‌کند که این محتملترین شعاع است؛ اگر آزمایش مناسبی انجام دهیم، نتیجه غالباً حاصلی کوچکتر یا بزرگتر از این مقدار به دست خواهد داد، ولی مقداری که با بیشترین احتمال می‌تواند پیدا شود $5/3\times10^{-11}$m خواهد بود.

در نگاه اول به نظر می‌رسد که مکانیک کوانتمی جایگزین ضعیفی برای مکانیک نیوتنی باشد، اما تعمق بیشتر حقیقت شگفت‌آوری را روشن می‌سازد: مکانیک نیوتنی چیزی جز تفسیری تقریبی از مکانیک کوانتمی نیست. امور مسلم ادعا شده از سوی مکانیک نیوتنی تصوری هستند و دلیل سازگاری آنها با تجربه از این واقعیت ناشی می‌شود که تعداد اتمهای منفرد تشکیل دهندهٔ اجسام میکروسکپی آن‌قدر زیادند که انحرافهای آنها از مقدار میانگین قابل توجه نیست. به جای دو مجموعه از اصول فیزیکی، یکی برای جهان ماکروسکپی و یکی برای جهان میکروسکپی فقط یک مجموعهٔ واحد وجود دارد و مکانیک کوانتمی حداکثر تلاش ما را تاکنون در فرموله کردن آن نشان می‌دهد.

۵ـ۲ معادلهٔ موج

همان‌طور که در فصل ۳ ذکر شد، کمیتی که مکانیک کوانتمی راجع به آن صحبت می‌کند، تابع موج ψ یک جسم است. ضمن این که ψ خود تعبیر فیزیکی ندارد، مجذور قدر مطلق آن $|\psi|^2$ (یا $\psi\psi^*$ اگر ψ مختلط باشد) که در یک مکان و زمان خاص محاسبه شده، متناسب است با احتمال پیدا کردن جسم در آن مکان و زمان مشخص. اندازه حرکت خطی، اندازه حرکت زاویه‌ای و انرژی جسم کمیتهای دیگری هستند که می‌توان آنها را از ψ به دست آورد. مسألهٔ مکانیک کوانتمی تعیین ψ برای یک جسم است وقتی که آزادی حرکت جسم توسط اعمال نیروهای خارجی محدود شود.

حتی قبل از این که وارد محاسبهٔ واقعی ψ بشویم، می‌توانیم بعضی شرایطی را که همیشه توسط ψ برقرار است، مشخص کنیم. چون $|\psi|^2$ متناسب با احتمال P یافتن جسم توصیف شده به وسیلهٔ ψ است، انتگرال $|\psi|^2$ در تمام فضا بایستی مقدار معینی باشد ـ در هر حال جسم در یک جایی است. اگر

$$\int_{\infty} |\psi|^2 \, dV = 0$$

در وجود ندارد، و انتگرال به وضوح نمی‌تواند نامنظم باشد و همین مفهومی داشته باشد: $|\psi|^2$ با

توجه به تعریفی که برای آن کردیم ، نمی‌تواند منفی یا مبهم باشد ، بنابراین تنها امکانی که باقی می‌ماند این است که اگر قرار است ψ یک جسم واقعی را درست توصیف کند ، انتگرال آن باید مقدار معینی باشد .

معمولاً آسانتر است که $|\psi|^2$ را با احتمال P یافتن ذرهٔ توصیف شده به وسیلهٔ ψ مساوی بگیریم تا این که فقط آن را متناسب با P در نظر بگیریم . اگر $|\psi|^2$ برابر P باشد ، پس عبارت زیر باید درست باشد که :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \, dV = 1 \qquad \text{هنجارسازی} \qquad (۱-۵)$$

چون

$$\int_{-\infty}^{\infty} P \, dV = 1$$

یک بیان ریاضی است که ذره در تمام زمانها در جایی وجود دارد ؛ جمع کل احتمالات ممکن بایستی یک مقدار قطعی باشد . یک تابع موج را که از معادلهٔ (۵-۱) متابعت کند ، بهنجار شده می‌گویند . هر تابع موج قابل‌قبول را می‌توان با ضرب کردن در یک مقدار ثابت مناسب بهنجارکرد ؛ چگونگی انجام این عمل را بزودی خواهیم دید .

ψ علاوه بر قابلیت بهنجار شدن بایستی تک مقدار باشد ، زیرا می‌تواند در یک مکان و زمان خاص فقط یک مقدار داشته و پیوسته باشد . ملاحظات اندازه حرکت ایجاب می‌کند که مشتقات جزئی $\partial\psi/\partial x$ ، $\partial\psi/\partial y$ ، $\partial\psi/\partial z$ محدود ، پیوسته و تک مقدار باشند . فقط توابع موجی که دارای این خواص هستند می‌توانند هنگامی که در محاسبات به کار برده می‌شوند از نظر فیزیکی نتایج معنی‌داری به دست دهند ، بنابراین تنها چنین توابع موجی "خوشرفتار" به عنوان بیانهای ریاضی اجسام واقعی قابل قبول می‌باشند .

معادلهٔ شرودینگر ، که معادلهٔ اصلی مکانیک کوانتمی است ، همان‌طور که قانون دوم حرکت معادلهٔ اصلی مکانیک نیوتنی است ، یک معادلهٔ موج با متغیر ψ است . قبل از آن که به معادلهٔ شرودینگر بپردازیم ، معادلهٔ موج را مرور می‌کنیم .

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \qquad \text{معادلهٔ موج} \qquad (۵-۲)$$

که حاکم بر موجی است که کمیت متغیرش y است که با سرعت v در جهت x انتشار می‌یابد . در حالت یک موج در یک طناب کشیده ، y جابجایی طناب از محور x ، در حالت یک موج صوتی y اختلاف فشار و در حالت موج نوری y بزرگی میدان الکتریکی یا میدان مغناطیسی

است . معادلهٔ موج فوق در کتابهای مکانیک برای امواج مکانیکی و در کتابهای الکتریسیته و مغناطیس برای امواج الکترومغناطیسی به کار می‌رود .

معادلهٔ موج ممکن است دارای چندین نوع حل باشد . این امر تنوع امواجی را که می‌توانند ایجاد شوند ، نشان می‌دهد ــ یک پالس متحرک منفرد ، یک قطار امواج با دامنه و طول موج ثابت ، یک قطار امواج سوار شده بر یکدیگر با دامنه‌ها و طول موجهای یکسان ، یک قطار امواج سوار شده بر یکدیگر با دامنه‌ها وطول موجهای متفاوت ، یک موج ساکن در طنابی که دو سر آن به نقطه‌ای بسته شده و غیره . تمام حلها باید به شکل زیر باشند .

$$y = F\left(t \pm \frac{x}{v}\right) \qquad (۳-۵)$$

که در آن F هر تابع قابل مشتق‌گیری است . حلهای $F(t - x/v)$ و $F(t + x/v)$ بترتیب نشان دهندهٔ امواجی هستند که در جهت $+x$ و $-x$ حرکت می‌کنند .

توجه ما ، در این جا به یک موج هم‌ارز با یک "ذرهٔ آزاد" است ، یعنی ، ذره‌ای که تحت تأثیر هیچ نیرویی نباشد و با سرعت ثابت مسیر مستقیمی را دنبال کند . این هم ارزی به حل کلی معادلهٔ (۵-۲) برای امواج هماهنگ ، تکرنگ (بسامد زاویه‌ای ثابت ω) و نامیرا (یعنی ، دامنهٔ ثابت A) در جهت $+x$ مطابقت دارد ،

$$y = Ae^{-i\omega(t - x/v)} \qquad (۴-۵)$$

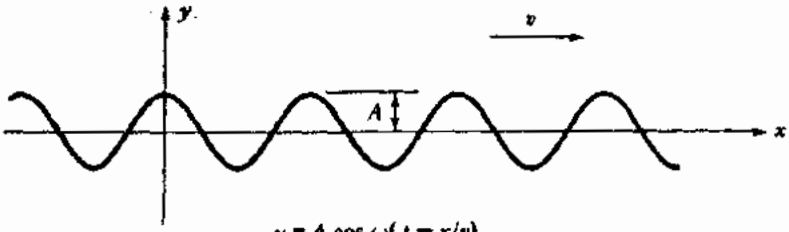
در این فرمول ، y مقدار مختلطی است که دارای دو بخش حقیقی و موهومی می‌باشد ، زیرا

$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta \qquad (۵-۵)$$

معادلهٔ (۵-۴) را به شکل زیر می‌توان نوشت :

$$y = A\cos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) - iA\sin\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad (۶-۵)$$

فقط قسمت حقیقی معادلهٔ (۵-۶) در حالت امواج در یک طناب کشیده معنی‌دار هستند، که در این جا لاجابجایی طناب از وضعیت معمولیش را نشان می‌هد (شکل ۵-۱) ؛ در این



$y = A \cos \omega(t - x/v)$

شکل (۵–۱) امواج در صفحهٔ xy در جهت $+x$ در طول طناب کشیده در راستای محور x حرکت می‌کنند.

حالت قسمت موهومی به عنوان یک جزء غیر بدیهی کنار گذاشته می‌شود.

۵ ــ ۳ معادلهٔ شرودینگر: شکل وابسته به زمان

در مکانیک کوانتمی، تابع موج Ψ در حالت کلی به متغیر موج y بستگی دارد. با وجود این، Ψ بر خلاف y خود یک کمیت قابل اندازه‌گیری نیست و بنابراین ممکن است مختلط باشد. به این دلیل فرض خواهیم کرد که Ψ در جهت x به وسیلهٔ عبارت زیر مشخص شود.

$$\Psi = Ae^{-i\omega(t-x/v)} \qquad (۷–۵)$$

هر گاه در فرمول فوق به جای ω و v بترتیب $2\pi\nu$ و $\lambda\nu$ را جایگزین کنیم. فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\Psi = Ae^{-2\pi i(\nu t - x/\lambda)} \qquad (۸–۵)$$

که فرمول ساده‌ای است زیرا ν و λ را برحسب انرژی کل E و اندازه حرکت ذره‌ای که توسط Ψ توصیف می‌شود، می‌دانیم.

از آن جا که

$$E = h\nu = 2\pi\hbar\nu$$

و

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{2\pi\hbar}{p}$$

لذا داریم

$$\Psi = Ae^{-(i/\hbar)(Et-px)} \qquad (۹-۵)$$

معادلهٔ موج ۵ــ۹ بیان ریاضی معادل موج یک‌ذرهٔ آزاد با انرژی کل E و اندازه حرکت p می‌باشد که در جهت $x+$ در حرکت است، درست همان طور که معادلهٔ (۵ــ۴) به عنوان مثال بیان ریاضی جابجایی موج هماهنگی است، که در طول یک طناب کشیده شده آزادانه حرکت می‌کند.

عبارت تابع موج Ψ حاصل از معادلهٔ (۵ــ۹)، فقط در مورد ذراتی که آزادانه حرکت می‌کنند، صحیح است، در حالی که بیشتر به موقعیتهایی توجه داریم که حرکت یک ذره تابع محدودیتهای متعددی است. مثلاً، یکی از موارد مهم، الکترونی‌است که‌از طریق میدان الکتریکی هسته‌اش به یک اتم وابسته است. اینک آنچه که ما باید انجام دهیم، این است که برای Ψ معادلهٔ دیفرانسیل[1] اساسی به دست آوریم که بعدبتوان‌آن‌رادر یک حالت خاص حل کرد. این معادله که به معادلهٔ شرودینگر موسوم است به طرق متعدد قابل‌حصول است، ولی این راهها همه یک اشکال مشترک دارند: معادله را نمی‌توان دقیقاً" از اصول فیزیکی موجود استنتاج کرد، زیرا این معادله چیز جدیدی مطرح می‌کند. در این جا آنچه که انجام خواهد شد نشان دادن راهی برای رسیدن به معادلهٔ موج Ψ و سپس بحث اهمیت نتیجهٔ حاصل است.

با دو بار مشتق گرفتن از معادلهٔ (۵ ــ ۹) نسبت به x، معادلهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2}\Psi \qquad (۱۰-۵)$$

و با یک بار مشتق‌گرفتن نسبت به t، معادلهٔ زیر نتیجه می‌شود:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{iE}{\hbar}\Psi \qquad (۱۱-۵)$$

در تندیهایی که در مقایسه با تندی نور ناچیزند، انرژی کل E یک ذره مساوی مجموع انرژی جنبشی‌آن $p^2/2m$ و انرژی‌پتانسیل‌آن V است، که V به طور کلی تابع موقعیت x و زمان t است:

$$E = \frac{p^2}{2m} + V \qquad (۱۲-۵)$$

---

1. Differential

تابع V تأثیر بقیهٔ جهان را بر روی ذره نشان می‌دهد . البته، فقط قسمت کوچکی از جهان بر ذره تأثیر متقابل دارد ، مثلاً ، در مورد الکترونی‌که در یک اتم ئیدروژن است ، تنها میدان الکتریکی هسته باید در نظر گرفته شود . با ضرب کردن طرفین معادلهٔ (۵ـ۱۲) در تابع موج Ψ ، رابطهٔ زیر به دست می‌آید :

$$E\Psi = \frac{p^2\Psi}{2m} + V\Psi \qquad (۵ـ۱۳)$$

با توجه به معادله‌های (۵ـ۱۰) و (۵ـ۱۱) داریم :

$$E\Psi = -\frac{\hbar}{i}\frac{\partial\Psi}{\partial t} \qquad (۵ـ۱۴)$$

و

$$p^2\Psi = -\hbar^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} \qquad (۵ـ۱۵)$$

با جانشین کردن این‌عبارتها به جای $E\Psi$ و $p^2\Psi$ در معادلهٔ (۵ـ۱۳) ، معادلهٔ زیر به دست می‌آید :

(۵ـ۱۶) معادله شرودینگر وابسته به زمان در یک بعد

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V\Psi$$

معادلهٔ (۵ـ۱۶) شکل وابسته به زمان معادلهٔ شرودینگر است . شکل وابسته به زمان معادلهٔ شرودینگر در سه بعد عبارت است از :

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right) + V\Psi \qquad (۵ـ۱۷)$$

که در آن انرژی پتانسیل ذره V تابعی از x ، y ، z و t است . هر محدودیتی که ممکن است در حرکت ذره حضور داشته‌باشد بر تابع انرژی پتانسل V تأثیر خواهد گذاشت . وقتی‌که V معلوم شد ، معادلهٔ شرودینگر را می‌توان برای‌تابع موج Ψ ذره حل کرد که در این صورت چگالی احتمالش Ψ^2 ممکن است برای مقادیر مشخص x ، y ، z و t معین شود .

در این جا معادلهٔ شرودینگر با شروع از تابع موج یک ذرهٔ متحرک آزاد به دست آمد . بسط معادلهٔ شرودینگر از حالت خاص یک ذرهٔ آزاد (انرژی پتانسیل عدد ثابت) به حالت کلی‌یک‌ذره که تابع نیروهای‌اختیاری است که بازمان‌و مکان‌تغییر می‌کند($[V = V(x, y, z, t)]$

کلا" موجه است، ولی برای اثبات درستی این تعمیم یک روش مقدماتی وجود ندارد. کاری که ما می‌توانیم بکنیم این است که معادلهٔ شرودینگر را فرضیه‌ای در نظر بگیریم و آن را برای بسیاری از وضعیتهای فیزیکی به کار بریم و نتایج محاسبات را با نتایج آزمایشها مقایسه کنیم. اگر این نتایج هماهنگی داشتند، فرضیهٔ ظاهر شده در معادلهٔ شرودینگر معتبر است؛ اگر هماهنگی نداشته باشند، فرضیه بایستی کنار گذاشته شود و راه دیگری جستجو شود. به عبارت دیگر، **معادلهٔ شرودینگر را نمی‌توان از "اصول نخستین" اقتباس کرد، بلکه خود نشان دهندهٔ یک اصل نخستین است.**

اتفاقا" معادلهٔ شرودینگر در عمل در پیش‌بینی نتایج آزمایشها تا حد زیادی دقیق بوده است. البته، باید به خاطر داشته باشیم که معادلهٔ (۵ـ۱۷) را فقط برای مسائل غیر نسبیتی می‌توان به کار برد و در وضعیتی که تندیهای ذره با تندی نور قابل مقایسه است، فرمول کاملتری مورد نیاز خواهد بود. چون معادلهٔ شرودینگر در حوزهٔ کاربردش با نتیجهٔ آزمایش وفق دارد، بنابراین می‌توانیم آن را به عنوان بیان یک فرضیهٔ موفق که به بعضی جنبه‌های دنیای فیزیکی مربوط می‌شود، در نظر بگیریم. ولی این معادله با تمام موفقیتی که داشته است، همانند اصول نسبیت خاص یا مکانیک آماری به عنوان یک فرضیه بر جای می‌ماند: هیچ یک از این اصول را نمی‌توان از اصل دیگری استخراج کرد و هر کدام یک کلیت اساسی است که اعتبار آن از داده‌های تجربی که نهایة" اساس آن را تشکیل می‌دهد نه بیشتر است و نه کمتر. جالب توجه است که در این ارتباط معادلهٔ شرودینگر افزایشی در تعداد فرضیه‌های مورد نیاز برای توصیف نتایج دنیای فیزیکی نشان نمی‌دهد، زیرا قانون دوم حرکت نیوتن را که در مکانیک کلاسیک یک فرضیه تلقی می‌شود، می‌توان از معادلهٔ شرودینگر استخراج کرد، مشروط بر آن که چنین استنباط شود که کمیتهایی را که این معادله به هم مربوط می‌کند، میانگین باشند نه کمیتهای معین.

۵ـ۴ مقادیر مورد انتظار

وقتی که یک بار معادلهٔ شرودینگر برای یک ذره در یک وضعیت معین حل شد، تابع موج حاصل $\Psi(x, y, z, t)$ شامل همهٔ اطلاعات مربوط به ذره می‌شود که به وسیلهٔ اصل عدم قطعیت مجاز می‌باشد. بجز برای متغیرهایی که برحسب اتفاق در حالتهای خاصی کوانتیزه می‌شوند (رجوع شود به ضمیمهٔ ۲) این اطلاعات به شکل احتمالات است نه به صورت اعداد مشخصی.

مثلا"، **مقدار مورد انتظار** (x) موقعیت یک ذرهٔ محبوس روی محور x را که بوسیلهٔ تابع موج $\Psi(x, t)$ توصیف می‌شود، محاسبه می‌کنیم. اگر از راه آزمایش موقعیت ذرات زیادی را

که به وسیلهٔ تابع موج یکسان در لحظهٔ معین t توصیف می‌شدند، معین می‌کردیم و سپس میانگین نتایج حاصل را مورد ملاحظه قرار می‌دادیم، همین مقدار x را به دست می‌آوردیم.

برای روشن شدن روش، ابتدا به سؤال متفاوتی پاسخ خواهیم داد: تعدادی از ذرات یکسان در امتداد محور $\bar{x}$ به طریقی توزیع شده‌اند که N_1 ذره در x_1، N_2 ذره در x_2 و غیره وجود دارند، موقعیت متوسط x این ذرات چیست؟ در این حالت، موقعیت متوسط همانند موقعیت مرکز جرم توزیع است و بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{N_1x_1 + N_2x_2 + N_3x_3 + \cdots}{N_1 + N_2 + N_3 + \cdots} = \frac{\Sigma N_i x_i}{\Sigma N_i}$$

وقتی که با یک ذرهٔ منفرد مواجهیم، باید عدد N_i ذره در x_i را با احتمال P_i که ذره در فاصلهٔ dx در x_i پیدا شود، عوض کنیم. این احتمال عبارت است از:

$$P_i = |\Psi_i|^2\, dx$$

که در آن Ψ_i تابع موج محاسبه شدهٔ ذره در $x = x_i$ است. با جانشین کردن و تغییر دادن این مجموعه‌ها به انتگرالها، می‌بینیم که مقدار مورد انتظار موقعیت ذرهٔ منفرد به قرار زیراست

$$\langle x \rangle = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x|\Psi|^2\, dx}{\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi|^2\, dx} \qquad (۱۸-۵)$$

اگر Ψ، یک تابع موج بهنجار باشد، مخرج معادلهٔ (۵-۱۸) برابر است با این احتمال که ذره در جایی بین $x = -\infty$ و $x = \infty$ وجود دارد و بنابراین مخرج ۱ می‌شود. در این حالت

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x|\Psi|^2\, dx \qquad (۱۹-۵)$$

این فرمول بیان می‌کند که $\langle x \rangle$ در مرکز جرم (به اصطلاح) $|\Psi|^2$ قرار گرفته است؛ اگر $|\Psi|^2$ برحسب x روی یک نمودار رسم شود و سطح محصور توسط منحنی و محور x بریده شود، نقطهٔ تعادل این سطح در $\langle x \rangle$ خواهد بود.

برای به دست آوردن مقدار مورد انتظار $\langle G(x) \rangle$ هر کمیتی "مثلاً"، انرژی پتانسیل $V(x)$ که تابعی از موقعیت x یک ذرهٔ توصیف شده به وسیلهٔ یک تابع موج Ψ باشد، روشی را همانند

روشی که در بالا دنبال شد می‌توان به کار برد . در نتیجه :

$$\langle G(x)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G(x)|\Psi|^2\, dx \qquad \text{مقدار مورد انتظار} \qquad (۲۰-۵)$$

حتی اگر $G(x)$ با زمان تغییر کند ، این فرمول صادق است ، زیرا $\langle G(x)\rangle$ در هر رویدادی باید در زمان معین t محاسبه شود چون Ψ خود تابع t است .

۵ـ۵ معادلهٔ شرودینگر : شکل حالت پایدار :

در بسیاری از وضعیتها ، انرژی پتانسیل یک ذره به صراحت به زمان وابسته نیست ؛ نیروهای وارد بر آن و در نتیجه V فقط با موقعیت ذره تغییر می‌کنند . هرگاه این مورد درست باشد ، با حذف قسمتهایی که به t مربوط می‌شوند معادلهٔ شرودینگر را می‌توان ساده کرد . توجه داریم که تابع موج یک بعدی Ψ یک ذرهٔ آزاد ممکن است به صورت زیر نوشته شود .

$$\begin{aligned}\Psi &= Ae^{-(i/\hbar)(Et-px)} = Ae^{-(iE/\hbar)t}e^{+(ip/\hbar)x}\\ &= \psi e^{-(iE/\hbar)t}\end{aligned} \qquad (۲۱-۵)$$

یعنی ، Ψ عبارت است از حاصل ضرب تابع وابسته به زمان $e^{-(iE/\hbar)t}$ در تابع وابسته به موقعیت ψ . اتفاقاً ، تغییرات زمانی کلیهٔ توابع ذراتی که نیروهای ساکن بر آنها اثر می‌گذارند ، دارای همان شکلی هستند که یک ذرهٔ آزاد داراست . با جانشین کردن مقدار Ψ از معادلهٔ (۵ـ۲۱) در شکل وابسته به زمان معادلهٔ شرودینگر ، پی می‌بریم که

$$E\psi e^{-(iE/\hbar)t} = -\frac{\hbar^2}{2m}e^{-(iE/\hbar)t}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + V\psi e^{-(iE/\hbar)t}$$

و بنابراین با تقسیم بر سازهٔ نمایی مشترک خواهیم داشت

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi = 0 \qquad \text{حالت پایدار معادلهٔ شرودینگر در یک بعد} \qquad (۲۲-۵)$$

معادلهٔ (۵ـ۲۲) شکل حالت پایدار معادلهٔ شرودینگر است . این معادله در سه بعد عبارت است از :

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi = 0 \qquad \text{حالت پایدار معادلهٔ شرودینگر در سه بعد} \qquad (۲۳-۵)$$

به طور کلی ، معادلهٔ شرودینگر را در حالت پایدار فقط برای مقادیر معینی از انرژی E می‌توان حل کرد . آنچه از این بیان مورد نظر است به هیچ نوع شکل ریاضی که ممکن است حضور داشته باشد ، مربوط نمی‌شود ، بلکه چیزی اساسی‌تر از این است . "حل" معادلهٔ شرودینگر برای یک سیستم معین به معنای به دست آوردن یک تابع موج ψ است که نه تنها از معادله و کلیهٔ شرایط مرزی موجود پیروی می‌کند ، بلکه شرایط لازم برای یک تابع موج قابل قبول را دربرمی‌گیرد ــ یعنی تابع موج و مشتقات آن پیوسته ، محدود و تک مقدار باشند . اگر چنین تابع موجی وجود نداشته باشد ، سیستم در حالت پایدار نمی‌تواند وجود داشته باشد . بدین ترتیب ، کوانتمش انرژی در مکانیک موجی به‌صورت عنصر طبیعی نظریه ظاهر می‌شود و کوانتمش انرژی در دنیای فیزیکی به صورت یک پدیدهٔ جهانی که صفت مشخصهٔ تمام سیستمهای پایدار است ، جلوه می‌کند .

یک مقایسهٔ مشابه و خیلی نزدیک با روشی که در آن کوانتمش انرژی در حل‌های معادله شرودینگر روی می‌دهد مقایسه با امواج ساکن در یک طناب کشیده شده به طول L می‌باشد که در دو انتها ثابت شده است . در این جا ، به جای این که یک موج منفرد بطور نامحدود در یک جهت منتشر شود ، امواج بطور همزمان در جهات x+ و x− حرکت می‌کنند به شرطی که جابجایی y همیشه در دو سر طناب صفر باشد . یک تابع قابل قبول $y(x, t)$ برای جابجایی با مشتقات خود ، باید مانند ψ و مشتقات آن رفتار کند و به علاوه $y(x, t)$ باید حقیقی باشد چون کمیتی است که مستقیماً قابل اندازه‌گیری است . تنها حلهای معادلهٔ موج

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

که با این گونه محدودیتهای متعدد سازگارند ، آنهایی هستند که در آنها طول موجها به طریق زیر داده می‌شوند :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n+1} \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

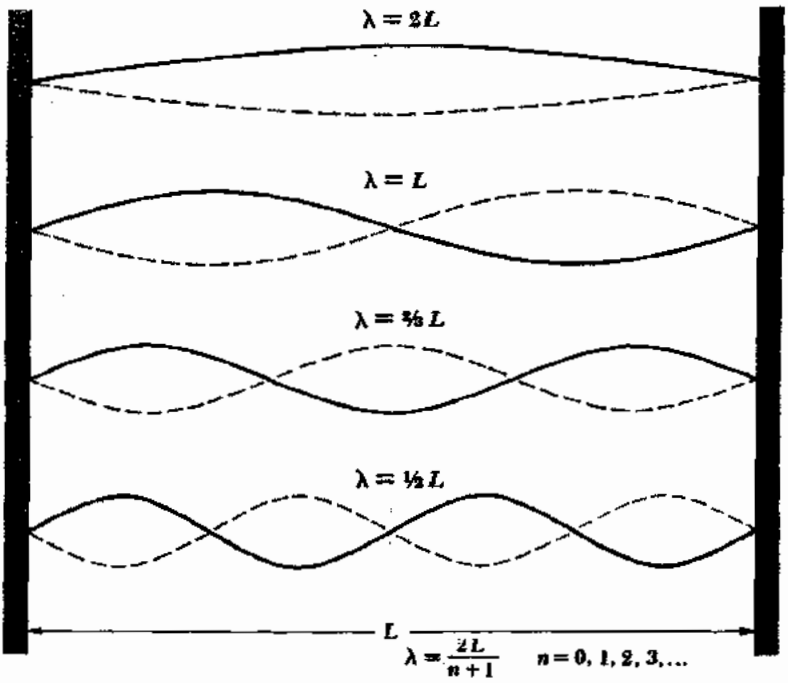
همان‌طورکه در شکل (۵ــ۲) نشان داده شده است . ترکیب معادلهٔ موج و محدودیتهای به کار رفته در طبیعت حل آن ما را در این نتیجه که $y(x, t)$ فقط به ازای طول موجهای معین λ_n می‌تواند وجود داشته باشد ، راهنمایی می‌کند .

مقادیرانرژی E_n که برای آنها حالت پایدار معادلهٔ شرودینگر را می‌توان حل کرد ، مقادیر ویژه و توابع موج مربوط ψ_n را توابع ویژه می‌نامند . (این اصطلاحات ریشهٔ آلمانی

دارند که Eigenwert به معنی "مقدار ویژه یا مقدار مشخصه و Eigenfunktion به معنی "تابع ویژه یا تابع مشخصه است) . سطوح مجزای انرژی اتم ئیدروژن

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

نمونه‌ای از مجموعهٔ مقادیر ویژه هستند ، در فصل ۶ خواهیم دید که چرا این مقادیر خاص E تنها مقادیری هستند که برای الکترون در اتم ئیدروژن ، توابع موج قابل قبولی ارائه می‌دهند .



شکل (۵-۲) امواج ساکن در یک طناب کشیده که در دو انتها بسته شده‌اند .

یک مثال مهم از یک متغیر دینامیکی ، غیر از انرژی کل که در سیستمهای پایدار کوانتیزه می‌شود ، اندازه حرکت زاویه‌ای L است . در مورد اتم ئیدروژن ، پی خواهیم برد که مقادیر

ویژهٔ بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای کل به وسیلهٔ فرمول زیر مشخص می‌شوند :

$$L_l = \sqrt{l(l+1)}\hbar \qquad l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

البته ، یک متغیر دینامیکی مثل G ممکن است کوانتیزه نشود . در این حالت ، اندازه گیریهای انجام شده در سیستمهای یکسان نتیجهٔ یکتایی به بار نخواهد آورد ، بلکه در عوض گستردگی مقادیری را که متوسط آنها مقدار مورد انتظار است ، خواهد داشت :

$$\langle G \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} G|\psi|^2 \, dx$$

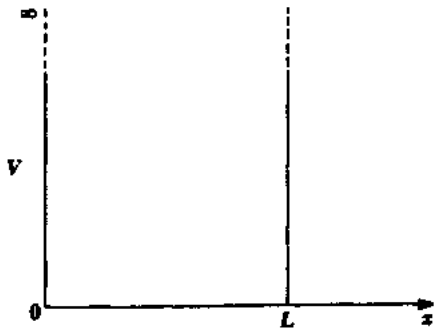
مثلاً ، در اتم ئیدروژن موقعیت الکترون کوانتیزه نمی‌شود ، به طوری که ما باید در مورد الکترون این طور فکر کنیم که الکترون با احتمال ψ^2 در حجم واحد ، در مجاورت هسته حضور دارد ، ولی با دید کلاسیکی برای آن هیچ موضعی یا حتی مداری قابل پیش‌بینی نمی‌باشد .

این بیان احتمالی با این حقیقت مغایرتی ندارد ، که آزمایشهای انجام شده در مورد اتمهای ئیدروژن همواره نشان دهندهٔ این مطلبند که اتم ئیدروژن شامل یک الکترون کامل است و نه یک الکترون ناقص که ۲۷٪ آن در یک ناحیهٔ معین و ۷۳٪ دیگر آن در جایی دیگر باشد ؛ این احتمال یکی از طرق یافتن الکترون است و گر چه این احتمال در فضا اندازه گرفته می‌شود ولی الکترون اندازه‌گیری نمی‌شود .

۵ـ۶ ذره در یک جعبه

معمولاً حل معادلهٔ شرودینگر ، حتی در شکل ساده‌تر حالت پایدار آن ، مستلزم روشهای ریاضی پیچیده‌ای است . به این دلیل مطالعهٔ مکانیک کوانتمی برحسب معمول برای دانشجویانی که تبحر لازم در ریاضیات داشته باشند ، در نظر گرفته شده است . با وجود این ، چون مکانیک کوانتمی ساختار نظری است که نتایج حاصل از آن به واقعیت تجربی خیلی نزدیک است ، اگر می‌خواهیم به درک فیزیک مدرن نائل شویم ، باید روشها و کاربردهای آن را بررسی کنیم . همان‌طور که خواهیم دید برای دنبال کردن اندیشه‌هایی که مکانیک کوانتمی را به بزرگترین موفقیت‌هایش رسانده است داشتن یک زمینهٔ ریاضی حتی نسبةً محدود کافی است .

ساده‌ترین مسألهٔ مکانیک کوانتمی به ذره‌ای محدود می‌شود که در جعبه‌ای با دیواره‌های



شکل (۵–۳) چاه پتانسیلی که مطابق با جعبه‌ای با دیواره‌های بی‌نهایت سخت است .

بی‌نهایت سخت محبوس شده است . در بخش (۳–۶) دیدیم که چگونه یک بحث کاملاً ساده، سطوح انرژی سیستم را به دست می‌دهد . حال همین مسأله را به صورت رسمی‌تری بررسی می‌کنیم که تابع موج ψ_n را که مطابق با هر یک از سطوح انرژی است به ما خواهد داد.

ما می‌توانیم حرکت ذره را به این صورت بیان کنیم که ذره به واسطهٔ دیواره‌های بی‌نهایت‌سخت به حرکت‌درامتدادمحور x بین $x = 0$ و $x = L$ محدود است . یک ذره هنگامی‌که با چنین دیواره‌هایی برخورد می‌کند، انرژی از دست نمی‌دهد، به طوری که انرژی کل آن ثابت می‌ماند . از دیدگاه صوری مکانیک کوانتمی، انرژی پتانسیل V ذره در دو طرف جعبه بی‌نهایت است ، در حالی که V داخل جعبه عدد ثابتی است ــ برای سهولت این عدد ثابت را صفر انتخاب می‌کنیم (شکل ۵ –۳) . چون ذره نمی‌تواند دارای انرژی بی‌نهایت باشد ، لذا در خارج از جعبه نمی‌تواند وجود داشته باشد و بنابراین‌تابع موج آن ψ به ازای $x \leq 0$ و $x \geq L$ صفر است . هدف ما پیدا کردن ψ در داخل جعبه است ، یعنی بین $x=0$ و $x=L$.

معادلهٔ شرودینگر در داخل جعبه عبارت خواهد بود از :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi = 0 \qquad (۲۴–۵)$$

چون در آن جا $V = 0$ است .(مشتق کلی $d^2\psi/dx^2$ با مشتق جزئی $\partial^2\psi/\partial x^2$ یکسان است ،زیرا ψ تنها در این مساله تابع x است .) معادلهٔ (۵–۲۴) دارای حل زیر است :

$$\psi = A \sin \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x + B \cos \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x \qquad (۲۵–۵)$$

که با جانشین سازی در معادلهٔ (۵–۲۴)، می‌توانیم آن را تحقیق کنیم. A و B مقادیر ثابتی هستند که باید محاسبه شوند.

این حل تابع شرط مرزی مهمی است، یعنی به ازای $x = 0$ و $x = L$، ψ باید صفر شود. از آن‌جا که $\cos 0 = 1$ است، عبارت دوم نمی‌تواند ذره را توصیف کند، زیرا در $x = 0$ تابع صفر نمی‌شود. از این رو نتیجه می‌گیریم که $B = 0$. چون $\sin 0 = 0$ است، عبارت سینوسی همیشه به ازای $x = 0$، $\psi = 0$ به‌دست می‌دهد که مورد نیاز است، ولی در $x = L$ فقط هنگامی $\psi = 0$ می‌شود که:

$$\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} L = n\pi \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (۵–۲۶)$$

نتیجه فوق حاصل می‌شود، زیرا سینوس زوایای $\pi, 2\pi, 3\pi, \ldots$ صفر است.

معادلهٔ (۵–۲۶) روشن می‌کند که انرژی ذره فقط می‌تواند دارای مقادیر معینی باشد. در بخش قبل این مقادیر به عنوان مقادیر ویژه نامیده شدند. این مقادیر ویژه که تشکیل دهندهٔ سطوح انرژی هستند، عبارتند از:

$$E_n = \frac{n^2\pi^2\hbar^2}{2mL^2} \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad \text{ذره در یک جعبه} \qquad (۵–۲۷)$$

که همانند معادلهٔ (۳–۱۸) و دارای همان تفسیر است

تابع موج یک ذره در یک جعبه با انرژی E_n عبارت است از:

$$\psi_n = A \sin \frac{\sqrt{2mE_n}}{\hbar} x \qquad (۵–۲۸)$$

در معادلهٔ فوق به جای E_n مقدار آن را از معادلهٔ (۵–۲۷) قرار می‌دهیم که معادلهٔ زیر

$$\psi_n = A \sin \frac{n\pi x}{L}$$

برای توابع ویژه مطابق با مقادیر ویژهٔ انرژی E_n حاصل می‌شود.

اثبات این موضوع که این مقادیر ویژه تمام نیازهایی را که بحث کرده‌ایم برآورده می‌کنند، آسان است: به ازای هر عدد کوانتمی n، ψ_n یک تابع تک مقدار از x است و ψ_n و $\partial\psi_n/\partial x$ پیوسته‌اند. بعلاوه، انتگرال ψ_n^2 در تمام فضا مقدار معینی است، به‌طوری که ما می‌توانیم با

انتگرال گرفتن از $|\psi_n|^2\,dx$ از $x = 0$ تا $x = L$ آن را تحقیق کنیم . (چون ذره طبق فرضیه در این حدود محبوس می‌شود) :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2\,dx = \int_0^L |\psi_n|^2\,dx = A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi x}{L}\right) dx$$
$$= A^2 \frac{L}{2} \qquad (۳۰-۵)$$

برای بهنجار کردن ψ ، باید مقدار A را به گونه‌ای تعیین کنیم که $|\psi_n|^2\,dx$ مساوی $P\,dx$ احتمال پیدا کردن ذره بین x و $x + dx$ باشد ، به‌جای این که صرفا" متناسب با P باشد . اگر $|\psi_n|^2$ قرار است با P مساوی شود ، پس فرمول زیر باید درست باشد :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2\,dx = 1 \qquad (۳۱-۵)$$

چون

$$\int_{-\infty}^{\infty} P\,dx = 1$$

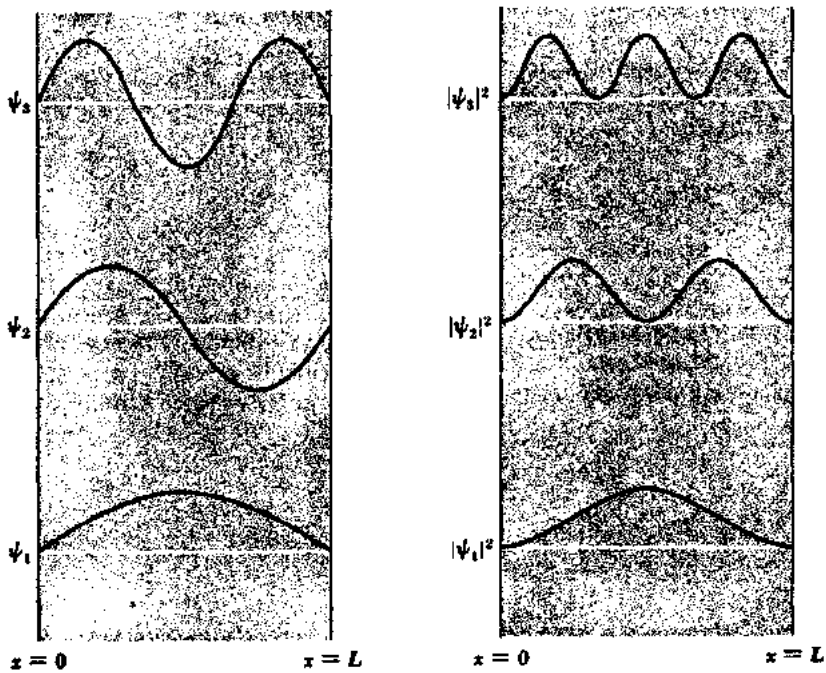
بیان ریاضی این مطلب است که ذره در هر زمانی در جایی وجود دارد . با مقایسهٔ معادله‌های (۵-۳۰) و (۵-۳۱) پی می‌بریم که توابع موج یک ذره در یک جعبه در صورتی بهنجار می‌شوند که

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}} \qquad (۳۲-۵)$$

بنابراین ، توابع موج بهنجار شدهٔ ذره عبارتند از :

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L} \qquad \text{ذره در یک جعبه} \qquad (۳۳-۵)$$

توابع موج بهنجار شدهٔ ψ_1 ، ψ_2 ، ψ_3 و چگالی‌های احتمال $|\psi_1|^2$ ، $|\psi_2|^2$ ، $|\psi_3|^2$ در شکل (۵-۴) رسم شده‌اند . در حالی که ψ_n ممکن است مثبت یا منفی باشد ، $|\psi_n|^2$ همیشه مثبت است و چون ψ_n بهنجار است ، مقدار آن در یک نقطهٔ مفروض x با احتمال P پیدا کردن ذره در آن جا برابر است . در هر حالت ، به ازای $x = 0$ و $x = L$ مرزهای جعبه ، $|\psi_n|^2 = 0$ است . به ازای اعداد کوانتمی مختلف ، احتمال حضور ذره در یک نقطهٔ مشخصی از جعبه



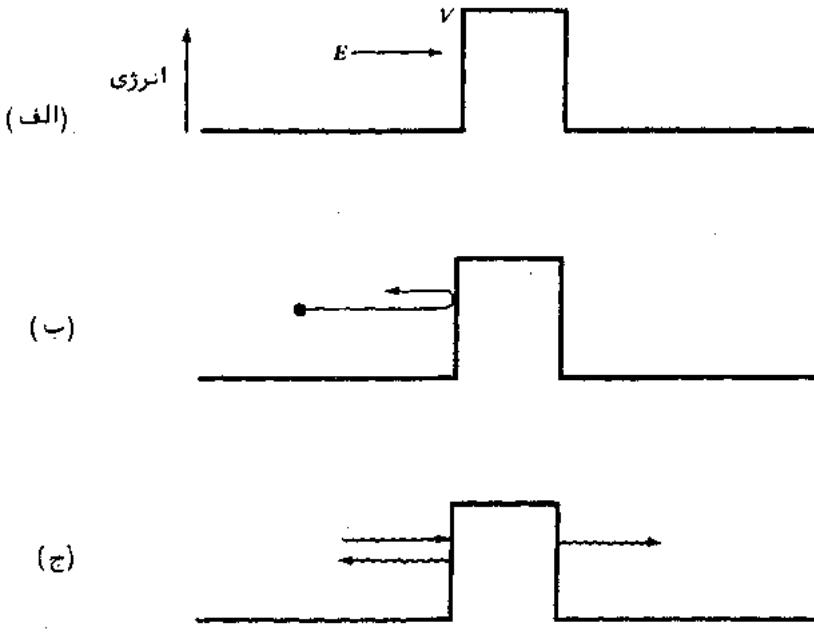
شکل (۵-۴) توابع موج و چگالی‌های احتمال یک ذرهٔ محبوس در جعبه‌ای با دیواره‌های سخت

ممکن است متفاوت باشد. به عنوان مثال، $|\psi_1|^2$ بیشینهٔ مقدار خود را $\frac{1}{2}L$ در وسط جعبه دارد، در حالی که در آن جا $|\psi_2|^2 = 0$ است: یک ذره در پایین‌ترین تراز انرژی $n = 1$ به احتمال زیاد در وسط جعبه قرار می‌گیرد. در حالی که یک ذره در تراز بعدی انرژی $n = 2$ هرگز در آن جا قرار نمی‌گیرد! البته، فیزیک کلاسیک برای ذره، در هر جایی از جعبه که باشد، احتمال یکسانی را در نظر می‌گیرد.

توابع موج نشان داده شده در شکل (۵-۴) شبیه ارتعاشات احتمالی طنابی است که دو سر آن به جایی محکم شده باشد، نظیر ارتعاشات طناب کشیده شدهٔ شکل (۵-۲). این امر نتیجهٔ این حقیقت است که امواج در یک طناب کشیده شده و موجی که نشان دهندهٔ یک ذرهٔ متحرک است، به وسیلهٔ معادله‌های مشابه توصیف می‌شوند، به طوری که هرگاه بر هر یک از دو نوع امواج محدودیتهای یکسانی اعمال شود، نتایج صوری یکسانی ظاهر می‌گردد.

۵ـ۷ بازتاب و انتقال به وسیلهٔ یک سد

بر طبق مکانیک کلاسیک، ذره‌ای که به دیواره‌ای بی‌نهایت سخت برخورد می‌کند، شانس گذشتن از آن را ندارد. مکانیک کوانتمی با این امر موافق است: یک ذره با انرژی جنبشی محدود نمی‌تواند وارد ناحیه‌ای بشود که انرژی پتانسیل آن $V = \infty$ است. اما در مورد دیواره‌ای که استحکام کمتری دارد وضعیت چگونه خواهد بود؟ دیواره‌ای که فوق‌العاده سخت نیست ولی با وجود این برای نفوذ به آن، انرژی V بیشتری از انرژی ذرهٔ E مورد نیاز است. در این حالت، مکانیک کلاسیک نیز نیاز به ذره‌ای دارد که پس از برخورد به دیواره برگردد، ولی اینک مکانیک کوانتمی نتیجهٔ متفاوتی به دست می‌دهد: احتمالی وجود دارد ــ که الزاماً زیاد نیست، ولی صفر هم نیست ــ که ذره بتواند از سد انرژی حتی اگر $E<V$ باشد، عبور کند (شکل ۵ـ۵). گر چه ذره برای فائق آمدن بر سد، انرژی کافی ندارد، معذالک



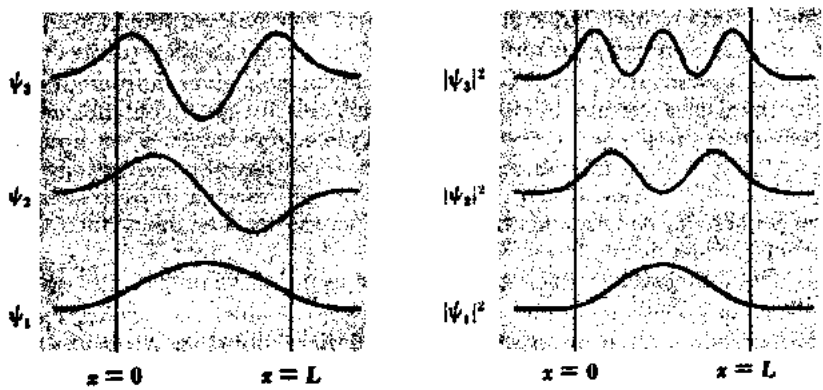
شکل (۵ـ۵) (الف) یک ذره با انرژی $E < V$ به یک سد پتانسیل نزدیک می‌شود. (ب) در مکانیک کلاسیک، ذره باید به وسیلهٔ سد باز تابیده شود. (ج) در مکانیک کوانتمی، امواج دبروی که نشان دهندهٔ ذره هستند، قسمتی باز تابیده و قسمتی عبور می‌کنند. این بدان معنی است که ذره یک شانس محدودی دارد تا به داخل سد نفوذ کند.

می‌تواند، به اصطلاح، از میان آن تونل بزند. هر چه ارتفاع و ضخامت سد بیشتر باشد، شانس این که ذره بتواند از آن عبور کند، کمتر می‌شود.

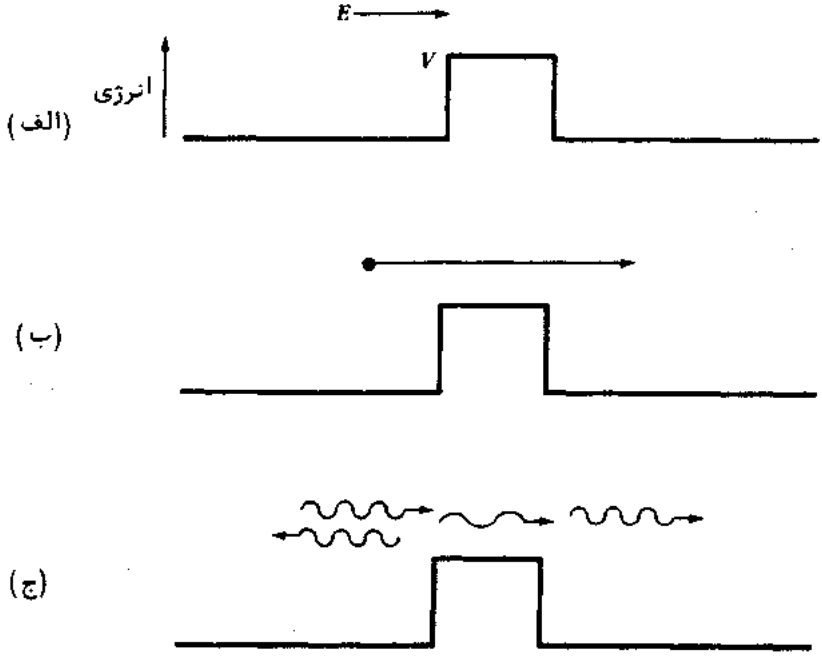
اثر تونل برحسب اصل عدم قطعیت قابل درک است. اگر بگوییم که ذرهٔ فرودی نمی‌تواند وارد سد شود، پس خطای Δx در موقعیتش باید در آن جا صفر باشد. اما از آن جا که $\Delta x\,\Delta p \geq \hbar/2$، خطای متشابه Δp در اندازه حرکت ذره در داخل سد باید نامحدود باشد. یک خطای نامحدود در p به این معنی است که p و نیز E باید نامحدود باشند، که این امر با اندازه حرکت و انرژی محدود ذره سازگار نیست. بنابراین، ذره باید قادر به ورود به سد باشد و به محض ورود امکان ادامه دادن به حرکت را دارد. اثر تونل بخصوص در مورد ذره‌های آلفا که از بعضی هسته‌های رادیوآکتیو گسیل می‌شوند، صورت می‌گیرد. همان طور که در فصل ۱۲ خواهیم دید، یک ذرهٔ آلفا که انرژی جنبشیش فقط چند MeV است، می‌تواند از هسته‌ای که ارتفاع دیوارهٔ پتانسیلی‌اش حدود ۲۵MeV باشد، فرار کند. احتمال فرار آن قدر کم است که ذرهٔ آلفا ممکن است مجبور شود قبل از خارج شدن 10^{38} بار یا بیشتر با دیواره برخورد کند، ولی دیر یا زود بیرون می‌رود.

از آن جا که انرژیهای پتانسیل در دنیای واقعی هرگز نامحدود نیستند، جعبه‌ای با دیواره‌های بی‌نهایت سخت که در بخش قبل در نظر گرفته شده بود، معادل فیزیکی ندارد. لکن، چاههای پتانسیلی مسلماً وجود دارند که ارتفاع سدهای آنها محدود است و ما انتظار خواهیم داشت اثر تونل را که در رفتار ذرات محبوس در چنین چاههایی بروز می‌کند، بیابیم

شکل (۵ــ۶) سه تابع موج اولیه و چگالیهای احتمال مربوطه را برای ذره در یک چاه



شکل (۵ــ۶) توابع موج و چگالیهای احتمال یک ذره در یک چاه پتانسیل محدود. احتمال معینی وجود دارد که ذره در خارج از چاه پیدا شود.



شکل (۵ـ۷) (الف) یک ذره با انرژی $E < V$ به یک سد پتانسیل نزدیک می‌شود (ب) در مکانیک کلاسیک، ذره همیشه از سد عبور می‌کند (ج) در مکانیک کوانتمی، بازتاب به اضافهٔ انتقال روی می‌دهد، بنابراین ذره شانس محدودی برای پس جهیدن از سد را دارد. درحین عبور از سد طول موج دبروی بلندتر است، زیرا انرژی جنبشی ذره $E - V$ و بالنتیجه اندازه حرکت آن در آن جا کمتر است.

پتانسیل محدود نشان می‌دهد. توابع موج در این حالت آن گونه که برای یک ذره در خارج از یک چاه پتانسیل نامحدود برابر صفر می‌شوند، درخارج از چاه پتانسیل محدود با صفر برابر نمی‌شوند. (شکل ۵ـ۴ را مقایسه کنید) با وجودی که انرژی ذره از مقدار V در خارج چاه کمتر است، شانس معینی وجود دارد که در آن جا پیدا شود. در این حالت طول موجهای ذره در داخل چاه بلندتر از طول موجهای ذره در چاه پتانسیل با دیواره‌های نامحدود است که بلندتر بودن طول موج معرف پایین‌تر بودن اندازه حرکت و بنابراین پایین‌تر بودن ترازهای انرژی است.

اگر ذره‌ای با انرژی E به سدی که ارتفاعش V کمتر از E است، نزدیک شود، در مکانیک کلاسیک ذره به سادگی از روی سد عبور می‌کند. لکن در مکانیک کوانتمی، احتمال آن هست که سد ذره را باز تاباند (شکل ۵ـ۷). در حالی که ذره از سد عبور می‌کند، انرژی جنبشیش

$E - V$ از انرژی جنبشی آن در دو طرف سد کمتر است . انرژی کمتر معرف طول موج بلندتر است و بنابراین ψ در دو طرف سد طول موج بلندتری دارد .

در علم شناخت امواج نوری ، بسهولت مشاهده می‌شود که هرگاه یک موج نوری به ناحیه‌ای برسد که در آن ناحیه طول موجش تغییر می‌کند (یعنی ، ناحیه‌ای با ضریب شکست متفاوت) بازتاب و نیز انتقال روی می‌دهد . به این دلیل است که در پنجره‌های مغازه بازتابهای خود را می‌بینیم . این اثر در انواع موجها مشترک است و ممکن است آنرا به طریق ریاضی نشان داد . با توجه به این که متغیر موج (چگالی میدان الکتریکی E در امواج الکترومغناطیسی ، فشار p در امواج صوتی ، ارتفاع موج در امواج آب و غیره) و مشتق اول آن در مرزی که تغییر طول موج صورت می‌گیرد ، پیوسته باشند . دقیقا " همان ملاحظات در مورد تابع موج ψ که نشان دهندهٔ یک ذرهٔ متحرک است ، به کار می‌رود . از آن جا که احتمال یافتن ذره در یک مکان مشخص بستگی به مقدار ψ در آن مکان دارد ، بازتاب جزئی ψ مبین آن است که شانس باز تابانیده شدن ذره وجود دارد .

۵–۸ اثر تونل

تحلیل دقیق اثر تونل در عین حال که جالب است چندان هم مشکل نیست . باریکه‌ای از ذرات یکسان را که همگی دارای انرژی جنبشی $E = K$ هستند ، بررسی می‌کنیم . همان‌طور که در شکل (۵–۸) نشان داده شده است ، این باریکه از سمت چپ بر روی یک سد پتانسیل به ارتفاع V و عرض L فرود می‌آید . در هر دو طرف سد $V = 0$ می‌باشد ، که مبین این است که در آنجا هیچ نیرویی بر ذرات اعمال نمی‌شود . در این نواحی معادلهٔ شرودینگر برای ذرات (همهٔ آنهایی که به وسیلهٔ تابع موج یکسان ψ توصیف می‌شوند) به صورتهای زیر درخواهد آمد .

$$\frac{\partial^2 \psi_I}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi_I = 0 \qquad (۳۴–۵)$$

$$\frac{\partial^2 \psi_{III}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} E\psi_{III} = 0 \qquad (۳۵–۵)$$

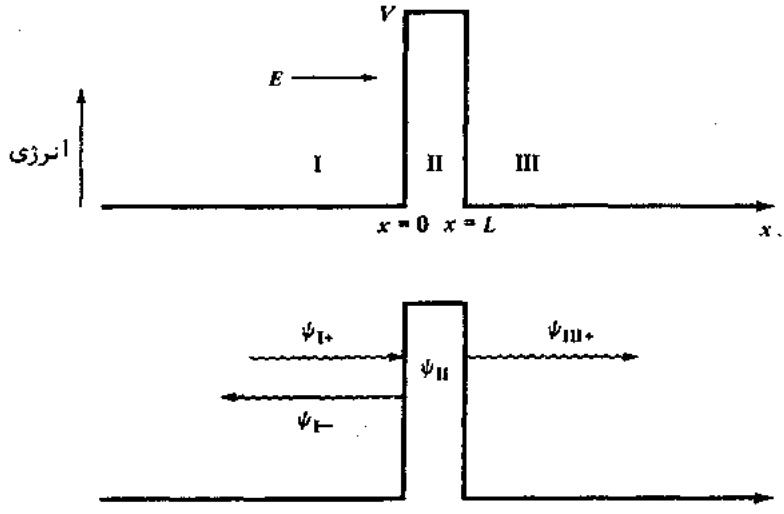
در این جا جوابهای مناسب این معادله عبارتند از :

$$\psi_I = Ae^{ik_1x} + Be^{-ik_1x} \qquad (۳۶–۵)$$

$$\psi_{III} = Fe^{ik_1x} + Ge^{-ik_1x} \qquad (۳۷-۵)$$

که در آنها

$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} = \frac{p}{\hbar} = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad (۳۸-۵)$$



شکل (۵-۸) نمایش کلی نفوذ سدی

عدد موجی امواج دبروی است که ذرات را در خارج از سد نشان می‌دهند . از آن جا که

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta$$
$$e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta$$

این حلها معادل معادلهٔ (۵-۲۵) می‌باشند (البته در هر حالت مقادیر ضرایب آنها متفاوت است) ولی برای توصیف ذراتی که محبوس نیستند ، در شکل مناسبتری هستند .

توجیه عبارتهای گوناگون در معادله‌های (۵-۳۶) و (۵-۳۷) دشوار نیست . همان طور که در شکل (۵-۸) بطور طرحوار نشان داده شده است ، Ae^{ik_1x} موجی با دامنهٔ A است که از سمت چپ بر سد فرود می‌آید . از این رو ، می‌توانیم بنویسیم :

$$\psi_{I+} = Ae^{ik_1x} \qquad (۳۹-۵)$$

این موج مربوط به باریکهٔ فرودی ذرات است با این تصور که چگالی احتمال آنها $|\psi_{I+}|^2$ می‌باشد. اگر v سرعت گروه موج باشد که با سرعت ذرات برابر است:

$$S = |\psi_{I+}|^2 v$$

شار ذراتی خواهد بود که در هر ثانیه به یک متر مربع سد وارد می‌شوند. در X=0 موج فرودی به سد برخورد می‌کند و قسمتی از آن بازتاب می‌یابد، با

$$\psi_{I-} = Be^{-ikx} \qquad (۴۰-۵)$$

که نشان دهندهٔ موج بازتابیده است. لذا

$$\psi_I = \psi_{I+} + \psi_{I-} \qquad (۴۱-۵)$$

در منتهاالیه سد $(x > L)$ فقط یک موج می‌تواند وجود داشته باشد:

$$\psi_{III+} = Fe^{ikx} \qquad (۴۲-۵)$$

که در جهت x+ در حرکت است، زیرا، طبق فرضیه، در ناحیهٔ III چیزی که بتواند موج را باز تاباند وجود ندارد. از این رو $G = 0$ و

$$\psi_{III} = \psi_{III+} = Fe^{ikx} \qquad (۴۳-۵)$$

احتمال انتقال T یک ذره برای عبور از میان سد عبارت است از نسبت:

$$T = \frac{|\psi_{III+}|^2 v}{|\psi_{I+}|^2 v} = \frac{FF^*}{AA^*} \qquad (۴۴-۵)$$

بین شار ذراتی که از سد خارج می‌شود و شاری که وارد آن می‌شود. به عبارت دیگر T، کسری از ذرات فرودی است که موفق می‌شوند از میان سد تونل بزنند. از نظر مکانیک کلاسیک $T = 0$ است، زیرا ذره‌ای با $E < V$ نمی‌تواند داخل سد وجود داشته باشد؛ اجازه دهید ببینیم نتیجهٔ مکانیک کوانتمی چیست.

---

1. Flux

در ناحیهٔ II معادلهٔ شرودینگر برای ذرات به قرار ذیل است :

$$\frac{\partial^2\psi_{II}}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E - V)\psi_{II} = 0 \qquad (۴۵-۵)$$

که حل آن به‌صورت زیرمی‌باشد . :

$$\psi_{II} = Ce^{ik'x} + De^{-ik'x} \qquad (۴۶-۵)$$

که در آن

$$k' = \frac{\sqrt{2m(E - V)}}{\hbar} \qquad (۴۷-۵)$$

عدد موجی داخل سد است ، چون $E<V$ است ، k' عدد موهومی است و بهتر است عدد موجی دیگری k_2 را به طریق زیر تعیین کنیم :

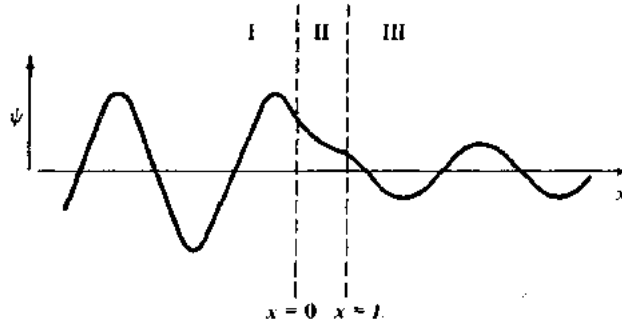
$$k_2 = -ik' = \frac{\sqrt{2m(V - E)}}{\hbar} \qquad (۴۸-۵)$$

معادلهٔ (۴۶-۵) برحسب k_2 به صورت زیر درمی‌آید :

$$\psi_{II} = Ce^{-k_2x} + De^{k_2x} \qquad (۴۹-۵)$$

از آن‌جا که نماها مقادیر حقیقی هستند ، ψ_{II} نوسان نمی‌کند و بنابراین یک ذرهٔ متحرک را نشان نمی‌دهد . با وجود این ، چگالی احتمال $|\psi_{II}|^2$ صفر نیست ، بنابراین احتمال یافتن یک ذره در داخل سد محدود می‌باشد . چنین ذره‌ای ممکن است وارد ناحیهٔ III شود یا به ناحیهٔ I برگردد .

برای محاسبهٔ احتمال انتقال T ، ما باید بسر ψ_I ، ψ_{II} و ψ_{III} شرایط مرزی معینی اعمال کنیم . شکل (۵-۹) یک نمایش کلی توابع موج در نواحی I ، II و III می‌باشد که ممکن است درمتصور ساختن شرایط مرزی به ما کمک کند . همان‌طور که قبلا" گفتیم ، ψ و مشتق آن $\partial\psi/\partial x$ در هر جایی باید پیوسته باشد . با توجه‌به شکل (۵-۹) این وضعیتها مبین این هستند که در هر دیوارهٔ سد ، توابع موج داخل و خارج نه تنها باید دارای مقدار یکسان بلکه باید دارای شیب یکسانی باشند ، به طوری که توابع کاملا" به یکدیگر بپیوندند . از این رو ، در دیوارهٔ سمت چپ سد



شکل (۵–۹) در هر دیواره‌ای از سد، توابع موج داخل و خارج آن باید کاملا" به یکدیگر بپیوندند، یعنی باید در آن جا دارای مقادیر شیبهای یکسان باشند.

$$\left.\begin{aligned}\psi_{I} &= \psi_{II}\\ \frac{\partial\psi_{I}}{\partial x} &= \frac{\partial\psi_{II}}{\partial x}\end{aligned}\right\} x = 0 \qquad \begin{matrix}(۵۰–۵)\\(۵۱–۵)\end{matrix}$$

و در دیوارهٔ سمت راست

$$\left.\begin{aligned}\psi_{II} &= \psi_{III}\\ \frac{\partial\psi_{II}}{\partial x} &= \frac{\partial\psi_{III}}{\partial x}\end{aligned}\right\} x = L \qquad \begin{matrix}(۵۲–۵)\\(۵۳–۵)\end{matrix}$$

با جانشین کردن مقدار ψ_{I}، ψ_{II} و ψ_{III} از معادلات (۵–۳۶)، (۵–۴۲) و (۵–۴۹) در معادله‌های بالا بترتیب حاصل می‌شود:

$$A + B = C + D \qquad (۵۴–۵)$$

$$ik_1A - ik_1B = -k_2C + k_2D, \qquad (۵۵–۵)$$

$$Ce^{-k_2L} + De^{k_2L} = Fe^{ik_1L} \qquad (۵۶–۵)$$

$$-k_2Ce^{-k_2L} + k_2De^{k_2L} = ik_1Fe^{ik_1L} \qquad (۵۷–۵)$$

ممکن است از حل معادله‌های (۵–۵۴) تا (۵–۵۷)، معادلهٔ زیر به دست آید:

$$\left(\frac{A}{F}\right) = \left[\frac{1}{2} + \frac{i}{4}\left(\frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2}\right)\right] e^{(ik_1+k_2)L} + \left[\frac{1}{2} - \frac{i}{4}\left(\frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2}\right)\right] e^{(ik_1-k_2)L} \qquad (۵۸–۵)$$

فرض کنیم که سد پتانسیل نسبت به انرژی ذرات فرودی بلند است. اگر این حالت وجود داشته باشد، پس $k_2/k_1 > k_1/k_2$ و

$$\frac{k_2}{k_1} - \frac{k_1}{k_2} \approx \frac{k_2}{k_1} \qquad (۵-۵۹)$$

همچنین فرض کنیم که سد به قدر کافی عریض هست تا ψ_{II} بین $x = 0$ و $x = L$ شدیداً ضعیف‌شود. این بدان معنی است که $k_2L \gg 1$ و

$$e^{k_2L} \gg e^{-k_2L}$$

از این رو، معادله (۵-۵۸) را می‌توان بطور تقریب به صورت زیر نوشت:

$$\left(\frac{A}{F}\right) = \left(\frac{1}{2} + \frac{ik_2}{4k_1}\right) e^{(ik_1+k_2)L} \qquad (۵-۶۰)$$

مزدوج مختلط (A/F)، که برای محاسبهٔ احتمال انتقال T بدان نیاز داریم، با جایگزین کردن $i-$ در هر جایی از (A/F) به جای i پیدا می‌شود:

$$\left(\frac{A}{F}\right)^* = \left(\frac{1}{2} - \frac{ik_2}{4k_1}\right) e^{(-ik_1+k_2)L} \qquad (۵-۶۱)$$

اینک (A/F) و $(A/F)^*$ را در هم ضرب می‌کنیم تا معادلهٔ زیر حاصل شود.

$$\frac{AA^*}{FF^*} = \left(\frac{1}{4} + \frac{k_2^2}{16k_1^2}\right) e^{2k_2L}$$

که مبین احتمال انتقال است، از معادلهٔ (۵-۴۴) عبارت زیر بدست می‌آید:

$$T = \frac{FF^*}{AA^*} = \left(\frac{AA^*}{FF^*}\right)^{-1} = \left[\frac{16}{4 + (k_2/k_1)^2}\right] e^{-2k_2L} \qquad (۵-۶۲)$$

از تعاریف k_1 (معادلهٔ (۵-۳۸)) و k_2 (معادلهٔ (۵-۴۸)) پی می‌بریم که

$$\left(\frac{k_2}{k_1}\right)^2 = \frac{2m(V-E)/\hbar^2}{2mE/\hbar^2} = \frac{V}{E} - 1 \qquad (۵-۶۳)$$

این بدان معنی است که کمیت داخل کروشه در معادلهٔ (۵–۶۲) نسبت به قسمت نهایی کمتر با V و E تغییر می‌کند. به علاوه، مقدار داخل کروشه هرگز از نظر مقدار با ۱ اختلاف زیادی ندارد و بنابراین یک تقریب قابل قبول از احتمال انتقال به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$T = e^{-2k_2L} \qquad \text{احتمال انتقال} \qquad (۵–۶۴)$$

این فرمول در فصل ۱۲ برای توضیح دادن تغییر خارق‌العاده در نیمه عمرهای هسته‌های رادیواکتیو آلفا با انرژی ذرهٔ آلفا به کار برده خواهد شد.

مسأله: الکترونهایی با انرژیهای ۱eV و ۲ eV بر سدی به ارتفاع ۵ eV وعرض ۵ A فرود می‌آیند. احتمالات انتقال مربوطه را پیدا کنید. اگر عرض سد دو برابر شود، چگونه این احتمالات تحت تأثیر قرار می‌گیرند؟

حل: به ازای الکترون با انرژی ۱ eV

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-E)}}{\hbar}$$

$$= \frac{\sqrt{2 \times (9.1 \times 10^{-31}\ \text{kg}) \times (5-1)\ \text{eV} \times (1.6 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})}}{1.054 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}$$

$$= 1.0 \times 10^{10}\ \text{m}^{-1}$$

از آن جا که $L = ۵\,A = ۵\times۱۰^{-۱۰}\,m$، $(۱/۰\times۱۰^{۱۰}\ \frac{1}{m})\times(۵\times۱۰^{-۱۰}\,m) = ۱۰$، $2k_2L = ۲\times$ و احتمال انتقال عبارت است از:

$$T_1 = e^{-2k_2L} = e^{-10} = 4.5 \times 10^{-5}$$

بطور متوسط از ۲۲۰۰۰ الکترون یک الکترون با انرژی ۱ eV می‌تواند به وسیلهٔ تونل از داخل سدی با انرژی ۵eV عبور کند. برای الکترونهایی با انرژی ۲ eV محاسبهٔ مشابهی به کار می‌رود.

$$T_2 = e^{-8.9} = 1.4 \times 10^{-4}$$

احتمال عبور الکترونهایی با انرژی ۲eV به وسیلهٔ تونل از داخل سد تقریباً سه برابر است. اگر عرض سد ۱۰ Å شود، احتمالات انتقال عبارت خواهد بود از:

$$T_1' = 2.1 \times 10^{-9} \qquad T_2' = 1.9 \times 10^{-8}$$

بطور آشکار T بیشتر به عرض سد بستگی دارد تا به انرژی ذره.

۵ــ۹ نوسان کنندهٔ هماهنگ [1]

حرکت هماهنگ موقعی صورت می‌گیرد که سیستمی حول یک وضعیت تعادل نوسان کند. این سیستم ممکن است جسمی متصل به فنر یا شناوری در سطح مایع، یک مولکول دو اتمی، یک اتم در شبکهٔ کریستالی باشد ــ در دنیای میکروسکوپی و همچنین در دنیای ماکروسکپی مثالهای بیشماری وجود دارند. شرط وقوع حرکت هماهنگ، وجود یک نیروی بازگرداننده است که هرگاه سیستمی از حالت تعادل خارج شود، سعی می‌کند آن را به وضعیت تعادلش بازگرداند؛ اینرسی جرمهای موجود در سیستم موجب می‌شود که از حالت تعادل فراتر روند و اگر فرآیندهای تلف کننده نیز موجود نباشند، سیستم، نوسان پایداری خواهد داشت.

در مورد خاص حرکت هماهنگ ساده، نیروی بازگرداننده‌ٔ F بر یک ذره با جرم m خطی است؛ یعنی، F متناسب با جابجایی ذرهٔ x از وضعیت تعادلش و در جهتِ مخالف آن است، به طوری که

$$F = -kx \qquad (۶۵ــ۵)$$

این رابطه به قانون هوک [2] موسوم است. برطبق قانون دوم حرکت F=ma. واز این رو

$$-kx = m\frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0 \qquad (۶۶ــ۵)$$

معادلهٔ (۵ــ۶۶) دارای حلهای زیادی است، یک حل مناسب آن عبارت است از:

$$x = A\cos\{2\pi\nu t + \phi\} \qquad (۶۷ــ۵)$$

که در آن

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \text{بسامد نوسان کنندهٔ هماهنگ} \qquad (۶۸ــ۵)$$

بسامد نوسانها و A دامنهٔ آنها است و مقدار ϕ، ثابت فاز، بستگی به مقدار x در زمان $t = 0$ دارد.

اهمیت نوسان کنندهٔ هماهنگ ساده در فیزیک کلاسیک و فیزیک مدرن در آن نیست که

---

1. The Harmonic Oscillator

2. Hooke's Law

نیروهای بازگرداننده‌ٔ واقعی با قانون هوک دقیقاً " سازگار باشند ــ چیزی که بندرت واقعیت دارد ــ بلکه این واقعیت مهم است که این نیروها به ازای جابجایی‌های کوچک به قانون هوک محدود می‌شوند . در نتیجه هر سیستمی که در آن چیزی ارتعاشات کوچکی را حول یک وضعیت تعادل ایجاد کند ، شبیه یک نوسان کنندهٔ هماهنگ ساده عمل می‌کند . برای اثبات این نکتهٔ مهم ، توجه داریم که هر نیروی بازگرداننده را که تابعی از x باشد ، می‌توان بصورت یک سری مک لورن[1] حول وضعیت تعادل $x = 0$ به طریق زیر بیان کرد :

$$F(x) = F_{x=0} + \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x + \frac{1}{2}\left(\frac{d^2F}{dx^2}\right)_{x=0} x^2 + \frac{1}{6}\left(\frac{d^3F}{dx^3}\right)_{x=0} x^3 + \cdots$$

از آن جاکه $x = 0$ وضعیت تعادل است ، $F_{x=0} = 0$ می‌باشد و چون به ازای x کوچک مقادیر $x^2, x^3, \ldots$ در مقایسه با x بسیار ناچیزند ، از عبارت سوم و عبارتهای بالاتر سری می‌توان صرف نظر کرد . بنابراین ، هنگامی که x کوچک باشد ، عبارت دوم تنها عبارت قابل توجه است . در نتیجه

$$F(x) = \left(\frac{dF}{dx}\right)_{x=0} x$$

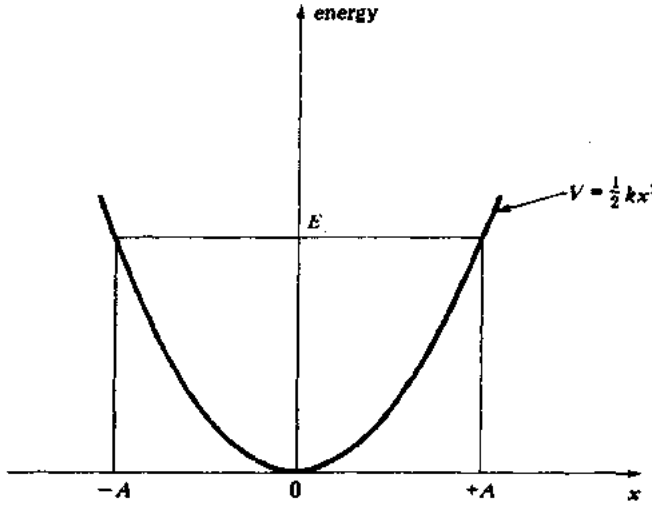
قانون هوک می‌باشد وقتی که $(dF/dx)_{x=0}$ منفی باشد ، همان گونه که برای هر نیروی باز گرداننده منفی است . بنابراین ، نتیجه این است که تمام نوسانها وقتی دامنه‌های آنها به حد کافی کوچک باشند ، ذاتاً " هماهنگ هستند . تابع انرژی پتانسیل $V(x)$ مربوط به نیروی قانون هوک را به این طریق می‌توان پیدا کرد که کار مورد نیاز برای رساندن یک ذره از $x = 0$ به $x = x$ در مقابل چنین نیرویی محاسبه شود . نتیجه این می‌شود .

$$V(x) = -\int_0^x F(x)\, dx = k\int_0^x x\, dx = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad (۶۹-۵)$$

و در شکل (۵ــ۱۰) ترسیم شده است . منحنی $V(x)$ در مقابل x یک منحنی سهمی است . اگر انرژی نوسان کننده E باشد ، ذره بین $x = -A$ و $x = +A$ به جلو و عقب نوسان می‌کند که $E = \frac{1}{2}kA^2$ رابطهٔ بین E و A را نشان می‌دهد . شکل (۸ــ۲۳) نشان می‌دهد که چگونه یک منحنی انرژی پتانسیل غیر سهمی برای جابجایی‌های کوچک می‌تواند به یک منحنی سهمی نزدیک شود .

---

1. Maclaurin's Series



شکل(۵ـ۱۰)انرژی پتانسیل یک نوسان کنندهٔ هماهنگ با x متناسب است ، که x عبارت است از جابجایی از وضعیت تعادل . دامنهٔ A حرکت به وسیلهٔ انرژی کل E نوسان کننده ، که از نظر کلاسیکی هر مقداری را می‌تواند داشته باشد ، تعیین می‌شود .

حتی پیش از محاسبه‌ای طولانی می‌توان سه اصلاح مکانیک کوانتمی را برای این تصویر کلاسیکی پیش‌بینی کرد . اولا" ، طیف پیوسته‌ای از انرژیهای مجاز وجود نخواهد داشت ، بلکه طیفی خواهد بود مجزا تنها شامل بعضی مقادیر خاص. دوم ، پایین‌ترین انرژی مجاز $E=0$ نخواهدبود ،بلکه مقدار کمینه $E=E_0$ خواهد بود . سوم ، این احتمال وجود خواهد داشت که ذره بتواند در چاه پتانسیلی که هست نفوذ و از حدود $-A$ و $+A$ تجاوز کند .

معادلهٔ شرودینگر برای نوسان کنندهٔ هماهنگ ، با داشتن $V=\frac{1}{2}kx^2$ عبارت است از :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2}+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-\tfrac{1}{2}kx^2\right)\psi=0 \qquad (۷۰ـ۵)$$

بهتر است معادلهٔ (۵ـ۷۰) را با معرفی مقادیر بدون بعد ساده کنیم :

$$y=\left(\frac{1}{\hbar}\sqrt{km}\right)^{1/2}x=\sqrt{\frac{2\pi m\nu}{\hbar}}\,x \qquad (۷۱ـ۵)$$

و

$$\alpha=\frac{2E}{\hbar}\sqrt{\frac{m}{k}}=\frac{2E}{h\nu} \qquad (۷۲ـ۵)$$

که در آن ν بسامد کلاسیکی نوسان داده شده در معادلهٔ (۵ـ۶۸) است در این جانشین سازیها ، آنچه که در اصل انجام داده‌ایم تبدیل واحدهاست که در آنها x و E از متر و ژول به ترتیب به واحدهای بی‌بعد مناسبی تبدیل می‌شوند . معادلهٔ شرودینگر برحسب y و α به صورت زیر درمی‌آید .

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + (\alpha - y^2)\psi = 0 \qquad (۷۳ـ۵)$$

حلهای این معادله که در این جا مورد قبولند با این شرط محدود می‌شود که هر گاه y به سمت بی‌نهایت میل کند ، ψ به سمت صفر میل می‌کند ، به منظور این که :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2 \, dx = 1$$

در غیر این صورت تابع موج نمی‌تواند یک ذرهٔ حقیقی را نشان دهد . خواص ریاضی معادلهٔ (۵ـ۷۳) چنان است که (به ضمیمهٔ ۱۱ رجوع شود) این شرط فقط هنگامی برقرار است که :

$$\alpha = 2n + 1 \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

از آن جا که بر طبق معادلهٔ (۵ـ۷۲) ، $\alpha = ۲ E/h\nu$ است ، ترازهای انرژی یک نوسان کنندهٔ هماهنگ که بسامد کلاسیکی نوسانش ν است به وسیلهٔ فرمول زیر بدست می‌آید :

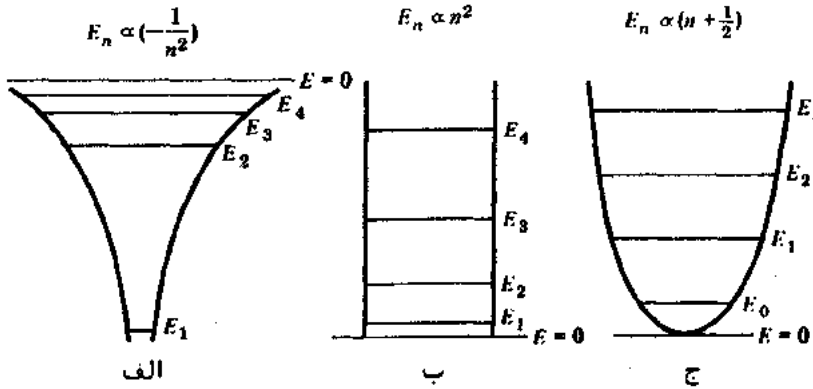
$$E_n = (n + \tfrac{1}{2})\, h\nu \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad \text{ترازهای انرژی نوسان‌کنندهٔ هماهنگ} \qquad (۷۴ـ۵)$$

بدین ترتیب ، انرژی یک نوسان کنندهٔ هماهنگ به صورت پله‌های $h\nu$ کوانتیزه می‌شود . توجه داریم که هنگامی که $n = ۰$ باشد .

$$E_0 = \tfrac{1}{2} h\nu \qquad \text{انرژی در صفر مطلق} \qquad (۷۵ـ۵)$$

که پایین‌ترین مقداری است که انرژی نوسان کننده می‌تواند داشته باشد . این مقدار را انرژی نقطهٔ صفر می‌نامند زیرا یک نوسان کنندهٔ هماهنگ در تعادل با محیط اطرافش هنگامی که دما به $۰ K$ برسد به یک انرژی $E = E_0$ نزدیک خواهد شد و نه به انرژی $E = 0$.

شکل (۵ـ۱۱) مقایسهٔ ترازهای انرژی یک نوسان کنندهٔ هماهنگ را با ترازهای انرژی یک اتم ئیدروژن و ترازهای انرژی یک ذره در جعبه‌ای با دیوارهای کاملا" سخت نشان



شکل (۵–۱۱) چاههای پتانسیل وترازهای انرژی (الف) یک اتم‌ئیدروژن، (ب) یک‌ذره در یک جعبه و (ج) یک نوسان کنندهٔ هماهنگ.

می‌دهد. اشکال منحنی‌های انرژی پتانسیل مربوطه نیز در این شکل نشان داده شده است. فاصلهٔ ترازهای انرژی فقط برای نوسان کنندهٔ هماهنگ ثابت است.

برای هر مقدار اختیاری از پارامتر α_n یک تابع موج متفاوت ψ_n وجود دارد. هر تابع موج عبارت است از: یک چند جمله‌ای $H_n(y)$ (موسوم به چند جمله‌ای هرمیت[1]) که توانهای آن فرد یا زوج‌اند، سازهٔ نمایی $e^{-y^2/2}$ و یک ضریب عمودی که برای تحقق شرط بهنجار شدن ψ_n لازم است.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi_n|^2 \, dx = 1 \qquad n = 0, 1, 2 \ldots$$

فرمول کلی تابع موج n ام عبارت است از:

$$\psi_n = \left(\frac{2m\nu}{\hbar}\right)^{1/4} (2^n n!)^{-1/2} H_n(y) e^{-y^2/2} \qquad (۷۶–۵)$$

شش چند جمله‌ای اول هرمیت $H_n(y)$ در جدول (۵–۱) فهرست شده‌اند.

توابع موجی که با شش تراز اول انرژی یک نوسان کنندهٔ هماهنگ مطابق هستند درشکل (۵–۱۲) نشان داده شده‌اند. در هر حالت حوزه‌ای نشان داده می‌شود که ذره ضمن نوسان کلاسیکی با همان انرژی کل E_n بدان حوزه محدود خواهد شد. واضح است که ذره می‌تواند به

1. Hermit Polynomial

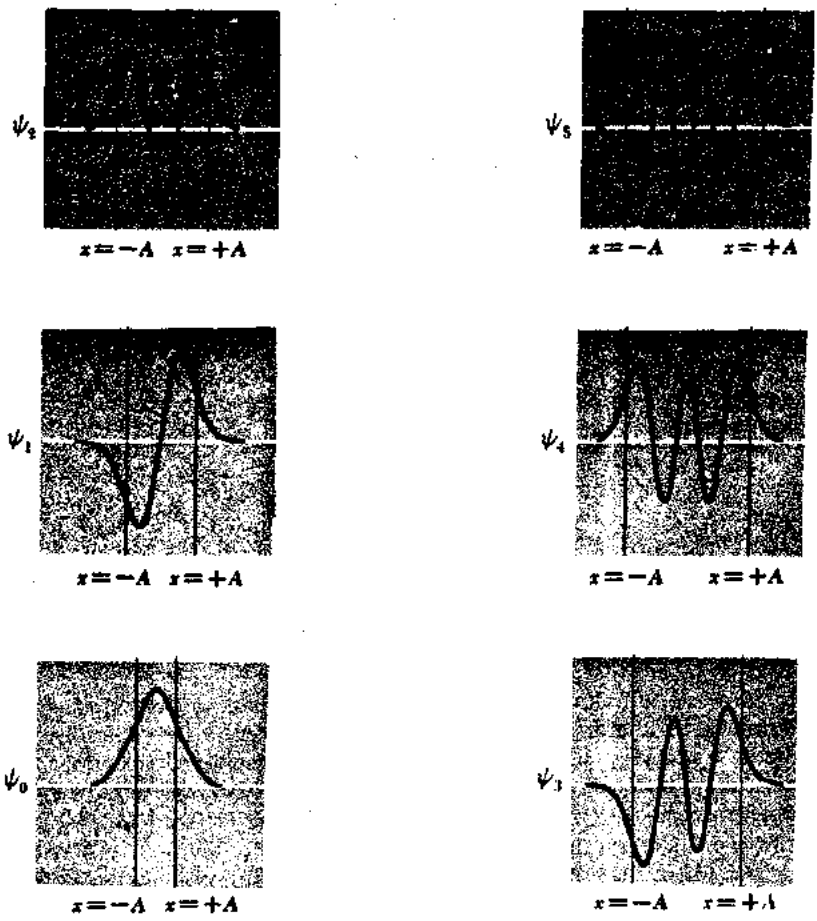
نواحی ممنوع کلاسیکی با احتمالی که بطور نهایی کاهش می‌یابد ، نفوذ کند ــ به عبارت

جدول ۵ــ۱ چند جمله‌ایهای هرمیت

E_n	α_n	$H_n(y)$	n
$\frac{1}{2}h\nu$	۱	۱	۰
$\frac{3}{2}h\nu$	۳	$2y$	۱
$\frac{5}{2}h\nu$	۵	$4y^2-2$	۲
$\frac{7}{2}h\nu$	۷	$8y^3-12y$	۳
$\frac{9}{2}h\nu$	۹	$16y^4-48y^2+12$	۴
$\frac{11}{2}h\nu$	۱۱	$32y^5-160y^3+120y$	۵

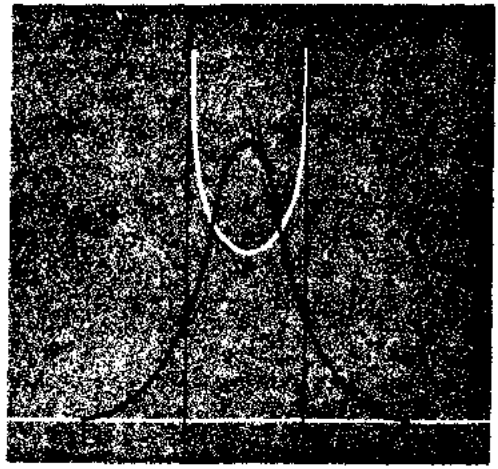
دیگر ، ذره می‌تواند از دامنهٔ A که توسط انرژی تعیین می‌شود تجاوز کند ــ درست مثل وضعیت یک ذره در یک جعبه با دیواره‌هایی غیر صلب .

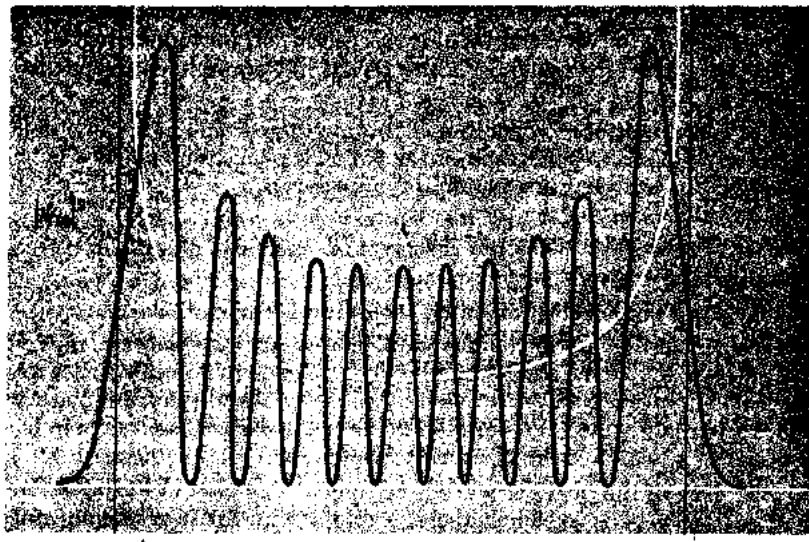
مقایسهٔ چگالیهای احتمال یک نوسان کنندهٔ هماهنگ کلاسیکی و یک نوسان کنندهٔ هماهنگ مکانیک کوانتمی که انرژی مساوی دارند ، جالب و آموزنده است ! منحنی‌های قسمت بالای شکل (۵ــ۱۳) این چگالی را برای نوسان کنندهٔ کلاسیک نشان می‌دهند . احتمال P یافتن ذره در یک نقطهٔ مشخص در دو انتهای مسیر حرکت که سرعت ذره کم است بیشینه و در وضعیت تعادل ($x=0$) که سرعت آن بیشتر است ، کمینه می‌باشد . نوسان کنندهٔ مکانیک کوانتمی در پایین‌ترین حالت انرژیش $n=0$ دقیقا " رفتار متضادی را نشان می‌دهد . همان‌طور که نشان داده شده است ، چگالی احتمال $|\psi_0|^2$ در $x=0$ بیشینهٔ مقدار خود را داراست و در دو طرف این وضعیت کاهش می‌یابد . لکن ، این اختلاف بتدریج با افزایش n کم می‌شود: نمودار پایینی شکل (۵ــ۱۳) مطابق با حالت $n=10$ می‌باشد و واضح است که هنگامی که $|\psi_{10}|^2$ روی x میانگیری شود تقریبا " خصوصیات کلی احتمال کلاسیکی P را داراست . این یک نمونهٔ دیگر از اصل تطابق است که در فصل ۴ ذکر شده است ؛ در محدودهٔ اعداد کوانتمی بزرگ ، نتایج فیزیک کوانتمی و فیزیک کلاسیک یکسان است .



شکل (۵-۱۲) اولین شش تابع موج نوسان‌کننده هماهنگ. خطوط عمودی حد بین $-A$ و $+A$ را که یک نوسان کنندهٔ کلاسیکی با همان انرژی می‌تواند نوسان کند، نشان می‌دهند.

ممکن است ایراد گرفته شود که گر چه $|\psi_{10}|^2$ هنگامی که هموار شد در واقع به P نزدیک می‌شود، معهذا $|\psi_{10}|^2$ نسبت به x بطور سریع کم و زیاد می‌شود، در حالی که تغییرات P این طور نیست. لکن، این ایراد فقط زمانی وارد است که نوسانها قابل مشاهده باشند و هر چه فاصلهٔ قله‌ها و گودیها کمتر باشد، تفکیک آنها از هم بطور آزمایشی مشکلتر می‌شود. "دنباله‌های" نمایی $|\psi_{10}|^2$ در ماورای $x = \pm A$ نیز با افزایش n از نظر دامنه کاهش می‌یابند. بدین ترتیب، گر چه تصاویر کوانتمی و کلاسیکی به ازای مقادیر کوچک n از بنیان با هم





شکل (۵ـ۱۳) چگالیهای احتمال یک نوسان کنندهٔ هماهنگ مکانیک کوانتمی به ازای حالتهای $n=0$ و $n=10$. چگالیهای احتمال برای نوسان کننده‌های هماهنگ کلاسیکی با همان انرژی با خط سفید نشان داده شده‌اند. در حالت $n=10$، کوتاهترین طول موج در $x=0$ و بلندترین آن در $x=\pm A$ است.

متفاوتند ، ولی در سازگاری با اصل تطابق هر چه مقدار n بزرگتر شود ، شباهت آنها به هم بیشتر و بیشتر می‌گردد .

مسائل

۱ــ ثابت کنید که تمام حلهای معادلهٔ موج

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

همان‌طور که در بخش (۵ــ۲) ذکر شده است باید به‌صورت $y = F(t \pm x/v)$ باشد .

۲ــ اگر $\Psi_1(x, t)$ و $\Psi_2(x, t)$ حلهای معادلهٔ شرودینگر برای پتانسیل داده شدهٔ $V(x)$ باشند ، نشان دهید که ترکیب خطی

$$\Psi = a_1\Psi_1 + a_2\Psi_2$$

که در آن a_1 و a_2 مقادیر اختیاری هستند ، نیز یک حل است . (این نتیجه با مشاهدهٔ تجربی تداخل امواج دبروی مطابقت دارد ، که به عنوان مثال در آزمایش داویسون ــ ژرمر در فصل بحث شده است) .

۳ــ احتمال یافتن ذرهٔ بخش (۵ــ۶) را هنگامی که ذره در حالت پایدار در ناحیه‌ای به عرض $\Delta x = 0.01L$ قراردارد، در هر یک از موقعیتهای ذیل تعیین کنید (انتگرال گیری لازم نیست) :

$$x = 0,\ 0.25L,\ 0.5L,\ 0.75L,\ L.$$

۴ــ مسألهٔ ۳ را برای اولین حالت تحریک شدهٔ ذره که مربوط به $n = 2$ است ، تکرار کنید .

۵ــ مقدار مورد انتظار $\langle x \rangle$ ذرهٔ بخش ۵ــ۶ را پیدا کنید .

۶ــ بر طبق اصل تطابق ، نتایج نظریهٔ کوانتمی و فیزیک کلاسیک به ازای اعداد کوانتمی بزرگ یکسان است . نشان دهید که هرگاه n به سمت ∞ میل می‌کند ، احتمال یافتن ذرهٔ محبوس در بخش (۵ــ۶) بین x و $x + \Delta x$ ، مساوی $\Delta x/L$ می‌باشد و بنابراین مستقل از x است ، آنچه که در حالت کلاسیک انتظار می‌رود .

۷ــ یکی از توابع موج ممکن یک ذره در چاه پتانسیل شکل (۵ــ۱۴) رسم شده است . علت تغییر طول موج و دامنهٔ ψ را توضیح دهید .

۸ــ یک خاصیت مهم توابع ویژهٔ یک سیستم این است که این توابع نسبت به‌هم متعامد هستند ، یعنی

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n \psi_m \, dV = 0 \qquad n \neq m$$

این رابطه را در مورد توابع ویژهٔ یک ذره در جعبه‌ای یک بعدی که به وسیلهٔ معادلهٔ (۵–۳۳) داده شده است، ثابت کنید.

۹– باریکه‌ای از ذرات با انرژی جنبشی E در $x = 0$ بر یک پلهٔ پتانسیل به ارتفاع V که $E > V$ است، فرود می‌آید. (الف) توضیح دهید که چرا حل De^{ikx} (در نمادگذاری بخش ۵–۸) در این وضعیت مفهوم فیزیکی ندارد، به طوری که $D = 0$. (ب) نشان دهید که در این جا احتمال انتقال $T = CC^*/AA^* = 4k_1^2/(k_1 + k')^2$ است. (ج) یک باریکهٔ 1-mA از الکترونها با تندی 2×10^6 m/s وارد ناحیه‌ای با مرز کاملا" معینی می‌شود که در این مرز تندی الکترونها توسط اختلاف در پتانسیل به 1×10^6 m/s کاهش می‌یابد. جریانهای باز تابیده شده و انتقال یافته را پیدا کنید.

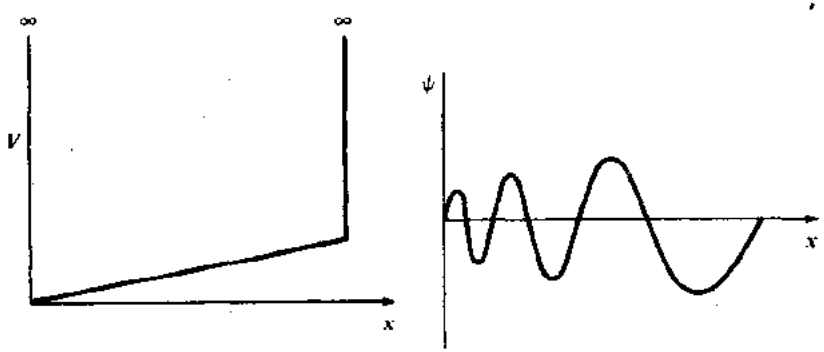
۱۰– انرژی نقطهٔ صفر یک آونگ را که زمان تناوب آن ۱ ثانیه است برحسب الکترون ولت پیدا کنید.

۱۱– انرژی کل یک نوسان کنندهٔ هماهنگ عبارت است از $E = p^2/2m + kx^2/2$ که در آن p اندازه حرکت و x جابجایی آن از وضعیت تعادل می‌باشد. با کمک اصل عدم قطعیت انرژی در نقطهٔ صفر چنین نوسان کننده‌ای را درحالتی که $p = \Delta p$ و $x = \Delta x$ باشد، به دست آورید.

۱۲– در یک نوسان کنندهٔ هماهنگ، موضع ذره از $-A$ تا $+A$ و اندازه حرکت آن از $-p_0$ تا $+p_0$ تغییر می‌کند. در چنین نوسان کننده‌ای، انحرافات از مقدار متوسط x و p بترتیب $\Delta x = A/\sqrt{2}$ و $\Delta p = p_0/\sqrt{2}$ است. با استفاده از این مطلب، نشان دهید که کمینهٔ انرژی یک نوسان کنندهٔ هماهنگ $\frac{1}{2}h\nu$ است.

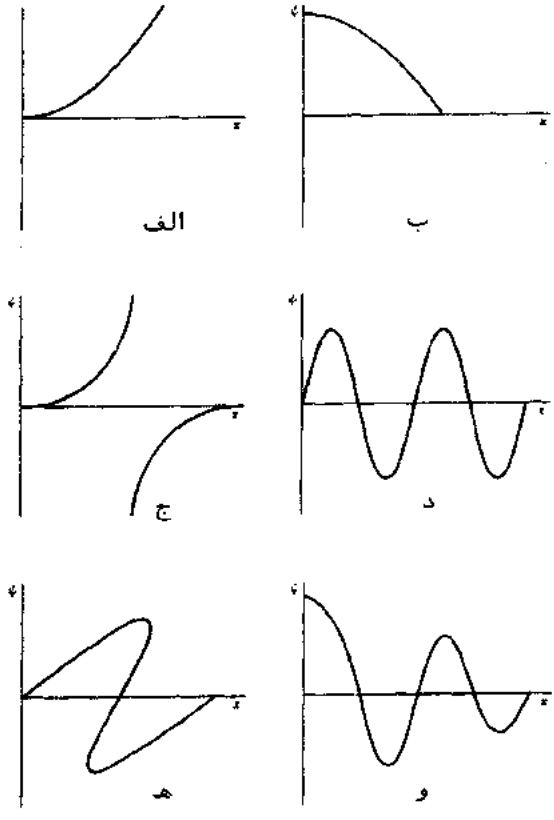
۱۳– مقادیر مورد انتظار $\langle x \rangle$ و $\langle x^2 \rangle$ را برای دو حالت اول یک نوسان کنندهٔ هماهنگ پیدا کنید.

۱۴– نشان دهید که مقادیر مورد انتظار $\langle K \rangle$ و $\langle V \rangle$ انرژیهای جنبشی و پتانسیل یک نوسان کنندهٔ هماهنگ موقعی که نوسان کننده در حالت $n = 0$ قرار دارد، به وسیلهٔ



شکل (۵–۱۴)

$\langle K \rangle = \langle V \rangle = E_n/2$ به دست می‌آید. (در حقیقت، این رابطه برای تمام حالتهای یک نوسان کنندهٔ هماهنگ صدق می‌کند). چگونه این جواب با مقادیر کلاسیکی K و V مقایسه می‌شود؟



شکل ۵ـ۱۵

۱۵ـ نشان دهید که سه تابع اول نوسان کنندهٔ هماهنگ حلهای بهنجار شدهٔ معادلهٔ شرودینگرند.

۱۶ـ کدام یک از توابع موجی که در شکل (۵ـ۱۵) نشان داده شده‌اند ممکن است بطور تصوری معنی فیزیکی داشته باشد؟

۶

نظریهٔ کوانتمی اتم هیدروژن

۶ـ۱ معادلهٔ شرودینگر برای اتم هیدروژن
۶ـ۲ جداسازی متغیرها
۶ـ۳ اعداد کوانتمی
۶ـ۴ عدد کوانتمی اصلی
۶ـ۵ عدد کوانتمی مداری
۶ـ۶ عدد کوانتمی مغناطیسی
۶ـ۷ اثر بهنجار زیمن
۶ـ۸ چگالی احتمال الکترون
۶ـ۹ گذارهای تابشی
۶ـ۱۰ قواعد انتخاب

نظریه کوانتمی اتم هیدروژن

نظریهٔ مکانیک ـ کوانتمی اتم که‌اندکی بعد از فرمول‌بندی خود مکانیک کوانتمی گسترش یافت سهم بسزایی در آگاهی ما از جهان فیزیکی دارد. این نظریه علاوه بر آن که تغییر اساسی در نگرش ما نسبت به پدیده‌های اتمی ایجاد کرد، به‌دانش‌ما در پدیده‌های دنیای فیزیکی می‌افزاید: چگونگی برهمکنش اتمها در تشکیل مولکولهای پایدار، اساس جدول تناوبی عناصر و دلیل داشتن خصوصیات ویژهٔ الکتریکی، مغناطیسی، اپتیکی و مکانیکی جامدات. اکنون راجع به نظریهٔ کوانتمی در اتم ئیدروژن و این که چگونه نتایج ریاضی آن ممکن است برحسب مفاهیم آشنا تفسیر شود، صحبت می‌کنیم.

۶ـ۱ معادلهٔ شرودینگر برای اتم ئیدروژن

یک اتم ئیدروژن از یک پروتون که ذره‌ای است با بار الکتریکی $e+$ و یک الکترون که ذره ی است با بار الکتریکی $e-$ که ۱۸۳۶ بار از پروتون سبکتر می‌باشد، تشکیل شده است. برای سهولت فرض می‌کنیم که پروتون ساکن است و الکترون در اطراف آن گردش می‌کند ولی میدان الکتریکی پروتون مانع فرار الکترون می‌شود. (همان طور که در نظریهٔ بوهر دیدیم، تصحیح برای حرکت پروتون فقط با گذاشتن جرم کاهش یافتهٔ m'، که به وسیلهٔ معادلهٔ ۴ـ۲۷ داده می‌شود، به جای جرم الکترون m صورت می‌گیرد). معادلهٔ شرودینگر برای الکترون در سه بعد که همان چیزی است که ما برای اتم ئیدروژن باید بکار ببریم، به صورت زیر است.

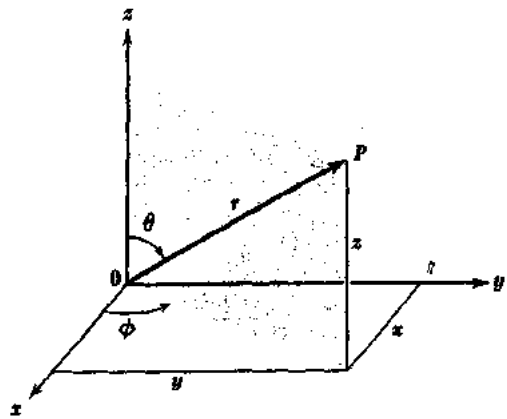
$$\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}+\frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi=0 \qquad (۶ـ۱)$$

در این جا، انرژی پتانسیل، انرژی پتانسیل الکتریکی (اغلب به کولن موسوم است)

$$V=-\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (۶ـ۲)$$

مربوط به یک بار e− است هنگامی که فاصلهٔ آن از بار دیگر e+ ، r باشد .

از آن جا که V تابعی از r است تا تابعی از x ، y و z ، نمی‌توانیم معادلهٔ (۶ـ۲) را مستقیماً جانشین معادلهٔ (۶ـ۱) کنیم . دو راه وجود دارد : با گذاشتن $\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ به جای r می‌توانیم V را برحسب مختصات قایم x ، y ، z بیان کنیم ، یا این‌که می‌توانیم معادلهٔ شرودینگر را برحسب مختصات قطبی کروی r ، θ ، ϕ تعریف شده در شکل ۶ـ۱ بیان کنیم . در این جا به علت وجود تقارن در وضعیت فیزیکی ، راه دوم مناسبتر است . مختصات قطبی کروی r ، θ ، ϕ نقطهٔ P که در شکل (۶ـ۱) نشان داده شده است دارای خصوصیات زیر است .



$$x = r\sin\theta\cos\phi$$
$$y = r\sin\theta\sin\phi$$
$$z = r\cos\theta$$

شکل (۶ـ۱) مختصات قطبی کروی

مختصات قطبی کروی

طول بردار شعاعی از مبداء O تا نقطهٔ p = r

$= \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

زاویهٔ بین بردار شعاعی و محور z+ = θ

زاویهٔ سمت‌الرأس =

$= \cos^{-1}\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

زاویهٔ بین تصویر بردار شعاعی در صفحهٔ xy و محور x+ که در جهت نشان داده شده

اندازه‌گیری می‌شود ، ϕ =

$$= \text{زاویهٔ سمتی}$$
$$= \tan^{-1}\frac{y}{x}$$

در سطح یک کره که مرکز آن در نقطهٔ O قرار دارد ، خطوط دارای زاویهٔ سمت‌الرأس ثابت مانند خطوط موازی عرض جغرافیایی روی یک کره‌اند ، (ولی توجه داریم که مقدار θ یک نقطه با عرض جغرافیایی آن یکسان نیست ؛ مثلاً ، در استوا $\theta = ۹۰^\circ$ می‌باشد ولی عرض جغرافیایی استوا ۰° است) و خطوط دارای زاویهٔ سمتی ثابت ϕ مانند نصف‌النهارات طول جغرافیایی هستند (در این جا تعاریف یکسانند مشروط بر این که محور کره در امتداد محور $+z$ باشد و در امتداد محور $+x$ ، $\phi = 0^\circ$ شود) .

در مختصات قطبی کروی ، معادلهٔ شرودینگر به صورت زیر نوشته می‌شود .

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{2m}{\hbar^2}(E-V)\psi = 0 \qquad (۶-۳)$$

با جانشین کردن معادلهٔ (۶-۲) به جای انرژی پتانسیل V و ضرب کردن کل معادله در $r^2\sin^2\theta$ ، معادلهٔ زیر به دست می‌آید .

$$\sin^2\theta\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\psi}{\partial r}\right) + \sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + \frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right)\psi = 0 \qquad \text{اتم ئیدروژن} \qquad (۶-۴)$$

معادلهٔ (۶-۴) معادلهٔ مشتق جزئی برای تابع موج ψ الکترون در یک اتم ئیدروژن است . همان‌طور که در فصل ۵ بحث شد ، همراه با شرایط گوناگونی که ψ می‌بایست تابع آنها باشد (مثلاً ، ψ در هر نقطه‌ای به ازای r ، θ ، ϕ فقط یک مقدار را دارد) ، این معادله رفتار الکترون را کاملاً مشخص می‌کند . برای این که ببینیم این رفتار چگونه است ، باید معادلهٔ (۶-۴) را برای ψ حل کنیم .

معادلهٔ (۶-۴) نشان می‌دهد که برای توصیف الکترون در یک اتم ئیدروژن ، به جای به کار بردن عدد کوانتمی منفرد نظریهٔ بوهر سه عدد کوانتمی لازم است . (در فصل بعد

۱- tan به معنی مماس

پی خواهیم برد که برای توصیف چرخش الکترون، به یک عدد کوانتمی چهارمی هم نیاز داریم). در مدل بوهر، حرکت الکترون در اصل یک بعدی است، چون موقعیت الکترون در یک مدار معین تنها کمیتی است که در حین حرکتش تغییر می‌کند. درست همان گونه که برای مشخص کردن حالت یک ذره در جعبه‌ای یک بعدی یک عدد کوانتمی کافی است، برای مشخص کردن حالت چنین الکترونی نیز یک عدد کوانتمی کافی می‌باشد.

یک ذره در یک جعبهٔ سه بعدی برای توصیف خود به سه عدد کوانتمی نیاز دارد، چون اکنون سه دسته شرط مرزی وجود داردکه تابع موج ذره ψ باید از آنها پیروی کند: ψ باید در دیواره‌های جعبه در جهت‌های x، y و z بطور مستقل صفر باشد. در یک اتم ئیدروژن به جای این که حرکت الکترون به وسیلهٔ دیواره‌های جعبه محدود شود به وسیلهٔ میدان الکتریکی هسته که با عکس مجذور فاصله متناسب است محدود می‌گردد، ولی معهذا الکترون بطورآزاد می‌تواند در سه بعد حرکت کند و تعجب آور نیست که سه عدد کوانتمی بر تابع موج آن نیز حاکم باشند.

سه عدد کوانتمی و مقادیر ممکن آنها که از حل معادلهٔ (۶ـ۴) به دست آمده‌اند، عبارتند از:

عدد کوانتمی اصلی $= n = 1, 2, 3, \ldots$

عدد کوانتمی مداری $= l = 0, 1, 2, \ldots, n-1$

عدد کوانتمی مغناطیسی $= m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$

عدد کوانتمی اصلی n بر انرژی کل الکترون حاکم است و با عدد کوانتمی n نظریهٔ بوهر مطابقت دارد. عدد کوانتمی مداری l بر بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون حول هسته حاکم است و عدد کوانتمی مغناطیسی m_l بر جهت اندازه حرکت زاویه‌ای حاکم می‌باشد.

۶ـ۲ جداسازی متغیرها

دلیل نوشتن معادلهٔ شرودینگر به صورت مختصات قطبی کروی برای اتم ئیدروژن این است که این معادله ممکن است در این شکل به سه معادلهٔ مستقل تقسیم شود که هر کدام فقط شامل یک مختصه است. چنین جداسازی (که به اتم ئیدروژن محدود نمی‌شود) امکان‌پذیر است، زیرا تابع موج $\psi(r, \theta, \phi)$ به صورت حاصل ضرب سه تابع مختلف است: $R(r)$ که تنها به r بستگی دارد، $\Theta(\theta)$ که فقط تابع θ است و $\Phi(\phi)$ که تنها به ϕ بستگی دارد. البته، هنوز بطورواقعی این را نمی‌دانیم، ولی می‌توانیم این طور فرض کنیم که

$$\psi(r, \theta, \phi) = R(r)\Theta(\theta)\Phi(\phi) \qquad \text{تابع موج اتم ئیدروژن} \qquad (۶ـ۵)$$

و سپس ببینیم که آیا این امر به جداسازی دلخواه منجر می‌شود. تابع $R(r)$ نشان می‌دهد که چگونه تابع موج ψ الکترون در امتداد بردار شعاعی از هسته هنگامی که θ و ϕ ثابت هستند، تغییر می‌کند. تابع $\Theta(\theta)$ چگونگی تغییرات ψ را برحسب زاویهٔ سمت‌الراس θ در امتداد نصف‌النهار کره‌ای هم مرکز با هسته هنگامی که r و ϕ ثابت هستند، نشان می‌دهد. تابع $\Phi(\phi)$ چگونگی تغییرات ψ برحسب زاویهٔ سمتی ϕ در امتداد یک مدار روی کره‌ای هم مرکز با هسته را هنگامی که r و θ ثابت هستند، نشان می‌دهد.

معادلهٔ (۶ـ۵) را به صورت ساده‌تر می‌توان نوشت

$$\psi = R\Theta\Phi$$

می‌بینیم که

$$\frac{\partial\psi}{\partial r} = \Theta\Phi\frac{\partial R}{\partial r} = \Theta\Phi\frac{dR}{dr}$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial\theta} = R\Phi\frac{\partial\Theta}{\partial\theta} = R\Phi\frac{d\Theta}{d\theta}$$

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} = R\Theta\frac{\partial^2\Phi}{\partial\phi^2} = R\Theta\frac{d^2\Phi}{d\phi^2}$$

تغییر از مشتقات جزئی به مشتقات معمولی می‌تواند صورت گیرد، زیرا هر کدام از توابع R، Θ، Φ فقط به متغیرهای مربوطه r، θ و ϕ بستگی دارند.

هنگامی که در معادلهٔ شرودینگر برای اتم هیدروژن به جای ψ، $R\Theta\Phi$ را قرار می‌دهیم و کل معادله را بر $R\Theta\Phi$ تقسیم می‌کنیم، پی می‌بریم که

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + \frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = 0 \quad (۶ـ۶)$$

سومین جزء معادلهٔ (۶ـ۶) فقط تابعی از زاویهٔ سمتی ϕ است، در حالی که سایر اجزاء فقط تابع r و θ می‌باشند. معادلهٔ (۶ـ۶) را دوباره به صورت زیر مرتب می‌کنیم

$$\frac{\sin^2\theta}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{\sin\theta}{\Theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \frac{2mr^2\sin^2\theta}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = -\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} \quad (۶ـ۷)$$

این معادله فقط در صورتی می‌تواند درست باشد که طرفین آن مساوی عدد ثابت یکسانی باشند، زیرا دو طرف تابع متغیرهای متفاوتی هستند. همان طور که خواهیم دید، بهتر است این مقدار ثابت را m_l^2 بنامیم. بنابراین معادلهٔ دیفرانسیل به ازای تابع Φ عبارت است از

$$-\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} = m_l^2 \qquad (۶-۸)$$

سپس m_l^2 را به جای طرف راست معادلهٔ (۶-۷) می‌گذاریم، کل معادله را بر $\sin^2\theta$ تقسیم می‌کنیم و اجزای مختلف را دوباره می‌نویسیم، عبارت زیر حاصل خواهد شد:

$$\frac{1}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = \frac{m_l^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) \qquad (۶-۹)$$

دوباره معادله‌ای داریم که در هر طرف آن متغیرهای متفاوتی ظاهر می‌شوند که ایجاب می‌کنند طرفین معادله مساوی مقدار ثابتی باشند. این مقدار ثابت را $l(l+1)$ می‌نامیم که باردیگر دلایل این انتخاب را توضیح خواهیم داد. بنابراین، معادله‌ها برای توابع Θ و R عبارتند از:

$$\frac{m_l^2}{\sin^2\theta} - \frac{1}{\Theta\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) = l(l+1) \qquad (۶-۱۰)$$

$$\frac{1}{R}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{2mr^2}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) = l(l+1) \qquad (۶-۱۱)$$

معادله‌های (۶-۸)، (۶-۱۰) و (۶-۱۱) معمولاً به صورت زیر نوشته می‌شوند:

$$\frac{d^2\Phi}{d\phi^2} + m_l^2\Phi = 0 \qquad (۶-۱۲)$$

$$\frac{1}{\sin\theta}\frac{d}{d\theta}\left(\sin\theta\frac{d\Theta}{d\theta}\right) + \left[l(l+1) - \frac{m_l^2}{\sin^2\theta}\right]\Theta = 0 \qquad (۶-۱۳)$$

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) - \frac{l(l+1)}{r^2}\right]R = 0 \qquad (۶-۱۴)$$

هر کدام از این معادله‌ها، یک معادلهٔ دیفرانسیل معمولی برای تابعی است که یک متغیر دارد. بدین ترتیب، معادلهٔ شرودینگر برای اتم هیدروژن را که در آغاز به صورت یک معادلهٔ مشتق جزئی برای تابع ψ با سه متغیر بود، ساده کرده‌ایم. فرض در نظر گرفته شده درمعادلهٔ (۶ـ۵) ظاهراً به قوت خود باقی است.

۶ـ۳ اعداد کوانتمی

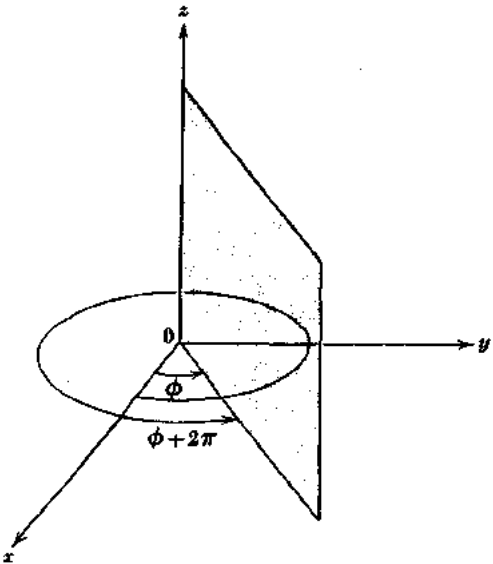
اولین معادله از معادله‌های بالا، یعنی معادلهٔ (۶ـ۱۲) به آسانی حل می‌شود و نتیجه

$$\Phi(\phi) = Ae^{im_l\phi} \qquad (۶ـ۱۵)$$

می‌باشد که در آن A مقدار ثابت انتگرال‌گیری است. قبلاً خاطرنشان کرده‌ایم که یکی از شرایطی که یک تابع موج ــ و از این رو Φ که یک مؤلفهٔ تابع موج کامل ψ است ــ باید از آن پیروی کند این است که تابع موج در نقطهٔ معینی از فضا تک مقدار باشد. از شکل (۶ـ۲) معلوم می‌شود که زوایای ϕ و $\phi + 2\pi$ هر دو یک صفحهٔ نصف‌النهار را مشخص می‌کنند. بنابراین، باید $\Phi(\phi) = \Phi(\phi + 2\pi)$ باشد، یا

$$Ae^{im_l\phi} = Ae^{im_l(\phi+2\pi)}$$

که فقط هنگامی می‌تواند روی دهد که m_l مساوی صفر یا یک عدد صحیح مثبت یا منفی باشد (± 1، ± 2، ± 3 ، . . .). مقدار ثابت m_l به عنوان عدد کوانتمی مغناطیسی اتم هیدروژن شناخته می‌شود.



شکل (۶ـ۲) زوایای Φ و $\Phi + 2\pi$ هر دو یک صفحهٔ نصف‌النهار را مشخص می‌کنند.

معادلهٔ دیفرانسیل (۶–۱۳) را می‌توان برای $\Theta(\theta)$ حل کرد، مشروط بر آن که l عددی صحیح مساوی یا بزرگتر از $|m_l|$، قدر مطلق m_l باشد، این ضرورت را به عنوان یک شرط در مورد m_l به شکل زیر می‌توان بیان کرد.

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$$

l مقدار ثابتی است که **عدد کوانتمی مداری** نامیده می‌شود.

حل معادلهٔ نهائی، یعنی معادلهٔ (۶–۱۴)، برای قسمت شعاعی $R(r)$ تابع موج اتم هیدروژن ψ نیز ایجاب می‌کند که شرط مشخصی برقرار باشد. این شرط این است که E مثبت باشد یا یکی از مقادیر منفی E_n را که به وسیلهٔ فرمول زیر مشخص می‌شود، داشته باشد (منفی بودن انرژی معرف این است که الکترون در قید اتم است.)

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (۶–۱۶)$$

که در آن n عددی صحیح می‌باشد. ما پی می‌بریم که این فرمول دقیقاً همان فرمولی است که بوهر برای ترازهای انرژی اتم هیدروژن به دست آورد.

شرط دیگری که برای حل معادلهٔ (۶–۱۴) باید رعایت شود، این است که n، موسوم به عدد کوانتمی اصلی، باید مساوی یا بزرگتر از $l+1$ باشد. این ضرورت را می‌توان به عنوان یک شرط در مورد l به صورت زیر بیان کرد

$$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

از این رو، می‌توانیم سه عدد کوانتمی n، l و m و مقادیر مجاز آنها را به صورت زیر بنویسیم

$n = 1, 2, 3, \ldots$	**عدد کوانتمی اصلی**	
$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$	**عدد کوانتمی مداری**	(۶–۱۷)
$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$	**عدد کوانتمی مغناطیسی**	

در این جا شیوهٔ طبیعی ظاهر شدن اعداد کوانتمی در نظریه‌های مکانیک کوانتمی مربوط به ذراتی که در ناحیهٔ خاصی از فضا محبوس شده‌اند، شایان توجه است.

برای نشان دادن وابستگی R، Θ و Φ به اعداد کوانتمی n، m و l، ممکن است تابع موج برای الکترون را به صورت زیر بنویسیم.

$$\psi = R_{nl}\Theta_{lm_l}\Phi_{m_l} \qquad (۶–۱۸)$$

در جدول (۶–۱) توابع موج R، Θ و Φ همراه با ψ به ازای ۳ و ۲ و ۱ = n داده شده‌اند.

جدول ۶–۱ : توابع موج بهنجار شدهٔ اتم هیدروژن به ازای ۳ و ۲ و ۱ = n .
کمیت $a_0 = 4\pi\epsilon_0\hbar^2/me^2 = 0.53$ A مساوی با شعاع مدار میانی بوهر است .

n	l	m_l	$\Phi(\phi)$	$\Theta(\theta)$	$R(r)$	$\psi(r, \theta, \phi)$
1	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$	$\frac{1}{\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$
2	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2\sqrt{2}\, a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}\, a_0^{3/2}} \left(2 - \frac{r}{a_0}\right) e^{-r/2a_0}$
2	1	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{6}}{2} \cos\theta$	$\frac{1}{2\sqrt{6}\, a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{4\sqrt{2\pi}\, a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \cos\theta$
2	1	± 1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta$	$\frac{1}{2\sqrt{6}\, a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0}$	$\frac{1}{8\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}} \frac{r}{a_0} e^{-r/2a_0} \sin\theta\, e^{\pm i\phi}$
3	0	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{2}{81\sqrt{3}\, a_0^{3/2}} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{3\pi}\, a_0^{3/2}} \left(27 - 18\frac{r}{a_0} + 2\frac{r^2}{a_0^2}\right) e^{-r/3a_0}$
3	1	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{6}}{2} \cos\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{6}\, a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0}$	$\frac{\sqrt{2}}{81\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0} \cos\theta$
3	1	± 1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \sin\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{6}\, a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}} \left(6 - \frac{r}{a_0}\right) \frac{r}{a_0} e^{-r/3a_0} \sin\theta\, e^{\pm i\phi}$
3	2	0	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$	$\frac{\sqrt{10}}{4} (3\cos^2\theta - 1)$	$\frac{4}{81\sqrt{30}\, a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{6\pi}\, a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0} (3\cos^2\theta - 1)$
3	2	± 1	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm i\phi}$	$\frac{\sqrt{15}}{2} \sin\theta\cos\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{30}\, a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{81\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0} \sin\theta\cos\theta\, e^{\pm i\phi}$
3	2	± 2	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\pm 2i\phi}$	$\frac{\sqrt{15}}{4} \sin^2\theta$	$\frac{4}{81\sqrt{30}\, a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0}$	$\frac{1}{162\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}} \frac{r^2}{a_0^2} e^{-r/3a_0} \sin^2\theta\, e^{\pm 2i\phi}$

۶ـ۴ عدد کوانتمی اصلی

توجیه اعداد کوانتمی اتم ئیدروژن برحسب مدل کلاسیکی اتم جالب توجه است ،همان گونه که در فصل ۴ دیدیم ، این مدل دقیقا " با حرکت سیاره‌ای در منظومهٔ شمسی مطابقت دارد ، با این تفاوت که نیروی عکس مجذوری که الکترون را به هسته پیوند می‌دهد گرانشی نبوده ، بلکه الکتریکی است . در حرکت سیاره‌ای ، دو کمیت پایسته‌است ــ یعنی ، در تمام زمانها مقدار ثابتی است . نیوتن توانست این موضوع را از روی قوانین سه گانهٔ تجربی کپلر نشان دهد .این دو کمیت عبارتنداز : مقدار عددی **انرژی کل** و بردار **اندازه حرکت زاویه‌ای** هر سیاره .

از نظر کلاسیکی ، انرژی کل هر مقداری را می‌تواند داشته باشد ،البته ،برای‌آن‌که سیاره پیوسته در حیطهٔ منظومهٔ شمسی بماند ، انرژی کل آن باید منفی باشد . در نظریهٔ مکانیک کوانتمی‌اتم ئیدروژن ، انرژی الکترون نیز ثابت است ، ولی ضمن این که ممکن است دارای‌هر مقدار مثبت باشد ، تنها مقادیر منفی که می‌تواند داشته باشد آنهایی هستند که به وسیلهٔ فرمول زیر مشخص می‌شوند .

$$E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\left(\frac{1}{n^2}\right) \qquad (۱۶-۶)$$

نظریهٔ حرکتی سیاره‌ای‌را از معادلهٔ شرودینگر نیز می‌توان به دست آورد ودراین نظریه هم محدودیت انرژی که حاصل می‌شود در شکل یکسان است . لکن ، عدد کوانتمی کل n هر سیاره آن قدر بزرگ است که جداسازی ترازهای‌انرژی‌مجازکمتراز آن است که قابل مشاهده باشد . به این دلیل ، فیزیک کلاسیک توصیف مناسبی از حرکت سیاره‌ای را ارائه می‌دهد ولی از تفسیر حرکت درون اتم عاجز است .

بنابراین . عدد کوانتمی اصلی n،توصیف‌کنندهٔ کوانتمش انرژی الکترون در اتم ئیدروژن است

۶ـ۵ عدد کوانتمی مداری

تفسیر عدد کوانتمی مداری l کمتر واضح است . معادلهٔ دیفرانسیل $R(r)$ ، جزء شعاعی تابع موج ψ را بررسی می‌کنیم :

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \left[\frac{2m}{\hbar^2}\left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + E\right) - \frac{l(l+1)}{r^2}\right]R = 0 \qquad (۱۴-۶)$$

این معادله فقط به حرکت شعاعی الکترون مربوط می‌شود ، یعنی حرکتش به سوی هسته یا از سوی هسته است.با وجود این ، متوجه حضور انرژی کل الکترون E در آن می‌شویم . انرژی‌کل E شامل انرژی جنبشی الکترون در حرکت مداری است که به حرکت شعاعیش هیچ ارتباطی ندارد .

این تناقض با استدلال زیر بر طرف می‌شود . انرژی جنبشی K الکترون دارای دو جزء است ، (شعاعی) K انرژی‌جنبشی‌شعاعی‌به‌واسطهٔ‌حرکتش‌به سوی‌یا از سوی هسته و (مداری K) انرژی جنبشی مداری به واسطهٔ حرکتش به دور هسته . انرژی پتانسیل V الکترون ، انرژی الکتریکی است .

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

از این رو ، انرژی کل الکترون عبارت است از :

$$E = K_{\text{شعاعی}} + K_{\text{مداری}} + V$$
$$= K_{\text{شعاعی}} + K_{\text{مداری}} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

با قرار دادن این عبارت به جای E در معادلهٔ (۶-۱۴) و مرتب کردن آن ، معادلهٔ زیر حاصل می‌شود .

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{dR}{dr}\right) + \frac{2m}{\hbar^2}\left[K_{\text{radial}} + K_{\text{orbital}} - \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}\right]R = 0 \qquad (۶-۱۹)$$

اگر در این معادله دو قسمت آخر داخل کروشه یکدیگر را خنثی کنند ، جواب آن چیزی خواهد بود که ما می‌خواهیم : یک معادلهٔ دیفرانسیل برای R(r) که منحصرا" شامل توابع بردار شعاعی r است . بنابراین ، لازم است که :

$$K_{\text{مداری}} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2} \qquad (۶-۲۰)$$

انرژی جنبشی مداری الکترون عبارت است از :

$$K_{\text{مداری}} = \tfrac{1}{2}mv^2_{\text{مداری}}$$

چون اندازه حرکت زاویه‌ای L الکترون برابر است با :

$$L = rmv_{\text{مداری}}$$

انرژی جنبشی مداری‌را به صورت زیر می‌توان نوشت

$$K_{\text{مداری}} = \frac{L^2}{2mr^2}$$

لذا از معادلهٔ (۶–۲۰) داریم

$$\frac{L^2}{2mr^2} = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mr^2}$$

یا

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar \qquad (۶–۲۱)$$

اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون

نتیجهٔ به دست آمده این طور تفسیر می‌شود که چون عدد کوانتمی مداری l به مقادیر ذیل محدود می‌شود،

$$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

الکترون می‌تواند فقط اندازه حرکت‌های زاویه‌ای معینی L را که به وسیلهٔ معادلهٔ (۶–۲۱) مشخص شده‌اند، داشته باشد. اندازه حرکت زاویه‌ای مانند انرژی کل E هم ثابت است وهم کوانتیزه می‌شود. بدین ترتیب، کمیت

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.054 \times 10^{-34} \text{ ژول/ثانیه}$$

واحد طبیعی‌اندازه حرکت زاویه‌ای است.

بار دیگر در حرکت سیاره‌ای ماکروسکپی، عدد کوانتمی که اندازه حرکت زاویه‌ای را توصیف می‌کند آن قدر بزرگ است که اختلاف حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای ناپیوسته از نظر تجربی قابل مشاهده نیست. به عنوان مثال، الکترونی (یا هر جسم دیگری) که عدد کوانتمی مداریش ۲ می‌باشد دارای اندازه حرکت زاویه‌ای زیر است:

$$L = \sqrt{2(2+1)}\,\hbar = \sqrt{6}\,\hbar$$

$$= 2.6 \times 10^{-34} \text{ ژول / ثانیه}$$

در مقابل، اندازه حرکت زاویه‌ای مداری زمین ثانیه / ژول $۲/۷\times۱۰^{۴۰}$ است

مرسوم‌است که حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون را به وسیلهٔ حروف الفبا مشخص

کنیم ،s برای $l=0$، p برای $l=1$ و غیره بر طبق شمای کلی زیر

حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای

$l=0$	1	2	3	4	5	6 . . .
s	p	d	f	g	h	i . . .

این کد مخصوص از طبقه‌بندی تجربی طیفها به سریهایی به نام تیز، اصلی، پراکنده و اساسی که قبل از تکمیل نظریهٔ اتم انجام شد، گرفته شده است. بدین ترتیب s حالتی است که اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون صفر است، در حالت p اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون $\sqrt{2}\,\hbar$ می‌باشد و غیره.

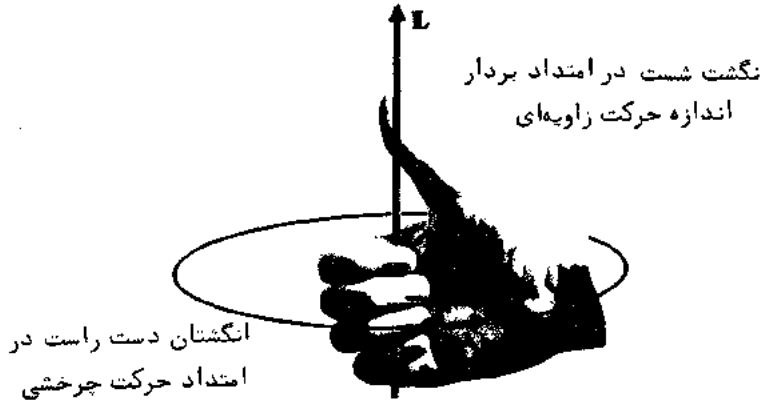
ترکیب عدد کوانتمی کل با حرفی که نشان دهندهٔ اندازه حرکت زاویه‌ای مداری است برای بیان حالتهای اتمی نشان‌گذاری راحت و مبسوطی را به دست می‌دهد. مثلاً در این نشان‌گذاری حالت $n=2$، $l=0$ را به صورت ۲s و حالت $n=4$، $l=2$ را به صورت ۴d نشان می‌دهند. جدول (۶ـ۲) حالتهای اتمی در ئیدروژن را تا $n=6$ و $l=5$ نشان می‌دهد.

جدول ۶ـ۲. انتخاب سمبولیک حالتهای مختلف در اتم ئیدروژن

	$l=0$	$l=1$	$l=2$	$l=3$	$l=4$	$l=5$
$n=1$	1s					
$n=2$	2s	2p				
$n=3$	3s	3p	3d			
$n=4$	4s	4p	4d	4f		
$n=5$	5s	5p	5d	5f	5g	
$n=6$	6s	6p	6d	6f	6g	6h

۶ـ۶ عدد کوانتمی مغناطیسی

عدد کوانتمی مداری l بزرگی اندازه حرکت زاویه‌ای الکترون را تعیین می‌کند. لکن، اندازه حرکت زاویه‌ای مانند اندازه حرکت خطی یک کمیت برداری است و بنابراین برای توصیف کامل آن لازم است جهت و بزرگی آن مشخص شود. (به‌خاطر داریم بردار $\mathbf{L}$، عمود بر صفحه‌ای است که در آن حرکت چرخشی صورت می‌گیرد و جهت آن به‌وسیلهٔ قاعدهٔ دست راست تعیین می‌شود: هرگاه انگشتان دست راست جهت حرکت را نشان دهد، انگشت شست جهت $\mathbf{L}$ را نشان می‌دهد. این قاعده در شکل ۶ـ۳ نشان داده شده است).



شکل (۶ـ۳) قاعدهٔ دست راست برای اندازه حرکت زاویه‌ای

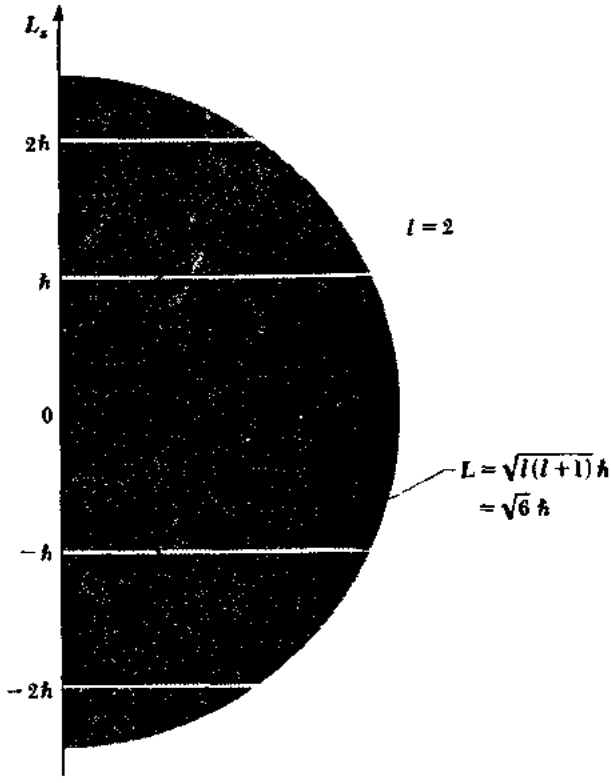
یک جهت در فضا چه مفهومی می‌تواند برای اتم ئیدروژن داشته باشد؟ جواب زمانی روشن می‌شود که نشان دهیم الکترونی که به دور هسته می‌چرخد یک مدار جریان خیلی کوچک است و مانند یک دو قطبی مغناطیسی دارای میدان مغناطیسی می‌باشد. از این رو، یک الکترون اتمی که دارای اندازه حرکت زاویه‌ای است بر یک میدان مغناطیسی خارجی B متقابلا" اثر می‌کند. عدد کوانتمی مغناطیسی m_l جهت L را با تعیین مؤلفهٔ L در جهت میدان مشخص می‌کند. به این پدیده اغلب به عنوان کوانتمش فضایی اشاره می‌شود.

اگر جهت میدان مغناطیسی موازی محور z شود، مؤلفهٔ L در این جهت عبارت است از:

$$L_z = m_l\hbar \qquad \text{کوانتمش فضایی} \qquad (۶ـ۲۲)$$

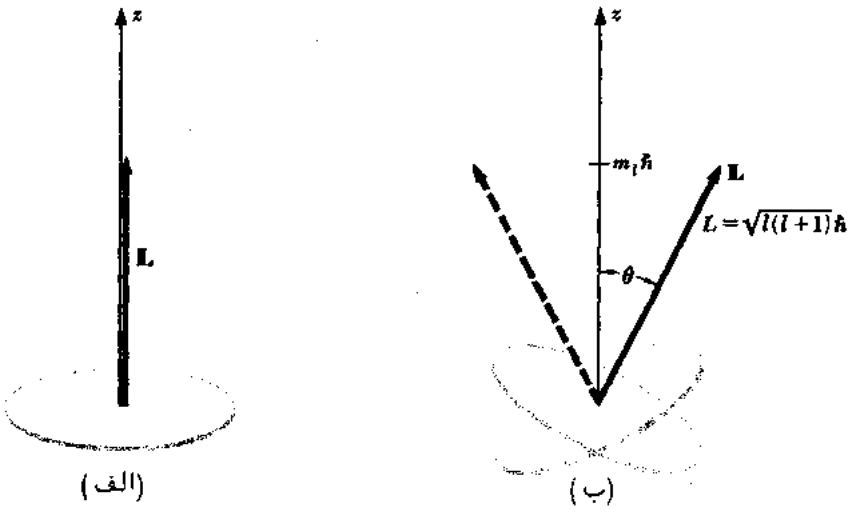
گسترهٔ مقادیر ممکن m_l مقدار معینی از l' بین $+l'$، صفر و $-l'$ است، به طوری که تعداد جهتهای ممکن بردار اندازه حرکت زاویه‌ای L در یک میدان مغناطیسی $2l'+1$ است. هرگاه $l=0$ باشد، L_z فقط می‌تواند صفر باشد؛ هرگاه $l=1$ باشد، L_z ممکن است $\hbar$، ۰ یا $-\hbar$ باشد؛ هرگاه $l=2$ باشد، L_z ممکن است $2\hbar$، $\hbar$، ۰، $-\hbar$ یا $-2\hbar$ باشد و غیره. توجه داریم که L هرگز نمی‌تواند دقیقا" موازی یا پادموازی B باشد، چون L_z همیشه از بزرگی $\sqrt{l(l+1)}\,\hbar$ اندازه حرکت زاویه‌ای کل کوچکتر است.

در شکل (۶ـ۴) کوانتمش فضایی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری اتم ئیدروژن نشان داده شده است. اتمی که با مقدار معینی از m_l مشخص شده است در صورتی که خودش را در یک میدان مغناطیسی خارجی بیابد نسبت به این میدان سمتگیری مطابق با اندازه حرکت زاویه‌ای



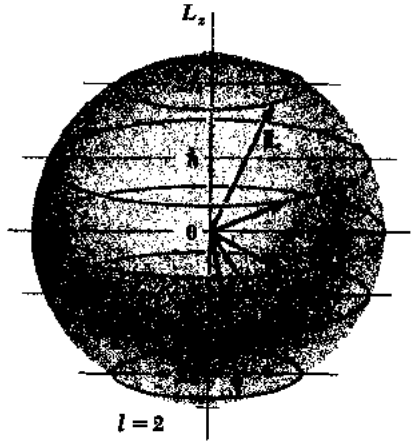
شکل (۶ـ۴) کوانتمش فضایی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری. در این جا عدد کوانتمی مداری $l=2$ می‌باشد و از این رو مقادیر ممکن عدد کوانتمی مغناطیسی $m_l=2l+1=5$ است که هر مقدار مطابق با سمتگیری متفاوتی نسبت به محور z است.

L را به خود می‌گیرد. در صورت نبودن یک میدان مغناطیسی خارجی، جهت محور z کاملاً اختیاری است. آنچه که باید درست باشد این است که مؤلفهٔ L را در هر جهتی که انتخاب کنیم مقدار آن $m_l\hbar$ خواهد بود؛ اهمیت میدان مغناطیسی خارجی این است که این میدان عملاً یک جهت مقایسه‌ای معنی‌داری را فراهم می‌کند. یک میدان مغناطیسی تنها جهت مقایسه‌ای ممکن نمی‌باشد. به عنوان مثال، خط بین دو اتم H در مولکول ئیدروژن H_2 از نظر تجربی درست به همان اهمیت جهت میدان مغناطیسی است و در امتداد این خط، مؤلفه‌های اندازه حرکتهای زاویه‌ای اتمهای H به وسیلهٔ مقادیر m_l آنها تعیین می‌شود.



شکل (۶ـ۵) اصل عدم قطعیت مانع می‌شود که بردار اندازه حرکت زاویه‌ای در فضا جهت معینی داشته باشد.

چرا تنها یک مؤلفهٔ L کوانتیزه می‌شود؟ پاسخ این سؤال دقیقاً به این واقعیت مربوط می‌شود که L هرگز نمی‌تواند در جهت مشخص z قرار گیرد، بلکه در فضا مخروطی دنبال می‌کند چنان که تصویرش L_z ، $m_l\hbar$ است. علت پدیدهٔ اخیر، اصل عدم قطعیت می‌باشد: اگر L در فضا ثابت بود به طوری که L_x، L_y و نیز L_z مقادیر معینی داشتند، الکترون در صفحهٔ معینی محدود می‌شد. مثلاً، اگر L در امتداد z می‌بود، الکترون مجبور بود در تمام مواقع در صفحهٔ xy باشد [شکل ۶ـ۵ (الف)]. این امر فقط زمانی می‌تواند روی دهد که مؤلفهٔ اندازه حرکت خطی الکترون p_z در جهت z کاملاً نامعین باشد که البته اگر بنابراین است که این مؤلفه قسمتی از یک اتم هیدروژن باشد این امر غیر ممکن است. لکن، چون در حقیقت فقط یک مؤلفهٔ L_z از L به انضمام بزرگیش L دارای مقادیر معینی هستند و $|L| > |L_z|$ ، الکترون در یک صفحهٔ منفرد محدود نمی‌شود [شکل ۶ـ۵ (ب)] و بنابراین در مختصات الکترون عدم یقینی وجود دارد. همان‌گونه که در شکل ۶ـ۶ نشان داده شده است، جهت L دائماً تغییر می‌کند و بنابراین گر چه L همیشه مقدار مشخص $m_l\hbar$ را دارد ولی مقادیر متوسط L_x و L_y صفر است.

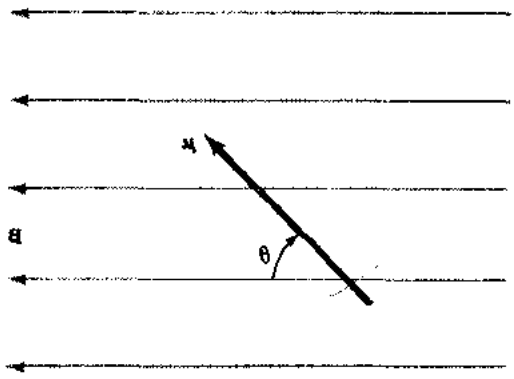


شکل (۶ـ۶) بردار اندازه حرکت زاویه‌ای L دائما " حول محور z حرکت می‌کند .

۶ـ۷ اثر بهنجار زیمن

در میدان مغناطیسی خارجی B ، یک دو قطبی مغناطیسی دارای مقداری انرژی پتانسیل V_m است که به‌بزرگی μ گشتاور مغناطیسیش و سمتگیری این گشتاور نسبت به میدان بستگی دارد (شکل ۶ـ۷) . گشتاور τ روی یک دو قطبی مغناطیسی در یک میدان مغناطیسی با چگالی شار B عبارت است از

$$\tau = \mu B \sin \theta$$



شکل (۶ـ۷) دو قطبی مغناطیسی با گشتاور μ تحت زاویهٔ θ نسبت به یک میدان مغناطیسی B .

که در آن θ زاویهٔ بین μ و B می‌باشد . هرگاه دو قطبی عمود بر میدان باشد ، گشتاور بیشینهٔ مقدار را دارد و هرگاه دو قطبی موازی یا پاد موازی با آن باشد ،گشتاور صفر است. برای محاسبهٔ انرژی پتانسیل V_m، اول باید مرجعی بسازیم که انرژی پتانسیل در آن صفر باشد . (چون تنها تغییرات در انرژی پتانسیل از نظر تجربی همیشه مشاهده می‌شوند ، انتخاب مرجع اختیاری است .) بهتر است هنگامی که $\theta=90^\circ$ است، V_m را مساوی صفر قراردهیم ، یعنی موقعی که μ عمود بر B است . انرژی پتانسیل در هر جهت دیگری از μ برابر است با کار خارجی که برای چرخاندن دو قطبی از $\theta_0=90^\circ$ به زاویهٔ θ که آن جهت را مشخص می‌کند ، باید انجام شود . از این رو

$$V_m = \int_{90^\circ}^{\theta} \tau \, d\theta = \mu B \int_{90^\circ}^{\theta} \sin\theta \, d\theta ،$$
$$= -\mu B \cos\theta \qquad (۲۳-۶)$$

بنابراین ، موقعی که μ در امتداد B باشد ، $V_m = \mu B$ یعنی انرژی پتانسیل کمینهٔ مقدار را دارد . این امر نتیجهٔ طبیعی این واقعیت است که یک دو قطبی مغناطیسی تمایل دارد خود را در امتداد یک میدان مغناطیسی خارجی قرار دهد .

چون حرکت مغناطیسی الکترون مداری در یک اتم هیدروژن به اندازهٔ حرکت زاویه‌ای L آن بستگی دارد ، بزرگی L و سمتگیری آن نسبت به میدان هر دو مقدار سهم مغناطیسی در انرژی کل اتم را هنگامی که در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد ، تعیین می‌کنند . گشتاور مغناطیسی یک حلقهٔ جریان عبارت است از :

$$\mu = iA$$

که در آن i شدت جریان و A سطحی است که توسط حلقه احاطه شده است . یک الکترون که حول یک مدار دایره‌ای به شعاع r در هر ثانیه ν دور می‌چرخد با یک جریان $-e\nu$ معادل است (چون بار الکترونی $-e$ است) و بنابراین گشتاور مغناطیسیش عبارت است از

$$\mu = -e\nu\pi r^2$$

تندی خطی v الکترون $2\pi\nu r$ است و بنابراین اندازهٔ حرکت زاویه‌ایش عبارت خواهد بود از

$$L = mvr = 2\pi m\nu r^2$$

مقایسهٔ فرمولهای گشتاور مغناطیسی μ و اندازهٔ حرکت زاویه‌ای L نشان می‌دهد که :

$$\mu = -\left(\frac{e}{2m}\right)\mathbf{L}$$ گشتاور مغناطیسی الکترون (۶–۲۴)

برای یک الکترون مداری است. کمیت ($-e/2m$) که فقط شامل بار و جرم الکترون است، نسبت ژیروماگنتیک[1] نامیده می‌شود. علامت منفی مبین این است که μ در جهت مخالف $\mathbf{L}$ قرار دارد. در حالی که عبارت فوق برای گشتاور مغناطیسی یک الکترون مداری از راه یک محاسبهٔ کلاسیکی به دست آمده است، از مکانیک کوانتمی نیز همین نتیجه حاصل می‌شود. بنابراین، انرژی پتانسیل مغناطیسی یک اتم در یک میدان مغناطیسی عبارت است از:

$$V_m = \left(\frac{e}{2m}\right) LB\cos\theta \qquad (۶–۲۵)$$

که تابعی از B و θ است.

از شکل ۶–۵ معلوم می‌شود که زاویهٔ θ بین $\mathbf{L}$ وجهت z تنها مقادیری را می‌تواند اختیار کند که به وسیلهٔ رابطهٔ زیر مشخص شده باشند.

$$\cos\theta = \frac{m_l}{\sqrt{l(l+1)}}$$

در صورتی که مقادیر مجاز L به وسیلهٔ فرمول زیر مشخص می‌شوند.

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$$

هرگاه یک اتم با عدد کوانتمی مغناطیسی m_l در یک میدان مغناطیسی B باشد، برای پیدا کردن انرژی مغناطیسی آن، در معادلهٔ (۶–۲۵) به جای $\cos\theta$ و L مقادیر فوق را قرار می‌دهیم، در نتیجه

$$V_m = m_l\left(\frac{e\hbar}{2m}\right)B$$ انرژی مغناطیسی (۶–۲۶)

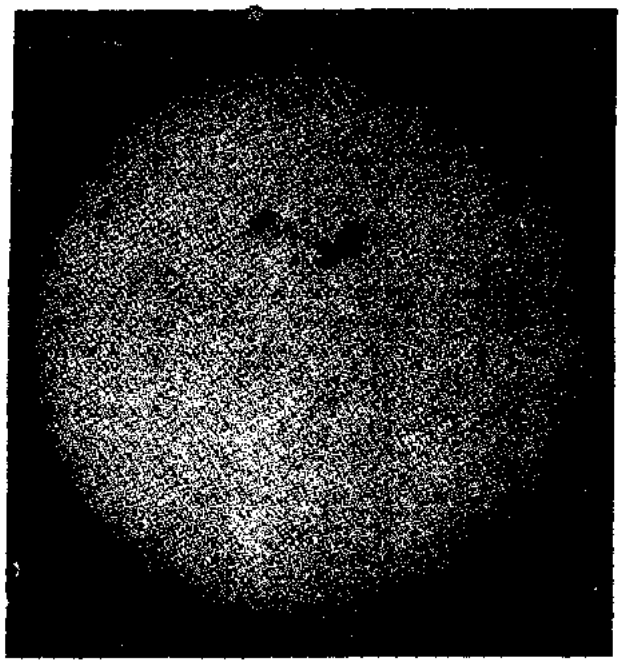
کمیت $e\hbar/2m$ را مگنتون بوهر[2] می‌نامند، مقدارش برابر است با $9/27\times10^{-24}$ J/T (T = تسلا)[3].

---

1. Gyromagnetic Ratio

2. Bohr Magneton

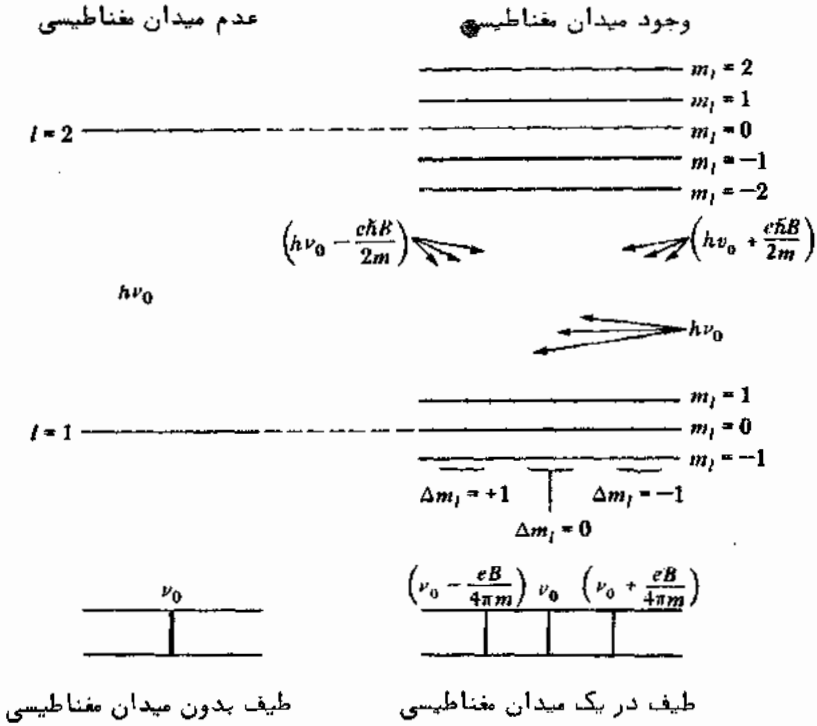
۳ ــ نیکلا تسلا، مکتشف اطریشی ۱۹۴۳ ــ ۱۸۵۶ م.



میدان‌های مغناطیسی قوی در ارتباط با لکه‌های خورشیدی به وسیلهٔ اثر زیمن آشکار گردیدند. در ۷ آوریل ۱۹۴۷ م. از این لکه‌های بزرگ غیر عادی عکس‌برداری شد.

بنابراین، در یک میدان مغناطیسی انرژی‌یک حالت اتمی خاص به مقدار m_l و نیز به مقدار n بستگی دارد. وقتی اتم در یک میدان مغناطیسی است، یک حالت از عدد کوانتمی کل n به چندین زیر حالت تقسیم می‌شود و انرژیهای آنها اندکی بیشتر یا اندکی کمتر از انرژی حالتی است که اتم در میدان مغناطیسی نیست. این پدیده سبب می‌شود خطوط طیفی منفرد. هنگامی که اتمها در میدان مغناطیسی تابش می‌کنند، "شکافته شده" به صورت خطوطی مجزا درآیند که فاصلهٔ آنها به بزرگی میدان بستگی دارد. شکافته شدن خطوط طیفی به وسیلهٔ یک میدان مغناطیسی را **اثر زیمن** می‌نامند که این امر اولین بار در سال ۱۸۹۶ م. توسط زیمن فیزیکدان هلندی مشاهده شد. اثر زیمن تأیید واضحی از کوانتمش فضایی است.

چون m_l می‌تواند مقادیر $2l+1$ از $+l$ را ازصفر تا $-l$ داشته باشد، وقتی که اتم در یک میدان مغناطیسی باشد، حالتی از عدد کوانتمی مداری مفروض l به $2l+1$ زیر حالت تقسیم می‌شود و انرژی این زیر حالتها به اندازهٔ $(e\hbar/2m)B$ با یکدیگر متفاوت است. با وجوداین



شکل (۶ــ۸) اثر بهنجار زیمن

چون تغییرات m_l به $\Delta m_l = 0$ و ± 1 محدود است، انتظار داریم که یک خط طیفی مفروض که از گذار بین دو حالت l مختلف ناشی می‌شود فقط به سه مؤلفه تقسیم گردد (در شکل ۶ــ۸ نشان داده شده است). اثر بهنجار زیمن از شکافته شدن یک خط طیفی با بسامد ν_0 به سه مؤلفه که بسامدهای آنها به طریق زیر به دست می‌آیند، تشکیل می‌گردد.

$$\nu_1 = \nu_0 - \frac{e\hbar}{2m}\frac{B}{h} = \nu_0 - \frac{e}{4\pi m}B$$

$$\nu_2 = \nu_0 \qquad \text{اثر بهنجار زیمن} \qquad (۶-۲۷)$$

$$\nu_3 = \nu_0 + \frac{e\hbar}{2m}\frac{B}{h} = \nu_0 + \frac{e}{4\pi m}B$$

در بخش (۷ــ۱) خواهیم دید که این، کل مطلب مربوط به اثر زیمن نمی‌باشد.

مسأله: نمونه‌ای از یک عنصر معین را در یک میدان مغناطیسی ۰/۳۰T می‌گذاریم تا خوب تحریک شود. فاصلهٔ مؤلفه‌های زیمن خط طیفی ۴۵۰۰ Å این عنصر چقدر است؟

حل: جداسازی مؤلفه‌های زیمن عبارت است از:

$$\Delta\nu = \frac{eB}{4\pi m}$$

چون $\nu = c/\lambda$، $d\nu = -c\ d\lambda/\lambda^2$ و بنابراین با صرف نظر از علامت منفی داریم

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda^2\Delta\nu}{c} = \frac{eB\lambda^2}{4\pi mc}$$

$$= \frac{(1.6\times10^{-19}\ \mathrm{C})\times 0.30\ \mathrm{T}\times(4.5\times10^{-7}\ \mathrm{m})^2}{4\pi\times(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg})\times(3.0\times10^{8}\ \mathrm{m/s})}$$

$$= 2.83\times10^{-12}\ \mathrm{m} = 0.0283\ \text{Å}$$

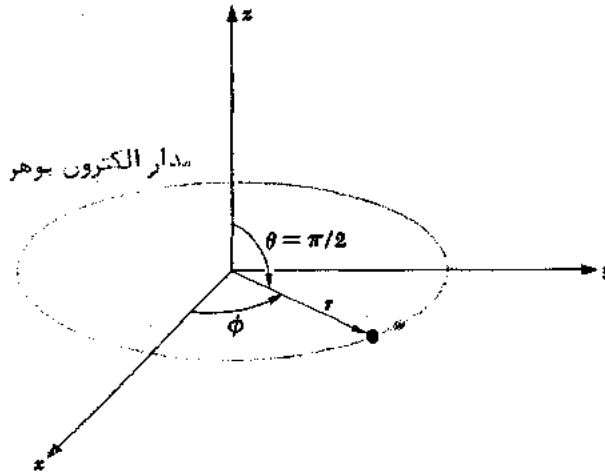
۶-۸ چگالی احتمال الکترون

در مدل بوهر اتم ئیدروژن، چنین تصور می‌شود که الکترون در یک مسیر دایره‌ای دور هسته در حال گردش است. این مدل در شکل (۶-۹) به صورت یک سیستم مختصات قطبی کروی نشان داده شده است. این مدل بر این امر دلالت دارد که اگر آزمایش مناسبی انجام شود، الکترون همیشه در فاصلهٔ $r = n^2a_0$ (که در آن n عدد کوانتمی مدار و $a_0 = ۰/۵۳$ Å شعاع کوچکترین مدار الکترون است) از هسته و در صفحهٔ استوایی $\theta = ۹۰^\circ$ یافت می‌شود، در حالی که زاویهٔ سمتی آن ϕ، با زمان تغییر می‌کند.

نظریهٔ کوانتمی اتم ئیدروژن پیش‌بینی صریح مدل بوهر را به دو طریق اصلاح می‌کند. اول این که برای r، θ یا ϕ نمی‌توان مقادیر معینی فرض کرد، بلکه فقط احتمالات نسبی برای یافتن الکترون در مکانهای مختلف میسر است. البته، این عدم دقت یکی از نتایج موجی بودن طبیعت الکترون است. مضافاً، چون چگالی احتمال $|\psi|^2$ تابع زمان نبوده و ممکن است از نقطه‌ای به نقطهٔ دیگر بطور قابل ملاحظه‌ای تغییر کند، ما به هیچ وجه نمی‌توانیم در یک مفهوم قراردادی الکترون را به عنوان یک شیء گردنده دور هسته در نظر بگیریم.

تابع موج الکترون ψ در یک اتم ئیدروژن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\psi = R\Theta\Phi$$



شکل (۶ـ۹) مدل بوهر اتم ئیدروژن در یک سیستم مختصات قطبی‌کروی

که در آن

$$R = R_{nl}(r)$$

رابطهٔ فوق چگونگی تغییرات ψ با r را هنگامی که عدد کوانتمی کل و عدد کوانتمی مداری مقادیر n و l را داشته باشند، نشان می‌دهد؛

$$\Theta = \Theta_{lm_l}(\theta)$$

رابطهٔ بالا چگونگی تغییرات ψ با θ را هرگاه عدد کوانتمی مداری و عدد کوانتمی مغناطیسی مقادیر l و m_l را داشته باشند، نشان می‌دهد؛ و

$$\Phi = \Phi_{m_l}(\phi)$$

چگونگی تغییرات ψ با ϕ را وقتی که عدد کوانتمی مغناطیسی m_l باشد، نشان می‌دهد. بنابراین چگالی احتمال $|\psi|^2$ ممکن است به صورت زیر نوشته شود.

$$|\psi|^2 = |R|^2|\Theta|^2|\Phi|^2 \qquad (۶ـ۲۸)$$

که مطابق معمول به جای مجذور هر تابع مختلط، باید حاصل ضرب تابع در همیوغ مختلط آن را به کار برد. (یادآوری می‌کنیم که همیوغ مختلط یک تابع با تغییر دادن i به i−، در هر جا که i ظاهر گردد، تشکیل می‌شود.)

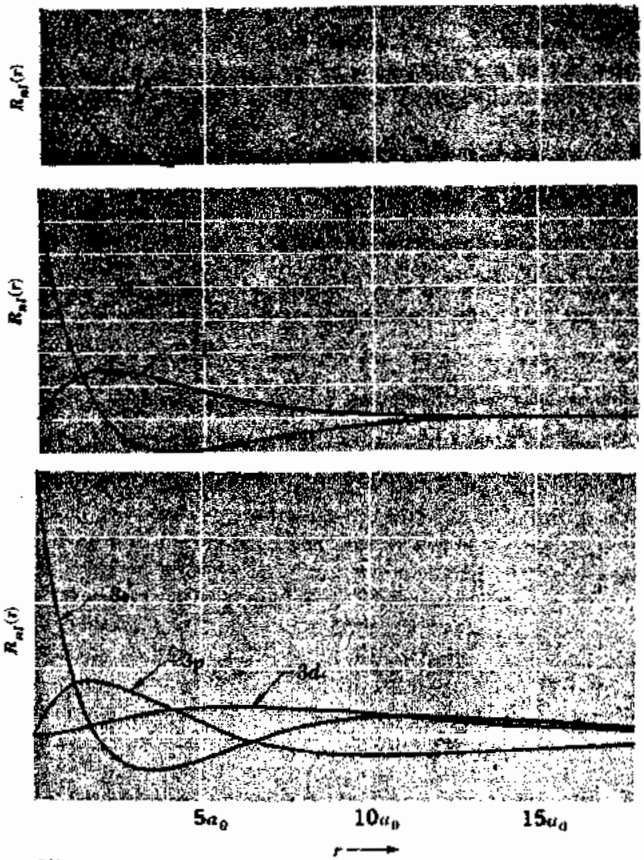
از معادلهٔ (۶ـ۱۵) در می‌یابیم که تابع موج سمتی از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\Phi(\phi) = Ae^{im_l\phi}$$

چگالی احتمال سمتی $|\Phi|^2$ عبارت است از:

$$|\Phi|^2 = \Phi^*\Phi = A^2e^{-im\phi}e^{im\phi} = A^2e^0 = A^2$$

و بنابراین احتمال یافتن الکترون در یک زاویهٔ سمتی خاص ϕ مقدار ثابتی است که به هیچ وجه به ϕ بستگی ندارد. چگالی احتمال الکترون حول محور z بدون در نظر گرفتن حالت کوانتمی که الکترون در آن حالت است متقارن است و شانس پیدا کردن الکترون در یک زاویه ϕ برابر شانس پیدا کردن آن در زاویه‌ای دیگر است.



شکل (۶ـ۱۰) تغییرات با فاصله از هستهٔ قسمت شعاعی تابع موج الکترون در ئیدروژن برای حالتهای کوانتمی مختلف. کمیت $a_0 = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} = 0/53\,\text{Å}$ شعاع اولین مدار بوهر است.

جزء شعاعی R تابع موج، برخلاف Φ، نه تنها نسبت به r تغییر می‌کند، بلکه به ازای هر ترکیبی از اعداد کوانتمی n و l به گونه‌ای متفاوت تغییر می‌کند. شکل (۶ـ۱۰) نمودارهایی

از R نسبت به r را برای حالت‌های 1s, 2s, 2p, 3s, 3p و 3d از اتم ئیدروژن نشان می‌دهد. بدیهی است که R در $r = 0$ - یعنی در خود هسته ــ برای تمام حالتهای s ، بیشینه مقدار را دارد. در حالی که در $r = 0$ برای حالتهایی که دارای اندازه حرکت زاویه‌ای هستند R صفر می‌باشد.

چگالی احتمال الکترون در نقطهٔ r, θ, ϕ متناسب است با $|\psi|^2$ ، اما احتمال واقعی پیدا کردن آن در عنصر حجمی بی‌نهایت کوچک dV آن جا ، $|\psi|^2 dV$ است. حال در مختصات قطبی کروی

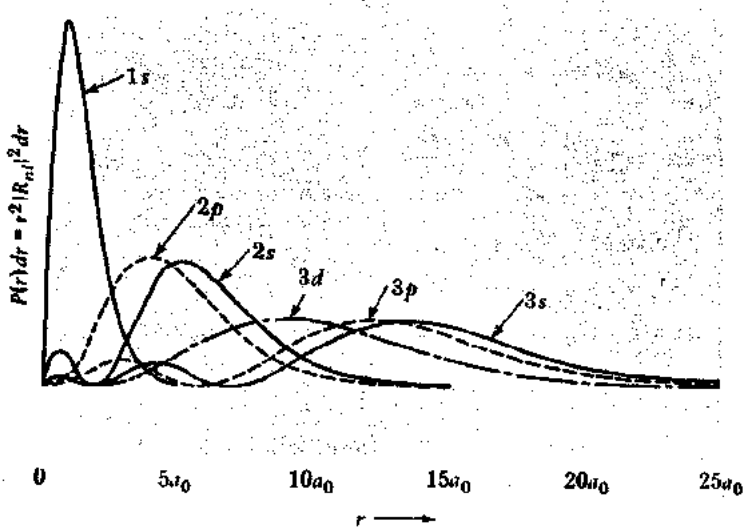
$$dV = r^2 \sin\theta \, dr \, d\theta \, d\phi$$

به طوری که چون Θ و Φ توابع بهنجار شده هستند ، احتمال عددی واقعی $P(r)dr$ یافتن الکترون در یک اتم ئیدروژن در جایی بین r و $r + dr$ از هسته عبارت است از :

$$P(r)dr = r^2|R|^2 dr \int_0^{\pi} |\Theta|^2 \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} |\Phi|^2 d\phi$$

$$= r^2 \, |R|^2 \, dr \qquad (۶-۲۹)$$

در شکل (۶ــ۱۱) معادلهٔ (۶ــ۲۹) برای همان حالتهایی رسم شده است که توابع شعاعی آنها R در شکل (۶ــ۱۰) نشان داده شدند ، منحنی‌ها به صورت یک قاعده کاملا" با هم متفاوتند. بلافاصله متوجه می‌شویم که برخلاف خود R ، P در هسته برای حالتهای s



شکل (۶ــ۱۱) احتمال یافتن الکترون در یک اتم ئیدروژن در فاصله بین r و $r + dr$ از هسته برای حالتهای کوانتمی شکل ۶ــ۱۰.

بیشینه نبوده، بلکه بیشینهٔ مقدار خود را در فاصلهٔ معینی از هسته دارد. جالب توجه است‌که محتملترین مقدار r برای یک الکترون 1s درست‌برابر a_0، شعاع مداری یک الکترون حالت پایدار در مدل بوهر است. با وجود این، مقدار متوسط برای یک الکترون 1s، $1/5\ a_0$ است. چیزی که در نظر اول عجیب به نظر می‌رسد، زیرا ترازهای انرژی در مکانیک کوانتمی‌و مدل اتمی بوهر برابر است. این تناقض آشکار رفع می‌شود اگر به یاد داشته باشیم که انرژی الکترون به‌جای این که مستقیما" تابع r باشد به‌$1/r$بستگی دارد و اتفاقا" مقدار میانگین$1/r$برای یک الکترون 1s دقیقا "$1/a_0$خواهد بود.

مسأله: ثابت کنید که مقدار متوسط$1/r$برای یک الکترون 1s در اتم ئیدروژن$1/a_0$ است

حل: ازجدول ۶ـ۱، تابع موج یک الکترون 1s عبارت است از:

$$\psi = \frac{e^{-r/a_0}}{\sqrt{\pi}\, a_0^{3/2}}$$

چون $dV = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\phi$ برای مقدار مورد انتظار $1/r$ داریم

$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \int_0^\infty \left(\frac{1}{r}\right) |\psi|^2\, dV$$

$$= \frac{1}{\pi a_0^3} \int_0^\infty r e^{-2r/a_0}\, dr \int_0^\pi \sin\theta\, d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$$

انتگرالها دارای مقادیر زیر می‌باشند

$$\int_0^\infty r e^{-2r/a_0}\, dr = \left[\frac{a_0^2}{4} e^{-2r/a_0} - \frac{r}{2} e^{-2r/a_0}\right]_0^\infty = \frac{a_0^2}{4}$$

$$\int_0^\pi \sin\theta\, d\theta = [-\cos\theta]_0^\pi = 2$$

$$\int_0^{2\pi} d\phi = [\phi]_0^{2\pi} = 2\pi$$

از این رو

$$\left\langle \frac{1}{r} \right\rangle = \frac{1}{\pi a_0^3} \times \frac{a_0^2}{4} \times 2 \times 2\pi = \frac{1}{a_0}$$

تابع Θ نسبت به زاویهٔ سمت الرأس θ به ازای تمام اعداد کوانتمی l و m_l تغییر می‌کند و فقط در حالت$l = m_l = 0$ که حالتهای s هستند، ثابت است. چگالی احتمال $|\Theta|^2$ برای یک حالت s ثابت است (در حقیقت $\frac{1}{2}$) که مبین این است که چون $|\Theta|^2$ نیز ثابت می‌باشد، چگالی احتمال الکترون $|\psi|^2$ در یک r مفروض در تمام جهتها یکسان است. در عین حال

الکترونها در حالتهای دیگر دارای برتریهای زاویه‌ای می‌باشند که گاهی اوقات بسیار پیچیده‌اند. این حالت را در شکل (۶ـ۱۲) که درآن چگالیهای احتمال الکترون به صورت توابعی از r و θ در مورد چندین حالت اتمی نشان داده شده‌اند، می‌توان مشاهده کرد. (کمیت رسم شده $|\psi|^2$ است و نه $|\psi|^2 dV$) چون $|\psi|^2$ مستقل از ϕ است، با چرخاندن شکلی از یک حالت بخصوص حول یک محور قائم، تصویری سه بعدی از $|\psi|^2$ به دست می‌آید. وقتی که این کار انجام شد، بدیهی است که چگالیهای احتمال برای حالتهای s تقارن کروی خواهند داشت، در حالی که برای حالتهای دیگر این طور نیست. نمونه‌های پهن و برجستهٔ مشخصی که ویژگی بسیاری از حالتها می‌باشد در شیء حائز اهمیتند زیرا این نمونه‌ها به تشخیص روشی که طی آن اتمهای همجوار در یک مولکول برهم اثر می‌گذارند، کمک می‌کند.

بررسی شکل (۶ـ۱۲) نیز نشان می‌دهد که بین حالتهای مکانیک کوانتمی و حالتهای مدل بوهر شباهت قابل ملاحظه‌ای وجود دارد. به عنوان مثال، توزیع چگالی احتمال الکترون برای حالت 2p با $m_l = \pm 1$ مانند یک چنبره در یک‌صفحهٔ استوایی است که مرکز آن مرکز هسته می‌باشد و محاسبه نشان می‌دهد که محتملترین فاصلهٔ الکترون از هسته $4r_0$ است ـ دقیقاً "شعاع مدار بوهر به‌ازای همان عدد کوانتمی کل. همین تناظرها برای حالتهای 3d با $m_l = \pm 2$ 4f با $m = \pm 3$ و غیره نیز وجود دارند: در هر حالت، اندازه حرکت زاویه‌ای برای آن تراز انرژی بیشینهٔ مقدار خود را دارد و در هر حالت بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کمینه فاصله را تا محور z دارد، به طوری که‌چگالی احتمال تا حد امکان به صفحهٔ استوایی نزدیک است. بدین ترتیب، مدل بوهر محتملترین موقعیت الکترون را در یکی از چند حالت ممکن در هرتراز انرژی پیش‌بینی می‌کند.

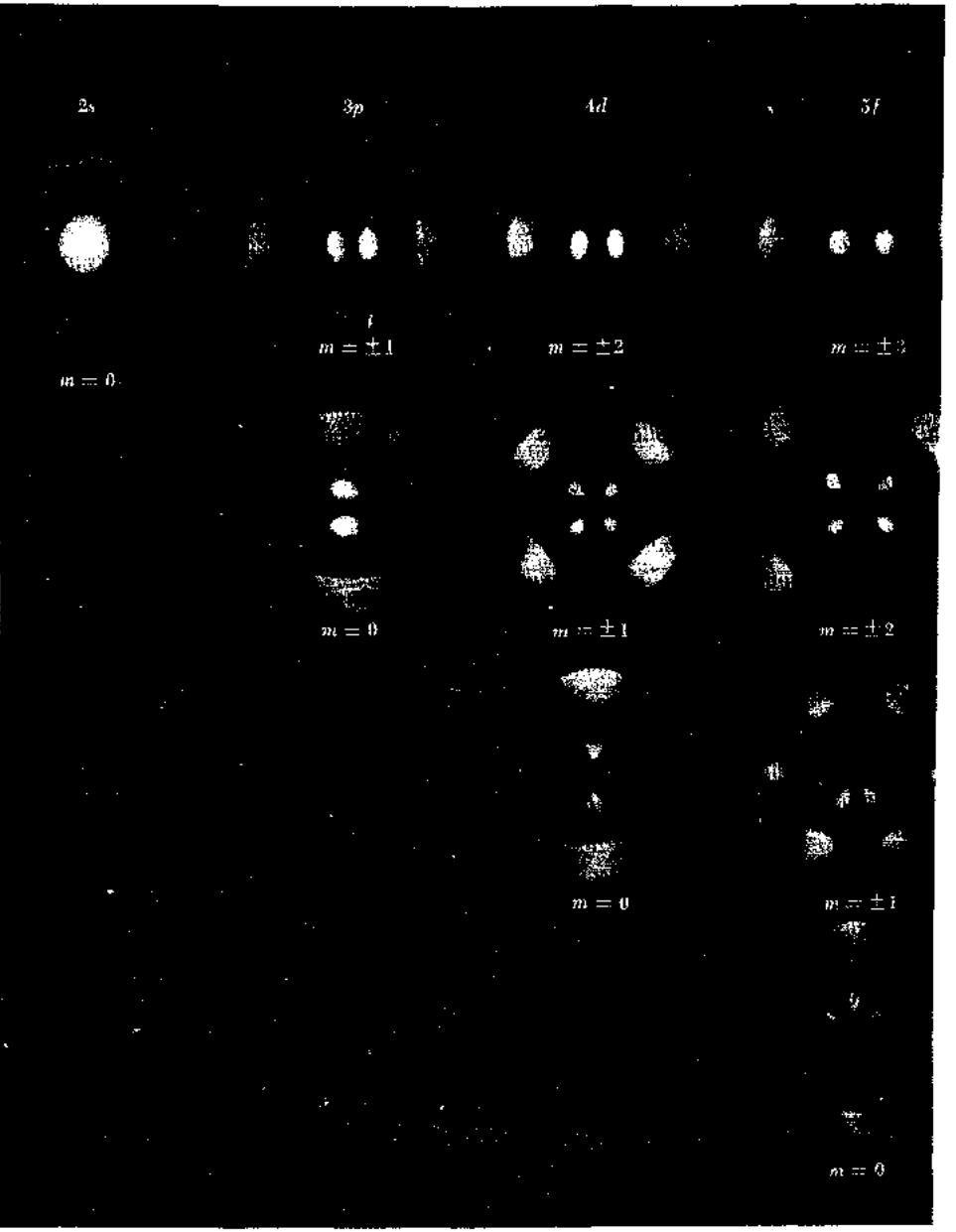
۶ـ۹ گذارهای تابشی

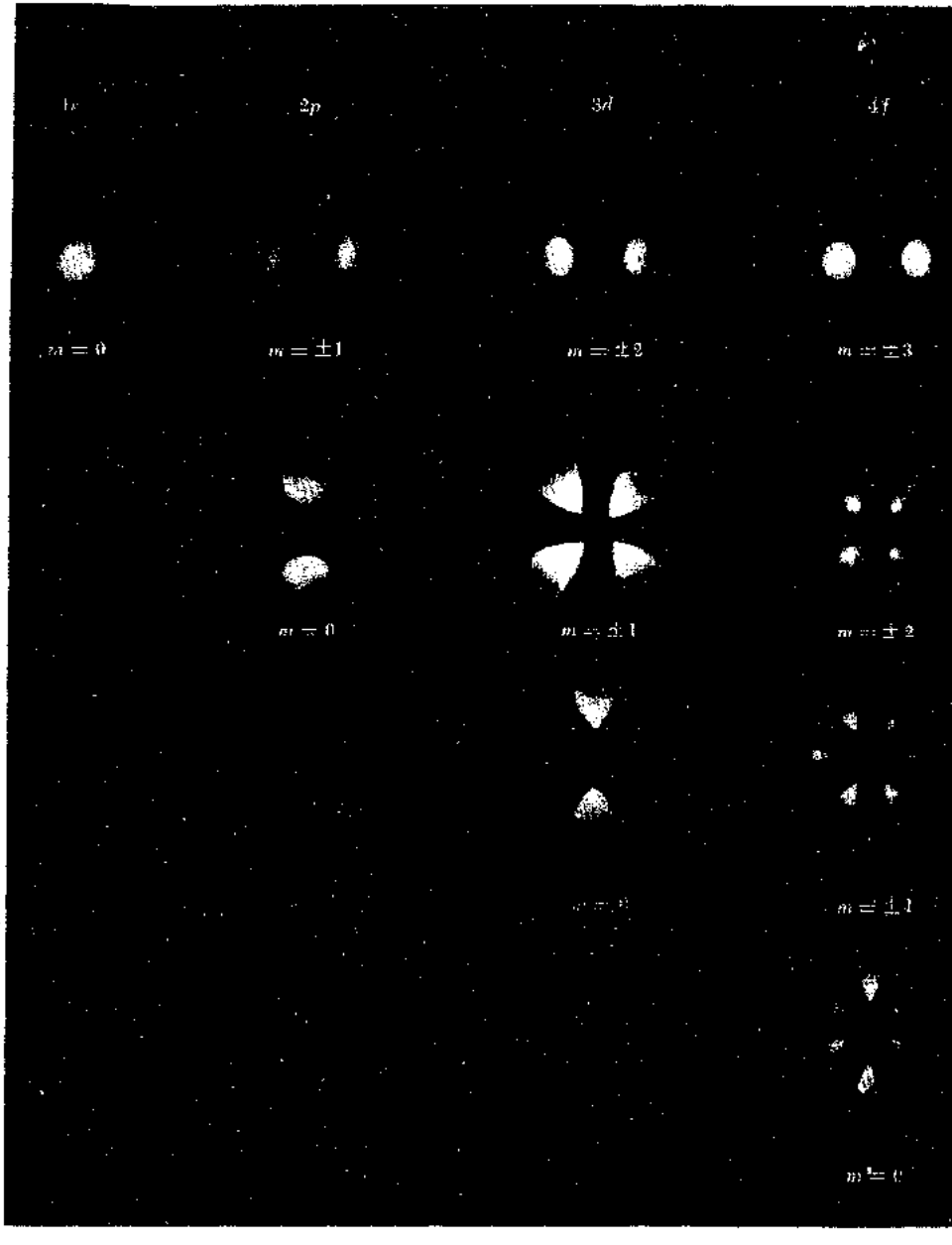
بوهر در فرموله کردن نظریه‌اش در مورد اتم ئیدروژن مجبور شد فرض کند که هرگاه اتمی از یک تراز انرژی E_m به تراز پایین‌تری E_n سقوط کند، بسامد تابشی که گسیل می‌کند، عبارت است از:

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h}$$

بسادگی می‌توان نشان داد که این رابطه بطور طبیعی از نظریهٔ کوانتمی اتم که قبلاً" در مورد آن بحث کرده‌ایم، ناشی می‌شود. به عنوان یک نقطهٔ آغاز می‌توان به صراحت ادعا کرد که یک الکترون اتمی که موقعیت متوسط آن نسبت به هسته از نظر زمانی ثابت است تابش نمی‌کند، در حالی که اگر موقعیت متوسط آن نسبت به هسته در نوسان باشد، امواج

شکل (۶-۱۲) عکسی از توزیع چگالی احتمال الکترون $|\psi|^2$ برای چندین حالت‌انرژی. این عکسها را ممکن است به صورت نماهای برشی از توزیع‌هایی در یک صفحه که شامل محور قطبی است، در نظر گرفت، محورقطبی‌عمودی ودر صفحهٔ کاغذ است. مقیاس برای هر کدام از شکلها متفاوت است.




2p
3d
4f
m = 0
m = ±1
m = ±2
m = ±3
m = 0
m = ±1
m = ±2
m = 0
m = ±1
m = 0

الکترومغناطیسی گسیل می‌شوند که بسامد آنها با بسامد حرکت نوسانی یکسان است. برای سهولت، مؤلفهٔ حرکت الکترون را تنها در جهت x بررسی خواهیم کرد.

تابع موج وابسته به زمان Ψ_n یک الکترون در یک حالت با عدد کوانتمی n و انرژی E_n برابر است با حاصل‌ضرب تابع موج مستقل از زمان ψ_n در یک تابع متغیر نسبت به زمان که بسامد آن عبارت است از:

$$\nu_n = \frac{E_n}{h}$$

از این رو

$$\Psi_n = \psi_n e^{-(iE_n/\hbar)t} \qquad \Psi_n^* = \psi_n^* e^{+(iE_n/\hbar)t} \qquad (۳۰-۶)$$

مقدار مورد انتظار $\langle x \rangle$ چنین الکترونی برابر است با:

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x\Psi_n^*\Psi_n \, dx \qquad (۳۱-۶)$$

با قرار دادن توابع موج معادلهٔ (۶-۳۰) در معادلهٔ فوق خواهیم داشت

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n e^{[(iE_n/\hbar)-(iE_n/\hbar)]t} \, dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n \, dx \qquad (۳۲-۶)$$

که نسبت به زمان ثابت است زیرا ψ_n و ψ_n^* برحسب تعریف فقط تابع مکانند. الکترون نوسان نمی‌کند و تابشی ایجاد نمی‌شود. بدین ترتیب، مکانیک کوانتمی پیش‌بینی می‌کند که یک اتم در یک حالت کوانتمی خاص تابش نمی‌کند؛ گر چه این امر با فیزیک کلاسیک موافق نیست ولی با مشاهده سازگار است.

اکنون در موقعیتی هستیم که تغییر الکترون از یک حالت انرژی به حالت دیگر را بررسی کنیم. مسألهٔ معینی را فرمول‌بندی می‌کنیم: اتمی در حالت‌پایدارش‌است‌وقتی که در $t = 0$ نوعی فرآیند برانگیختگی (مثلاً باریکه‌ای از تابش یا برخورد با ذرات دیگر) بر روی آن عمل می‌کند. در پی آن متوجه می‌شویم که اتم تابشی گسیل می‌دارد که با گذار از حالت برانگیختهٔ انرژی E_m به حالت پایدار مطابقت دارد و نتیجه می‌گیریم که اتم در یک فرصت در طی دورهٔ گذار در حالت m بوده است. بسامد تابش چیست؟

تابع موج Ψ یک الکترون که در هر دو حالت m و n می‌تواند وجود داشته باشد ممکن است به صورت زیر نوشته شود.

$$\Psi = a\Psi_n + b\Psi_m \qquad (۳۳-۶)$$

که در آن a^*a احتمال وجود الکترون در حالت n و b^*b احتمال وجود آن در حالت m است. البته رابطهٔ $a^*a + b^*b = 1$ می‌بایست همیشه برقرار باشد. در آغاز $a = 1$ و $b = 0$؛ هرگاه الکترون در حالت برانگیخته باشد $a = 0$ و $b = 1$ نهایة "بار دیگر $a = 1$ و $b = 0$. زمانی‌که الکترون در یکی از دو حالت است، تابش وجود ندارد، ولی هنگامی که الکترون در حین گذار از حالت m به حالت n باشد (یعنی، هرگاه a و b صفر نباشند)، امواج الکترومغناطیسی تولید می‌شود. با قرار دادن تابع موج مختلط معادلهٔ (۶ـ۳۳) در معادلهٔ (۶ـ۳۱)، معادلهٔ زیر حاصل می‌شود.

$$\langle x\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x(a^*\Psi_n^* + b^*\Psi_m^*)(a\Psi_n + b\Psi_m)\,dx$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} x(a^2\Psi_n^*\Psi_n + b^*a\Psi_m^*\Psi_n + a^*b\Psi_n^*\Psi_m + b^2\Psi_m^*\Psi_m)\,dx \qquad (۶ـ۳۴)$$

(از این رو مثل قبل داریم $a^*a = a^2$ و $b^*b = b^2$) بر طبق معادلهٔ (۶ـ۳۲) اولین و آخرین انتگرال ثابت است و بنابراین فقط دومین و سومین انتگرال در تغییرات $\langle x\rangle$ نسبت به زمان وارد می‌شوند.

به کمک معادله‌های (۶ـ۳۰) و (۶ـ۳۱) ممکن است معادلهٔ (۶ـ۳۴) را بسط دهیم تا معادلهٔ زیر به دست آید.

$$\langle x\rangle = a^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n\,dx + b^*a\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^* e^{+(iE_m/\hbar)t}\psi_n e^{-(iE_n/\hbar)t}\,dx$$

$$+ a^*b\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^* e^{+(iE_n/\hbar)t}\psi_m e^{-(iE_m/\hbar)t}\,dx + b^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^*\psi_m\,dx \quad (۶ـ۳۵)$$

در مورد یک سیستم محدود با دو حالت، که آن چیزی است که در این جا داریم

$$\psi_n^*\psi_m = \psi_m^*\psi_n \quad \text{و} \quad a^*b = b^*a$$

بنابراین می‌توانیم عبارتهای معادلهٔ (۶ـ۳۵) را که نسبت به زمان تغییر می‌کنند به صورت یک جمله درآوریم.

$$a^*b\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m[e^{(i/\hbar)(E_m - E_n)t} + e^{-(i/\hbar)(E_m - E_n)t}]\,dx \qquad (۶ـ۳۶)$$

اکنون

$$e^{i\theta} + e^{-i\theta} = 2\cos\theta$$

از این رو، معادلهٔ (۶ـ۳۶) به صورت زیر ساده می‌شود.

$$2a^*b\cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}\right)t\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m\,dx$$

که سازهٔ متغیر نسبت به زمان را شامل می‌شود.

$$\cos\left(\frac{E_m - E_n}{\hbar}\right)t = \cos 2\pi\left(\frac{E_m - E_n}{h}\right)t$$
$$= \cos 2\pi\nu t$$

بنابراین، موقعیت الکترون بطور سینوسی نوسان می‌کند که بسامد آن عبارت است از:

$$\nu = \frac{E_m - E_n}{h} \qquad (۳۷-۶)$$

و عبارت کامل برای مقدار مورد انتظار $\langle x\rangle$ موقعیت الکترون عبارت است از:

$$\langle x\rangle = a^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_n\,dx + b^2\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_m^*\psi_m\,dx$$
$$+ 2a^*b\cos 2\pi\nu t\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n^*\psi_m\,dx \qquad (۳۸-۶)$$

هر گاه الکترون در حالت n یا m باشد، احتمالات مربوطه b^2 یا a^2 صفر و مقدار مورد انتظار موقعیت الکترون ثابت است. موقعی که الکترون در حال گذار یکی از این دو حالت به حالت دیگر است، موقعیتش با بسامد ν نوسان می‌کند. این بسامد همان بسامدی است که بوهر آن را فرض مسلم گرفت و به وسیلهٔ تجربه ثابت شد و همان‌طور که دیده‌ایم معادلهٔ (۳۷-۶) را می‌توان با استفاده از مکانیک کوانتمی بدون اتخاذ فرض‌های خاص به دست آورد.

۶-۱۰ قواعد گزینش

برای تعیین ν هیچ لزومی نداشت که مقادیر احتمالات a و b را به‌صورت توابعی از زمان و یا توابع موج الکترون ψ_n و ψ_m بدانیم. ولی، اگر مایلیم احتمال را برای وقوع یک گذار مفروض محاسبه کنیم، باید این کمیتها را بدانیم. شرط کلی برای این که اتمی در یک حالت برانگیخته تابش کند این است که انتگرال

$$\int_{-\infty}^{\infty} x\psi_n\psi_m^*\,dx$$

صفر نباشد، چون چگالی تابش با آن متناسب است. گذارهایی را که این انتگرال برای آنها یک مقدار محدود می‌شود، **گذارهای مجاز** می‌نامند در حالی که گذارهایی را که این انتگرال برای آنها صفر می‌شود، گذارهای ممنوع نامیده می‌شوند و بندرت روی می‌دهند.

در مورد اتم هیدروژن به سه عدد کوانتمی نیاز است تا حالتهایی اولیه و نهایی یک گذار تابشی معین شود. اگر عدد کوانتمی کل، عدد کوانتمی مداری و عدد کوانتمی مغناطیسی حالت اولیه بترتیب n'، l' و m'_l و حالت نهایی n، l و m_l باشند و مختصهٔ u یکی از سه مختصات x، y یا z را نشان دهد، شرط لازم برای یک گذار مجاز عبارت است از:

$$\int_{-\infty}^{\infty} u\psi_{n,l,m_l}\psi^*_{n',l',m'_l}\,du \neq 0 \qquad (۳۹-۶)$$

مثلا" ، هرگاه u را x در نظر بگیریم ، تابش مورد نظر آن تابشی است که به وسیلهٔ یک آنتن دوقطبی معمولی که در امتداد محور x قرار دارد ، تولید خواهد شد . چون توابع موج ψ_{n,l,m_l} برای اتم ئیدروژن معلوم هستند ، معادلهٔ (۶–۳۹) را می‌توان به‌ازای $u = x$ ، $u = y$ و $u = z$ برای تمام زوج حالتهایی که در یک عدد کوانتمی یا بیشتر با یکدیگر اختلاف دارند ، محاسبه کرد . وقتی که این کار انجام شد ، پی می‌بریم که فقط گذارهایی که می‌توانند روی دهند آنهایی هستند که عدد کوانتمی مداری l به اندازهٔ ۱+ یا ۱– تغییر می‌کند و عدد کوانتمی مغناطیسی ml تغییر نکرده یا به اندازهٔ ۱+ یا ۱– تغییر می‌کند ؛ به عبارت دیگر ، شرط لازم برای یک گذار مجاز این است که :

$$\Delta l = \pm 1 \qquad \text{قواعد گزینش} \qquad (۶–۴۰)$$

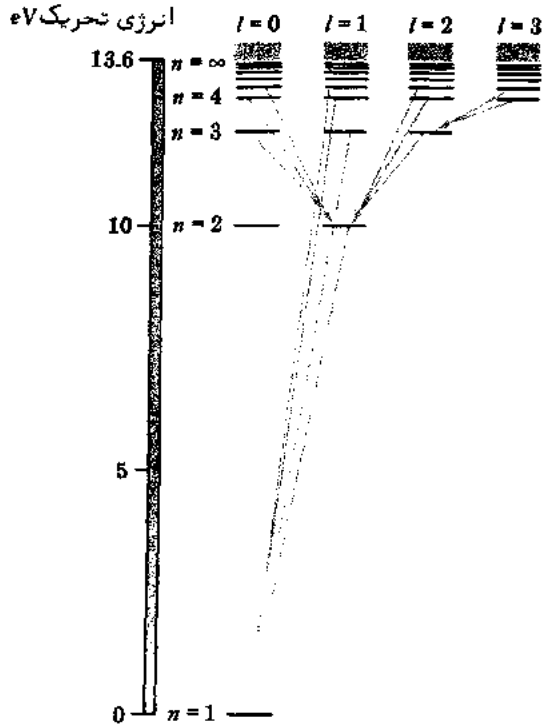
$$\Delta m_l = 0, \pm 1 \qquad (۶–۴۱)$$

تغییر عدد کوانتمی کل n محدود نیست . معادله‌های (۶–۴۰) و (۶–۴۱) به عنوان قواعد گزینش برای گذارهای مجاز شناخته می‌شوند (شکل ۶–۱۳) .

قاعدهٔ گزینش ایجاب می‌کند ، که هرگاه اتمی تابش کند ، l به اندازهٔ ۱± تغییر کند ، یعنی اندازه حرکت زاویه‌ای یک فوتون گسیل شده برابر است با اختلاف اندازه حرکتهای زاویه‌ای حالت‌های اولیه و نهایی اتم . تشابه کلاسیکی یک فوتون با اندازه حرکت زاویه‌ای ، موجی الکترومغناطیسی است که به صورت دایره‌ای قطبی شده است ، به طوری که این مفهوم به نظریهٔ کوانتمی منحصر نمی‌شود .

تحلیل قبلی از گذارهای تابشی در یک اتم بر ترکیبی از مفاهیم کوانتمی و کلاسیکی متکی است . همان‌طور که دیده‌ایم ، مقدار مورد انتظار موقعیت یک الکترون اتمی در حین عبور از یک حالت ویژهٔ اولیه به حالتی ویژه با انرژی پایین‌تر ، با بسامد ν ی معادلهٔ (۶–۳۷) نوسان می‌کند . از دیدگاه کلاسیکی چنین بار نوسان کننده‌ای امواج الکترومغناطیسی با همان بسامد ν به وجود می‌آورد و حقیقة" تابش مشاهده شده دارای این بسامد است . لکن ، مفاهیم کلاسیکی همیشه برای فرآیندهای اتمی قابل اعتماد نیستند و روش عمیقتری مورد نیاز است . چنین روشی را الکترودینامیک کوانتمی می‌نامند که تصویر قبلی را اصلاح می‌کند ، بدین‌گونه که نشان می‌دهد به جای تابش دو قطبی الکتریکی که یک پیش‌بینی کلاسیکی است ، یک فوتون منفرد با انرژی $h\nu$ در حین گذار از حالت m به n گسیل می‌شود .

به علاوه ، الکترودینامیک کوانتمی مکانیسمی را که موجب گذار "خودبخود" اتمی از یک حالت انرژی به حالت پایین‌تری می‌شود ، توجیه می‌کند . تمام میدانهای مغناطیسی و الکتریکی دائما" حول E و B افت و خیز می‌کنند و این امر براساس زمینه‌های کلاسیکی قابل پیش‌بینی



شکل (۶ـ۱۳) نمودار تراز انرژی برای ئیدروژن گذارهای مجاز به وسیلهٔ قاعدهٔ گزینش $\Delta l = \pm 1$ را نشان می‌دهد. در این نمودار، محور عمودی، انرژی تحریکی بعد از حالت پایدار را نشان می‌دهد.

است. چنین افت و خیزهایی حتی در غیاب امواج الکترومغناطیسی و هنگامی که بطور کلاسیکی $E = B = 0$ باشد روی می‌دهد. اثر این افت و خیزها (اغلب افت و خیزهای خلاء نامیده می‌شوند که شبیه نوسانات یک نوسان کنندهٔ هماهنگ در نقطهٔ صفر است) است که سبب گسیل "خودبخود" فوتونها توسط اتمها در حالتهای برانگیخته می‌شوند.

مسائل

۱ـ (الف) معادلهٔ شرودینگر برای ذره‌ای به جرم m که بر روی دایره‌ای به شعاع R مقید به حرکت است، به چه صورت است، در صورتی که ψ فقط به ϕ بستگی داشته باشد؟ (ب) این معادله را برای ψ حل کنید و ثابت بهنجار سازی را محاسبه کنید. (راهنمایی: حل معادلهٔ

اندازه حرکتهای زاویه‌ای ممکن ذره را پیدا کنید .

۲ــ نشان دهید که

$$\Theta_{20}(\theta) = \frac{\sqrt{10}}{4}(3\cos^2\theta - 1)$$

حل معادلهٔ (۶ــ۱۳) است و نشان دهید که این معادله بهنجار شده است .

۳ــ نشان دهید که

$$R_{10}(r) = \frac{2}{a_0^{3/2}} e^{-r/a_0}$$

حل معادلهٔ (۶ــ۱۴) می‌باشد و نشان دهید که این معادله‌ای بهنجار شده است .

۴ــ در بخش (۶ــ۸) ذکر شده است که محتملترین مقدار r برای یک الکترون 1s در یک اتم هیدروژن برابر شعاع بوهر a_0 است . این مطلب را با استفاده از معادلهٔ (۶ــ۲۹) ثابت کنید .

۵ــ برطبق شکل (۶ــ۱۱) $P\,dr$ برای یک الکترون 2s دارای دو مقدار بیشینه است . مطلوب است تعیین مقادیری از r که در آنها این بیشینه‌ها روی می‌دهند .

۶ــ تابع موج برای یک اتم هیدروژن در حالت 2p با جهت و نیز با فاصله از هسته تغییر می‌کند . در مورد یک الکترون 2p که $m_l = 0$ است ، در چه نقطه‌ای در جهت z ، P بیشینهٔ مقدار خود را دارد ؟ در چه نقطه‌ای از صفحهٔ xy ، P بیشینهٔ مقدار خود را دارد ؟

۷ــ احتمال یافتن یک الکترون در یک اتم هیدروژن در حالت پایدار در فاصلهٔ a_0 از هسته تا چه حد بیشتر است تا یافتن آن در فاصله $a_0/2$ از هسته ؟ و تا یافتن آن در فاصله $2a_0$ از هسته ؟

۸ــ در بخش (۶ــ۸) آمده است که مقدار متوسط r برای الکترون در یک اتم هیدروژن حالت پایدار $1/5\,a_0$ است . درستی این بیان را با محاسبهٔ مقدار مورد انتظار $\langle r\rangle = \int_0^\infty r|\psi|^2 dV$ ثابت کنید .

۹ــ احتمال یافتن یک الکترون اتمی که تابع موج شعاعی آن $R(r)$ است در خارج از کره‌ای هم مرکز با هسته و به شعاع r_0 عبارت است از :

$$\int_{r_0}^{\infty} |R(r)|^2 r^2\, dr$$

(الف) احتمال یافتن یک الکترون حالت پایدار را در یک اتم هیدروژن در فاصله‌ای بیشتر از a_0 از هسته حساب کنید . (ب) هرگاه فاصلهٔ الکترونی در یک اتم هیدروژن حالت پایدار از هسته $2a_0$ باشد ، تمام انرژیش انرژی پتانسیل است . بنابراین ، بر طبق فیزیک کلاسیک الکترون هرگز نمی‌تواند از فاصله $2a_0$ تا هسته فراتر رود . احتمال $r > 2a_0$ را برای الکترونی در یک اتم هیدروژن حالت پایدار پیدا کنید .

۱۰ــ قضیهٔ آنسولد[1] بیـان می‌کند که به ازای هر مقدار از عدد کوانتمی مداری l ، چگالیهای احتمال جمع بندی شده روی تمام حالتهای ممکن از $m_l = -l$ تا $m_l = +l$ مقدار ثابتی را مستقل از زوایای θ یا ϕ به دست می‌دهد ؛ یعنی ،

$$\sum_{m_l=-l}^{+l} |\Theta|^2|\Phi|^2 = \text{مقدار ثابت}$$

این قضیه مبین این است که زیر لایهٔ بستهٔ یک اتم یا یون (بخش ۷ــ۵) دارای یک توزیع متقارن کروی از بار الکتریکی است . با استفاده از جدول (۶ــ۱) ، قضیهٔ آنسولد را به ازای $l = 0$ ، $l = 1$ و $l = 2$ ثابت کنید .

۱۱ــ اختلاف درصد بین L و مقدار بیشینهٔ L_z را برای یک الکترون اتمی در حالتهـای d ، p و f پیدا کنید .

۱۲ــ هرگاه میدان مغناطیسی $1.00\,T$ باشد ، فاصلهٔ مؤلفه‌های زیمن یک خط طیفی به طول موج $5000\,Å$ برابر $0/233\,Å$ است . با استفاده از این داده‌ها ، نسبت e/m را برای الکترون پیدا کنید .

۱۳ــ با کمک توابع موج ذکر شده در جدول (۶ــ۱) ثابت کنید که در اتم هیدروژن برای گذار از $n=2$ به $n = 1$ ، $\Delta l = \pm 1$ می‌باشد .

۱۴ــ قاعدهٔ گزینش برای گذارهای بین حالتهـا در یک نوسان‌کننده هماهنگ $\Delta n = \pm 1$ است . (الف) درستی این قاعده را بر پایه‌های کلاسیکی اثبات کنید . (ب) با استفاده از توابع موج مناسب ثابت کنید که در یک نوسان کنندهٔ هماهنگ گذار از $n=1$ به $n=3$ ممنوع است ، در صورتی که گذار از $n = 1$ به $n = 0$ و از $n = 1$ به $n = 2$ مجاز می‌باشد .

۱۵ــ ثابت کنید که گذار از $n = 3$ به $n=1$ برای الکترون در یک جعبه بخش (۵ــ۶) ممنوع است ، درصورتی که گذار از $n = 3$ به $n=2$ و از $n = 2$ به $n=1$ مجاز می‌باشد .

---

1. Unsöld

۷

اتمهای چند الکترونی

۷ـ۱ اسپین الکترون
۷ـ۲ جفت‌شدگی اسپین ـ مدار
۷ـ۳ اصل انحصار
۷ـ۴ توابع موج متقارن و پاد متقارن
۷ـ۵ آرایشهای الکترونی
۷ـ۶ جدول تناوبی
۷ـ۷ اندازه حرکت زاویه‌ای کل
۷ـ۸ جفت شدگی LS
۷ـ۹ جفت شدگی jj
۷ـ۱۰ طیفهای یک الکترونی
۷ـ۱۱ طیفهای دو الکترونی
۷ـ۱۲ طیفهای پرتو ایکس

اتمهای چندالکترونی

علی‌رغم دقتی که مکانیک کوانتمی در تشریح بعضی از خواص اتم هیدروژن دارد و علی رغم سادگی اساسی و طرافت این نظریه، نمی‌توان بدون در نظر گرفتن اسپین[1] الکترون و اصل انحصار مربوط به آن به تشریح کامل این اتم یا سایر اتمها پرداخت. در این فصل ما با اثر اسپین الکترون در پدیده‌های اتمی و دلیل این که چرا اصل انحصار کلیدی است برای درک ساختارها و طیفهای اتمهایی با بیش از یک الکترون آشنا خواهیم شد.

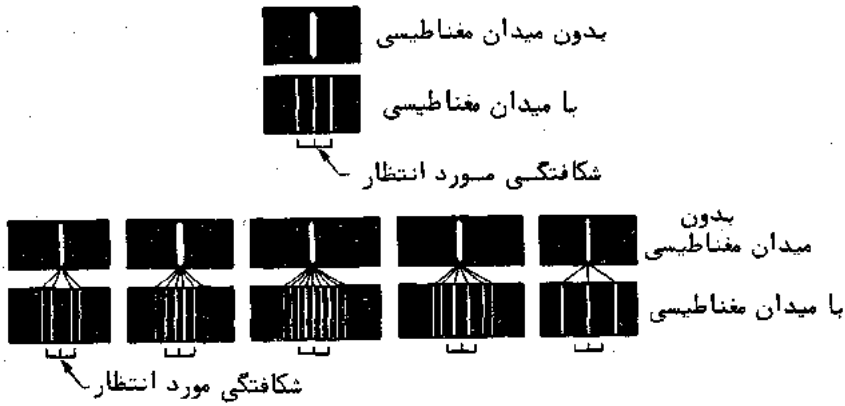
۷ـ۱ اسپین الکترون

نظریهٔ اتم که در فصل قبل شرح داده‌شد قادر به بیان تعدادی از مشاهدات تجربی معروف نیست. یکی از آنها این حقیقت است که در واقع بسیاری از خطوط طیفی از دو خط مجزای نزدیک به هم تشکیل می‌شوند. یک نمونه از این **ساختار ریز** اولین خط سریهای بالمر اتم هیدروژن است که از گذارها بین ترازهای $n = 2$ و $n = 3$ در اتمهای هیدروژن ناشی می‌شود. در این جا پیش‌بینی نظری برای یک خط به طول‌موج ۶۵۶۳Å است و حال آن که در حقیقت دو خط با اختلاف طول موج ۱/۴Å وجود دارد ــ یک اثر کوچک، ولی یک شکست آشکار برای نظریه. شکست دیگر نظریهٔ مکانیک کوانتمی سادهٔ اتم، در اثر زیمن مشاهده می‌شود که در فصل (۶ـ۷) مورد بررسی قرار گرفت. در آن جا دیدیم که هر یک از خطوط طیفی یک اتم در یک میدان مغناطیسی باید به سه مؤلفه که به وسیلهٔ معادلهٔ (۶ـ۲۷) مشخص شد، تقسیم شود. در حقیقت گر چه اثر بهنجار زیمن در شرایط معینی در طیفهای چند عنصر مشاهده می‌شود، در اکثر اوقات چنین نیست: چهار، شش یا حتی مؤلفه‌های بیشتری ممکن است پدیدار گردد و حتی موقعی که سه مؤلفه وجود دارد، ممکن است جدایی آنها با معادلهٔ (۶ـ۲۷) هماهنگ نباشد. در شکل (۷ـ۱) چندین الگوی نابهنجار زیمن به همراه پیش‌بینی‌های معادلهٔ (۶ـ۲۷) نشان داده شده است.

در تلاشی برای توجیه ساختار ریز در خطوط طیفی و اثر نابهنجار زیمن، در سال ۱۹۲۵

---

1. Spin



شکل (۷ـ۱) اثرات بهنجار و نابهنجار زیمن در بسیاری از خطوط طیفی .

م . اس. آ . گودشمیت[1] و جی . ای . النبک[2] اظهار نظر کردند که الکترون دارای یک اندازه حرکت زاویه ی ذاتی است که مستقل از هر اندازه حرکت زاویه‌ای مداری آن است و این اندازه حرکت زاویه‌ای با یک گشتاور مغناطیسی معین همراه است . آنچه که گودشمیت و النبک در ذهن داشتند تصویری کلاسیک از یک الکترون به‌صورت یک کرهٔ باردار چرخان حول‌محور خود بود . این چرخش اندازه حرکت زاویه‌ای در بردارد و چون الکترون از نظر بارالکتریکی منفی است دارای یک گشتاور مغناطیسی μ_s می‌باشد که نسبت به بردار اندازه حرکت زاویه‌ایش $\mathbf{L}_s$ جهت مخالفی دارد . مفهوم اسپین الکترون نشان داد که نه تنها در بیان ساختار ریز و اثر نابهنجار زیمن موفق است بلکه در توجیه بسیاری از اثرات اتمی دیگر نیز موفق بوده است .

مطمئناً ، تصویر یک الکترون به صورت یک کرهٔ باردار چرخان مورد ایرادات زیادی قرار می‌گیرد . یک دلیل آن این است که مشاهدات پراکندگی الکترونها به وسیلهٔ سایر الکترونها درانرژی‌زیاد نشان می‌دهد که الکترون باید قطری کمتر از 10^{-16} m داشته باشد و به احتمال زیاد یک ذرهٔ نقطه‌ای است . برای این که اندازه حرکت زاویه‌ای مشاهده شده به اسپین الکترون مربوط شود ، شیء تا بدین حد کوچک باید با سرعت استوایی چندین برابر بیشتر از سرعت نور بچرخد . اما عدم کاربرد مدلی اقتباس شده از زندگی روزانهٔ ما

1. S. A. Goudsmit

2. G. E. Uhlenbeck

از اعتبار نظریهٔ اسپین الکترون نمی‌کاهد : ما قبلا" با بسیاری از ایده‌ها در زمینهٔ نسبیت و فیزیک کوانتمی که با تجربه سازگارند ولی با مفاهیم کلاسیک ناسازگار، آشنا شده‌ایم . در در سال ۱۹۲۹ م . پاول دیراک[1] طبیعت اصلی اسپین الکترون را با توسعهٔ مکانیک کوانتمی نسبیتی مورد تأیید قرار داد . دیراک به جای این که مانند شرودینگر کار خود را با معادلهٔ انرژی غیر نسبیتی $E = p^2/2m + V$ شروع کند ، از معادلهٔ نسبیتی $E= \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2} + V$ استفاده کرد (به معادلهٔ ۱ــ۲۳ رجوع کنید) . او متوجه شد که یک ذره با جرم و بار الکترون باید دارای اندازه حرکت زاویه‌ای ذاتی و گشتاور مغناطیسی باشد که گودشمیت و آلنبک به الکترون نسبت داده بودند .

عدد کوانتمی s برای توصیف اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین الکترون به کار می‌رود . تنها مقداری که s می‌تواند داشته باشد $\frac{1}{2}$ است ؛ این محدودیت از نظریهٔ دیراک ناشی می‌شود و چنان که خواهیم دید می‌توان آن‌را بطور تجربی از داده‌های طیفی نیز به دست آورد . بزرگی S اندازه حرکت زاویه‌ای با توجه به اسپین الکترون برحسب عدد کوانتمی اسپین s از فرمول زیر بدست می‌آید .

$$S = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar = \frac{\sqrt{3}}{2}\hbar \qquad \text{اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین} \qquad (۱ــ۷)$$

که همان فرمولی است که بزرگی L اندازه حرکت زاویه‌ای مداری را برحسب عدد کوانتمی مداری l به دست می‌دهد :

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar$$

عدد کوانتمی مغناطیسی اسپین m_s، کوانتمش فضایی الکترون را توصیف می‌کند . درست همان گونه که بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری می‌تواند در یک میدان مغناطیسی از $l+$ تا $l-$ دارای $2l + 1$ سمتگیری باشد ، بردار اندازه‌حرکت‌زاویه‌ای‌اسپین می‌تواند $2s + 1 = 2$ سمتگیری‌داشته‌باشدکه‌با $m_s=+\frac{1}{2}$ و $m_s = -\frac{1}{2}$ مشخص می‌شود (شکل ۷ــ۲) . مؤلفهٔ S_z اندازه حرکت‌زاویه‌ای‌اسپین یک الکترون در امتداد یک میدان مغناطیسی درجهت z با عدد کوانتمی اسپین مشخص می‌شود ، به گونه‌ای که

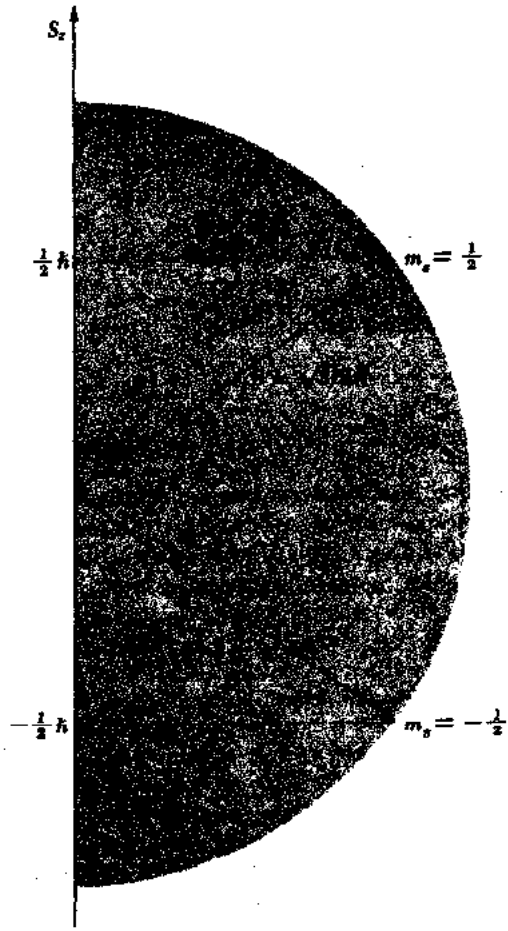
$$S_z = m_s\hbar = \pm\tfrac{1}{2}\hbar \qquad \text{مؤلفهٔ z اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین} \qquad (۲ــ۷)$$

مشخصهٔ نسبت‌زیرومغناطیسی[2] اسپین الکترون تقریبا" دو برابر مشخصهٔ حرکت مداری

---

1. Paul Dirac فیزیکدان انگلیسی

2. Gyromagnetic



شکل (۷–۲) دو سمتگیری ممکن بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین.

الکترون است. بدین ترتیب، اگر این نسبت را مساوی ۲ فرض کنیم، بین گشتاور مغناطیسی اسپین μ_s یک الکترون و اندازه‌حرکت زاویه‌ای اسپین آن رابطهٔ زیر برقرار است.

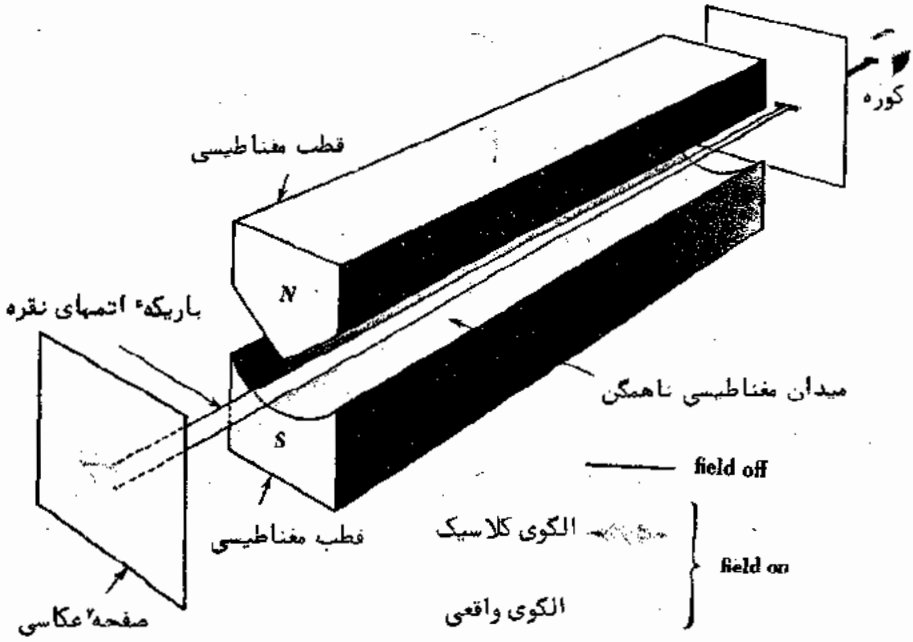
$$\boldsymbol{\mu}_s = -\frac{e}{m}\mathbf{S} \qquad \text{گشتاور مغناطیسی اسپین} \qquad (۷–۳)$$

بنابراین، مؤلفه‌های ممکن μ_s در امتداد هر محوری، مثلاً محور z، به رابطهٔ زیر محدود می‌شود.

$$\mu_{sz} = \pm\frac{e\hbar}{2m} \qquad \text{مؤلفهٔ S گشتاور مغناطیسی اسپین} \qquad (۷–۴)$$

کمیت $e\hbar/2m$ را ما به عنوان ماگنتون[1] بوهر می‌شناسیم .

در سال ۱۹۲۱ م . او . اشترن[2] و گرلاخ[3] برای نخستین بار کوانتمش فضایی را بوضوح نشان دادند . چنان که در شکل (۷ـ۳) نشان داده شده است ، آنها باریکه‌ای از اتمهای نقرهٔ خنثی را از یک کوره از میان تعدادی شکاف موازی به درون یک میدان مغناطیسی ناهمگن هدایت کردند . پس از عبور باریکه از میدان ، یک صفحهٔ عکاسی آرایش آن را ثبت می‌کرد . درحالت عادی ، گشتاور مغناطیسی کل یک اتم نقره به اسپین فقط یکی از الکترونهایش وابسته است . در یک میدان مغناطیسی یکنواخت ، چنین دو قطبی صرفا" گشتاوری را تجربه خواهد کرد که سعی دارد دو قطبی و میدان را در یک راستا قرار دهد . با وجود این ، در یک میدان ناهمگن هر "قطب" دو قطبی تحت تأثیر نیرویی با بزرگی متفاوت است و بنابر این بر دو قطبی ، نیروی برآیندی وارد می‌شود که با سمتگیری دو قطبی نسبت به میدان تغییر می‌کند . از دیدگاه کلاسیکی باید همهٔ جهتها در یک باریکه از اتمها حضور داشته باشند که این باریکه به جای تشکیل دادن یک خط نازک در غیاب یک میدان مغناطیسی ، صرفا" به



شکل ۷ـ۳ : آزمایش اشترن ـ گرلاخ

1–Magneton 2–Otto Stern (۱۸۸۸ – ۱۹۶۹) فیزیکدان امریکائی 3–W.Gerlach

صورت یک اثر پهن بر روی صفحهٔ عکاسی ظاهر خواهد شد. با وجود این، اشترن و گرلاخ پی بردند که باریکهٔ اولیه به دو بخش مجزا تقسیم می‌شود که مربوط به سمتگیری اسپین در دو جهت مخالف در میدان مغناطیسی است که به وسیلهٔ کوانتمیش فضایی مجاز اعلام شده‌اند.

۷-۲. جفت شدگی اسپین مدار

دو گانه شدن ساختار ریز خطوط طیفی ممکن است براساس یک برهمکنش مغناطیسی بین اسپین و اندازه حرکتهای زاویه‌ای مداری الکترونهای اتمی بیان شود. این جفت شدگی اسپین مدار را می‌توان برحسب یک مدل کلاسیکی ساده درک کرد. الکترونی که دور یک هسته می‌چرخد، خود را در یک میدان مغناطیسی می‌یابد، زیرا در دستگاه مقایسه‌ای خودش، هسته دور آن می‌چرخد (شکل ۷-۴). بنابراین، این میدان مغناطیسی روی گشتاور مغناطیسی اسپین خود الکترون اثر می‌گذارد و نوعی اثر زیمن داخلی تولید می‌کند. انرژی V_m یک دو قطبی مغناطیسی با گشتاور μ در یک میدان مغناطیسی با چگالی شار $\mathbf{B}$ بطور کلی عبارت است از

$$V_m = -\mu B \cos\theta \qquad (۷-۵)$$

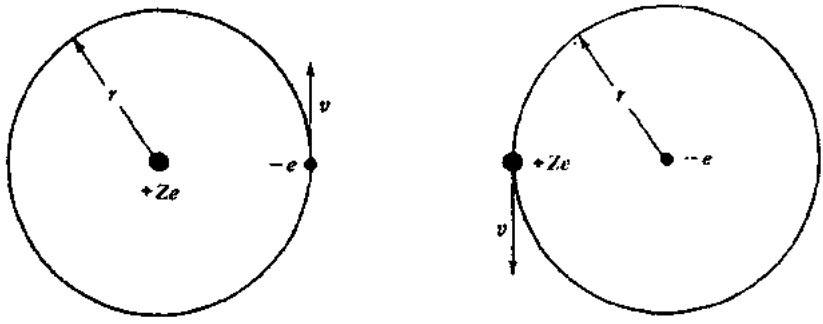
که در آن θ زاویه بین μ و $\mathbf{B}$ است. کمیت $\mu \cos\theta$ مؤلفهٔ μ موازی با $\mathbf{B}$ است که در حالت گشتاور مغناطیسی اسپین الکترون μ_{sz} است. از این رو، با توجه به $\mu \cos\theta = \mu_{sz} = \pm\frac{e\hbar}{2m}$ پی می‌بریم که

$$V_m = \pm\frac{e\hbar}{2m} B \qquad (۷-۶)$$

از آن جا که انرژی یک الکترون به سمتگیری بردار اسپین آن بستگی دارد انرژی آن در یک حالت کوانتمی اتمی معین نسبت به انرژیش در غیاب جفت شدگی اسپین مدار مقدار B ($e\hbar/2m$) بیشتر یا کمتر خواهد بود. حاصل آن، شکافته شدن هر حالت کوانتمی (به استثناء حالتهای s) به دو زیر حالت مجزا است که در نتیجه شکافته شدن هر خط طیفی را به دو مؤلفه به دنبال دارد.

تنها تخصیص $s = \frac{1}{2}$ است که با دوگانه شدن ساختار ریز مشاهده شده مطابقت دارد. این واقعیت که، آنچه حالتهای منفرد باید باشند در حقیقت حالتهای دو گانه هستند، چنین مقرر می‌کند که $2s + 1$ سمتگیری ممکن بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین $\mathbf{S}$ باید کلاً مساوی ۲ شود. از این رو

$$2s + 1 = 2$$
$$s = \tfrac{1}{2}$$



(الف) (ب)

شکل (۷ ــ ۴) (الف) یک الکترون در حالی که از دستگاه مقایسه‌ای هسته بدان می‌نگریم به دور یک هستهٔ اتمی می‌چرخد. (ب) از دستگاه مقایسه‌ای الکترون، هسته بـه دور آن می‌چرخد. در نتیجه، میدان مغناطیسی که الکترون تجربه می‌کند عمود برصفحهٔ، کاغذ وبه سمت بالا است. برهمکنش بین گشتاور مغناطیسی اسپین الکترون و این میدان مغناطیسی به پدیده جفت شدگی اسپین مدار منجر می‌شود.

مسأله: انرژی مغناطیسی V_m برای الکترونی در حالت ۲p یک اتم هیدروژن را با کمک مدل بوهر که حالت $n=2$ آن مطابق با حالت ۲p است، برآورد کنید (بخش ۶ــ۸).

حل: یک حلقهٔ سیمی به شکل دایره بشعاع r که حامل جریان i است، در مرکزش دارای یک میدان مغناطیسی است به بزرگی

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r}$$

الکترون دوار خود را در حالتی می‌یابد که پروتون با بار e+ که هسته است در هر ثانیه f دفعه به دورش می‌چرخد. میدان مغناطیسی حاصل عبارت است از

$$B = \frac{\mu_0 f e}{2r}$$

از معادله‌های (۴ــ۱۳) و (۴ــ۲۲) بسامد گردش و شعاع مداری به‌ازای $n=2$ عبارتند از

$$f = \frac{v}{2\pi r} = 8.4 \times 10^{14}\ s^{-1}$$

$$r = n^2 a_0 = 4a_0 = 2.1 \times 10^{-10}\ m$$

از این رو، میدان مغناطیسی که الکترون در آن واقع می‌شود، عبارت است از:

$$B = \frac{(4\pi \times 10^{-7}\mathrm{T \cdot m/A}) \times (8.4 \times 10^{14}\mathrm{s}^{-1}) \times (1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{C})}{2 \times (2.1 \times 10^{-10}\ \mathrm{m})} = 0.40\mathrm{T}$$

که یک میدان نسبةً " قوی است، چون مقدار ماگنتون بوهر $e\hbar/2m = ۹/۲۷ \times ۱۰^{-۲۴}$ J/T می‌باشد انرژی مغناطیسی الکترون عبارت است از:

$$V_m = \frac{e\hbar}{2m} B = 3.7 \times 10^{-24}\ \mathrm{J} = 2.3 \times 10^{-5}\ \mathrm{eV}$$

اختلاف انرژی بین زیر ترازهای بالاتر و پایین‌تر دو برابر این مقدار $۴/۶ \times ۱۰^{-۵}$ eV است که با مقدار مشاهده شده تفاوت زیادی ندارد.

۷ـ۳ اصل انحصار

درحالت نرمال یک اتم ئیدروژن، الکترون در پایین‌ترین حالت کوانتمیش می‌باشد. حالتهای نرمال اتمهای پیچیده‌تر چگونه است؟ آیا کلیهٔ ۹۲ الکترون یک اتم اورانیوم در حالت کوانتمی یکسانی هستند یا مثلا" می‌توان آنها را بطور متراکم در حال حرکت در یک مدار بوهر به دور هسته تصور کرد؟ شواهد بسیاری این فرضیه را غیر محتمل می‌داند. یک نمونهٔ آن تفاوت فاحشی است که در رفتار شیمیایی پاره‌ای عناصر که ساختارهای اتمی آنها فقط یک الکترون اختلاف دارد، به چشم می‌خورد: به عنوان مثال، عناصری با اعداد اتمی ۹، ۱۰ و ۱۱ بترتیب گاز هالوژنی، فلوئور، گاز بی‌اثر نئون و فلز قلیایی سدیم هستند. از آن جا که ساختار الکترونی یک اتم برهمکنش‌هایش را با سایر اتمها کنترل می‌کند، اگر تمام الکترونها در یک اتم درحالت کوانتمی یکسانی قرار داشته باشند، درک علت تغییر ناگهانی خواص شیمیایی عناصر در اثر یک تغییر جزئی در عدد اتمی بسیار مشکل است.

در سال ۱۹۲۵م. ولف گنگ پاولی[1] (Wolfgang Pauli) اصل بنیادی را که بر آرایشهای الکترونی اتمهایی با بیش از یک الکترون حاکم است کشف کرد. اصل انحصار پاولی بیان می‌کند که **در یک اتم دو الکترون در حالت کوانتمی یکسان نمی‌توانند وجود داشته باشند.** در داخل یک اتم، هر الکترون باید مجموعهٔ متفاوتی از اعداد کوانتمی n، l، m_l و m_s داشته باشد.

پاولی با مطالعهٔ طیفهای اتمی اصل انحصار را نتیجه گرفت. از روی طیف یک اتم

۱ـ فیزیکدان اطریشی (۱۹۵۸ ـ ۱۹۰۰)

می‌توان حالتهای مختلف آن را مشخص و اعداد کوانتمی این حالتها را استنباط کرد. در طیفهای هر عنصر، بجز ئیدروژن، تعدادی از خطوط که مربوط به گذارهای بین حالتهایی با ترکیبات معینی از اعداد کوانتمی هستند، دیده نمی‌شوند. بدین ترتیب، در هلیوم هیچ‌گونه گذاری از حالت پایدار یا به حالت پایدار که در آن اسپینهای هر دو الکترون برای دادن اسپین کل یک در یک جهت باشند مشاهده نمی‌شود، گرچه گذارهایی از حالت پایدار یا به حالت پایدار دیگری که در آن اسپینها برای تشکیل یک اسپین کل صفر مختلف‌الجهت باشند، مشاهده می‌گردد. در حالت مشاهده نشده اعداد کوانتمی هر دو الکترون $n = 1$، $l = 0$، $m_l = 0$، $m_s = \frac{1}{2}$ خواهد بود، در صورتی که در حالت شناخته شده‌ای که وجود دارد یکی از الکترونها دارای عدد کوانتمی $m_s = \frac{1}{2}$ و دیگری دارای عدد کوانتمی $m_s = -\frac{1}{2}$ است. پاولی نشان داد که هر حالت اتمی مشاهده نشده دو یا چند الکترون با اعداد کوانتمی یکسان دارد و اصل انحصار بیانی از این یافتهٔ تجربی است.

۴.۷ توابع موج متقارن و پاد متقارن

قبل از مطالعهٔ نقش اصل انحصار در تعیین ساختارهای اتمی، بررسی مفاهیم ضمنی مکانیک کوانتمی آن جالب توجه است. در فصل قبل دیدیم که تابع موج کامل ψ الکترون را در یک اتم ئیدروژن می‌توان به صورت حاصل ضرب سه تابع موج مجزا بیان کرد که هر یک بخشی از ψ را که تابع یکی از سه مختصهٔ r، θ و ϕ است، توصیف می‌کند. می‌توان به طریق مشابهی نشان داد که تابع موج کامل $\psi(1, 2, 3, \ldots, n)$ یک سیستم n ذرهٔ غیر برهمکنشی را می‌توان به صورت حاصل ضرب توابع موج $\psi(1), \psi(2), \psi(3), \ldots, \psi(n)$ ذرات منفرد بیان کرد. یعنی،

$$\psi(1, 2, 3, \ldots, n) = \psi(1)\psi(2)\psi(3) \cdots \psi(n) \qquad (۷-۷)$$

از این نتیجه برای بررسی انواع توابع موجی که می‌توان آنها را برای توصیف یک سیستم با دو ذرهٔ مشابه به کار برد، استفاده خواهیم کرد.

فرض کنیم یکی از ذرات در حالت کوانتمی a و دیگری در حالت b است. چون ذرات مشابه هستند، اگر جای آنها را با هم عوض کنیم، یعنی ذرهٔ در حالت a را با ذرهٔ درحالت b و بالعکس جایگزین کنیم، در چگالی احتمال $|\psi|^2$ سیستم نباید تغییری ایجاد شود. بطور سمبولیک لازم است که:

$$|\psi|^2(1, 2) = |\psi|^2(2, 1) \qquad (۸-۷)$$

از این رو، تابع موج $\psi(1, 2)$ که نشان دهندهٔ ذرات جابجا شده است با هر کدام ازدو فرمول زیر حاصل خواهد شد.

$$\psi(2, 1) = \psi(1, 2) \qquad \text{متقارن} \qquad (۹-۷)$$

یا

$$\psi(2, 1) = -\psi(1, 2) \qquad \text{پادمتقارن} \qquad (۱۰-۷)$$

و نیز معادلهٔ (۷–۸) را کامل خواهد کرد. تابع موج سیستم خود یک کمیت قابل‌اندازه‌گیری نیست و بنابراین با تعویض ذرات می‌توان علامت آن را تغییر داد. توابع موجی را که تحت تأثیر تعویض ذرات قرار نمی‌گیرند، **متقارن** می‌گویند در حالی که توابعی که دراثراین‌تعویض علامتشان عوض می‌شود **پادمتقارن** نامیده می‌شوند.

اگر ذرهٔ ۱ در حالت a و ذرهٔ ۲ در حالت b باشد، بر طبق‌معادلهٔ (۷–۷) تابع موج سیستم،عبارت است از:

$$\psi_{\mathrm{I}} = \psi_a(1)\psi_b(2) \qquad (۱۱-۷)$$

در حالی که اگر ذرهٔ ۲ در حالت a و ذرهٔ ۱ در حالت b باشد، تابع موج به‌قرار ذیل خواهد بود

$$\psi_{\mathrm{II}} = \psi_a(2)\psi_b(1) \qquad (۱۲-۷)$$

چون دو ذره در واقع غیر قابل تمیز هستند، راهی وجود ندارد که در هر لحظه بدانیم‌کدام یک از دو تابع ψ_{I} یا ψ_{II} سیستم را توصیف می‌کند. احتمال صحت ψ_{I} برای توصیف سیستم در هر لحظه درست برابر احتمال صحت ψ_{II} است. از این رو می‌توانیم بگوییم که سیستم نیمی از وقت خود را درآرایشی که تابع موج آن ψ_{I} است می‌گذراند و نیم دیگر را درآرایشی که تابع موج آن ψ_{II} است. بنابراین، یک ترکیب خطی از ψ_{I} و ψ_{II} سیستم را بخوبی توصیف می‌کند. دو ترکیب امکان‌پذیر است ــ یکی ترکیب متقارن

$$\psi_S = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\psi_a(1)\psi_b(2) + \psi_a(2)\psi_b(1)\right] \qquad (۱۳-۷)$$

و دیگری ترکیب پاد متقارن

$$\psi_A = \frac{1}{\sqrt{2}}\left[\psi_a(1)\psi_b(2) - \psi_a(2)\psi_b(1)\right] \qquad (۱۴-۷)$$

برای بهنجار کردن ψ_S و ψ_A سازهٔ $1/\sqrt{2}$ لازم است. با عوض کردن جای ذرات ۱ و ۲، ψ_S تغییر نمی‌کند، در حالی که علامت ψ_A عوض‌می‌شود. ψ_S و ψ_A هر دو از معادلهٔ (۷–۸) پیروی می‌کنند.

بین رفتار ذراتی که در سیستمهایی با توابع موج متقارن هستند و رفتار ذراتی که درسیستمهایی باتوابع موج پاد متقارن قرارمی‌گیرند اختلافات‌مهم‌بسیاری وجود دارد. یکی از بارزترین آنها این است که در مورد اول (وضعیت اول) هر دو ذرهٔ ۱ و ۲ همزمان می‌توانند در یک حالت وجود داشته باشند، یعنی $a = b$، در حالی که‌در مورد دوم‌اگر $a = b$ بگیریم،

می‌بینیم که $\psi_x = 0$ می‌شود : یعنی دو ذره نمی‌توانند در یک حالت کوانتمی قرار گیرند . در صورتی که این نتیجه را با اصل انحصار تجربی پاولی که بیان می‌کند به هیچ وجه دو الکترون در یک اتم نمی‌توانند در حالت کوانتمی یکسانی باشند ، مقایسه کنیم ، نتیجه می‌گیریم که سیستم‌های الکترونها به وسیلهٔ توابع موجی توصیف می‌شوند که با جابجایی هر زوج از آنها علامت تابع موج عوض می‌شود .

نتایج آزمایشهای گوناگون نشان می‌دهد که کلیهٔ ذراتی که دارای اسپینهای مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ ، یعنی حاصل جمع هرعدد صحیح و $\frac{1}{2}$ (... $\frac{3}{2}$ و $\frac{1}{2}$) می‌باشند ، توابع موجی دارند که نسبت به تعویض هر زوج از آنها پاد متقارن هستند . چنین ذراتی که پروتون ، نوترون و الکترون را شامل می‌شوند ، هنگامی که در یک سیستم قرار گیرند از اصل انحصار پیروی می‌کنند ؛ یعنی ، وقتی که در یک میدان نیروی مشترک حرکت می‌کنند ، هر عضو سیستم باید در حالت کوانتمی متفاوتی باشد . ذراتی که اسپین با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ دارند اغلب به ذرات فرمی یا فرمیون معروفند ، زیرا چنان که در فصل ۹ خواهیم دید رفتار توده‌هایی از آنها از قانون توزیع آماری که توسط فرمی (Fermi) [1] ودیراک کشف شد ، پیروی می‌کند .

ذراتی که اسپین آنها صفر یا یک عدد صحیح است ، دارای توابع موجی هستند که نسبت به تعویض هر زوج از آنها متقارن هستند . این ذرات از اصل انحصار پیروی نمی‌کنند . ذرات دارای اسپین صفر یا عدد صحیح اغلب به ذرات بوز [2] (Bose) یا بوزن معروفند زیرا قانون توزیع آماری که مجموعه‌هایی از آنها را توصیف می‌کند توسط بوز و اینشتین کشف شد . فوتونها ، ذرات آلفا و اتمهای هلیوم ذرات بوز هستند .

علاوه بر آنچه که در اصل انحصار بیان شد ، نتایج مهم دیگری از متقارن بودن یا پاد متقارن بودن توابع موج ذره وجود دارند . بنابر همین نتایج ، بهتر است ذرات را بر مبنای طبیعت توابع موجیشان دسته‌بندی کنیم نه بر مبنای آن که پیروی از اصل انحصار دارند یا نه .

۷ـ۵ آرایش‌های الکترونی

دو قاعدهٔ اصلی ، ساختارهای الکترونی اتمهای چند الکترونی را تعیین می‌کنند :

۱ـ یک سیستم از ذرات وقتی پایدار است که انرژی کل آن کمینه باشد .

۲ـ در یک اتم ، در هر حالت کوانتمی خاص فقط یک الکترون می‌تواند وجود داشته

۱ـ انریکوفرمی ، فیزیکدان ایتالیایی (۱۹۵۴ ـ ۱۹۰۱)

۲ـ جاگادیس بوز ، فیزیکدان هندی (۱۹۳۷ ـ ۱۸۵۸)

باشد .

قبل از این که این دو قاعده را برای اتمهای حقیقی به کار ببریم ، بهتر است تغییر انرژی الکترون با حالت کوانتمی را بررسی کنیم .

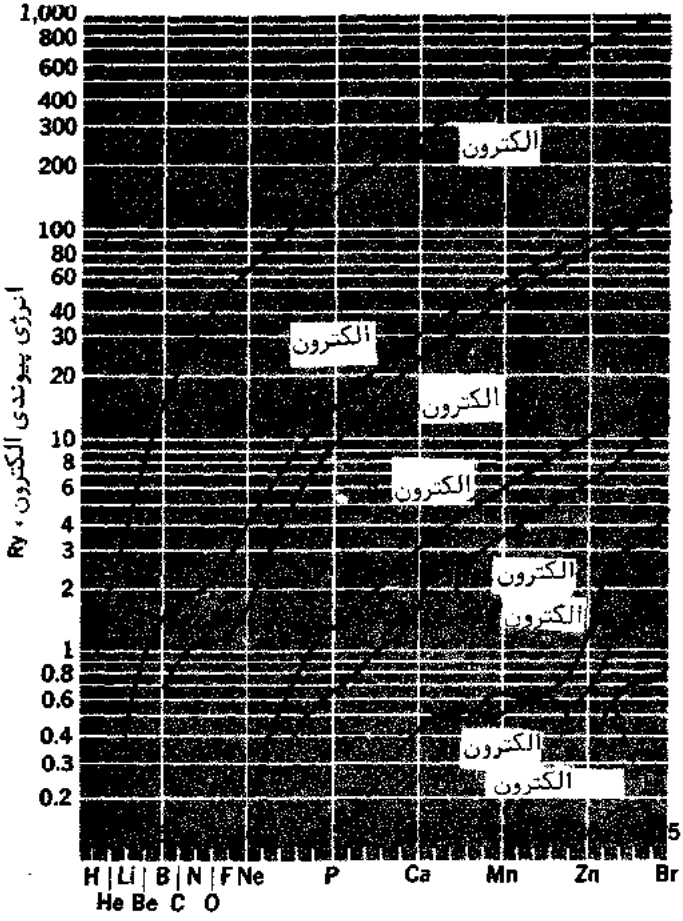
در یک اتم پیچیده ، در حالی که بسیاری از الکترونها مسلما" بطور مستقیم بر یکدیگر اثر متقابل می‌گذارند ، با در نظر گرفتن این که هر الکترون در میدان نیروی متوسط ثابتی قرار می‌گیرد ، تا اندازهٔ زیادی می‌توان به ساختار اتمی پی‌برد . برای یک الکترون معین ، این میدان تقریبا" میدان الکتریکی با بار هسته‌ای Ze است که این میدان به وسیلهٔ پوشش جزئی آن دسته از الکترونهایی که به هسته نزدیکترند کاهش می‌یابد . الکترونهایی که عدد کوانتمی اصلی یکسان n دارند ، معمولا" (گر چه نه همیشه) میانگین فاصلهٔ آنها از هسته یکی است . بنابراین ، این الکترونها در واقع بر یک میدان الکتریکی یکسان اثر متقابل می‌گذارند و دارای انرژیهای مشابه هستند . اصطلاحا" می‌گویند چنین الکترونهایی یک لایهٔ اتمی اشغال کرده‌اند . بر طبق مدل زیر ، لایه‌ها با حروف بزرگ نشان داده می‌شوند .

لایه‌های اتمی (۱۵–۷)

$$\begin{array}{lllllll} n = & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \ldots \\ & K & L & M & N & O & \ldots \end{array}$$

در یک لایهٔ خاص ، انرژی یک الکترون نیز تا اندازهٔ زیادی به عدد کوانتمی مداریش l بستگی دارد ، گر چه این وابستگی به اندازهٔ وابستگی به n نیست . در یک اتم پیچیده ، میزانی که بار کامل هسته از یک الکترون معین توسط لایه‌های سایر الکترونها محافظت می‌شود با توزیع چگالی احتمال الکترون تغییر می‌کند . احتمال یافت شدن الکترونی با l کوچک ، نزدیک هسته (جایی که سایر الکترونها اثر متقابل ضعیفی بر روی آن دارند) بیشتر است از احتمال وجود الکترونی با l بزرگتر (به شکل ۶–۱۱ رجوع شود) ، که نتیجهٔ آن یک انرژی کل پایین‌تر است (یعنی ، انرژی پیوندی بیشتر است) . بنابراین ، با زیاد شدن l ، انرژی الکترونها در هر لایه افزایش می‌یابد . این اثر در شکل (۷–۵) نشان داده شده است که در آن انرژیهای پیوندی الکترونهای اتمی گوناگون برای عناصر سبکتر به صورت تابعی از عدد اتمی رسم شده است .

الکترونهایی که در یک مقدار معین از l در یک لایه سهیمند معمولا" همان زیر لایه را اشغال می‌کنند . کلیهٔ الکترونهایی که در یک زیر لایه قرار می‌گیرند تقریبا" انرژیهای یکسان دارند ، زیرا وابستگی انرژی الکترون به m_l و m_s نسبةً "ناچیز است . اشغال هر یک از زیر لایه‌های یک اتم معمولا" با کمک نمادگذاری که در فصل قبل برای بسیاری از حالتهای کوانتمی اتم هیدروژن گفته شد ، مشخص می‌گردد . چنان که در جدول (۶–۲) نشان داده شد ، هر زیر لایه با عدد کوانتمی اصلی خود n که بعد از آن حرف مربوط به عدد کوانتمی



شکل (۷ـ۵) انرژیهای پیوندی الکترونهای اتمی برحسب ریدبرگ (انرژی حالت پایدار اتم ئیدروژن = ۱۳/۶ eV = 1Ry عدد اتمی)

مداریش L نوشته می‌شود ، مشخص می‌گردد . عدد نوشته شده در بالای هر حرف تعداد الکترونها در آن زیر لایه را نشان می‌دهد . به عنوان مثال ، آرایش الکترونی سدیم به صورت زیر نوشته می‌شود .

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$$

که مبین این است که زیر لایه‌های ۱s ($n = 1$ ، $l = 0$) و ۲s ($n = 2$ ، $l = 0$) هر یک دو الکترون ، زیر لایهٔ ۲p ($n = 2$ ، $l = 1$) شش الکترون و زیرلایهٔ ۳s ($n = 3$ ، $l = 0$) یک الکترون دارد .

۶.۷ جدول تناوبی

هرگاه عناصر را بترتیب عدد اتمی بنویسیم ، آنهایی که خواص فیزیکی و شیمیایی مشابه دارند در فواصل منظمی قرار می‌گیرند . این مشاهدهٔ تجربی به **قانون تناوبی** معروف است که در حدود یک قرن پیش برای نخستین بار دیمتری مندلیف[1] آن را تنظیم کرد . ترتیب جدولی عناصر را که نشان دهندهٔ خواص تناوبی آنها است ، جدول تناوبی می‌نامند. جدول (۷ـ۱) شاید ساده‌ترین شکل جدول تناوبی باشد ؛ گر چه برای نشان دادن قانون تناوبی به صورت کاملتر جداول تناوبی دقیق‌تری ابداع شده است ولی جدول (۷ـ۱) برای مقصود ما کافی است .

عناصری که خواص مشابه دارند گروههایی را تشکیل می‌دهند که درجدول(۷ـ۱)بصورت ستونهای عمودی نشان داده شده‌اند . بدین ترتیب ، گروه ۱ شامل ئیدروژن و فلزات قلیایی است که همه از نظر شیمیایی فوق‌العاده فعالند و دارای ظرفیت ۱+ هستند . گروه ۷ شامل هالوژنها است که غیر فلزات فعال و فرارند که ظرفیت ۱ـ دارند و در حالت گازی ، مولکولهای دو اتمی را تشکیل می‌دهند . گروه ۸ گازهای بی‌اثر را شامل می‌شود که عناصری کاملا" غیر فعالند که نه تنها با عناصر دیگر به هیچ وجه ترکیب نمی‌شوند ، بلکه اتمهای آنها مانند اتمهای سایر گازها به‌صورت مولکول در نمی‌آیند .

در جدول (۷ـ۱) ، ردیفهای افقی را تناوبها می‌نامند . در هر دورهٔ تناوب ، گذاری کم و بیش یکنواخت وجود دارد که با یک فلز فعال شروع می‌شود ، از فلزاتی با فعالیت شیمیایی کمتر و غیر فلزاتی با فعالیت شیمیایی ضعیف عبور می‌کند و به غیر فلزاتی می‌رسد که شدیدا" فعالند و سرانجام به یک گاز بی‌اثر ختم می‌شود . در هر ستون ، خواص عناصر نیز بطور منظم تغییر می‌کند ولی این تغییرات به‌مراتب از تغییرات در هر دورهٔ تناوب کمتر مشهود است . مثلا" ، افزایش عدد اتمی در فلزات قلیایی با فعالیت شیمیایی بیشتر همراه است در حالی که در هالوژنها درست برعکس است .

بعد از سومین عنصر در هر دورهٔ تناوب ، بین عناصر گروه دوم و عناصر گروه سوم یک سری عناصر واسطه ظاهر می‌شوند . این عناصر فلزاتی هستند که از لحاظ شیمیایی شباهت قابل ملاحظه‌ای به یکدیگر دارند اما با عناصر گروههای اصلی تشابه قابل ملاحظه‌ای ندارند . پانزده تا از این عناصر واسطه در ردیف ۶ از نظر خواصشان غیر قابل تشخیص‌اند و به **عناصر لانتانید**[2] معروفند (یا عناصر خاکی نادر) . در ردیف ۷ نیز یک گروه از فلزات که خیلی به یکدیگر مربوط هستند یافت می‌شوند که به **عناصر آکتنید**[3] معروفند .

---

1. Dmitri Mendeleev
2. Lanthanide
3. Actinide

جدول ۷ـ۱ : اعداد نوشته شده در بالای هر عنصر عدد اتمی و عدد پایین جرم اتمی آن برحسب است . عناصری که جرم اتمی آنها داخل پرانتز نوشته شده در طبیعت وجود ندارند ، اما در واکنشهای هسته‌ای بطور مصنوعی تهیه می‌شوند . جرم اتمی در چنین حالتی عدد جرمی مربوط به ایزوتوپ رادیوآکتیو آن عنصر با بیشترین طول عمر است .

دورهٔ تناوب	گروه I	گروه II											گروه III	گروه IV	گروه V	گروه VI	گروه VII	گروه VIII
1	1 H 1.00																	2 He 4.00
2	3 Li 6.94	4 Be 9.01											5 B 10.81	6 C 12.01	7 N 14.01	8 O 15.00	9 F 19.00	10 Ne 20.18
3	11 Na 22.99	12 Mg 24.31											13 Al 26.98	14 Si 28.09	15 P 30.98	16 S 32.07	17 Cl 35.46	18 Ar 39.94
4	19 K 39.10	20 Ca 40.08	21 Sc 44.96	22 Ti 47.90	23 V 50.94	24 Cr 52.00	25 Mn 54.94	26 Fe 55.85	27 Co 58.93	28 Ni 58.71	29 Cu 63.54	30 Zn 65.37	31 Ga 69.72	32 Ge 72.59	33 As 74.92	34 Se 78.96	35 Br 79.91	36 Kr 83.8
5	37 Rb 85.47	38 Sr 87.62	39 Y 88.91	40 Zr 91.22	41 Nb 92.91	42 Mo 95.94	43 Tc (97)	44 Ru 101.1	45 Rh 102.91	46 Pd 106.4	47 Ag 107.87	48 Cd 112.40	49 In 114.82	50 Sn 118.69	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.90	54 Xe 131.30
6	55 Cs 132.91	56 Ba 137.34	57-71 *	72 Hf 178.49	73 Ta 180.95	74 W 183.85	75 Re 186.2	76 Os 190.2	77 Ir 192.2	78 Pt 195.09	79 Au 197.0	80 Hg 200.59	81 Tl 204.37	82 Pb 207.19	83 Bi 208.96	84 Po (209)	85 At (210)	86 Rn 222
7	87 Fr (223)	88 Ra 226.03	89-103 †	104 Rf (261)	105 Ha (262)	106 (263)												
عناصر خاکی نادر			57 La 138.91	58 Ce 140.12	59 Pr 140.91	60 Nd 144.24	61 Pm (145)	62 Sm 150.35	63 Eu 152.0	64 Gd 157.25	65 Tb 158.92	66 Dy 162.50	67 Ho 164.93	68 Er 167.26	69 Tm 168.93	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97	
آکتنیدها			89 Ac 227.03	90 Th 232.04	91 Pa 231.04	92 U 238.03	93 Np 237.05	94 Pu (244)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (251)	99 Es (254)	100 Fm (257)	101 Md (258)	102 No (259)	103 Lr (260)	

مفهوم زیرلایه‌ها و لایه‌های الکترون کاملا" با الگوی جدول تناوبی که دقیقا" آینهٔ ساختارهای اتمی عناصر است ، مطابقت می‌کند . حال ببینیم این الگو چگونه به وجود می‌آید .

اصل انحصار ، محدودیت‌های معینی را بر تعداد الکترونهایی که می‌توانند یک زیرلایه را اشغال کنند ، اعمال می‌کند . یک زیر لایه با یک عدد کوانتمی کل n و عدد کوانتمی مداری l مشخص می‌شود ، که در آن

$$l = 0, 1, 2, \ldots, (n-1)$$

به ازای هر مقدار l ، $2l+1$ مقدار مختلف عدد کوانتمی مغناطیسی m_l وجود دارد ، چون

$$m_l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$$

و به ازای هر مقدار m_l ، دو مقدار ممکن از عدد کوانتمی مغناطیسی اسپین m_s ($+\frac{1}{2}$ و $-\frac{1}{2}$) وجود دارد . از این رو ، هر زیر لایه می‌تواند حداکثر $(2l+1)$ ۲ الکترون و هر لایه حداکثر

$$\sum_{l=0}^{l=n-1} 2(2l+1) = 2[1+3+5+\cdots+2(n-1)+1]$$
$$= 2[1+3+5+\cdots+2n-1]$$

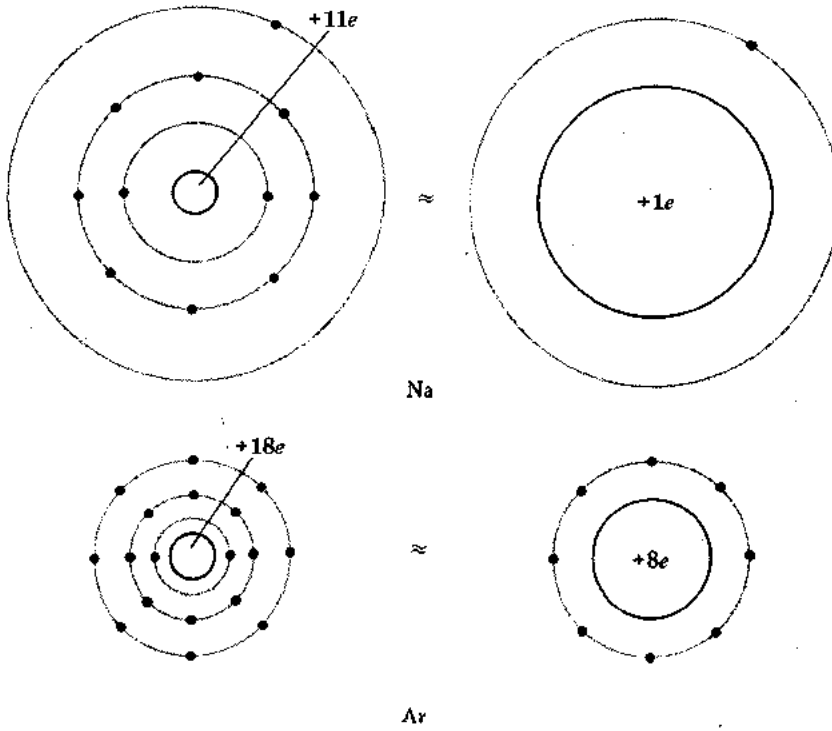
الکترون داشته باشد . مقدار داخل کروشه دارای n جمله می‌باشد که مقدار متوسط آن $\frac{1}{2}[1+(2n-1)]$ است ، به طوری که بیشینهٔ تعداد الکترونها در لایهٔ n ام عبارت است از :

$$2 \times \frac{n}{2}[1+(2n-1)] = 2n^2$$

یک لایه یا زیر لایهٔ اتمی را که از الکترون پر شده باشد ، لایه یا زیر لایهٔ بسته می‌گویند . زیر لایهٔ بسته s ($l=0$) دو الکترون ، زیر لایهٔ بسته p ($l=1$) شش الکترون و زیر لایهٔ بسته d ($l=2$) ده الکترون دارد .

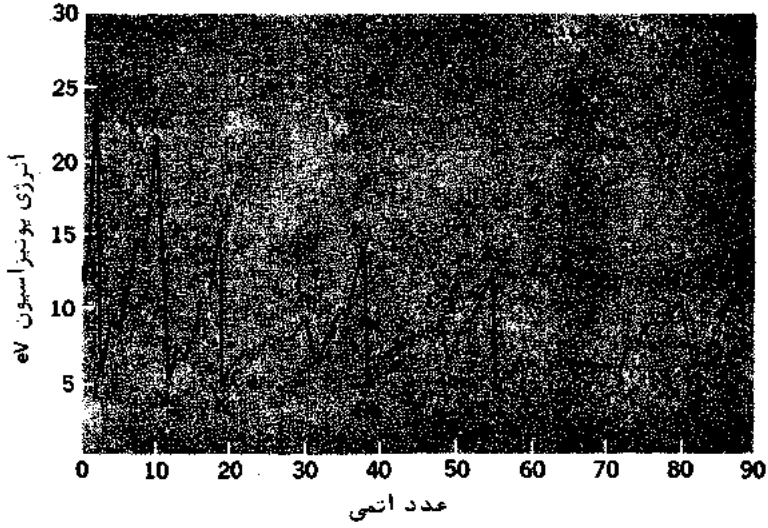
اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کل الکترونها در یک زیر لایهٔ بسته صفر است و توزیع های بار مؤثر آنها متقارنند (به مسألهٔ ۱۰ فصل ۶ مراجعه شود). در یک لایهٔ بسته ، پیوند الکترونها خیلی محکم است زیرا بار هسته‌ای مثبت نسبت به بار منفی الکترونهای داخلی این لایه نسبةً "زیاد است (شکل ۷ــ۶) چون اتمی که فقط لایه‌های بسته دارد ، دارای هیچ گونه گشتاور دو قطبی نیست ، سایر الکترونها را جذب نمی‌کند و الکترونهای آن نمی‌توانند بسهولت از هم جدا شوند . انتظار می‌رود چنین اتمهایی مانند گازهای بی‌اثر از لحاظ شیمیایی غیرفعال باشند ــ و گازهای بی‌اثر همگی دارای آرایشهای الکترونی لایه بسته یا معادلهای آنهایند .

هر اتم از فلزات قلیایی گروه ۱ در لایهٔ خارجی خود فقط یک الکترون s دارد . چنین



شکل (۷ــ۶) نمایش حفاظ الکترونی در اتمهای سدیم و آرگون. بر طبق این مدل خام، هر الکترون لایهٔ بیرونی در یک اتم آرگون تحت تأثیر بار هسته‌ای مؤثری می‌باشد که ۸ برابر بزرگتر از بار هسته‌ای اعمال شده بر الکترون لایهٔ بیرونی اتم سدیم است. بنابراین، اتم آرگون از نظر اندازه کوچکتر است و انرژی یونیزاسیون بیشتری دارد. در اتمهای واقعی، توزیع‌های چگالی احتمال الکترون‌های مختلف به طرق پیچیده تداخل می‌کنند و بدین ترتیب مقدار حفاظ را تغییر می‌دهند ولی اثر اصلی هیچ تغییر نمی‌کند.

الکترونی از هسته نسبةً "دور است و توسط الکترونهای داخلی اثر بار مثبت مؤثر بر آن، بجای Ze+ مساوی e+ می‌شود. جدا کردن یک الکترون از چنین اتمی تا اندازه‌ای کار کوچکی است و بنابراین فلزات قلیایی بسهولت یونهای مثبت را تشکیل می‌دهند و ظرفیت ۱+ دارند. شکل (۷ــ۷) نشان می‌دهد که چگونه انرژیهای یونیزاسیون عناصر با عدد اتمی تغییر می‌کنند. هر چه اتم بزرگتر باشد، الکترون لایهٔ خارجی از هسته دورتر و نیرویی که الکترون را به هسته پیوند می‌دهد ضعیفتر است؛ به این علت است که هر چه در یک گروه جدول تناوبی

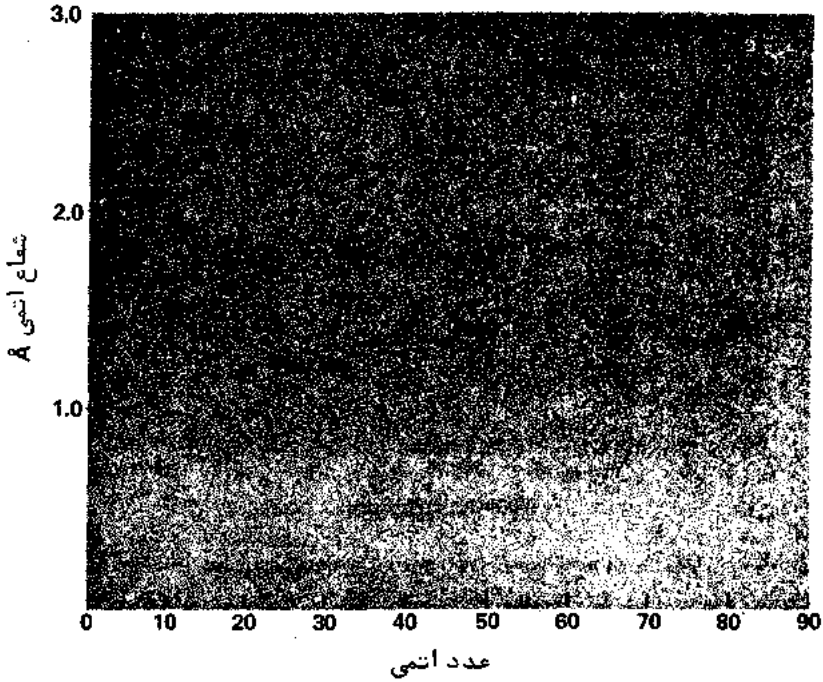


شکل (۷ ــ ۷) تغییر انرژی یونیزاسیون با عدد اتمی

پایین‌تر برویم ، به طور کلی انرژی یونیزاسیون کمتر می‌شود . افزایش در انرژی یونیزاسیون در هر دورهٔ تناوبی از چپ به راست به علت افزایش دربار هسته‌ای است ، در حالی که تعداد الکترونهای حفاظ‌داخلی ثابت می‌ماند . به عنوان مثال ، در ردیف ۲ الکترون لایهٔ خارجی در اتم لیتیوم به وسیلهٔ یک بار مؤثر e+ نگه داشته می‌شود ، در حالی که هر الکترون لایهٔ خارجی در اتمهای برلیوم ، برن ، کربن و غیره به وسیلهٔ بارهای مؤثر ۲e+ ، ۳e+ ، ۴e+ و غیره نگهداشته می‌شود .

در انتهای دیگر گروه ۱ فلزات قلیایی ، یعنی فلزاتی که تمایل به از دست دادن بیشترین الکترونهای لایهٔ خارجی خود را دارند ، اتمهای هالوژن هستند که بارهای هسته‌ای آنها که بطور کامل توسط الکترونها خنثی نمی‌شوند با جذب یک الکترون اضافی تمایل به تکمیل کردن زیر لایه‌های خارجی خود را دارند . از این رو ، اتمهای هالوژن به آسانی یونهای منفی‌را تشکیل می‌دهند و ظرفیت ۱ــ دارند . شباهتهای عناصر گروههای مختلف جدول تناوبی مبتنی بر استدلال فوق است .

هر چند ، اگر دقیقتر صحبت کنیم ، یک اتم از یک نوع مشخص ، نمی‌توان گفت اندازهٔ معینی دارد ، ولی از نظر عملی معمولاً" می‌توان براساس فواصل بین اتمی مشاهده شده در شبکه‌های بلوری فشرده اندازهٔ نسبةً" معینی برای آن قائل شد . شکل ۷ــ۸ نشان می‌دهد چگونه شعاعهای حاصل با عدد اتمی تغییر می‌کنند . حالت تناوبی در این جا به‌همان‌روشنی



شکل (۷ـ۸) شعاعهای اتمی عناصر

حالت تناوبی در انرژی یونیزاسیون است و در حقیقت از نظر حفاظ جزئی از بار کل هسته‌ای توسط الکترونهای داخلی با بار هسته‌ای کامل، منشاء مشابهی دارد: هر چه حفاظ بیشتر باشد، انرژی پیوندی یک الکترون لایهٔ خارجی کمتر است و روی هم رفته فاصلهٔ آن از هسته بیشتر می‌شود. گسترهٔ نسبتاً کم شعاعهای اتمی با توجه به منحنی‌های انرژی پیوندی شکل (۷ـ۵) شگفت‌آور نیست، زیرا در این شکل می‌توانیم ببینیم که برخلاف افزایش بیش از حد در انرژیهای پیوند الکترونهای 1s، با Z، انرژیهای پیوندی خارجی ترین الکترونها (که توزیع های چگالی احتمال آنها مشخص کنندهٔ اندازهٔ اتمی هستند) در گسترهٔ باریکی تغییر می‌کنند. سنگین‌ترین اتمها، با بیش از ۹۰ الکترون، شعاعهایی دارند که فقط سه برابر شعاع اتم ئیدروژن است و حتی اتم سزیم که از نظر اندازه بزرگترین اتم است، شعاع آن ۴/۴ برابر شعاع اتم ئیدروژن است.

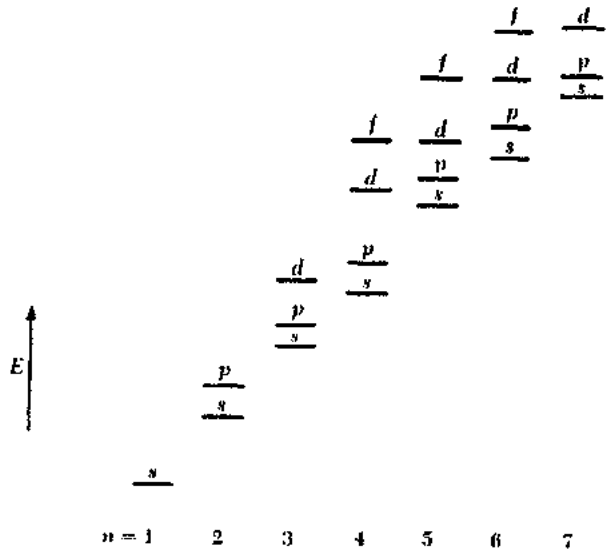
جدول (۷ـ۲) آرایشهای الکترونی عناصر را نشان می‌دهد. همان‌گونه که در بخش قبل بحث شد، در اتمهای پیچیده منشاء عناصر واسطه ظاهراً در پیوند محکمتر الکترونهای s است تا الکترونهای d یا f. اولین عنصری که این اثر را نشان می‌دهد پتاسیم است که

الکترون آخرین لایهٔ خارجی آن به جای این که در زیر حالت ۳d باشد در زیر حالت ۴s است. اختلاف انرژی پیوندی بین الکترونهای ۳d و ۴s خیلی زیاد نیست، این اختلاف را در آرایشهای کرومیوم[1] و مس می‌توان دید. در هر دو این عناصر در برابر محل خالی در زیر لایهٔ ۴s یک الکترون در زیر لایهٔ ۳d حضور دارد. در این مورد نگاهی مجدد به‌شکل (۷ـ۵) سودمند خواهد بود.

ترتیبی که زیر لایه‌های الکترونی تمایل به تکمیل شدن دارند، با اشغال بیشینهٔ هر زیر لایه، به قرار زیر است:

$$1s^2,\ 2s^2,\ 2p^6,\ 3s^2,\ 3p^6,\ 4s^2,\ 3d^{10},\ 4p^6,\ 5s^2,$$
$$4d^{10},\ 5p^6,\ 6s^2,\ 4f^{14},\ 5d^{10},\ 6p^6,\ 7s^2,\ 6d^{10},\ 5f^{14}$$

شکل (۷ـ۹) این توالی را نشان می‌دهد. درک تشابهات قابل ملاحظه در رفتار شیمیایی بین لانتانیدها و آکتنیدها براساس این توالی آسان است. تمامی لانتانیدها آرایشهای یکسان $5s^25p^66s^2$ دارند ولی زیر لایه‌های $4f$ آنها ناقص است. اضافه شدن الکترونهای $4f$ عملاً تأثیری بر خواص شیمیایی عناصر لانتانید که توسط الکترونهای لایهٔ خارجی تعیین می‌شوند، ندارد. به گونه‌ای مشابه، تمامی آکتنیدها آرایشهای $6s^26p^67s^2$ دارند و فقط از نظر تعداد الکترونهای $6d$ و $5f$ با هم متفاوتند.



شکل (۷ـ۹) ترتیب توالی حالتهای کوانتمی در یک اتم. بدون مقیاس

1—Chromium

این بی‌نظمیها در انرژیهای پیوندی الکترونهای اتمی نیز سبب فقدان لایه‌های خارجی کاملا" پر در گازهای بی‌اثر سنگینتر می‌شوند. هلیوم (Z = 2) و نئون (Z = 10) به ترتیب لایه‌های بستهٔ K و L دارند، ولی آرگون (Z = ۱۸)، مانند زیر لایه‌های بستهٔ ۳s و ۳p، در لایهٔ M خود فقط ۸ الکترون دارد. چنان که قبلا" گفته شد، علت تکمیل نشدن زیر لایهٔ ۳d فقط این است که الکترونهای ۴s انرژیهای پیوندی زیادتری از الکترونهای ۳d دارند و بنابراین ابتدا زیر لایهٔ ۴s در پتاسیم و کلسیم تکمیل می‌شود. هم‌چنان که زیر لایهٔ ۳d بترتیب توالی عناصر واسطهٔ سنگینتر پر می‌شود، با وجود این که یک یا دو الکترون ۴s لایهٔ خارجی‌است‌که فعالیت شیمیایی را امکان‌پذیر می‌سازد. وقتی که نوبت به کریپتون (Z = ۳۶) (یک گاز بی‌اثر دیگر) می‌رسد، در این جا بطور مشابه یک لایهٔ خارجی غیر کامل فقط با زیر لایه‌های پر شدهٔ ۴p و ۴s وجود دارد. بعد از کریپتون، ربدیم (Z = ۳۷) قرار دارد که زیر لایه‌های ۴d و ۴f را پشت سر می‌گذارد تا یک الکترون ۵s داشته باشد. گاز بی‌اثر بعدی گزنون (Z = ۵۴) است که زیر لایه‌های ۴d، ۵s و ۵p را پر می‌کند، ولی هنوز زیرلایهٔ ۴f داخلی و زیر لایه‌های ۵d و ۵f خالی است. همین طرح در مورد سایر گازهای بی‌اثر نیز صدق می‌کند.

به طور کلی، تا حد ممکن الکترونها در یک اتم به صورت جفت نشده باقی می‌مانند. یعنی اسپینهای موازی دارند. این اصل را قاعدهٔ هاند[1] می‌نامند. خاصیت فرو مغناطیسی آهن، کبالت و نیکل نتیجه‌ای از قاعدهٔ هاند است: زیر لایه‌های ۳d آنها فقط بطور جزئی اشغال می‌شوند و در این زیر لایه‌ها الکترونها به یکدیگر جفت (اسپینها پاد موازی) نیستند تا اجازه بدهند گشتاورهای مغناطیسی اسپین آنها حذف شوند. به عنوان مثال، در آهن پنج تا از شش الکترون ۳d اسپینهای موازی دارند، به طوری که هر اتم آهن یک گشتاور مغناطیسی برآیند بزرگی دارد.

اصل قاعدهٔ هاند در دفع متقابل الکترونهای اتمی نهفته است. به دلیل این دفع هر چه فاصلهٔ الکترونها در یک اتم بیشتر باشد، انرژی آن اتم کمتر خواهد بود. الکترونها در یک لایه با اسپین یکسان باید مقادیر m_l متفاوتی داشته باشند و از این رو به وسیلهٔ توابع موجی توصیف می‌شوند که توزیعهای فضایی آنها متفاوت است. بنابراین، الکترونهایی که اسپینهای موازی دارند در فضا بیشتر جدا شده هستند تا الکترونهایی که به یکدیگر جفت هستند، و آرایش بعدی که انرژی کمتری دارد، آرایش پایدارتری است.

---

1. Hund

جدول ۷–۲ (بقیه)

	K	L		M			N				O				P			Q
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
53 I	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	5						
54 Xe	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6						
55 Cs	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			1			
56 Ba	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6			2			
57 La	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	6	1		2			
58 Ce	2	2	6	2	6	10	2	6	10	2	2	6			2			
59 Pr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	3	2	6			2			
60 Nd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	4	2	6			2			
61 Pm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	5	2	6			2			
62 Sm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	6	2	6			2			
63 Eu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6			2			
64 Gd	2	2	6	2	6	10	2	6	10	7	2	6	1		2			
65 Tb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	9	2	6			2			
66 Dy	2	2	6	2	6	10	2	6	10	10	2	6			2			
67 Ho	2	2	6	2	6	10	2	6	10	11	2	6			2			
68 Er	2	2	6	2	6	10	2	6	10	12	2	6			2			
69 Tm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	13	2	6			2			
70 Yb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6			2			
71 Lu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	1		2			
72 Hf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	2		2			
73 Ta	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	3		2			
74 W	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	4		2			
75 Re	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	5		2			
76 Os	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	6		2			
77 Ir	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	7		2			
78 Pt	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	9		1			
79 Au	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		1			
80 Hg	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2			
81 Tl	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	1		
82 Pb	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	2		
83 Bi	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	3		
84 Po	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	4		
85 At	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	5		
86 Rn	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		
87 Fr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		1
88 Ra	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6		2
89 Ac	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	1	2
90 Th	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10		2	6	2	2
91 Pa	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	2	2	6	1	2
92 U	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	3	2	6	1	2
93 Np	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	4	2	6	1	2
94 Pu	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	5	2	6	1	2
95 Am	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	6	2	6	1	2
96 Cm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	7	2	6	1	2
97 Bk	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	8	2	6	1	2
98 Cf	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	10	2	6		2
99 E	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	11	2	6		2
100 Fm	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	12	2	6		2
101 Md	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	13	2	6		2
102 No	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6		2
103 Lr	2	2	6	2	6	10	2	6	10	14	2	6	10	14	2	6	1	2

جدول ۷-۲ آرایشهای الکترونی عناصر

	K	L		M			N				O				P			Q
	1s	2s	2p	3s	3p	3d	4s	4p	4d	4f	5s	5p	5d	5f	6s	6p	6d	7s
1 H	1																	
2 He	2																	
3 Li	2	1																
4 Be	2	2																
5 B	2	2	1															
6 C	2	2	2															
7 N	2	2	3															
8 O	2	2	4															
9 F	2	2	5															
10 Ne	2	2	6															
11 Na	2	2	6	1														
12 Mg	2	2	6	2														
13 Al	2	2	6	2	1													
14 Si	2	2	6	2	2													
15 P	2	2	6	2	3													
16 S	2	2	6	2	4													
17 Cl	2	2	6	2	5													
18 Ar	2	2	6	2	6													
19 K	2	2	6	2	6		1											
20 Ca	2	2	6	2	6		2											
21 Sc	2	2	6	2	6	1	2											
22 Ti	2	2	6	2	6	2	2											
23 V	2	2	6	2	6	3	2											
24 Cr	2	2	6	2	6	5	1											
25 Mn	2	2	6	2	6	5	2											
26 Fe	2	2	6	2	6	6	2											
27 Co	2	2	6	2	6	7	2											
28 Ni	2	2	6	2	6	8	2											
29 Cu	2	2	6	2	6	10	1											
30 Zn	2	2	6	2	6	10	2											
31 Ga	2	2	6	2	6	10	2	1										
32 Ge	2	2	6	2	6	10	2	2										
33 As	2	2	6	2	6	10	2	3										
34 Se	2	2	6	2	6	10	2	4										
35 Br	2	2	6	2	6	10	2	5										
36 Kr	2	2	6	2	6	10	2	6										
37 Rb	2	2	6	2	6	10	2	6			1							
38 Sr	2	2	6	2	6	10	2	6			2							
39 Y	2	2	6	2	6	10	2	6	1		2							
40 Zr	2	2	6	2	6	10	2	6	2		2							
41 Nb	2	2	6	2	6	10	2	6	4		1							
42 Mo	2	2	6	2	6	10	2	6	5		1							
43 Tc	2	2	6	2	6	10	2	6	5		2							
44 Ru	2	2	6	2	6	10	2	6	7		1							
45 Rh	2	2	6	2	6	10	2	6	8		1							
46 Pd	2	2	6	2	6	10	2	6	10									
47 Ag	2	2	6	2	6	10	2	6	10		1							
48 Cd	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2							
49 In	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	1						
50 Sn	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	2						
51 Sb	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	3						
52 Te	2	2	6	2	6	10	2	6	10		2	4						

۷.۷ اندازه حرکت زاویه‌ای کل

هر الکترون در یک اتم، یک اندازه حرکت زاویه‌ای مداری معین L و یک اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین معین S دارد که هر دو در اندازه حرکت زاویه‌ای کل J اتم سهیمند.

J مانند تمامی اندازه حرکتهای زاویه‌ای، کوانتیزه می‌شود و مقدار آن برابر است با

$$J = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar \qquad \text{اندازه حرکت زاویه‌ای کل اتمی} \qquad (۱۶-۷)$$

و مؤلفهٔ J_z در جهت z عبارت است از:

$$J_z = M_J\hbar \qquad \text{مؤلفهٔ z اندازه حرکت زاویه‌ای کل اتم} \qquad (۱۷-۷)$$

که در آن J و M_J اعداد کوانتمی هستند که J و J_z تابع آنها هستند. کار بعدی ما مطالعهٔ خواص و اثر آنها بر روی پدیده‌های اتمی است. ما این کار را برحسب مدل برداری نیمه کلاسیکی اتم انجام خواهیم داد که این مدل به جای فراهم کردن یک مشی مکانیک کوانتمی محض، روش مستقیم قابل حصولتری را برای درک ملاحظات اندازه حرکت زاویه‌ای ارائه می‌دهد.

نخست اتمی را در نظر می‌گیریم که اندازه حرکت زاویه‌ای کل آن به وسیلهٔ یک الکترون منفرد فراهم شود. اتمهای عناصر گروه ۱ جدول تناوبی ــ هیدروژن، لیتیوم، سدیم وغیره ــ از این نوع اتم هستند، زیرا این عناصر در خارج از لایه‌های داخلی بسته، الکترونهای منفرد دارند (به استثنای هیدروژن که الکترونهای داخلی ندارد) و اصل انحصار به ما اطمینان می‌دهد که اندازه حرکت زاویه‌ای کل و گشتاور مغناطیسی کل یک لایهٔ بسته صفر است. یونهای He^+، Be^+، Mg^+، B^{2+}، Al^{3+} و غیره نیز در این رده قرار دارند.

بزرگی L اندازه حرکت زاویه‌ای L یک الکترون اتمی، توسط عدد کوانتمی مداری l بر طبق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$L = \sqrt{l(l+1)}\,\hbar \qquad (۱۸-۷)$$

در حالی که مؤلفهٔ L_z از L در امتداد محور z به وسیلهٔ عدد کوانتمی مغناطیسی m_l بر طبق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$L_z = m_l\hbar \qquad (۱۹-۷)$$

به همین ترتیب بزرگی S اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین S، به وسیلهٔ عدد کوانتمی اسپین s (که مقدار منحصر به فرد $+\frac{1}{2}$ را دارد) مطابق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$S = \sqrt{s(s+1)}\,\hbar \qquad (۲۰-۷)$$

در حالی که مؤلفهٔ S_z از S در امتداد محور z، به وسیلهٔ عدد کوانتمی اسپین مغناطیسی m_s مطابق فرمول زیر تعیین می‌شود.

$$S_z = m_s\hbar \qquad (۲۱-۷)$$

چون L و S بردار هستند، برای به دست آوردن اندازه حرکت زاویه‌ای کل J باید آنها را به طور برداری با هم جمع کنیم.

$$J = L + S \qquad (۲۲-۷)$$

مرسوم است که علامتهای j و m را به عنوان اعداد کوانتمی که بترتیب J و J_z را برای یک الکترون منفرد توصیف می‌کنند، به کار بریم.

$$J = \sqrt{j(j+1)}\,\hbar \qquad (۲۳-۷)$$

$$J_z = m_j\hbar \qquad (۲۴-۷)$$

برای به دست آوردن روابط بین اعداد کوانتمی اندازه حرکت زاویه‌ای مختلف، ساده‌ترین راه این است که از مؤلفه‌های z بردارهای J، L و S شروع کنیم. چون J_z، L_z و S_z مقادیر اسکالر هستند،

$$J_z = L_z \pm S_z$$
$$m_j\hbar = m_l\hbar \pm m_s\hbar$$

و

$$m_j = m_l \pm m_s \qquad (۲۵-۷)$$

مقادیر ممکن m_l بین $l+$، صفر و $l-$ قرار می‌گیرد و مقادیر ممکن m_s، $\pm s$ است. عدد کوانتمی l همیشه یک عدد صحیح یا صفر است در حالی که $s = \frac{1}{2}$ است و در نتیجه m باید مضرب فردی از نیم باشد. مقادیر ممکن m_j نیز در مراحل انتگرال بین $j+$، صفر و $j-$ قرار می‌گیرد و بنابر این به ازای هر مقدار از l

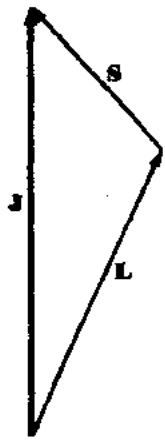
$$j = l \pm s \qquad (۲۶-۷)$$

j مانند m_j همیشه یک مضرب فردی از نیم است.

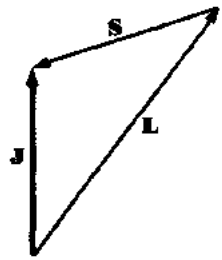
به سبب کوانتمش همزمان J، L و S، این کمیتها می‌توانند فقط سمتگیریهای نسبی مشخصی داشته باشند. این یک نتیجهٔ کلی است؛ در مورد یک اتم تک الکترونی فقط دو جهت نسبی میسر است. یکی از اینها با $j = l + s$ مطابقت دارد چنان که $j > l$ و دیگری با $j = l - s$ مطابق است که در این صورت $j < L$ خواهد بود. شکل (۷-۱۰) این دو جهت را نشان می‌دهد که در آن L و S هنگامی که $l = 1$ باشد، می‌توانند با هم ترکیب شوند و J را تشکیل دهند. بدیهی است که بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین هرگز نمی‌توانند نسبت به یکدیگر یا نسبت به بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل دقیقاً موازی یا پاد موازی باشند.

چنان که در بخش (۷-۲) ملاحظه کردیم، اندازه حرکتهای زاویه‌ای L و S بطور مغناطیسی بر هم اثر می‌کنند و در نتیجه بر یکدیگر گشتاورهایی اعمال می‌کنند. اگر میدان

مغناطیسی خارجی وجود نداشته باشد ، اندازه حرکت زاویه‌ای کل J از نظر بزرگی و جهت ثابت می‌ماند و اثر گشتاورهای داخلی می‌تواند فقط حرکت تقدیمی S و L حول J برآیندشان باشد (شکل ۷–۱۱) . باوجود این همان‌طور که در شکل (۷–۱۲) نشان داده شده است ، اگر یک میدان مغناطیسی خارجی B حضور داشته باشد در این صورت J حول B حرکت تقدیمی دارد ضمن این که L و S به حرکت تقدیمی حول J ادامه می‌دهند . اثر نابهنجار زیمن از حرکت تقدیمی J پیرامون B ناشی می‌شود زیرا سمتگیریهای مختلف J سبب ایجاد انرژیهایی با اختلاف جزئی در حضور B می‌شود .

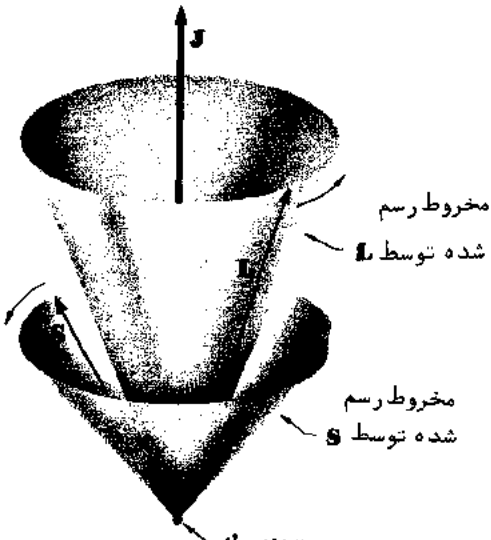


$j=l+s=\frac{3}{2}$



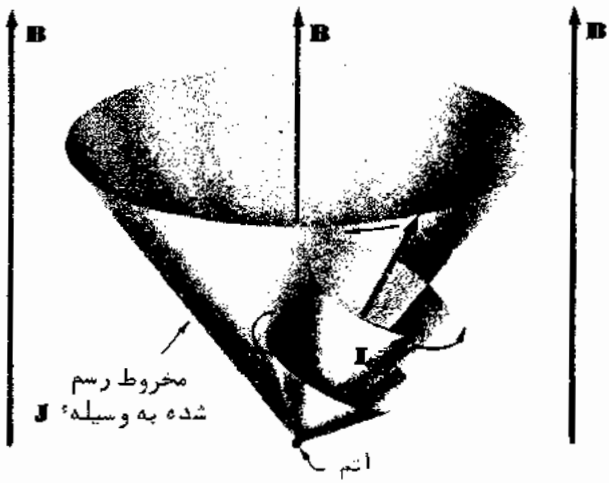
$j=l-s=\frac{1}{2}$

شکل (۷–۱۰) دو روش وجود دارد که هرگاه $l=1$ و $S=\frac{1}{2}$ باشد ، می‌توان s و L را با هم ترکیب کرد تا j تشکیل شود .



شکل (۷–۱۱) بردار اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین s و بردار اندازه حرکت زاویه‌ای مداری L پیرامون J حرکت تقدیمی دارند .

چنان که در فصل ۱۱ خواهیم دید، هسته‌های اتمی نیز اندازه حرکتهای زاویه‌ای و گشتاورهای مغناطیسی ذاتی‌دارند که به اندازه حرکتهای زاویه‌ای کل اتمی و گشتاورهای مغناطیسی کل اتمی کمک می‌کنند. چنین کمک‌هایی اندک است زیرا گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای حدود 10^{-3} برابر بزرگی گشتاورهای الکترونی است و این گشتاورها منجر به ساختار بسیار ریزی از خطوط طیفی با فاصلهٔ واقعی بین مؤلفه‌ها در حدود 10^{-2} Å می‌گردد، در مقایسه با فاصلهٔ واقعی بین مؤلفه‌ها در ساختار ریز که حدود چند آنگستروم است.



شکل ۷ـ۱۲: هنگامی که اتم در یک میدان مغناطیسی خارجی B قرار گیرد، بردار اندازه حرکت زاویه‌ای کل J حول B حرکت تقدیمی دارد.

۸.۷ جفت شدگی *LS*

وقتی بیش‌از یک الکترون در اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین و اندازه حرکت زاویه‌ای مداری برای تشکیل اندازه حرکت زاویه‌ای کل J یک اتم سهیم است، هنوز J مجموع برداری این اندازه حرکتهای زاویه‌ای منفرد است چون الکترونهای درگیر، بر یکدیگر اثر متقابل دارند، روشی که با آن، اندازه حرکتهای منفرد L_i و S_i با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا J را تشکیل دهند، از الگوهای معینی پیروی می‌کند که‌بستگی به شرایط خاصی دارد. الگوی معمول برای همه، به استثنای سنگین‌ترین اتمها، این است که اندازه حرکتهای زاویه‌ای مداری L_i الکترونهای مختلف بطور الکتریکی به صورت یک نتیجهٔ منفرد L با هم جفت می‌شوند و اندازه حرکتهای زاویه‌ای اسپین S_i بطور مستقل به صورت یک نتیجهٔ منفرد دیگر S با هم

جفت می‌گردند؛ علت این رفتار را بعداً در این بخش مورد بحث قرار خواهیم داد. بنابراین، برای تشکیل یک اندازه حرکت زاویه‌ای کل J، اندازه حرکتهای L و S از طریق اثر اسپین ـ مدار بطور مغناطیسی بر یکدیگر اثر می‌گذارند. این طرح را که جفت شدگی LS می‌نامند، می‌توان به صورت زیر خلاصه کرد:

$$L = \Sigma L_i$$
$$S = \Sigma S_i \qquad \text{جفت شدگی } LS \qquad (۲۷-۷)$$
$$J = L + S$$

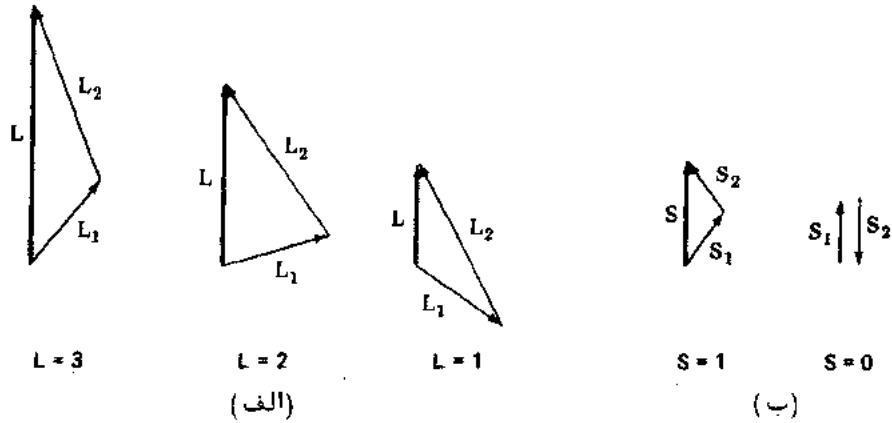
طبق معمول، L، S، J، L_z، S_z و J_z با اعداد کوانتمی مربوطه L، S، J، M_L، M_S و M_J کوانتیزه می‌شوند. از این رو

$$L = \sqrt{L(L+1)}\,\hbar \qquad (۲۸-۷)$$
$$L_z = M_L\hbar \qquad (۲۹-۷)$$
$$S = \sqrt{S(S+1)}\,\hbar \qquad (۳۰-۷)$$
$$S_z = M_S\hbar \qquad (۳۱-۷)$$
$$J = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar \qquad (۳۲-۷)$$
$$J_z = M_J\hbar \qquad (۳۳-۷)$$

L و M_L هر دو همیشه عدد صحیح یا صفر هستند، در حالی که اعداد کوانتمی دیگر اگر تعداد الکترونهای درگیر فرد باشد، مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ خواهند بود، اگر زوج باشد، عدد صحیح یا صفر خواهند بود. وقتی که $S < L$ است، J می‌تواند $2S+1$ مقدار را داشته باشد و وقتی که $L < S$ است، J $2L+1$ مقدار را می‌تواند اختیار کند.

مسأله: مقادیر ممکن عدد کوانتمی اندازه حرکت زاویه‌ای کل J را در جفت شدگی LS دو الکترون اتمی که اعداد کوانتمی مداری‌شان $l_1 = 1$ و $l_2 = 2$ است، پیدا کنید.

حل: چنان که در شکل ۷ـ۱۳ نشان داده شده است، بردارهای L_1 و L_2 را می‌توان به سه طریق با هم ترکیب کرد تا یک بردار منفرد L که بر طبق معادلهٔ ۷ـ۲۸ کوانتیزه می‌شود، تشکیل گردد. مقادیر L می‌تواند ۱، ۲ و ۳ باشد، زیرا تمام مقادیر L از (در این جا=1) $|l_1 - l_2|$ تا $l_1 + l_2$ امکان‌پذیر است. عدد کوانتمی اسپین s همیشه $\frac{1}{2}$ است که برای $S_1 + S_2$ نشان داده شده در شکل (ب) ۷ـ۱۳ دو امکان $S = 0$ و $S = 1$ را فراهم می‌کند. به این نکته توجه داریم که اگر جمع های برداری صفر نباشند، L_1 و L_2 هرگز نمی‌توانند دقیقاً موازی L باشند



شکل (۷–۱۳) وقتی $l_1 = 1$ ، $s_1 = \frac{1}{2}$ و $l_2 = 2$ ، $s_2 = \frac{1}{2}$ باشد ، به سه طریق می‌توان L_1 و L_2 را با هم ترکیب کرد تا L تشکیل شود و به دو طریق می‌توان S_1 و S_2 را با هم ترکیب کرد تا S تشکیل گردد .

و همین‌طور S_1 و S_2 هم نمی‌توانند موازی S باشند، چون J می‌تواند بین $|L - S|$ و $L + S$ هر مقداری را اختیار کند ، دراین جا پنج مقدار ممکن ۴و۳و۲و۱و۰ = J است .

طرح LS وجودش مدیون قدرتهای نسبی نیروهای الکتریکی است که اندازه حرکتهای زاویه‌ای مداری‌منفرد را به صورت یک برآیند L و اندازه حرکتهای زاویه‌ای اسپین منفرد را به صورت یک برآیند S جفت می‌کنند . منشاء این نیروها قابل توجهند . جفت شدگی بین اندازه حرکتهای زاویه‌ای مداری را با مراجعه به شکل (۶–۱۲) ، که چگونگی تغییر چگالی احتمال الکترون $|\psi|^2$ را در فضا برای حالتهای کوانتمی مختلف در اتم ئیدروژن نشان می‌دهد ، می‌توان درک کرد . البته ، الگوهای متناظر برای الکترونهای اتمهای پیچیده‌تر تا حدودی متفاوتند ، ولی بطور کلی این واقعیت باقی است که $|\psi|^2$ دارای تقارن کروی نیست مگر به ازای حالتهای s (در حالت اخیر $l = 0$ ، s است و الکترون هیچ گونه اندازه حرکت زاویه‌ای مداری که به نوعی سهیم باشد ، ندارد) . به علت توزیعهای نامتقارن چگالیهای بار الکترون‌ها ، نیروهای الکتریکی بین الکترونها در یک اتم با سمتگیری نسبی برداری اندازه حرکت زاویه‌ای‌شان تغییر می‌کنند و تنها بعضی سمتگیریهای نسبی پایدارند . این آرایشهای پایدار با یک اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کل که برطبق فرمول $L = \sqrt{L(L+1)}\,\hbar$ کوانتیزه

است ، مطابقت دارند .

جفت شدگی بین L_i هـای مختلف معمولا " چنان است کـه آرایش پایین‌ترین انرژی ، آرایشی است که برای آن L بیشینه است . درک این اثر آسان است به شرط این که دو الکترون را در یک مدار بوهر تصور کنیم . چون الکتـرونـها بطور الکتریکی یکدیگر را دفع می‌کنند ، تمایل دارند در یک جهت به دور هسته بچرخند که این امر سبب می‌شود L بیشینه شود اگر الکترونها در جهتهـای مخالف بچرخند تا سبب کمینه شدن L شود ، الکترونها به دفعات بیشتری از کنار یکدیگر عبور می‌کنند که منجر به انرژی بیشتری برای سیستم می‌شود . به‌زبان کوانتم ــ مکانیکی وقتی L بیشنیه است ، توابع موج الکتـرونهای مختلف حداقل تداخل را دارند .

تجسم منشاء جفت شدگی محکم بین اسپینهای الکترونی مشکل‌تر است ، زیرا صرفا " یک پدیدهٔ مکانیک کوانتمی است که مشابه کلاسیکی ندارد . (باید توجه داشت که برهمکنش مستقیم بین گشتاورهای مغناطیسی ذاتی الکترون بی‌اهمیت است و موجب جفت شدگی بین اندازه حرکتهای زاویه‌ای اسپین الکترون نمی‌شود) . مقصود اصلی این است که تابع موج کامل $\psi(1, 2, \ldots, n)$ یک سیستم با n الکترون برابر است با حاصل ضرب یک تابع موج $u(1, 2, \ldots, n)$ که مختصات الکترونها را توصیف می‌کند در یک تابع اسپین $s(1, 2, \ldots, n)$ که جهتهـای اسپینهای آنها را توصیف می‌کند . همچنان که در بخش (۷ــ۴) دیدیم ، تابع کامل $\psi(1, 2, \ldots, n)$ باید پاد متقارن باشد و این بدان معنی است کـه $u(1, 2, \ldots, n)$ مستقل از $s(1, 2, \ldots, n)$ نیست . بنابراین ، تغییر در سمتگیری نسبی بردارهای اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین الکترون باید با تغییر آرایش الکترونی فضایی اتم همراه باشد که معنی آن تغییر در انرژی پتانسیل الکتریکی اتم است . انتقال از یـک اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین کل S به یک اندازه حرکت متفاوت دیگر ، مستلزم تغییر ساختار اتمی است و بنابراین یک نیروی الکتریکی قوی لازم است . بعلاوه تغییر جهتهای انـدازه حرکتهـای زاویه‌ای اسپین $S_1, S_2, \ldots S_n$ که به یک نیروی مغناطیسی ضعیف نیاز دارد . چنین وضعیتی وقتی قابل توصیف است که گفته شود اندازه حرکتهای اسپین S_i قویا " بطور الکتریکی با هم جفت شده‌اند .

اندازه حرکتهـای زاویه‌ای اسپین S_i همیشه به صورت یک آرایش حالت پایدار ترکیب می‌شوند که در آن S بیشینه است . این یک نمونه از قاعدهٔ هاند است ؛ همان‌طور که قبلا " ذکر شد ، الکتـرونها با اسپینهای موازی مقادیر متفاوت m_s دارند و با توابع موج متفاوتی تعریف می‌شوند که در ضمن می‌رساند که فاصلهٔ متوسط بین الکترونها بیشتر و از این رو انرژی کل کمتر است .

به صورت یک قاعده، L و S با هم ترکیب می‌شوند تا برای الکترونهای زیر لایه‌هایی که کمتر از نصف پر شده‌اند J را کمینه و برای الکترونهای زیر لایه‌هایی که بیش از نصف پر شده‌اند J را بیشینه کنند.

۹.۷ جفت شدگی jj

در اتمهای سبک، نیروهای الکتریکی که L_i را به یک بردار منفرد L و S_i را به بردار منفرد دیگر S جفت می‌کنند از نیروهای اسپین مداری مغناطیسی که L و S را برای تشکیل J در اتمهای سبک جفت می‌کنند، قویترند و این نیروهای قوی‌تر بر این وضعیت حاکمند حتی اگر یک میدان مغناطیسی خارجی متعادلی به کار رود. (بنابراین، در حالت بعدی حرکت تقدیمی J به دور B از حرکت تقدیمی L و S به دور J آهسته‌تر است). لکن، در اتمهای سنگین بار هسته‌ای آن قدر زیاد می‌شود تا برهمکنشهای اسپین مداری ایجاد کند که از نظر بزرگی با برهمکنشهای الکتریکی بین بردارهای L_i و بین بردارهای S_i قابل مقایسه‌اند و طرح جفت شدگی LS با شکست مواجه می‌شود. شکست مشابهی در میدانهای مغناطیسی خارجی قوی (>1 T) روی می‌دهد که اثر پاشن ـ بک[1] را در طیفهای اتمی به وجود می‌آورد. در محدوده شکست جفت شدگی LS، اندازه حرکتهای زاویه‌ای کل J_i الکترونهای منفرد با هم مستقیما جمع می‌شوند تا اندازه حرکت زاویه‌ای J تمام اتم را تشکیل دهند، وضعیتی که به جفت شدگی jj موسوم است، زیرا هر J_i به وسیله یک عدد کوانتمی، همان‌گونه که پیشتر تعریف شد، تعریف می‌شود. از این رو

$$J_i = L_i + S_i \qquad \text{جفت شدگی } jj \qquad (۳۴-۷)$$
$$J = \Sigma J_i$$

در بخش (۶ـ۵) دیدیم که حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای مداری منفرد معمولا" با یک حرف ریز تعریف می‌شوند، که s با $l=0$، p با $l=1$، d با $l=2$ متناظرند. طرح مشابهی که در آن از حروف بزرگ استفاده می‌شود برای تعیین حالت الکترونی کل یک اتم برحسب عدد کوانتمی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری کل L آن اتم به کار می‌رود و به ترتیب زیر است

L =	0	1	2	3	4	5	6...
	S	P	D	F	G	H	I...

عددی که در بالا قبل از حرف نوشته می‌شود (مثلا" ^2P) دال بر تعدد حالتها است که تعداد سمتگیریهای ممکن مختلف L و S را می‌رساند و از این رو تعداد مقادیر ممکن مختلف

1. Paschen–Back

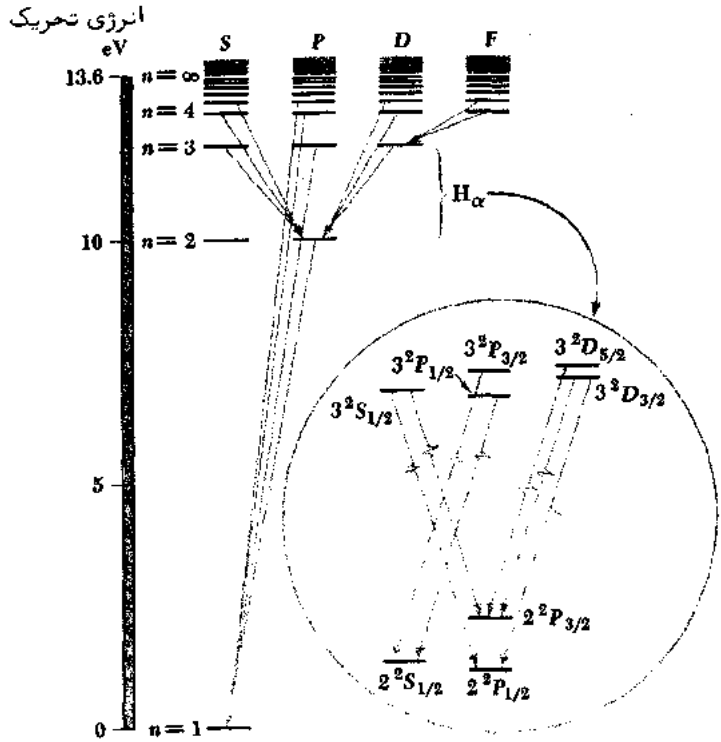
$1/J$ رانشان می‌دهد. درو‌ضعیت عادی که $S < L$ است، تعدد حالتها مساوی $2S + 1$ است، زیرا J از $L + S$، صفر تا $L - S$ تغییر می‌کند. بدین ترتیب وقتی که $S = 0$ است، تعدد حالتها ۱ (حالت یگانه) و $J = L$ می‌شود؛ وقتی که $S = \frac{1}{2}$ است، تعدد حالتها ۲ (حالت دوگانه) و $J = L + \frac{1}{2}$ و $L - \frac{1}{2}$ می‌شود؛ وقتی که $S = 1$ است، تعدد حالتها ۳ (حالت سه‌گانه) و $J = L + 1$ یا L یا $L - 1$ می‌شود و به همین ترتیب در مورد سایر مقادیر s. (در آرایشی که در آن $S > L$ است، تعدد حالتها از رابطهٔ $2L + 1$ داده می‌شود). عدد کوانتمی اندازه حرکت زاویه‌ای کل به صورت زیرنویس بعد از حرف نوشته می‌شود، به طوری که حالت $^2P_{\frac{3}{2}}$ ($^2P_{\frac{3}{2}}$ خوانده می‌شود) به آرایشی الکترونی اشاره می‌کند که در آن $S = \frac{1}{2}$، $L = 1$ و $J = \frac{3}{2}$ می‌شود. به دلایل تاریخی، این نام‌گذاریها را عبارتهای نمادی می‌نامند.

چنانچه اندازه حرکت زاویه‌ای یک اتم از یک الکترون منفرد مدار خارجی ناشی شود، عدد کوانتمی اصلی n این الکترون به صورت یک پیشوند به کار می‌رود: بدین ترتیب حالت پایدار اتم سدیم با $^2S_{\frac{1}{2}}3$ تعریف می‌شود، زیرا آرایش الکترونیش در خارج از لایه‌های $n = 1$ و $n = 2$ پر، الکترونی دارد که $n = 3$ و $l = 0$ و $s = \frac{1}{2}$ (و از این رو $j = \frac{1}{2}$) است. مرسوم است که حالت فوق را به وسیلهٔ $3^2S_{\frac{1}{2}}$ نشان دهیم که ۲ نشان دهندهٔ یک حالت دوگانه است گرچه به علت صفر بودن L، برای J فقط یک امکان منفرد وجود دارد.

۷-۱۰ طیفهای یک الکترونی

اکنون درموقعیتی هستیم که بتوانیم صورتهای اصلی طیفهای عناصر مختلف را درک کنیم. قبل از بررسی چند نمونه ذکر این مطلب لازم است که نکات پیچیدهٔ دیگری وجود دارند که در این جا بررسی نشده‌اند، مثلاً "پیچیدگیهایی که از پدیده‌های نسبیتی و از جفت شدگی بین الکترونها و افت و خیزهای خلاء در میدان الکترو مغناطیسی ناشی می‌شوند (به‌بخش ۶-۱۰ رجوع کنید). این سازه‌های اضافی بعضی از حالتهای انرژی را به زیر حالتهایی با فواصل نزدیک به‌هم تقسیم می‌کند و بنابراین منابع دیگر ساختار ریز خطوط طیفی را نشان می‌دهند.

شکل (۷-۱۴) حالتهای مختلف اتم ئیدروژن را که بر طبق عدد کوانتمی کلشان n و عدد کوانتمی اندازه حرکت زاویه‌ای مداری l طبقه‌بندی شده‌اند، نشان می‌دهد. در این جا قاعدهٔ گزینش برای گذارهای مجاز $\Delta l = \pm 1$ است، که به وسیلهٔ گذارهای نشان داده شده توصیف شده است. برای نشان دادن بعضی از جزئیاتی که در یک نمودار ساده مثل نمودار فوق حذف شده است ساختارها با جزئیات ترازهای $n = 2$ و $n = 3$ تصویر شده‌اند؛ نه تنها تمام زیر حالتها با n یکسان و l مختلف از نظر انرژی از هم فاصله دارند، بلکه همین موضوع



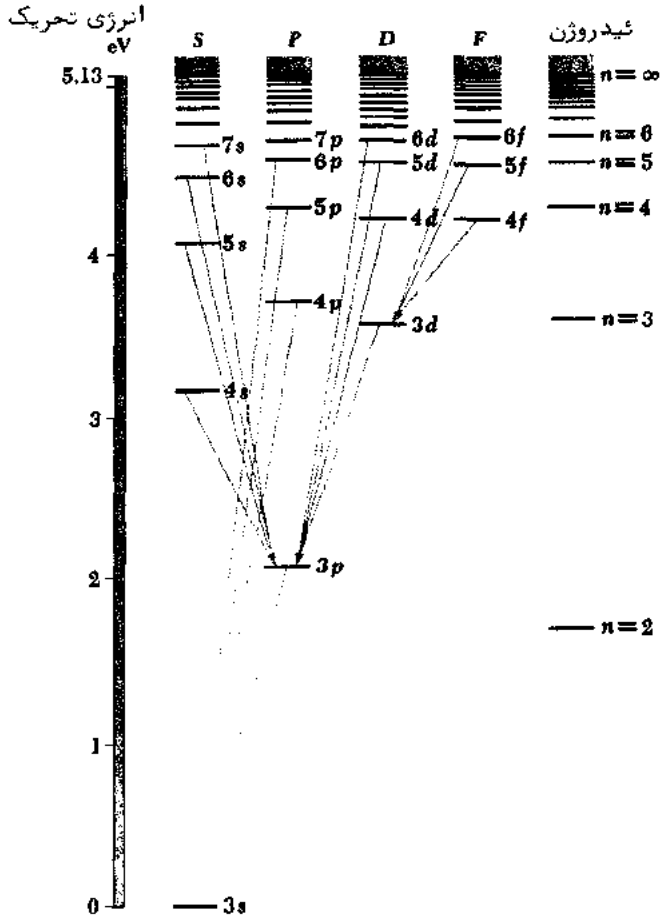
شکل (۷-۱۴) نمودار تراز انرژی برای ئیدروژن منشاء بعضی از خطوط طیفی مشخص تر را نشان می‌دهد. ساختارها با جزئیات ترازهای $n = 2$ و $n = 3$ و گذارهایی که به مؤلفه‌های مختلف خط H_α ختم می‌شوند در داخل دایره رسم شده‌اند.

در مورد حالتهایی که n و آنها یکی است ولی l مختلف دارند، نیز صدق می‌کند. اثر دومی برای حالتهایی با n و l کوچک بیشتر مشخص است و اولین بار در سال ۱۹۴۷ م. در "Lamb shift" مربوط به حالت $2^2S_{\frac{1}{2}}$ نسبت به حالت $2^2P_{\frac{1}{2}}$ به اثبات رسید. جداسازیهای مختلف دست به دست هم می‌دهند تا خط طیفی H_α ($n = 3 \rightarrow n = 2$) را به هفت مؤلفهٔ نزدیک به هم تفکیک کنند.

اتم سدیم یک الکترون 3s منفرد در خارج از لایه‌های داخلی بسته دارد و بنابراین اگر فرض کنیم که ۱۰ الکترونی که در لایه‌های داخلی قرار دارند جلوی 10e+ بار هسته‌ای را سد می‌کنند (که کاملا" صحیح نیست)، درست مانند وضعیتی که در اتم ئیدروژن رخ می‌دهد، یک بار هسته‌ای مؤثر e+ بر الکترون خارجی اثر می‌گذارد. از این رو به عنوان یک تقریب

اول انتظار داریم که ترازهای انرژی سدیم همانند ترازهای انرژی ئیدروژن باشد با این تفاوت که پایین‌ترین تراز به جای $n = 1$، $n = 3$ خواهد بود که علت آن اصل انحصار است. شکل (۷–۱۵) نمودار تراز انرژی برای سدیم است در مقایسه با ترازهای ئیدروژن نشان داده‌شده، درواقع برای حالتهایی با بیشترین مقدار l، یعنی برای حالتهایی که بزرگترین اندازه حرکت زاویه‌ای را دارند، هماهنگی وجود دارد.

برای درک علت اختلافات در مقادیر کوچکتر l، کافی است که فقط به شکل (۶–۱۱)



شکل(۷–۱۵) نمودار تراز انرژی برای سدیم. ترازهای انرژی ئیدروژن برای مقایسه رسم شده‌اند.

مراجعه کنیم تا ببینیم چگونه احتمال‌یافتن الکترون در یک اتم ئیدروژن نسبت به فاصلهٔ آن از هسته تغییر می‌کند. هر چه مقدار l برای یک n مفروض کوچکتر باشد، الکترون گاه بگاه به هسته نزدیکتر می‌شود. اگر چه توابع موج سدیم و توابع موج ئیدروژن یکی نیستند، ولی رفتار کلی آنها شبیه به هم است و بنابراین انتظار داریم که در یک اتم سدیم نفوذ الکترون خارجی به لایهٔ الکترونهای داخلی در حالت s بیشتر باشد، در حالت p کمتر و در حالت d باز هم کمتر و الی آخر. هر چه یک الکترون خارجی حفاظ کمتری از بار هسته‌ای کامل داشته باشد، نیروی متوسط بیشتری بر آن وارد می‌شود و انرژی کل آن کوچکتر (یعنی، منفی‌تر) است. به این دلیل است که حالتهای کوچک l در سدیم نسبت به حالتهای معادل آن در ئیدروژن رو به پایین جابجا می‌شوند، همان طور که در شکل (۷ـ۱۵) نشان داده شده‌است و تفاوتهای مشخصی در انرژی بین حالتهایی با n یکسان ولی l مختلف وجود دارد.

۷ـ۱۱ طیفهای دو الکترونی

یک الکترون منفرد عامل تعیین کنندهٔ ترازهای ئیدروژن و ترازهای انرژی‌سدیم است. لکن، در حالت پایدار هلیوم دو الکترون 1s وجود دارد و مطالعهٔ اثر جفت شدگی LS روی خواص و رفتار اتم هلیوم جالب توجه است. برای انجام این کار، ابتدا به قواعد گزینش برای گذارهای مجاز تحت جفت‌شدگی LS توجه می‌کنیم.

$$\Delta L = 0, \pm 1 \qquad (۷ـ۳۵)$$

قواعد گزینش LS

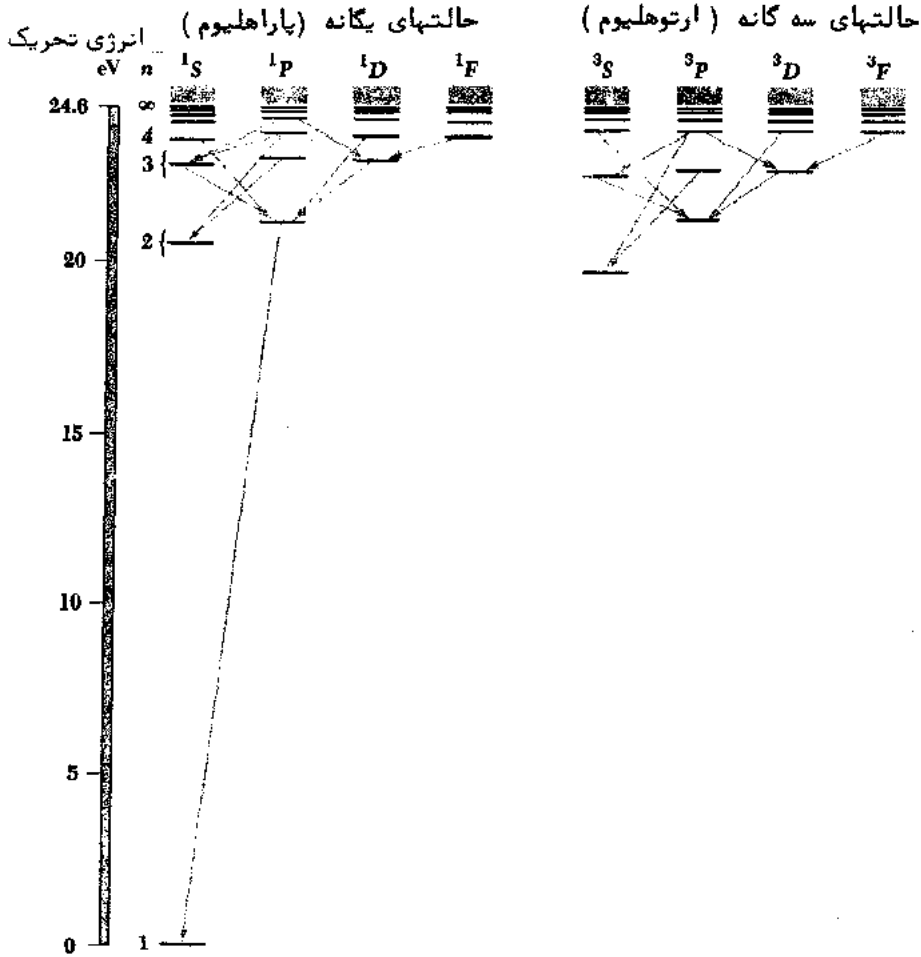
$$\Delta J = 0, \pm 1 \qquad (۷ـ۳۶)$$

$$\Delta S = 0 \qquad (۷ـ۳۷)$$

وقتی که فقط یک الکترون منفرد درگیر باشد، $\Delta L = 0$ ممنوع است و $\Delta L = \Delta J = \pm 1$ تنها صورت ممکن است. به علاوه، وقتی که در حالت اولیه $J = 0$ باشد، J باید تغییر کند، به طوری که $J = 0 \rightarrow J = 0$ ممنوع است.

نمودار تراز انرژی هلیوم در شکل (۷ـ۱۶) نشان داده شده است. ترازهای مختلف آرایشهایی را نشان می‌دهند که در آنها یک الکترون در حالت پایدارش و الکترون دیگر در حالت برانگیخته‌ای است، ولی چون اندازه حرکتهای زاویه‌ای دو الکترون با هم جفت می‌شوند، بهتر است این ترازها را به عنوان صفات مشخصهٔ کل اتم در نظر بگیریم. بین این نمودار و نمودارهای مشابه برای ئیدروژن و سدیم سه اختلاف مشهود است.

نخست آن که، نمودار به حالتهای یگانه و سه گانه تقسیم می‌شود که‌بترتیب حالتهایی هستند که در آنها اسپینهای دو الکترون پادموازی (برای نشان دادن $S = 0$) و موازی (برای نشان دادن $S = 1$) هستند. چون طبق قاعدهٔ گزینش $\Delta S = 0$ گذارهای مجاز بین حالتهای



شکل (۷ـ۱۶) نمودار تراز انرژی برای هلیوم تقسیم به حالتهای یگانه (پاراهلیوم) و سه گانه (ارتوهلیوم) را نشان می‌دهد. حالت 1^3s وجود ندارد، زیرا اصل انحصار مانع بودن دو الکترون با اسپینهای موازی در یک حالت می‌شود.

یگانه و حالتهای سه گانه نمی‌تواند روی دهد و طیف هلیوم از گذارهایی که در مجموعهٔ اول یا در مجموعهٔ دوم صورت می‌گیرد، تولید می‌شود. **اتمهای هلیوم در حالتهای یگانه** (اسپینهای پاد موازی) تشکیل پاراهلیوم و در حالتهای سه گانه (اسپینهای موازی) تشکیل ارتوهلیوم می‌دهند. ممکن است یک اتم ارتوهلیوم در یک برخورد انرژی برانگیختگی از دست دهد و به یک اتم پاراهلیوم تبدیل شود، در حالی که یک اتم پاراهلیوم ممکن است

در یک‌برخورد انرژی برانگیختگی کسب کند و به یک اتم ارتولیوم تبدیل شود؛ بنابراین، هلیوم مایع یا گازی معمولی مخلوطی از این دو هلیوم است. پایین‌ترین حالتهای سه گانه را حالتهای نیمه پایدار می‌نامند، زیرا در غیاب برخورد یک اتم در هر یک از حالتهای نیمه پایدار می‌تواند انرژی برانگیختگی خود را برای مدتی نسبةً طولانی (یک ثانیه یا بیشتر) قبل از تابش نگهدارد.

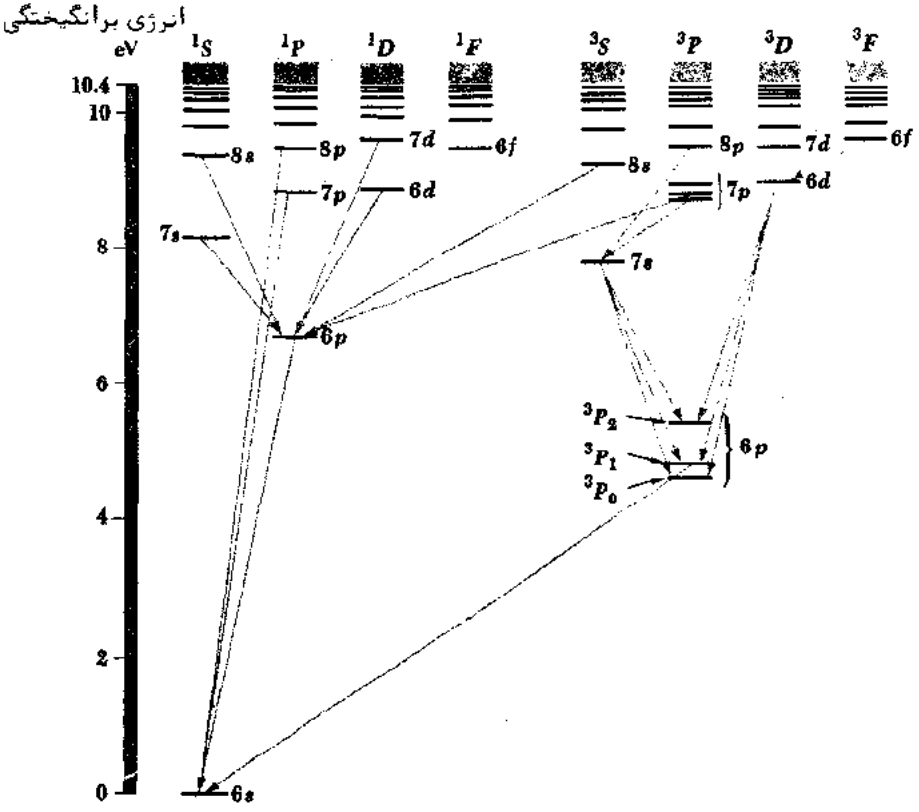
دومین ویژگی آشکار در شکل (۷ـ۱۶) نبودن حالت 1^3S است. پایین‌ترین حالت سه گانه 2^3S است، در صورتی که پایین‌ترین حالت یگانه 1^1S می‌باشد. حالت 1^3S در نتیجهٔ اصل انحصار وجود ندارد، زیرا در این حالت دو الکترون دارای اسپینهای موازی خواهند بود و بنابراین مجموعه‌های یکسان از اعداد کوانتمی خواهند داشت. سوم آن که، اختلاف انرژی بین حالت پایدار و پایین‌ترین حالت برانگیخته نسبةً زیاد است که این اختلاف انرژی پیوند محکم الکترونهای لایهٔ پر را که در آغاز این فصل مورد بحث قرار گرفت، منعکس می‌سازد. انرژی یونیزاسیون هلیوم ــ کاری که برای خارج کردن یک الکترون از یک اتم هلیوم بایدانجام‌شودــ ۲۴/۶ eV است که از همهٔ عناصر بیشتر می‌باشد.

آخرین نمودار تراز انرژی که بررسی می‌کنیم مربوط به جیوه است، که دوالکترون‌درخارج از یک ناحیهٔ داخلی ۷۸ الکترونی در لایه‌ها یا زیر لایه‌های پر دارد (جدول ۷ـ۲). همان‌گونه که در هلیوم تقسیم به حالتهای یگانه و سه‌گانه است، در این جا هم انتظار داریم حالتهای یگانه و سه‌گانه وجود داشته باشد، ولی چون اتم جیوه خیلی سنگین است، ممکن است انتظار شکست در جفت‌شدگی LS اندازه حرکتهای زاویه‌ای را داشته باشیم. همان‌طور که شکل (۷ـ۱۷) نشان می‌دهد، این انتظارات هر دو به تحقق پیوسته‌اند و در طیف جیوه چندین خط برجسته از گذارهایی ناشی می‌شوند که ناقض قاعدهٔ گزینش $\Delta S=0$ هستند، گذار از $3P$ به $1S_0$ یک مثال است که یک خط پر رنگ به طول موج ۲۵۳۷Å درفرا‌بنفش به دست می‌دهد. البته این بدان معنی نیست که احتمال گذار الزاماً خیلی زیاد می‌باشد، زیرا سه حالت $3P_1$ پایین‌ترین حالتها از مجموعهٔ حالتهای سه گانه هستند و بنابراین در گاز جیوهٔ برانگیخته فوق‌العاده فراوان می‌باشند. گذارهای $^3P_0 \to {}^1S_0$ و $^3P_2 \to {}^1S_0$ بترتیب ناقض قواعدی هستند که گذارهایی از $J=0$ به $J=0$ را منع می‌کنند و ΔJ را به صفر یا ± 1 محدود می‌کنند، همچنین این گذارها ناقض $\Delta S=0$ هستند و از این رو بطور قابل ملاحظه‌ای کمتر از گذار $3P_1 \to {}^1S_0$ روی می‌دهند. بنابراین، حالتهای $3P_0$ و $3P_2$ نیمه پایدار هستند و اگر برخوردی در بین نباشد، یک اتم برای مدت نسبةً طولانی می‌تواند در هر یک از آنها دوام بیاورد. برهمکنش اسپین ــ مدار قوی در جیوه به شکست جزئی جفت شدگی LS منجر می‌شودوفاصله زیادبین عناصر حالتهای سه گانه $3P$ نیز به همین علت است.

۱۲.۷ طیفهای پرتو ایکس

درفصل ۲ آموختیم که طیفهای پرتو ایکس هدفهایی که با الکترونهای سریع بمباردمان شده‌اند .قله‌های تیزی را در طول موجهایی که مشخصهٔ مادهٔ هدف است ، ظاهر می‌سازند ، به علاوهٔ یک توزیع پیوسته از طول موجها تا یک طول موج کمینه که این طول موجها با انرژی الکترون نسبت عکس‌دارند (شکل ۲–۸ را ببینید) . طیف پیوستهٔ پرتو ایکس از عکس پدیدهٔ فتوالکتریک نتیجه می‌شود ، یعنی انرژی جنبشی الکترون به انرژی فوتون $h\nu$ تبدیل می‌گردد. از طرف دیگر ، منشاء طیف گسسته از گذارهای الکترونی داخل اتمهایی سرچشمه می‌گیرد که به وسیلهٔ الکترونهای فرودی تحریک شده‌اند .

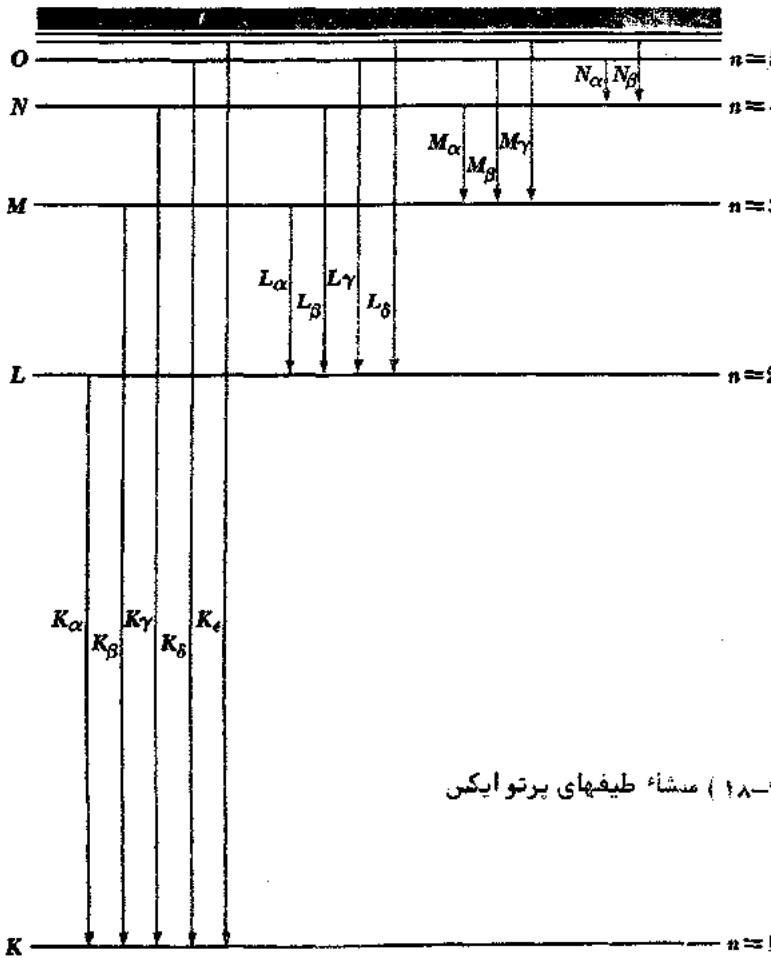
گذارهای مربوط به الکترونهای مدار خارجی یک اتم ، معمولا" فقط چند الکترون ولت انرژی دربرمی‌گیرند و حتی برای آزاد ساختن یک الکترون مدار خارجی حداکثر انرژی مورد



شکل (۷–۱۷) نمودار تراز انرژی برای جیوه . درهرترازانرژی‌برانگیخته ،یک‌الکترون‌مدار خارجی در حالت پایدار است ، و ترازهای نمودار مطابق با حالت الکترون دیگر است .

نیاز ۲۴/۶ eV است (برای هلیوم) . از این رو ، این گذارها با فوتونهایی که طول موجشان در قسمت مرئی طیف الکترومغناطیسی یا نزدیک آن قرار می‌گیرد ، همراهند . مبحث الکترونهای داخلی عناصر سنگین‌تر یک مبحث کاملا" متفاوت است ، زیرا لایه‌های الکترونی حد فاصل این الکترونها و هسته نمی‌توانند اثر هسته را بر روی این الکترونها کاملا" خنثی کنند و در نتیجه خیلی محکم در قید هسته هستند . به عنوان مثال ، در سدیم فقط ۵/۱۳ eV لازم است تا خارجی‌ترین الکترون ۳s رها شود ، در حالی که رقمهای مشابه برای الکترونهای داخلی عبارتند از : ۳۱ eV برای هر الکترون ۲p ، ۶۳ eV برای هر الکترون ۲s و ۱۰۴۱ eV برای هر الکترون ۱s . گذارهای مربوط به الکترونهای داخلی در یک اتم به علت ایجاد فوتونهایی با انرژی زیاد سبب طیفهای گسسته پرتو ایکس می‌شوند .

شکل (۷–۱۸) ترازهای انرژی (بدون مقیاس صحیح) یک اتم سنگین را نشان می‌دهد



شکل (۷–۱۸) منشاء طیفهای پرتو ایکس

که به وسیلهٔ عدد کوانتمی کل طبقه‌بندی شده است؛ اختلاف انرژی بین حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای در داخل یک لایه در مقایسه با اختلاف انرژی بین لایه‌ها اندک‌اند. حال ببینیم وقتی یک الکترون پر انرژی به اتم برخورد می‌کند و یکی از الکترونهای لایهٔ K را از مدار خارج می‌کند، چه روی می‌دهد. (الکترون K می‌توانست به یکی از حالتهای کوانتمی بالاترخالی اتم نیز انتقال یابد، ولی اختلاف بین انرژی مورد نیاز برای‌انجام این کار و انرژی مورد نیاز برای آزاد ساختن کامل الکترون ناچیز است، فقط ۰/۲ درصد درسدیم ودر اتمهای‌سنگین‌تر باز هم کمتر). وقتی یک الکترون از یک لایهٔ خارجی به "حفره‌ای" در لایهٔ K سقوط می‌کند، یک اتم که یک الکترون K از دست داده‌است، بیشترانرژی‌برانگیختگی قابل ملاحظه‌اش را به‌صورت یک فوتون پرتو ایکس‌آزاد می‌کند، چنان که در شکل (۷–۱۸) نشان داده شده است، سری K خطوط در طیف پرتو ایکس یک عنصر شامل طول موجهایی است که در گذارها از ترازهای $L, M, N, \ldots$ به تراز K به وجود می‌آید. به همین ترتیب سری L با طول موج بلندتر وقتی به وجود می‌آید که یک الکترون L از اتم خارج شود، سری M وقتی به وجود می‌آید که یک الکترون M از اتم خارج شود و به همین ترتیب تا آخر. دو قلهٔ تیزدر طیف پرتوایکس مولیبدن در شکل (۲–۸) خطوط K_α و K_β از سری K آن هستند.

به دست آوردن یک رابطهٔ تقریبی بین بسامد خط پرتو ایکس K_α یک عنصر و عدد اتمیش Z آسان است. یک فوتون K_α موقعی گسیل می‌شود که یک الکترون $L\ (n = 2)$ گذاری به یک حالت $K\ (n = 1)$ خالی داشته باشد. الکترون L، یک بار هسته‌ای Ze تجربه می‌کند که به‌یک بار مؤثر $e\,(Z - 1)$ به‌علت‌وجود الکترون K باقیمانده‌کاهش می‌یابد. بدین ترتیب می‌توانیم ضمن استفاده از معادلهٔ (۴–۲۵)، با فرض $n_i = 2, n_f = 1$ و با قرار دادن $(Z-1)^2 e^4$ به جای e^4 بسامد فوتون K_α را پیدا کنیم، که در این صورت خواهیم داشت

$$\nu = \frac{m\,(Z-1)^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3}\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) = \frac{cR\,(Z-1)^2}{4}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \qquad (۷–۳۸)$$

$$= \frac{3cR\,(Z-1)^2}{4}$$

پرتوهای ایکس K_α

که درآن $R = me^4/8\varepsilon_0^2\, ch^3 = 1/097 \times 10^7 \mathrm{m}^{-1}$ مقدار ثابت ریدبرگ است. انرژی یک فوتون پرتوایکس K_α به الکترون ولت برحسب $(Z-1)$ از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$E\,(K_\alpha) = 10.2\ \mathrm{eV} \times (Z-1)^2$$

در سال ۱۹۱۴ – ۱۹۱۳ م. اچ. گ. جی موسلی، فیزیکدان جوان انگلیسی، معادلهٔ (۷–۳۸) را از طریق اندازه‌گیری بسامدهای K_α بسیاری از عناصر با استفاده از روش پراش که در بخش (۲–۵) شرح داده شد، مورد تأیید قرار داد. موسلی علاوه بر این که مدل اتمی

فرموله شده بوهر را مورد تأیید قرار داد، با کار خود راهی را برای اولین بار فراهم کرد که بتوان عدد اتمی Z یک عنصر را بطور آزمایشی تعیین کرد. در نتیجه، توالی درست عناصر در جدول تناوبی میسر شد، زیرا مرتب کردن آنها بر حسب عدد اتمی (که مسأله‌ٔ بااهمیتی‌است) همیشه مانند مرتب کردن آنها بر حسب جرم اتمی نیست (که تا آن موقع روشی بود که به کار برده می‌شد؛ عدد اتمی در اصل فقط عدد یک عنصر در لیست جرمهای اتمی بود) به عنوان مثال، Z=۲۷ برای کبالت و Z=۲۸ برای نیکل است، ولی جرمهای اتمی آنها بترتیب ۵۸/۹۳ و ۵۸/۷۱ است. تا آن موقع به اثبات رسیده بود که نظمی را که جرم اتمی ارائه می‌دهد براساس خواص شیمیایی کبالت و نیکل درک آن مشکل است. به علاوه، موسلی به وجود جاهای خالی در داده‌هایش پی برد که با ۷۵ و ۷۲ و ۶۱ و Z=۴۳ مطابقت داشتند، که خود مؤید آن بود که تا آن موقع عناصر ناشناخته‌ای وجود داشتند که بعداً کشف‌شدند. اولین دو عنصر، تکنتیم و پرومتیوم ایزوتوپهای پایدار ندارند و چند سال بعد برای نخستین بار در آزمایشگاه تولید شدند؛ هافنیوم و رنیوم، دو عنصر آخر، در دهه‌ٔ ۱۹۲۰ م. از هم تفکیک شدند.

یک اتم با یک الکترون داخلی از دست رفته می‌تواند انرژی برانگیختگی را از طریق اثر اوگر[1] بدون گسیل یک فوتون پرتوایکس از دست‌بدهد. در اثر اوگر یک الکترون لایه‌ٔ خارجی همزمان با سقوط یک الکترون‌دیگر لایه‌ٔ خارجی به لایه‌ٔ غیر کامل داخلی، از اتم به خارج پرتاب می‌شود؛ به جای یک فوتون، الکترون پرتاب شده، انرژی برانگیختگی اتم را با خود حمل می‌کند. از یک نظر اثر اوگر یک اثر فوتوالکتریک داخلی را نشان می‌دهد، گر چه‌فوتون هرگز واقعاً در داخل اتم نیست. فرآیند اوگر با گسیل پرتوایکس در اکثر اتمها رقیب است، ولی الکترونهای حاصل معمولاً جذب ماده‌ٔ هدف می‌شوند، در حالی که پرتوهای ایکس بسهولت خارج و نمایان می‌شوند.

مسائل

۱ــ یک باریکه از الکترونها وارد یک میدان مغناطیسی ۱/۲T یکنواختی می‌شود. اختلاف انرژی بین الکترونهایی که اسپینهای آن موازی و پادموازی با میدان هستند، پیدا کنید.

۲ــ چرا اثر بهنجار زیمن فقط در اتمهایی که تعداد الکترونهای آن زوج است، مشاهده می‌شود؟

۳ــ اثر اسپین مدار، گذار $3S \leftarrow 3P$ در سدیم (که سبب تولید نور زرد رنگ بخار سدیم

---

1. Auger

در لامپهای شاهراهها می‌شود) را به دو خط تقسیم می‌کند که یکی با طول موج ۵۸۹۰Å مطابق با گذار $3P\frac{1}{2} \longrightarrow 3S\frac{1}{2}$ و دیگری با طول موج ۵۸۹۶Å مطابق با گذار $3P\frac{1}{2} \rightarrow 3S\frac{1}{2}$ است. از این طول موجها برای محاسبهٔ القاء معناطیسی موءثر تجربه شده توسط الکترون مدار خارجی در اتم سدیم در نتیجهٔ حرکت مداریش استفاده کنید.

۴ـ جفت‌شدگی اسپین مدار تمام حالتها بجز حالتهای s را به دو زیر حالت تقسیم می‌کند. چرا حالتهای s از این قاعده مستثنا هستند؟

۵ـ اگر اتمها می‌توانستند الکترونهایی با اعداد کوانتمی اصلی تا $n=6$ و خود ۶ داشته باشند، چند عنصر می‌توانست وجود داشته باشد؟

۶ـ ثابت کنید که زیر لایه‌های اتمی با ترتیب افزایش $n+l$ پر می‌شوند و در داخل یک گروه با $n+l$ معین با ترتیب افزایش l پر می‌شوند.

۷ـ انرژی یونیزاسیون الکترون خارجی در اتم Li را حساب کنید، بر این اساس که دو الکترون داخلی، ۲e از بار هسته را کاملا" خنثی کنند. نتیجهٔ حاصل را با مقدار مشاهده شدهٔ ۵/۴ eV مقایسه کنید و اختلاف را با ذکر علت توضیح دهید.

۸ـ انرژیهای یونیزاسیون عناصر با اعداد اتمی بین ۲۰ تا ۲۹ خیلی به هم نزدیکند. در حالی که در انرژیهای یونیزاسیون ترتیبات متوالی عناصر دیگر تغییرات قابل ملاحظه‌ای وجود دارد، دلیل این اختلاف چیست؟

۹ـ علت تغییر شعاع اتمی با عدد اتمی نشان داده شده در شکل (۷ـ۸) را با دلیل توضیح دهید.

۱۰ـ یک اتم در خارج از لایه‌های داخلی بسته یک الکترون منفرد دارد. اگر اتم در یک حالت P باشد، اندازه حرکت زاویه‌ای کل J که می‌تواند داشته باشد، چیست؟ در یک حالت D چه اندازه حرکتی‌را می‌تواند داشته باشد؟

۱۱ـ مقادیر S، L و J را که مطابق با هر یک از حالتهای زیر است، پیدا کنید: $^1S_0$، $^3P_2$، $^2D\frac{3}{2}$، $^5F_5$، $^6H\frac{5}{2}$.

۱۲ـ اتم کربن در خارج از یک لایهٔ داخلی بسته دو الکترون ۲s و دو الکترون ۲p دارد. حالت پایدارش $^3P_0$ است. عبارتهای نمادی حالتهای مجاز دیگر، اگر وجود دارند، چه هستند؟ چرا فکر می‌کنید که حالت $^3P_0$ حالت پایدار است؟

۱۳ـ اتم لیتیوم یک الکترون ۲s در خارج از یک لایهٔ داخلی بسته دارد. حالت پایدارش $^2S\frac{1}{2}$ است. عبارتهای نمادی سایر حالتهای مجاز، اگر وجود دارند، چه هستند؟ چرا فکر می‌کنید که حالت $^2S\frac{1}{2}$ حالت پایدار است؟

۱۴ـ اتم منیزیم دو الکترون ۳s در خارج از لایه‌های داخلی بسته دارد. عبارت نمادی

حالت پایدارش را پیدا کنید .

۱۵ــ اتم آلومینیم دو الکترون ۳s و یک الکترون ۳p در خارج از لایه‌های داخلی بسته دارد . عبارتهای نمادی حالت پایدارش را پیداکنید .

۱۶ــ عبارت نمادی حالت پایدار سدیم $3^2S\frac{1}{2}$ است و عبارت اولین حالت برانگیخته‌اش $3^2p\frac{1}{2}$ است . از طریق فهرست کردن اعداد کوانتمی ممکن الکترون خارجی در هر حالت ، نشان دهید که این حالتها بترتیب شامل دو و شش زیر حالت می شوند .

۱۷ــ کدام یک از عناصر زیر را حدس می‌زنید که ترازهای انرژی آنها به حالتهای یگانه و سه گانه تقسیم شوند ؟ Ba , Ag, , Cu , Ca , Cl, Mg Ne;

۱۸ــ گشتاور مغناطیسی μ_J یک اتم که جفت‌شدگی LS در آن صدق می‌کند ، دارای بزرگی زیر است

$$\mu_J = \sqrt{J(J+1)}\, g_J \mu_B$$

که در آن $\mu_B = e\hbar/2m$ ماگنتون بوهر است و

$$g_J = 1 + \frac{J(J+1) - L(L+1) + S(S+1)}{2J(J+1)}$$

سازهٔ g لانده[1] است . (الف) این نتیجه را با کمک قانون کسینوسها به دست آورید ، با این حقیقت که مقادیر متوسط گرفته شده برحسب زمان فقط مؤلفه‌های μ_L و μ_S که موازی J هستند در ایجاد μ_J سهیمند . (ب) اتمی را در نظر بگیرید که از جفت‌شدگی LS در یک میدان مغناطیسی ضعیف B پیروی می‌کند و در این میدان جفت شدگی محفوظ می‌ماند . برای یک مقدار معین J چند زیر حالت وجود دارد ؟ اختلاف انرژی بین زیر حالتهای مختلف چیست ؟

۱۹ــ حالت پایدار کلر $2p\frac{3}{2}$ است . گشتاور مغناطیسیش را پیدا کنید (مسألهٔ قبل را ببینید) . در یک میدان مغناطیسی ضعیف ، حالت پایدار به چند زیر حالت تقسیم می‌شود؟

۲۰ــ نشان دهید که اگر زاویهٔ بین امتدادهای L و S در شکل (۱۰ــ۷) θ باشد ، داریم

$$\cos\theta = \frac{j(j+1) - l(l+1) - s(s+1)}{2\sqrt{l(l+1)s(s+1)}}$$

۲۱ــ چه عنصری یک خط پرتو ایکس K_α با طول موج ۱/۷۸۵ Å دارد ؟ با طول موج ۰/۷۱۲ Å دارد ؟

۲۲ــ انرژی پرتوهای ایکس K_α آلومینیم را برحسب کیلو الکترون ولت (keV) و طول

---

1. Landé

موج آن‌را برحسب آنگستروم (Å) پیدا کنید .

۲۳ــ بار مؤثر تجربه شده به وسیلهٔ یک الکترون M (n = 3) در یک اتم با عدد اتمی Z در حدود $(Z - ۷/۴)e$ است . نشان‌دهیدکه $۵\ cR\,(Z - ۷/۴)^{۲}/۳۶$ بسامد پرتوهای ایکس L_α چنین عنصری را به دست می‌دهد .

۲۴ــ توضیح دهید چرا طیفهای پرتو ایکس عناصر با اعداد اتمی نزدیک به هم از نظر کیفی شبیه به هم هستند ، گر چه ممکن است طیفهای اپتیکی این عناصر بطور قابل توجهی با هم فرق داشته باشند .

۸

فیزیک مولکولها

۸ـ۱ شکل‌گیری مولکولی
۸ـ۲ اشتراک الکترونی
۸ـ۳ یون مولکولی H_2^+
۸ـ۴ مولکول H_2
۸ـ۵ مولکولهای پیچیده
۸ـ۶ ترازهای انرژی چرخشی
۸ـ۷ ترازهای انرژی ارتعاشی
۸ـ۸ طیفهای الکترونی مولکولها

فیزیک مولکولها

چه چیز موجب پیوند اتمهای تشکیل دهندهٔ مولکولها می‌شود؟ این سؤال همان‌گونه که برای یک شیمیدان حائز اهمیت اساسی است، برای یک فیزیکدان هم اهمیتش کمتر از آن نیست، نظریهٔ یک فیزیکدان در مورد اتم هنگامی می‌تواند صحیح باشد که پاسخ قانع کننده‌ای ارائه دهد. قابلیت اعتبار نظریهٔ کوانتمی اتم برای توجیه پیوند شیمیایی، بدون در نظر گرفتن فرضهای خاص، شاهد دیگری است بر اهمیت این نگرش.

۸ـ۱ شکل‌گیری مولکولی

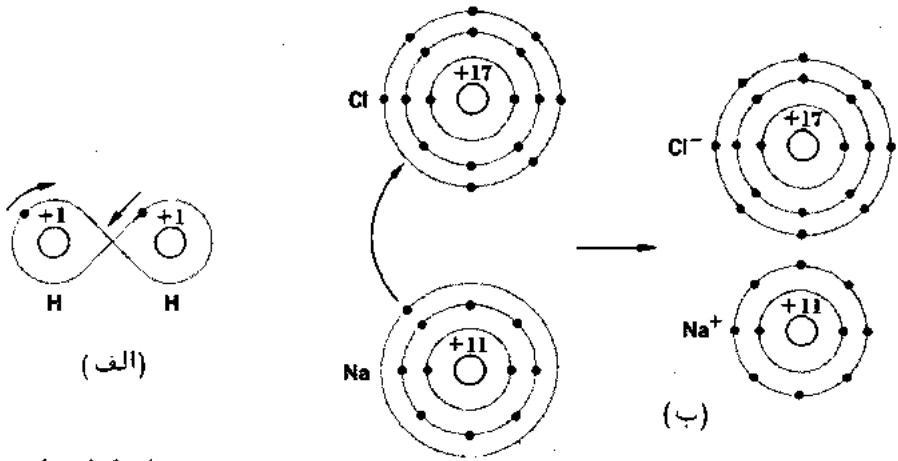
یک مولکول، ترکیب پایداری است از دو یا چند اتم. منظور از "پایدار" این است که انرژی از یک منبع خارجی لازم است تا یک مولکول را به اتمهای تشکیل دهندهٔ آن تجزیه کند: یک مولکول وجود دارد، زیرا انرژی سیستم متصل به هم از انرژی سیستم اتمهای غیر برهمکنشی مجزا کمتر است. اگر اثرات متقابل در میان گروهی از اتمها، انرژی کل آنها را کاهش دهند، یک مولکول می‌تواند شکل بگیرد؛ و اگر اثرات متقابل، انرژی کل اتمها را افزایش دهند، اتمها یکدیگر را دفع می‌کنند.

حال ببینیم وقتی که دو اتم به نزدیک یکدیگر آورده می‌شوند، چه اتفاقی روی می‌دهد. سه حالت نهایی می‌تواند به وقوع بپیوندد:

۱ـ یک پیوند کووالانسی تشکیل می‌شود. یک یا چند زوج الکترون توسط دو اتم به اشتراک گذاشته می‌شوند. چون این الکترونها بین اتمها گردش می‌کنند، وقت بیشتری را بین اتمها صرف می‌کنند تا در جای دیگری، در نتیجه یک نیروی جاذبه تولید می‌کنند. H_2 مولکول ئیدروژن، نمونه‌ای است که الکترونهایش مشترکاً به دو پروتون تعلق دارند [شکل ۸ـ۱ (الف)].

۲ـ یک پیوند یونی تشکیل می‌شود. یک یا چند الکترون از یک اتم ممکن است به اتم دیگر منتقل شود و یونهای مثبت و منفی حاصل بر یکدیگر اثر گذارند. نمونهٔ آن NaCl است که در آن پیوند یونهای Na^+ و Cl^- وجود دارد و نه بین اتمهای Na و Cl [شکل ۸ـ۱ (ب)]

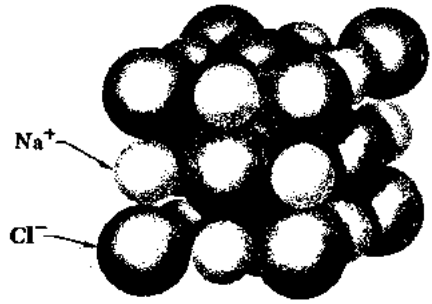
۳ـ هیچ پیوندی تشکیل نمی‌شود. وقتی که ساختارهای الکترونی دو اتم رویهم بیفتند، آنها مشترکاً سیستمی تشکیل می‌دهند و بر طبق اصل انحصار در چنین سیستمی دو الکترون در یک حالت کوانتمی نمی‌تواند وجود داشته باشد. اگر بعضی از الکترونهای برهمکنشی



شکل (۸–۱) (الف) پیوند کووالانس. الکترونهای مشترک بین هسته‌های اصلی‌شان بطور متوسط وقت بیشتری صرف می‌کنند و بنابراین منجر به یک نیروی جاذبه می‌شوند. (ب) پیوند یونی. سدیم و کلر با انتقال الکترونها از اتمهای سدیم به اتمهای کلر بطور شیمیایی با هم ترکیب می‌شوند؛ یونهای منتج بطور الکتریکی یکدیگر را جذب می‌کنند.

بدین طریق به حالتهایی رانده شوند که نسبت به حالتهای الکترونها در هر اتم مجزا از انرژی بیشتری برخوردار است، سیستم ممکن است انرژی بیشتری نسبت به قبل داشته و ناپایدار باشد. برای متصور ساختن این اثر، می‌توان الکترونها را طوری گریزان از یکدیگر درنظرگرفت که تا حد امکان از یکدیگر دوری می‌کنند تا از تشکیل یک سیستم منفرد خودداری کنند که این امر به یک نیروی رانشی بین هسته‌ها منجر می‌شود. (حتی وقتی که اصل انحصار بدون هیچ افزایشی در انرژی برآورده شود یک نیروی رانشی الکتریکی بین الکترونهای مختلف وجود خواهد داشت؛ لکن این سازه‌ای است که نسبت به اصل انحصار در تأثیرگذاری شکل‌گیری پیوندی از اهمیتی خیلی کمتر برخوردار است).

پیوندهای یونی معمولاً منتج به تشکیل مولکولها نمی‌شوند. یک مولکول مجموعه‌ای است از اتمها یا بار الکتریکی خنثی که آن قدر محکم به هم چسبیده‌اند که بتواند به عنوان یک ذره ازنظر تجربی قابل مشاهده باشد. بدین ترتیب، واحدهای منفرد که ئیدروژن گازی را تشکیل می‌دهند، هر یک شامل دو اتم ئیدروژن هستند و حق داریم آنها را به‌عنوان مولکولها درنظر بگیریم. ازطرف دیگر، بلورهای نمک طعام (NaCl) مجموعه‌هایی ازیونهای سدیم وکلرهستند که گرچه بطور یکنواخت درساختار معینی مرتب شده‌اند (شکل ۸–۲) ولی به صورت مولکولهای گسسته که شامل یک یون Na^+ و یک یون Cl^- باشند جفت نمی‌شوند؛ درحقیقت بلورهای نمک طعام می‌توانند کم و بیش به هر اندازه و شکلی باشند. یونهای Na^+ و Cl^- همیشه به تعداد



شکل (۸ـ۲) مدل مقیاس
یک بلور NaCl

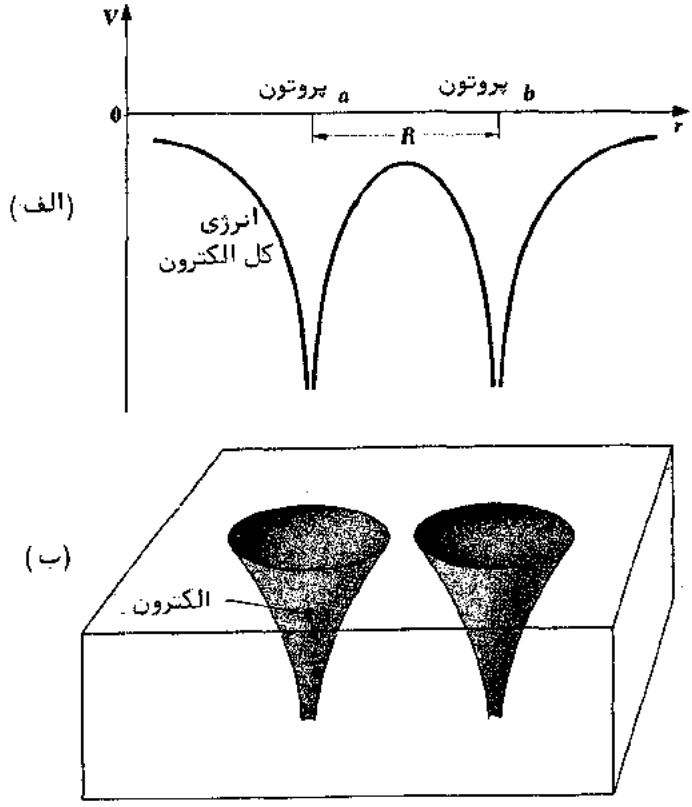
مساوی در نمک طعام وجود دارند، به‌طوری‌که فرمول NaCl به‌گونه‌ای صحیح ترکیبش را نشان می‌دهد. NaCl مذاب نیز شامل یونهای Na^+ و Cl^- است. لکن، این یونها فقط در حالت گازی مولکولها را تشکیل می‌دهند و بلورها را تشکیل نمی‌دهند. پیوند یونی در فصل ۱۰ بیشتر مورد بحث قرار خواهد گرفت.

در H_2، پیوند صرفا" کووالانسی و در NaCl پیوند صرفا" یونی است، ولی در بسیاری از مولکولهای دیگر نوعی پیوند واسطه‌ای صورت می‌گیرد که در آن اتمها به تعداد نامساوی الکترون به اشتراک می‌گذارند. یک نمونهٔ آن مولکول HCl است که در آن اتم Cl الکترونهای مشترک را قویتر از اتم H جذب می‌کند. پیوند یونی را می‌توان به طور مستقل به عنوان یک حد نهایی از پیوند کووالانس تصور کرد.

۸ـ۲ اشتراک الکترونی

ساده‌ترین سیستم مولکولی ممکن H_2^+، یون مولکولی ئیدروژن، است که در آن یک الکترون منفرد دو پروتون را به هم پیوند می‌دهد. قبل از این که پیوند در H_2^+ را به تفصیل بررسی کنیم، بهتر است یک روش عمومی‌را بررسی کنیم که چگونه ممکن است دو پروتون یک الکترون به اشتراک گذارند و چرا چنین اشتراکی باید به یک انرژی کل کمتری و از این رو به یک سیستم پایدار منجر شود.

در بخش ۵ پدیدهٔ نفوذ سد مکانیک ـ کوانتمی بررسی شد: یک ذره می‌تواند از یک جعبه به بیرون نفوذ کند حتی بدون این که انرژی کافی برای عبور از دیواره داشته باشد، زیرا تابع موج جعبه به خارج جعبه گسترش می‌یابد. در صورتی که دیواره بی‌اندازه قوی باشد، تابع موج کاملا" در داخل جعبه قرار می‌گیرد. میدان الکتریکی اطراف یک پروتون در واقع جعبه‌ای است برای یک الکترون و دو پروتون مجاور برابرند با یک زوج جعبه با یک دیواره بین آنها (شکل ۸ـ۳). درفیزیک کلاسیک هیچ مکانیسمی وجود ندارد که از طریق آن الکترون در یک اتم ئیدروژن بتواند بخودی خود به یک پروتون مجاور دورتر از پروتون مادر، انتقال یابد. لکن، در فیزیک کوانتمی چنین مکانیسمی واقعا" وجود دارد. این احتمال وجود



شکل (۸–۳) (الف) انرژی پتانسیل یک الکترون در میدان الکتریکی دو پروتون مجاور. انرژی کل حالت پایدار یک الکترون در اتم ئیدروژن نشان داده شده است. (ب) دو پروتون مجاور از نظر کوانتم مکانیکی مطابق است با یک جفت جعبه‌ای که به وسیلهٔ یک سد از هم جدا شده‌اند.

دارد که یک الکترون محبوس در یک جعبه از دیواره تونل بزند و وارد جعبهٔ دیگر شود ووقتی که در آن جا قرار گرفت برای تونل زدن و برگشت الکترون همان احتمال وجود دارد. این وضعیت را به این طریق می‌توان بیان کرد که پروتونها الکترون به اشتراک می‌گذارند.

مطمئنا"، این احتمال که یک الکترون از ناحیهٔ انرژی پتانسیل زیاد "دیوارهٔ" بین دو پروتون بگذرد قویا" به این بستگی دارد که پروتونها چقدر از هم فاصله دارند. اگر فاصلهٔ پروتون – پروتون $1\,\mathring{A}$ باشد، می‌توان تصور کرد که الکترون حدودا" در هر 10^{-15} ثانیه از یک پروتون به پروتون دیگر می‌رود، که این مبین آن است که می‌توانیم بطور معقول الکترون

را در هر پروتون مشترک بدانیم . لکن ، اگر فاصلهٔ پروتون از پروتون $10\,\mathring{A}$ باشد ، الکترون بطور متوسط در هر ثانیه فقط یک بار از یک پروتون به پروتون دیگر تغییر مکان می‌دهد که عملاً" در یک مقیاس اتمی زمان نامحدودی است . چون شعاع مؤثر تابع موج 1s در ئیدروژن $0/52\,\mathring{A}$ است ، نتیجه می‌گیریم که اشتراک الکترونی فقط بین اتمهایی می‌تواند بوقوع بپیوندد که توابع موج آنها به طور قابل ملاحظه روی هم قرار می‌گیرند .

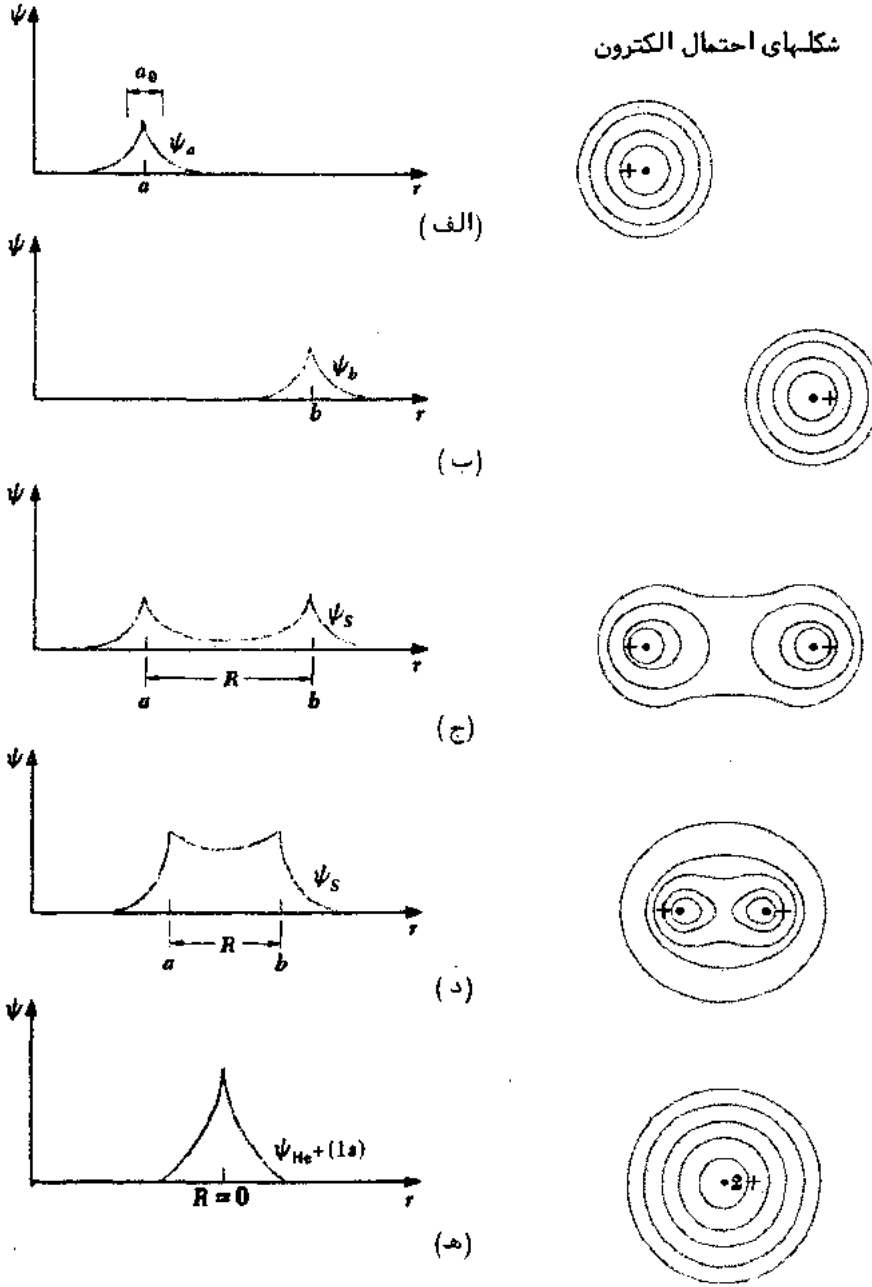
به فرض آن که دو پروتون بتوانند یک الکترون مشترک داشته باشند ، برهان ساده‌ای وجود دارد که نشان می‌دهد چرا انرژی چنین سیستمی می‌تواند از انرژی یک اتم ئیدروژن و پروتون مجزا کمتر باشد . بر طبق اصل عدم قطعیت ، هر چه ناحیه‌ای که ذره در آن محدود می‌شود ، کوچکتر باشد ، اندازه حرکتش و از این رو انرژی جنبشیش باید بیشتر باشد . یک الکترون مشترک در دو پروتون از الکترونی که به یک پروتون واحد متعلق است محدودیت کمتری دارد ، یعنی دارای انرژی جنبشی کمتری است . بنابراین ، انرژی کل الکترون در H_2^+ از انرژی کل الکترون در $H^+ + H$ کمتر است و در صورتی که بزرگی نیروی رانشی پروتون — پروتون در H_2^+ بیش از حد بزرگ نباشد ، H_2^+ بایستی پایدار باشد .

۸ــ۳ یون مولکولی H_2^+

آنچه می‌خواهیم بدانیم تابع موج ψ الکترون در H_2^+ است ، زیرا می‌توانیم انرژی سیستم را به صورت تابعی از فاصلهٔ R پروتونها از یکدیگر ، محاسبه کنیم . اگر $E(R)$ کمینه باشد ، پی خواهیم برد که یک پیوند می‌تواند وجود داشته باشد و همچنین می‌توانیم انرژی پیوندی و فاصله در وضعیت تعادل پروتونها را تعیین کنیم .

به جای حل معادلهٔ شرودینگر برای ψ که یک روش مفصل و پیچیده‌ای است ، از یک روش شهودی استفاده خواهیم کرد . بهتر است کار را با پیش‌بینی این که ψ چیست ، آغاز کنیم . در صورتی که R ، فاصله بین پروتونها ، در قیاس با a_0 ، شعاع کوچکترین مدار بوهر در اتم ئیدروژن ، بزرگ باشد . در این صورت ، ψ نزدیک به هر پروتون باید دقیقاً" شبیه تابع موج 1s اتم ئیدروژن باشد ، همان‌گونه که در شکل (۸ــ۴) تصویر شده است ، تابع موج 1s اطراف پروتون a ، ψ_a و تابع موج اطراف پروتون b ، ψ_b نامیده می‌شوند .

ما همچنین می‌دانیم وقتی که R صفر است ψ چطور به نظر می‌رسد ، یعنی ، هنگامی که پروتون‌ها تصور می‌شود که به یکدیگر جوش خورده‌اند . در این جا موقعیت مانند موقعیت یون He^+ است زیرا الکترون اکنون در حضور یک هستهٔ واحد است که بارش $+2e$ است . همان‌گونه که در شکل ۸ــ۴ (هـ) نشان داده شده است ، تابع موج 1s ، He^+ دارای همان شکلی است که تابع موج H دارد فقط با یک دامنهٔ بزرگتر در مبداء . وقتی که R با a_0 قابل مقایسه باشد ، بدیهی



شکل(۸ـ۴) ترکیب دو تابع موج اتم ئیدروژن برای تشکیل تابع موج H_2 متقارن ψ_s .

است که ψ چیزی مانند تابع موج‌رسم شده درشکل ۸ــ۴ (د) خواهدبود . احتمال زیادی‌می‌رود که الکترون در ناحیهٔ بین پروتونها پیدا شود که ما از آن به عنوان اشتراک الکترون توسط پروتونها صحبت کرده‌ایم . بدین ترتیب بطور متوسط یک افزونی بارمنفی بین پروتونهاوجود دارد و این افزونی بار سبب جذب آنها به یکدیگر می‌شود . معذالک مجبوریم ثابت کنیم آیا مقدار این نیروی جاذبه برای غلبه بر نیروی رانش متقابل پروتونها کافی است .

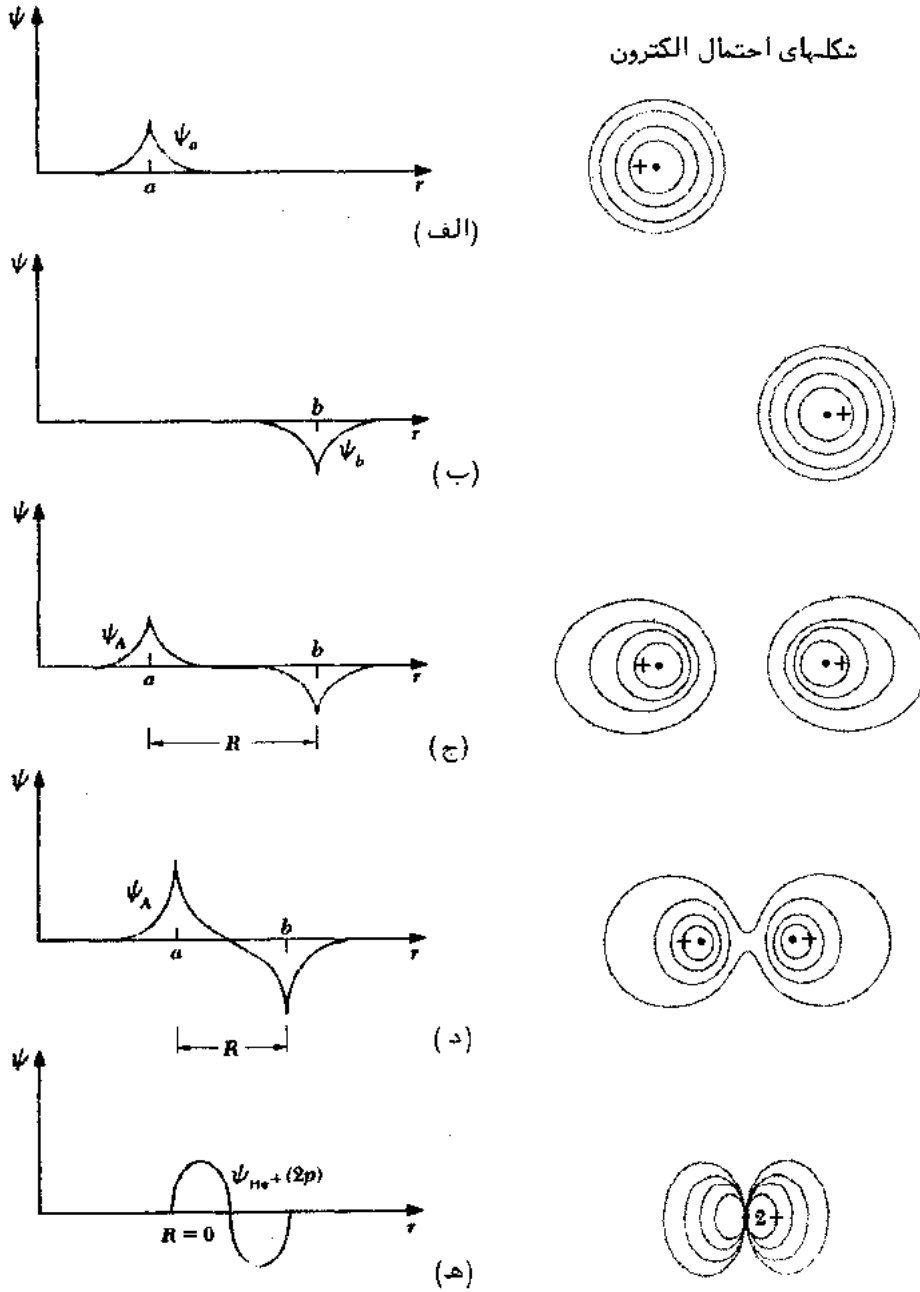
ترکیب ψ_a و ψ_b در شکل (۸ــ۴) متقارن است ، زیرا عوض کردن a و b بر ψ اثر نمی‌گذارد (بخش ۷ــ۴ را ببینید) . لکن ، این احتمال نیز هست که ما می‌توانستیم یک ترکیب پاد متقارنی از ψ_a و ψ_b داشته باشیم ، همان‌گونه که در شکل ۸ــ۵ مشاهده می‌شود . در این جا یک گره بین a و b جایی که $\psi=0$ است ، وجود دارد ، که مبین صفر بودن احتمال یافتن الکترون بین پروتونها است . اکنون بطور متوسط نقصانی از بار منفی بین پروتونها وجود دارد ودر نتیجه یک نیروی‌رانشی ایجاد می‌شود . با اثر نیروهای رانشی به تنهایی ، پیوند نمی‌تواند به وقوع بپیوندد .

سؤال جالبی به رفتار تابع موج H_2^+ پاد متقارن ψ_A مربوط می‌شودوقتی‌که $R \to 0$. محققاً" هنگامی که $R=0$ باشد ، ψ_A تابع موج 1s در He^+ نمی‌شود . لکن ، ψ_A به‌تابع موج 2p در He^+ [شکل ۸ــ۵ (هـ)] که در مبدا" یک گره دارد ، نزدیک می‌شود. چون حالت 2p در He^+ یک حالت برانگیخته است ، در حالی که حالت 1s حالت‌پایدار است He^+ در حالت پاد متقارن بایستی دارای انرژی بیشتری نسبت به حالت متقارن باشد ، که این امر با استنباط ما از شکلهای توابع موجی ψ_A و ψ_S که در حالت اول یک‌نیروی‌رانشی ودرحالت دوم یک نیروی جاذبه است سازگار می‌باشد .

سلسله استدلالی نظیر استدلال قبل ما را قادر می‌سازد که چگونگی تغییر انرژی کل سیستم H_2^+ با R را ارزیابی کنیم . نخست حالت متقارن را بررسی می‌کنیم . وقتی که R بزرگ باشد ، انرژی الکترون E_S باید مساوی $-13/6\,eV$ انرژی اتم ئیدروژن باشد ، در حالی که انرژی پتانسیل الکتریکی V_p پروتونها هنگامی که R به سمت ∞ میل کند صفر می‌شود .

$$V_p = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad (۱ــ۸)$$

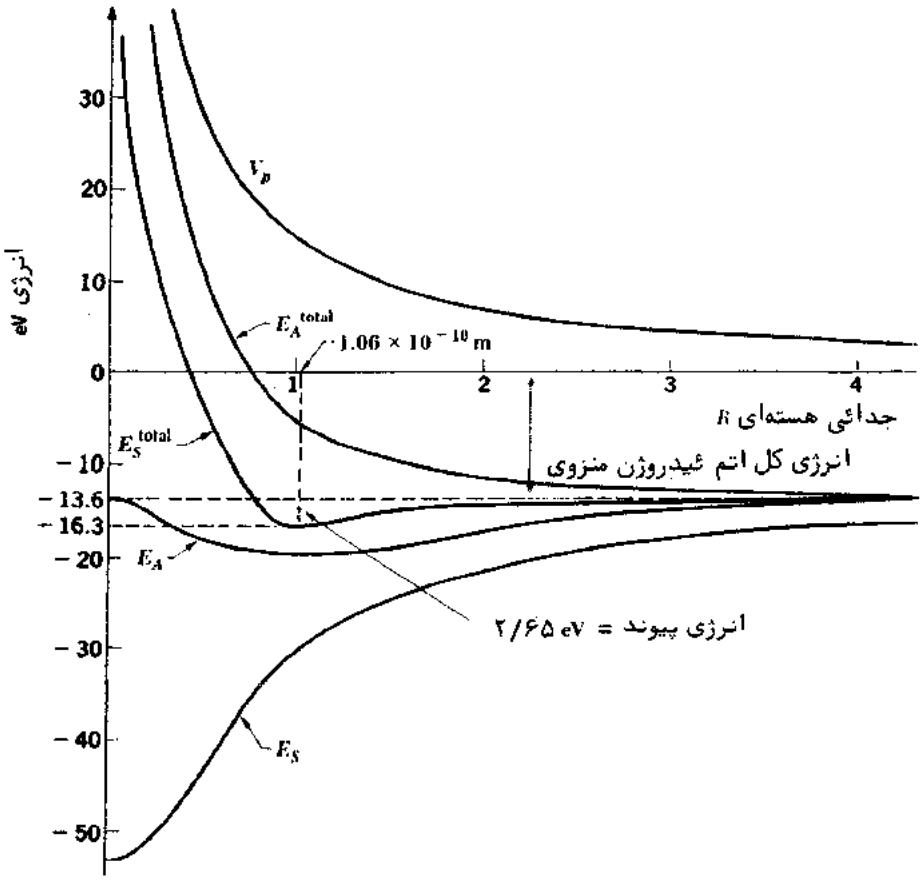
(V_p یک کمیت مثبت ، مطابق با یک نیروی رانشی است)وقتی‌که $R=0$ است ، انرژی الکترون باید مساوی انرژی یون He^+ باشد ، که Z^2 یا ۴ برابر انرژی اتم H است . (مسألهٔ ۲۹ فصل ۴ را ببینید ؛ همان نتیجه از نظریهٔ کوانتمی اتمهای یک الکترونی حاصل می‌شود) . از این رو ، وقتی‌که $R=0$ باشد ، $E_S = -54/4\,eV$ است . همچنین هنگامی که $R \to 0$ میل کند مانند $1/R$ ، $V_p \to \infty$ میل می‌کند . E_S و V_p هر دو به صورت توابعی از R درشکل (۸ــ۶) نشان داده شده‌اند ؛



شکل (۸ـ۵) ترکیب دو تابع موج ۱s اتم ئیدروژن برای تشکیل تابع موج H_2 پاد متقارن ψ_a

شکل منحنی برای E_S می‌تواند بدون یک محاسبهٔ دقیق تقریب گرفته شود ، ولی مقدار آن را حتما" به ازای هر دو مقدار $R=0$ و $R=\infty$ داریم و البته V_p از معادلهٔ (۸–۱) پیروی می‌کند .

انـــرژی کـــل E_S سیستم عبارت است از مجموع انرژی الکترون E_S و انرژی پتانسیل V_p پروتونها . ظاهرا" کل E_S دارای کمینه‌ای است که مطابق با یک حالت مولکولی پایدار است. این نتیجه توسط داده‌های تجربی در مورد H_2^+ که یک انرژی پیوند با ۲/۶۵ eV و یک جدایی در وضعیت تعادل R با ۱/۰۶ Å را نشان می‌دهد ، تأیید می‌شود . "انرژی پیوندی" یعنی



شکل (۸–۶) نیروی رانشی الکترون ، نیروی رانشی پروتون و انـرژیهای کل در H_2^+ بـه صورت تابعی از جدایی هسته‌ای R برای حالتهای متقارن و پادمتقارن . حالت پاد متقارن هیچ کمینه‌ای در انرژی کل ندارد .

انرژی لازم برای تجزیهٔ H_2^+ به $H + H^+$؛ انرژی کل H_2^+ عبارت است از $-13/6\,eV$ از انرژی اتم به علاوهٔ $-2/65\,eV$ انرژی پیوندی، یا کلا $-16/3\,eV$. در حالت پاد متقارن، تجزیه به همان طریق صورت می‌گیرد با این تفاوت که هرگاه $R = 0$ باشد، انرژی الکترون E_A همان انرژی حالت $2p$ در He^+ است. این انرژی متناسب است با Z^2/n^2؛ از این رو، با $Z = 2$ و $n = 2$ این انرژی دقیقا "با $13/6\,eV$ انرژی حالت پایدار اتم هیدروژن برابر است، چون $E_A \longrightarrow 13/6\,eV$ وقتی که $R \to \infty$ میل می‌کند، ممکن است فکر کنیم که انرژی الکترون ثابت است ولی در حقیقت گودیهای کوچکی در فواصل بینابین وجود دارد. لکن، همان‌طور که در شکل (۸-۶) نشان داده شده است، این گودیها تقریبا" کافی نیست تا در منحنی انرژی کل برای حالت پاد متقارن کمینه‌ای بدهد و بنابراین در این حالت هیچ پیوندی شکل نمی‌گیرد.

۸-۴ مولکول H_2

مولکول H_2 به جای داشتن یک الکترون واحد مثل H_2^+، دو الکترون دارد. بر طبق اصل انحصار هر دو الکترون می‌توانند در یک اربیتال مشترک باشند (یعنی، به وسیلهٔ تابع موج یکسان ψ_{atm_i} توصیف شوند) مشروط بر این که اسپینهای آنها پاد موازی باشند. در صورتی که دو الکترون در پیوند شرکت داشته‌باشند، H_2 بایستی از H_2^+ پایدارتر باشد ــ در نظر اول، پایداری H_2 با داشتن یک انرژی پیوندی $5/3\,eV$ در قیاس با H_2^+ با انرژی پیوندی $2/65\,eV$ دو برابر است. لکن، به واسطهٔ نیروی رانشی الکتریکی بین دو الکترون در H_2، نیرویی که در مورد H_2^+ وجود ندارد، اربیتال‌های H_2 کاملا" همانند اربیتال‌های H_2^+ نیستند. نیروی رانشی اخیر پیوند در H_2 را ضعیف می‌کند، به طوری که انرژی پیوندی حقیقی به جای این که $5/3\,eV$ باشد، $4/5\,eV$ است. به همین دلیل طول پیوند در H_2، $0/74\,Å$ است، که از آنچه که کاربرد توابع موج H_2^+ محدود نشده نشان می‌دهد قدری بزرگتر است. محاسبهٔ کلی در مورد H_2^+ که نشان می‌دهد تابع موج متقارن ψ_S به یک حالت مقید و تابع موج پاد متقارن ψ_A به یک حالت نامقید منجر می‌شود، برای H_2 نیز معتبر است.

دربخش (۷-۴) اصل انحصار برحسب متقارنی و پاد متقارنی توابع موج فرمول بندی شد و این نتیجه به دست آمد که سیستمهای الکترونها همیشه با توابع موج پاد متقارن تعریف می‌شوند (یعنی، با توابع موجی که برحسب تعویض هر زوج از الکترونها تغییر علامت می‌دهند). لکن، همان‌گونه که بیان شد حالت مقید در H_2 مربوط به دو الکترون است که هر دو به وسیلهٔ یک تابع موج متقارن ψ_S توصیف می‌شوند که به نظر می‌رسد با نتیجهٔ بالا مغایر است.

نظری دقیقتر نشان می‌دهد که در این جا واقعا" هیچ تناقضی وجود ندارد. تابع موج

کامل $\Psi(2 \text{ و } 1)$ یک سیستم با دو الکترون عبارت است از حاصل ضرب یک تابع موج فضایی $\psi(2 \text{ و } 1)$ که مختصات الکترونها را توصیف می‌کند در یک تابع اسپین $s(2 \text{ و } 1)$ که سمتگیری اسپینهای آنها را توصیف می‌کند. لازمهٔ اصل انحصار این است که تابع موج کامل

$$\Psi(1, 2) = \psi(1, 2)s(1, 2)$$

نسبت به تعویض مختصات و اسپینها هر دو، پاد متقارن باشد، نه نسبت به $\psi(2 \text{ و } 1)$ به تنهایی. یک تابع موج کامل پاد متقارن Ψ_A را می‌توان از ترکیب یک تابع موج مختصاتی متقارن ψ_S و یک تابع اسپین پاد متقارن s_A یا از ترکیب یک تابع موج مختصاتی پاد متقارن ψ_A و یک تابع اسپین متقارن s_S به دست آورد. یعنی فقط

$$\Psi = \psi_S s_A$$

و

$$\Psi = \psi_A s_S$$

قابل قبولند.

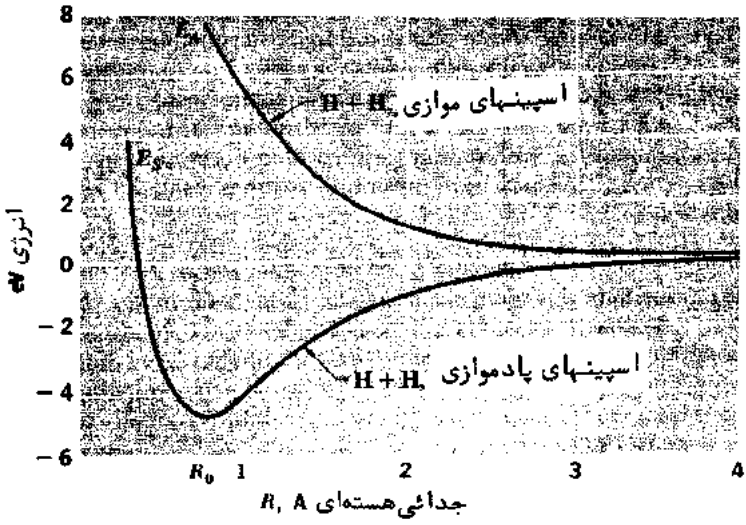
اگر اسپینهای دو الکترون موازی باشند، تابع اسپین آنها متقارن است زیرا وقتی که الکترونها تعویض می‌شوند، تابع اسپین تغییر علامت نمی‌دهد. از این رو، تابع موج مختصاتی ψ برای دو الکترون که اسپینهای آنها موازیند باید پاد متقارن باشد؛ این را به‌طریق زیر می‌توان نوشت

$$\psi\uparrow\uparrow = \psi_A$$

از طرف دیگر، اگر اسپینهای دو الکترون پاد موازی باشند، تابع اسپین آنها پاد متقارن است، زیرا وقتی که الکترونها تعویض می‌شوند، تابع اسپین تغییر علامت نمی‌دهد. از این رو، تابع موج مختصاتی ψ برای دو الکترون که اسپینهای آنها پاد موازیند، باید متقارن باشد و این را به طریق زیر می‌توان نوشت.

$$\psi\uparrow\downarrow = \psi_S$$

معادلهٔ شرودینگر برای مولکول H_2 هیچ حل دقیقی ندارد. در حقیقت، فقط برای H_2^+ یک حل دقیق امکان‌پذیر است و تمام سیستمهای مولکولی دیگر را باید بطور تقریب مورد بررسی قرار داد. نتایج حاصل از یک تحلیل مفصل از مولکول H_2 در شکل (۸-۷)، برای وضعیتی که الکترونها دارای اسپینهای موازی و برای وضعیتی که الکترونها دارای اسپینهای پاد موازیند، نشان داده شده است. اختلاف بین دو منحنی به علت اصل انحصار است که مانع می‌شود دو الکترون در حالت کوانتمی یکسان در یک سیستم اسپین یکسان داشته باشند و بنابراین هنگامی که اسپینها موازی باشند این امر به یک نیروی رانشی نافذ منجر می‌شود.



شکل (۸–۷) تغییر انرژی سیستم H + H برحسب فاصلهٔ جدایی آنها هنگامی که اسپینهای الکترون موازی و پاد موازی هستند .

۸–۵ مولکولهای پیچیده

پیوند کووالانسی در مولکولهای دو اتمی ، بجز H_2 ، و نیز چند اتمی ، معمولا" مطلب پیچیده‌تری است . این پیچیدگی هنوز به قوت خود باقی است با این حقیقت که هر تغییری در ساختار الکتریکی یک اتم به واسطهٔ نزدیکی آن به اتم دیگر به الکترون خارجی‌ترین لایه (یا ظرفیت) آن اتم محدود می‌شود . در این مورد دو دلیل وجود دارد . اولا" ، الکترونهای داخلی بسیار محکمتر به هم پیوسته‌اند و در نتیجه نسبت به تأثیرات خارجی تأثیرپذیری کمتری دارند ، تا حدی به این دلیل که به هستهٔ مادر نزدیکترند و تا حدی به این دلیل که از بار هسته‌ای توسط الکترونهای میانی کمتری محافظت می‌شوند . ثانیا" ، نیروهای رانشی بین اتمی در یک مولکول از بقیهٔ نیروها قویترند ضمن این که لایه‌های داخلی اتمهای مولکول هنوز نسبة" دور از یکدیگرند . دلیل مستقیم در تأیید این نظر ، که فقط الکترونهای ظرفیت در پیوند شیمیایی درگیر می‌شوند ، از طیفهای پرتو ایکسی حاصل می‌شود که از گذارها به حالتهای الکترونی لایهٔ داخلی ناشی می‌گردند : مشخص شده است که این طیفها در واقع از چگونگی ترکیب اتمها در مولکولها یا جامدات مستقلند .

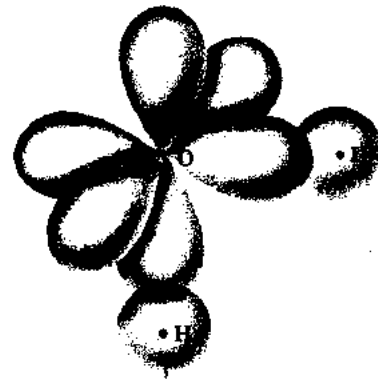
شاهد بوده‌ایم که دو اتم H می‌توانند با هم ترکیب شوند تا یک مولکول H_2 تشکیل شود و در حقیقت مولکولهای ئیدروژن در طبیعت همیشه از دو اتم H تشکیل می‌شوند . حال

ببینیم اصل انحصار چگونه مانع وجودی مولکولهایی نظیر He_2 و H_3 می‌شود ، در حالی که اجازه می‌دهد مولکولهای دیگر نظیر H_2O پایدار بمانند .

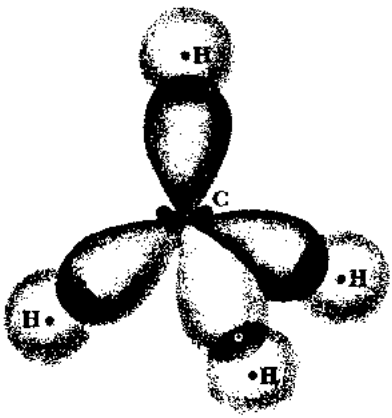
هر اتم He در حالت پایدارش یک الکترون 1s متعلق به هر اسپین دارد . اگر قرار باشد با تعویض الکترون به اتم He دیگری ملحق شود ، هر اتم برای قسمتی از زمان ، دو الکترون با اسپین یکسان خواهد داشت . یعنی ، یک اتم هر دو اسپین الکترونی را رو به بالا (↑↑) و اتم دیگر هر دو اسپین را رو به پایین (↓↓) خواهد داشت . البته ، اصل انحصار دو الکترون 1s در یک اتم را از داشتن اسپینهای یکسان منع می‌کند که این مطلب در نیروی رانشی بین اتمهای He آشکار می‌شود . از این رو ، مولکول He_2 نمی‌تواند وجود داشته باشد . استدلال مشابهی در مورد H_3 صادق است . یک مولکول H_2 دو الکترون 1s دارد که اسپینهای آنها پاد موازیند (↑↓) اگر اتم H دیگری نزدیک می‌شد که اسپین الکترونش رو به بالا باشد ، مولکول حاصل دو اسپین موازی می‌داشت (↑↑↓) و این غیر ممکن است اگر قرار باشد هر سه الکترون در حالتهای 1s باشند . از این رو ، مولکول H_3 موجود ، اتم H اضافی را می‌راند . اگر یکی از سه الکترون موجود در H_3 در یک حالت برانگیخته باشد ، استدلال اصل انحصار صادق نیست . لکن ، تمام چنین حالتهایی از حالت 1s انرژی بیشتری دارند و بنابراین آرایش حاصل از H+H انرژی بیشتری دارد و از این رو بسرعت به H_2+H تجزیه خواهد شد .

مولکول آب H_2O به حالت پایداری می‌رسد ، زیرا اتم O به دو الکترون 2p برای تکمیل لایهٔ الکترونی خارجی نیاز دارد . وقتی که اتم O با دو اتم H پیوندهای کووالانس تشکیل دهد ، این نیاز برآورده می‌شود ، به طوری که الکترونهای دو اتم H بدون تخلف از اصل انحصار توسط اتم O به اشتراک گذاشته می‌شوند . ساختار H_2O ، به علت میل ترکیبی الکترونی O ، از اتمهای مجزایش انرژی کمتری دارد که یک امر مطلوب برای مولکولهای پایدار است .

بجز حالتهای s ، توابع موج الکترونی یک اتم بطور کروی متقارن نیستند ، بلکه در بعضی جهتها بیشینه دارند . وقتی که یک اتم جزئی از یک مولکول است ، برهمکنش با سایر اتمها منجر به تغییراتی در توابع موج الکترون ظرفیتش می‌شود که این تغییرات حتی به الگوهای پهن مشخص‌تری که شکل هندسی مولکول را تعیین می‌کنند ، منتج می‌گردد . شکل (۸–۸) این الگوها را در مورد مولکول H_2O نشان می‌دهد ؛ نواحی که در آن احتمال یافتن یک الکترون زیاد است سایه زده شده‌اند و نواحی همپوشیده پیوندهای کووالانس را نشان می‌دهند . الکترونهایی که در هر پیوند شرکت دارند ، اسپینهای پاد موازی دارند ، همان گونه که در H_2 نیز این گونه هستند . زاویهٔ بین پیوندهای O—H $۱۰۴/۵°$ است . شکل (۸–۹) شکل چهاروجهی مولکول متان (CH_4) را نشان می‌دهد .

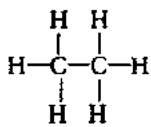


شکل (۸–۸) این شکل مولکول H_2O را نشان می‌دهد. نواحی که در آن احتمال یافتن یک الکترون زیاد است سایه‌زده شده‌اند؛ نواحی همپوشیده پیوندهای کووالانس را نشان می‌دهند. زاویهٔ بین پیوندها در واقع $۱۰۴/۵^\circ$ است.

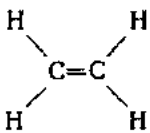


شکل (۸–۹) توزیع احتمال الکترون در مولکول متان (CH_4).

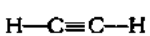
بیش از یک پیوند کووالانسی می‌تواند دو اتم را به هم پیوند دهد. مثلاً، در مولکول O_2 دو پیوند کووالانس و در مولکول N_2 سه پیوند کووالانس وجود دارد. همان گونه که در مثالهای ذیل می‌بینید، اتمهای کربن می‌توانند یک، دو یا سه پیوند داشته باشند که آنها را به صورت مولکولهای پیچیده‌تری به هم متصل کنند، (هر خط تیره نشان دهندهٔ یک پیوند کووالانس است):



اتان



اتیلن



استیلن

۸ـ۶ ترازهای انرژی چرخشی

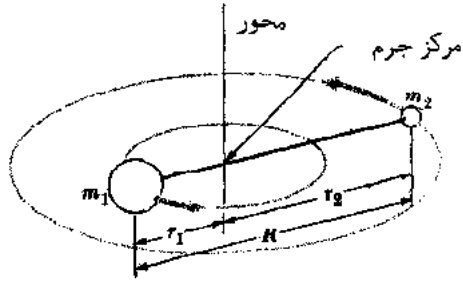
حالتهای انرژی مولکولی از چرخش یک مولکول و از ارتعاشات اتمهای تشکیل دهنده‌اش نسبت به یکدیگر و نیز از تغییرات آرایش الکترونیش حاصل می‌شوند. حالتهای چرخشی با فواصل انرژی بسیار کم (به مقدار معمولی 10^{-3} eV) از یکدیگر جدا می‌شوند، و طیفهایی که از گذارهای بین این حالتها ناشی می‌شوند در ناحیهٔ کهموج دارای طول‌موجهای 1mm تا 1 cm هستند. حالتهای ارتعاشی با فواصل انرژی کمی بزرگتر (مثلاً 0/1 eV) از یکدیگر جدا می‌شوند و طیفهای ارتعاشی در ناحیهٔ فرو قرمز با طول موجهایی از 10000 Å تا 0/1mm قرار می‌گیرند. حالتهای الکترونی مولکولی انرژیهای بیشتری دارند و جدایی‌های واقعی بین ترازهای انرژی الکترونهای ظرفیت چندین eV است و طیفهایی در نواحی مرئی‌وفرابنفش دارند. تصویر دقیقی از یک مولکول خاص شامل طولهای پیوندی، مقادیر ثابت نیرو و زوایای پیوندی را اغلب می‌توان از طیفهایش به دست آورد. برای سهولت امر، بحث ما دراین جا به مولکولهای دواتمی‌محدود خواهد شد، ولی نظرات اصلی مولکولهای پیچیده‌تر را نیز شامل می‌شوند.

پایین‌ترین ترازهای انرژی یک مولکول دو اتمی از چرخش حول مرکز جرمش ناشی می‌شوند. همان‌گونه که درشکل (۸ـ۱۰) می‌بینید، چنین مولکولی را می‌توانیم به صورت اتمهایی به جرمهای m_1 و m_2 و با فاصلهٔ R از هم رسم کنیم. گشتاور لختی این مولکول حول محوری که از مرکز جرمش می‌گذرد و برخط اتصال اتمها عمود است عبارت است از:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 \qquad (۸-۲)$$

که r_1 و r_2 به ترتیب فواصل اتمهای ۱ و ۲ از مرکز جرم است، چون

$$m_1 r_1 = m_2 r_2 \qquad (۸-۳)$$



شکل (۸ـ۱۰) یک مولکول دو اتمی می‌تواند حول مرکز جرمش دوران کند.

بنابه تعریف ، گشتاور لختی را به صورت زیر می‌توان نوشت :

$$I = \left(\frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}\right)(r_1 + r_2)^2$$
$$= m'R^2 \qquad (۴-۸)$$

که در آن

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \qquad \text{جرم کاهش یافته} \qquad (۵-۸)$$

همان‌طور که‌دربخش (۴-۹) ذکر شد ، جرم کاهش یافتهٔ مولکول است . معادلهٔ (۸-۴) بیان می‌کند که چرخش یک مولکول دو اتمی معادل است با چرخش یک ذرهٔ واحد به جرم m حول یک محور که درفاصلهٔ R از m_1 قرار گرفته است .

اندازه حرکت زاویه‌ای L مولکول دارای بزرگی

$$L = I\omega \qquad (۶-۸)$$

است که در آن ω سرعت زاویه‌ایش می‌باشد . همان‌طور که می‌دانیم ، اندازه حرکت زاویه‌ای همیشه در طبیعت کوانتیزه است . اگر عدد کوانتمی چرخشی را با J نشان دهیم،در این جا داریم .

$$L = \sqrt{J(J+1)}\,\hbar \qquad J = 0, 1, 2, 3, \ldots \qquad (۷-۸)$$

انرژی‌یک مولکول چرخشی $\frac{1}{2} I\omega^2$ است و بنابراین ترازهای انرژیش به وسیلهٔ فرمول زیر مشخص می‌شوند .

$$E_J = \tfrac{1}{2} I\omega^2 = \frac{L^2}{2I}$$
$$= \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} \qquad \text{ترازهای انرژی چرخشی} \qquad (۸-۸)$$

مسأله : طول پیوندی R مولکول منواکسید کربن (CO) ۱/۱۳ Å است وجرمهای اتمهای C ۱۲ و O ۱۶ بترتیب $1/99\times10^{-26}$ kg و $2/66\times10^{-26}$ kg هستند . انرژی و سرعت زاویه‌ای‌مولکول CO را هنگامی که در پایین‌ترین حالت چرخشیش قرار دارد ، پیدا کنید .

حل : جرم کاهش یافتهٔ m' مولکول CO عبارت است از :

$$m' = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} = \frac{1.99 \times 2.66}{1.99 + 2.66} \times 10^{-26}\ \text{kg}$$
$$= 1.14 \times 10^{-26}\ \text{kg}$$

و گشتاور لختیش I عبارت است از

$$I = m'R^2 = (1.14 \times 10^{-26}\ \text{kg}) \times (1.13 \times 10^{-10}\ \text{m})^2$$
$$= 1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

پایین‌ترین تراز انرژی چرخشی مطابق است با $J = 1$ و برای این تراز در CO

$$E_{J=1} = \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{I} = \frac{(1.054 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s})^2}{1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2}$$
$$= 7.61 \times 10^{-23}\ \text{J} = 4.76 \times 10^{-4}\ \text{eV}$$

این مقدار انرژی، انرژی زیادی نیست و در دمای اتاق، وقتی که $kT \approx ۲/۶ \times ۱۰^{-۲}$ eV باشد تقریبا" تمام مولکول‌های یک‌نمونه از CO در حالتهای چرخشی برانگیخته هستند. سرعت زاویه‌ای مولکول CO به ازای $J = 1$ برابر است با:

$$\omega = \sqrt{\frac{2E}{I}} = \sqrt{\frac{2 \times (7.61 \times 10^{-23}\ \text{J})}{1.46 \times 10^{-46}\ \text{kg} \cdot \text{m}^2}}$$
$$= 3.23 \times 10^{11}\ \text{rad/s}$$

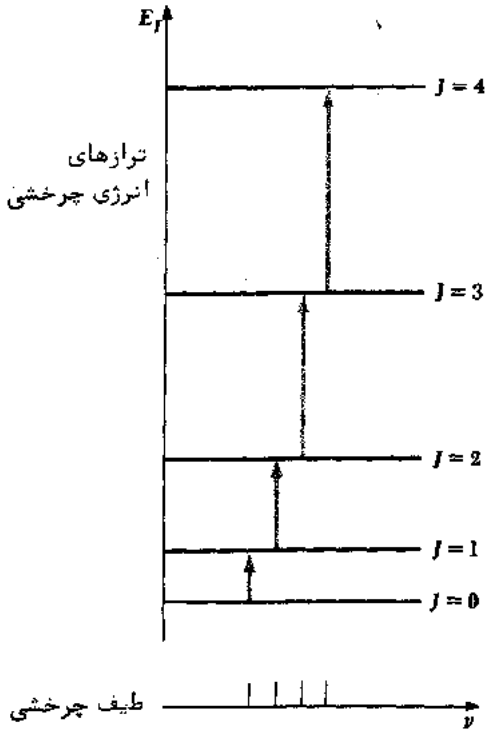
تا این جا فقط چرخش حول یک محور عمود بر محور تقارن یک مولکول دو اتمی را مورد بررسی قرار داده‌ایم، همان‌گونه که در شکل (۸ــ۱۰) مشاهده می‌شود ــ چرخشهای انتها به انتها. در مورد چرخشهای حول خود محور تقارن چطور؟ دلیلی که مورد دوم را می‌توان نادیده گرفت این است که جرم یک اتم تقریبا" بطور کلی در هسته‌اش که شعاع آن فقط تقریبا" $۱۰^{-۴}$ برابر شعاع خود اتم است، متمرکز می‌باشد. بنابراین، سهم عمده به گشتاور لختی یک مولکول دو اتمی حول محور تقارنش، از الکترونهایش ناشی می‌شود، که این الکترونها در ناحیه‌ای که شعاعش حول محور تقارن تقریبا" نصف طول پیوند R است متمرکزند ولی جرم کل آنها فقط حدود $\frac{۱}{۴۰۰۰}$ جرم کل مولکولی است. چون ترازهای انرژی چرخشی مجاز متناسب با $\frac{1}{I}$ است، چرخش حول محور تقارن باید انرژیهایی به بزرگی $۱۰^{۴}$ برابر مقادیر E_J مربوط به چرخشهای انتها به انتها را در برگیرد. از این رو به انرژیهایی با حداقل چند الکترون ولت در چرخش حول محور تقارن نیاز است. چون انرژیهای پیوندی دارای این مرتبهٔ بزرگی نیز هستند، احتمال دارد مولکول درهرمحیطی‌که چنین چرخشی بتواند برانگیخته شود، تجزیه گردد.

طیفهای چرخشی از گذارهای بین حالتهای انرژی چرخشی ناشی می‌شوند. فقط مولکولهایی که گشتاورهای دو قطبی الکتریکی دارند می‌توانند فوتونهای الکترومغناطیسی در چنین گذارهایی‌را جذب کنند یا گسیل دارند، که مبین این است که مولکولهای دو اتمی

غیر قطبی نظیر H_2 و مولکولهای چند اتمی متقارن نظیر $O=C=O$ و CO_2 و CH_4 (شکل ۸–۹) طیفهای چرخشی به‌نمایش‌نمی‌گذارند (لکن، در حین برخوردها امکان روی دادن گذارهایی بین حالتهای چرخشی در مولکولهایی نظیر H_2، CO_2 و CH_4 وجود دارد) بعلاوه، حتی‌در مولکولهایی که گشتاورهای دو قطبی دائمی دارند، تمام گذارهای بین حالتهای چرخشی دارای تابش نیستند. به طوری که همانند مورد طیفهای اتمی (بخش ۶–۱۰)، بعضی از قواعد گزینش شرایطی را که برای امکان یک گذار تابشی بین حالتهای چرخشی لازم است خلاصه می‌کنند. برای یک مولکول دو اتمی صلب قاعدهٔ گزینش برای گذارهای چرخشی عبارت است از:

$$\Delta J = \pm 1 \qquad (۹–۸)$$

در عمل، طیفهای چرخشی همیشه هنگام جذب به دست می‌آیند، به گونه‌ای که هر گذاری که دیده شود متضمن تغییری است از یک حالت اولیه با عدد کوانتمی J به حالت



شکل (۸–۱۱) ترازهای انرژی و طیف چرخش مولکولی.

بعدی بالاتر با عدد کوانتمی $J + 1$. در مورد یک مولکول صلب ، بسامد فوتون جذب شده عبارت است از :

$$\nu_{J\to J+1} = \frac{\Delta E}{h} = \frac{E_{J+1} - E_J}{h}$$

$$= \frac{\hbar}{2\pi I}(J+1) \qquad \text{طیفهای چرخشی} \qquad (۸-۱۰)$$

که I گشتاور لختی برای چرخشهای پی در پی است . بنابراین ، همان‌گونه که‌درشکل (۸-۱۱) نشان داده شده است ، طیف یک مولکول صلب از خطوطی با فاصلهٔ مساوی تشکیل می‌شود . بسامد هر خط را می‌توان اندازه گرفت و گذاری را که با آن متناظر است می‌توان اغلب از ترتیب‌خطوط معین کرد ؛ از این داده‌ها گشتاور لختی مولکول را بسهولت می‌توان محاسبه کرد . (متناوبا" ، اگر طیف‌سنج به کار رفته پایین‌ترین خطوط بسامد در یک ترتیب طیفی‌خاص را ثبت نکند ، بسامدهای هر دو خط متوالی را می‌توان برای تعیین I به کار برد) مثلا" ، در CO خط جذب $J = 0 \to J = 1$ در بسامد $1/153\times10^{11}$ Hz روی می‌دهد .
بنابراین

$$I_{CO} = \frac{\hbar}{2\pi\nu}(J+1) = \frac{1.054\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s}}{2\pi\times(1.153\times10^{11}\ \mathrm{s^{-1}})}$$

$$= 1.46\times10^{-46}\ \mathrm{kg\cdot m^2}$$

چون‌جرم کاهش‌یافتهٔ مولکول CO ، $1/14\times10^{-26}$ kg است ، طول‌پیوند R_{CO} ، $\sqrt{I/m'} = 1.13$ Å خواهد بود . این راهی است که توسط‌آن طول پیوند برای CO را که قبلا" دراین بخش ذکرشد ، تعیین شد .

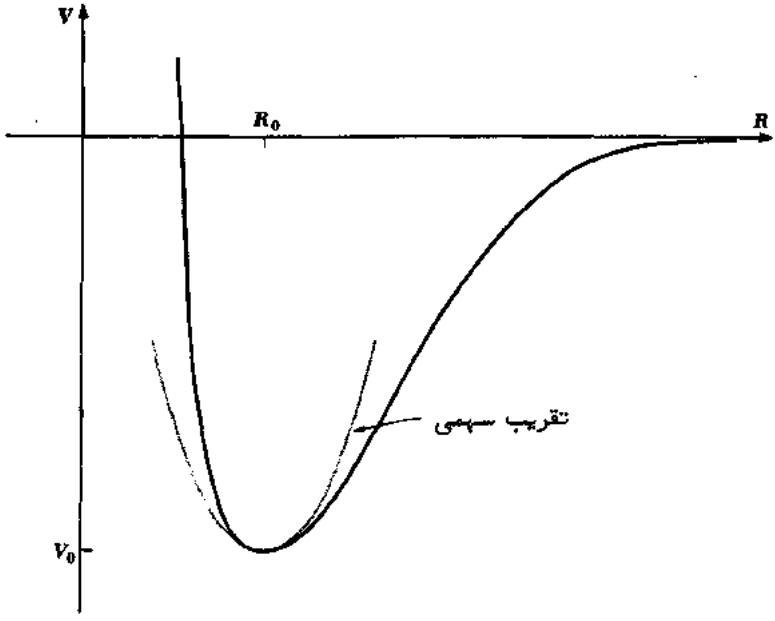
۸-۷ ترازهای انرژی ارتعاشی

وقتی که یک مولکول به اندازهٔ کافی برانگیخته شود ، علاوه بر چرخش، ارتعاش نیز می‌کند . مانندگذشته ، فقط مولکولهای دو اتمی را بررسی خواهیم کرد . شکل ۸-۱۲ چگونگی تغییر انرژی‌پتانسیل یک‌مولکول‌را نسبت به فاصلهٔ بین هسته‌ای R نشان می‌دهد . در نزدیکی نقطهٔ کمینهٔ این منحنی که مطابق با آرایش نرمال مولکول است ، شکل منحنی تقریبا" یک سهمی است . بنابراین ، در این ناحیه

$$V = V_0 + \tfrac{1}{2}k(R - R_0)^2 \qquad (۸-۱۱)$$

که R_0 جدایی دروضعیت‌تعادل‌اتمهاست . نیروی‌بین‌اتمی که‌این انرژی‌پتانسیل‌را تولید می‌کند ، ممکن است با مشتق گرفتن از V به دست آید .

$$F = -\frac{dV}{dR} = -k(R - R_0) \qquad (۸-۱۲)$$



شکل (۸–۱۲) انرژی پتانسیل یک مولکول دواتمی به صورت تابعی از فاصلهٔ بین هسته‌ای.

این نیرو همان نیروی برگرداننده‌ای است که یک فنر باز یا بسته اعمال می‌کند ــ یک نیروی قانون هوک ــ ومانند یک فنر، یک مولکول که بطورمناسبی برانگیخته شود، می‌تواندنوسانهای هماهنگ ساده‌ای را تحمل کند.

ازنظر کلاسیکی، بسامد یک جسم مرتعش به جرم m که به فنری با ثابت نیروی K متصل است عبارت است از

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad (۸–۱۳)$$

همان‌گونه که در شکل ۸–۱۳ مشاهده می‌شود، آنچه درمورد یک مولکول دواتمی‌داریم وضعیت متفاوت دوجسم‌به جرمهای m_1 و m_2 است‌که به وسیلهٔ یک‌فنر به‌هم متصل شده‌اند درنبودن نیروهای خارجی، اندازه حرکت‌خطی‌دستگاه ثابت‌می‌ماند وبنابراین نوسانات‌اجسام‌نمی‌توانند روی حرکت‌مرکزجرمشان تأثیرگذارند. به این‌دلیل m_1 و m_2 نسبت به مرکزجرمشان درجهات مخالف‌به جلو وعقب نوسان‌می‌کنند وهردو دریک زمان به منتهاالیه مسیر حرکت خودمی‌رسند. درمعادلهٔ ۸–۱۳ باقراردادن جرم کاهش یافته m' از معادلهٔ ۸–۵ به جای m، بسامد نوسان چنین نوسان‌کنندهٔ دو جسمی به دست می‌آید:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}}$$ **نوسان کنندهٔ دو جسمی** (۱۴–۸)

وقتی که مسألهٔ نوسان کنندهٔ هماهنگ به طریق مکانیک کوانتمی حل شد (رجوع کنید به بخش ۵–۹)، به نظر می‌رسد که انرژی نوسان کننده به مقادیر ذیل محدود می‌شود.

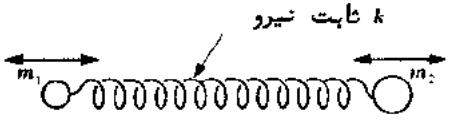
$$E_v = (v + \tfrac{1}{2})\, h\nu_0 \qquad (۱۵–۸)$$

که در آن v، عدد کوانتمی ارتعاشی، ممکن است این مقادیر را داشته باشد.

$v = 0, 1, 2, 3, \ldots$

پایین‌ترین حالت ارتعاشی $(v = 0)$ دارای انرژی محدود $\frac{1}{2}\, h\nu_0$ است و نه مقدار کلاسیکی صفر؛ نتیجهٔ حاصل با اصل عدم قطعیت سازگار است، زیرا اگر ذرهٔ نوسانی ساکن می‌بود، خطای وضعیتش $\Delta x = 0$ می‌شد و بنابراین خطای اندازه حرکتش الزاماً بی‌نهایت می‌شد — و یک ذره با $E = 0$ نمی‌تواند یک اندازه حرکت نامعین بی‌نهایت داشته باشد. با توجه به معادلهٔ ۱۴–۸، ترازهای انرژی ارتعاشی یک مولکول دو اتمی با فرمول زیر مشخص می‌شوند.

$$E_v = (v + \tfrac{1}{2})\hbar\sqrt{\frac{k}{m'}}$$ **ترازهای انرژی ارتعاشی** (۱۶–۸)



شکل (۱۳–۸) یک نوسان کنندهٔ دو جسمی

مسأله: ثابت نیروی k ی پیوند در CO، ۱۸۷ N/m است (که تقریباً 1 lb/in" است که عددی غیر عادی برای یک فنر معمولی نیست.) بسامد ارتعاش مولکول CO و فاصلهٔ بین ترازهای انرژی ارتعاشیش را پیدا کنید.

حل: قبلاً دریافته‌ایم که جرم کاهش‌یافتهٔ مولکول CO، $m' = 1/14 \times 10^{-26}$ kg است بنابراین، بسامد ارتعاش عبارت است از:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{187\ \text{N/m}}{1.14 \times 10^{-26}\ \text{kg}}}$$
$$= 2.04 \times 10^{13}\ \text{Hz}$$

جدایی ΔE بین ترازهای انرژی ارتعاشی در CO عبارت است از

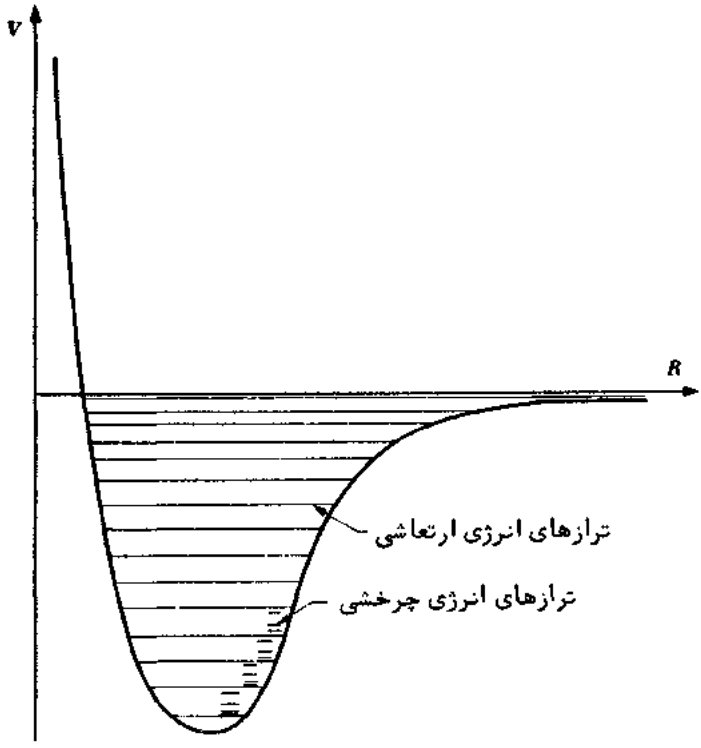
$$\Delta E = E_{v+1} - E_v = h\nu_0 = (6.63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}) \times (2.04 \times 10^{13}\ \mathrm{s^{-1}})$$
$$= 1.35 \times 10^{-20}\ \mathrm{J} = 8.44 \times 10^{-2}\ \mathrm{eV}$$

که بطور قابل ملاحظه‌ای از فاصلهٔ بین ترازهای انرژی چرخشیش بیشتر است. چون برای حالتهای ارتعاشی در یک نمونه در دمای اطاق $\Delta E > kT$ است، بیشتر مولکولها در چنین نمونه‌ای در حالت $v = 0$ هستند که فقط انرژیهای نقطهٔ صفر دارند. این وضعیت با وضعیت ویژهٔ حالتهای چرخشی خیلی فرق دارد، در وضعیت اخیر انرژیهای خیلی کوچکتر مبین این هستند که اکثریت مولکولها در یک نمونه در دمای اطاق به حالتهای بالاتر برانگیخته می‌شوند.

حالت‌های ارتعاشی بالاتر یک مولکول از معادلهٔ ۸–۱۵ پیروی نمی‌کنند، زیرا تقریب سهمی برای منحنی انرژی ــ پتانسیل با افزایش انرژی کمتر معتبر است. در نتیجه، فاصلهٔ بین ترازهای انرژی مجاور با v زیاد از فاصلهٔ بین ترازهای انرژی مجاور با v کم که در شکل ۸–۱۴ نشان داده شده‌است کمتر می‌باشد. این نمودار همچنین ساختار ریز در ترازهای ارتعاشی ایجاد شده توسط برانگیختگی همزمان ترازهای چرخشی را نشان می‌دهد.

قاعدهٔ گزینش برای گذارهای بین حالتهای ارتعاشی در تقریب نوسان‌کنندهٔ هماهنگ عبارت است از $\Delta v = \pm 1$. درک این قاعده آسان است. یک دو قطبی نوسان کننده که بسامدش ν_0 است، می‌تواند فقط تابش الکترومغناطیسی با همان بسامد جذب یا گسیل کند و تمام کوانتمها با بسامد ν_0 انرژی $h\nu_0$ دارند. بنابراین، دو قطبی نوسان کننده می‌تواند درهربارفقط $\Delta E = h\nu_0$ جذب کندکه دراین‌صورت انرژیش از $(v + \frac{1}{2})\ h\nu_0$ به $(v + \frac{1}{2} + 1)\ h\nu_0$ افزایش می‌یابد و در هر بار می‌تواند فقط $\Delta E = h\nu_0$ گسیل کند که دراین صورت انرژیش از $(v + \frac{1}{2})\ h\nu_0$ به $(v + \frac{1}{2} - 1)\ h\nu_0$ کاهش پیدا می‌کند. از این‌رو، قاعدهٔ گزینش عبارت است از $\Delta v = \pm 1$.

طیفهای ارتعاشی خالص فقط در مایعاتی مشاهده می‌شوند که در آن برهمکنشهای بین مولکولهای مجاور مانع چرخش می‌شوند. چون انرژیهای برانگیختگی درگیر در چرخش مولکولی بطور قابل ملاحظه‌ای از انرژیهای برانگیختگی درگیر در ارتعاش مولکولی کوچکترند، مولکولهایی که در یک گاز یا بخار آزادانه حرکت می‌کنند، صرف نظر از حالت ارتعاشیشان، همیشه در حال چرخش هستند. طیفهای چنین مولکولهایی خطوط مجزای متناظر با هر گذار ارتعاشی را نشان نمی‌دهند، بلکه در عوض تعداد زیادی از خطوط با فاصلهٔ نزدیک ناشی از گذارهای بین حالتهای چرخشی گوناگون یک تراز ارتعاشی و حالتهای چرخشی



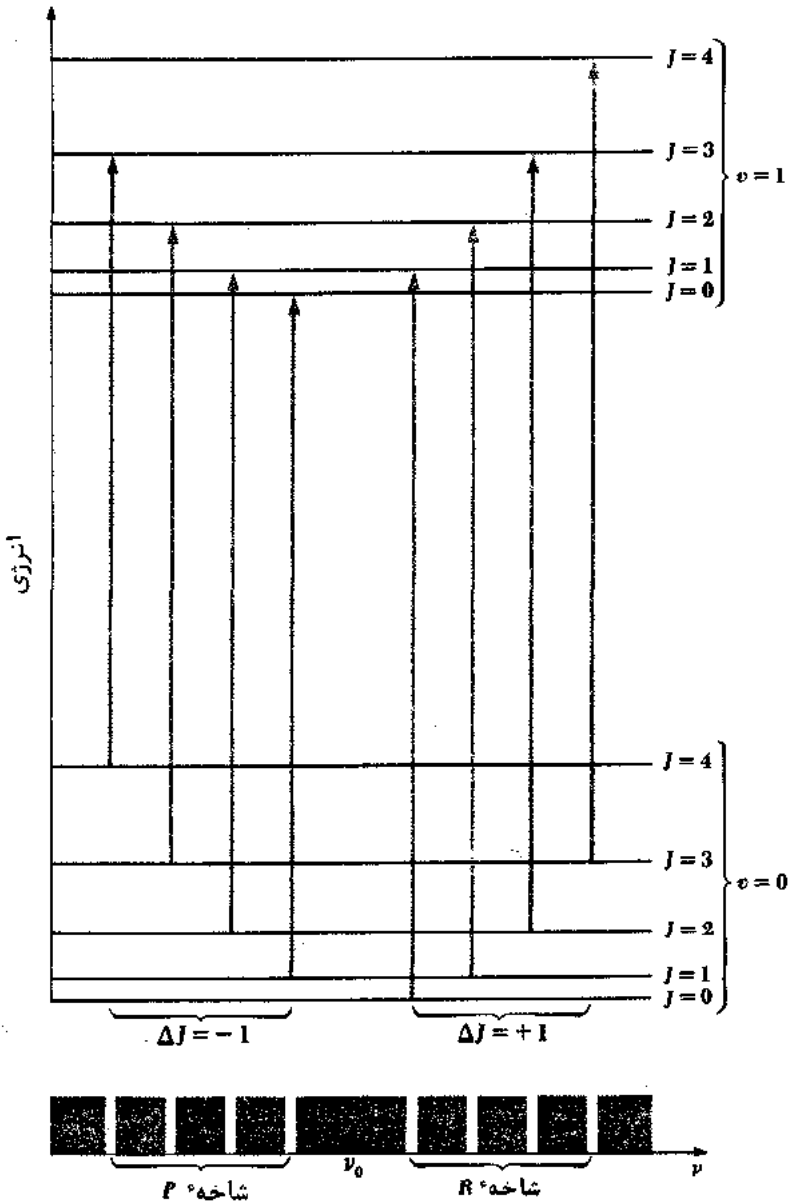
شکل (۸–۱۴) انرژی پتانسیل یک مولکول دو اتمی به صورت تابعی از فاصلهٔ بین اتمی، ترازهای انرژی ارتعاشی و چرخشی را نشان می‌دهد.

تراز دیگر را نشان می‌دهند. در طیفهایی که از یک طیف‌نما با قدرت تفکیک ناکافی بدست می‌آیند خطوط بصورت یک رگهٔ پهن به نام نوار چرخش ـ ارتعاش ظاهر می‌شوند.

با اولین تقریب، ارتعاشات و چرخشهای یک مولکول مستقل از یکدیگر به وجود می‌آیند و ما می‌توانیم اثرات اعوجاج گریز از مرکز و اثرات غیر هماهنگی را نیز نادیده بگیریم. تحت این شرایط، ترازهای انرژی یک مولکول دو اتمی به وسیلهٔ فرمول زیر مشخص می‌گردند.

$$E_{v,J} = (v + \tfrac{1}{2})\hbar\sqrt{\frac{k}{m'}} + J(J+1)\frac{\hbar^2}{2I} \qquad (۸–۱۷)$$

شکل ۸–۱۵ ترازهای ۴، ۳، ۲، ۱، ۰ = j یک مولکول دو اتمی برای حالتهای ارتعاشی $v = 0$ و $v = 1$ به همراه خطوط طیفی در جذب را که با قواعد گزینش $\Delta v = +1$ و $\Delta J = \pm 1$ سازگارند، نشان می‌دهد. گذارهای $v = 0$ به $v = 1$ به دو شاخه تقسیم می‌شوند، شاخهٔ P که در آن $\Delta J = -1$



شکل (۸-۱۵) ساختار چرخشی پرشهای $v = 0$ به $v = 1$ در یک مولکول دو اتمی. در $\nu = \nu_0$ (شاخهٔ Q) هیچ خطی به علت قاعدهٔ گزینش $\Delta J = \pm 1$ وجود ندارد.

است (یعنی، $J \to J-1$) و شاخهٔ R که در آن $\Delta J = +1$ است ($J \to J+1$). از معادلهٔ ۸–۱۷ بسامدهای خطوط طیفی در هر شاخه به دست می‌آید.

$$\nu_P = \frac{E_{1,J-1} - E_{0,J}}{h}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J-1)J - J(J+1)]\frac{\hbar}{4\pi I}$$

$$= \nu_0 - J\frac{\hbar}{2\pi I} \qquad J = 1, 2, 3, \ldots \qquad \text{شاخهٔ } P \qquad (۸–۱۸)$$

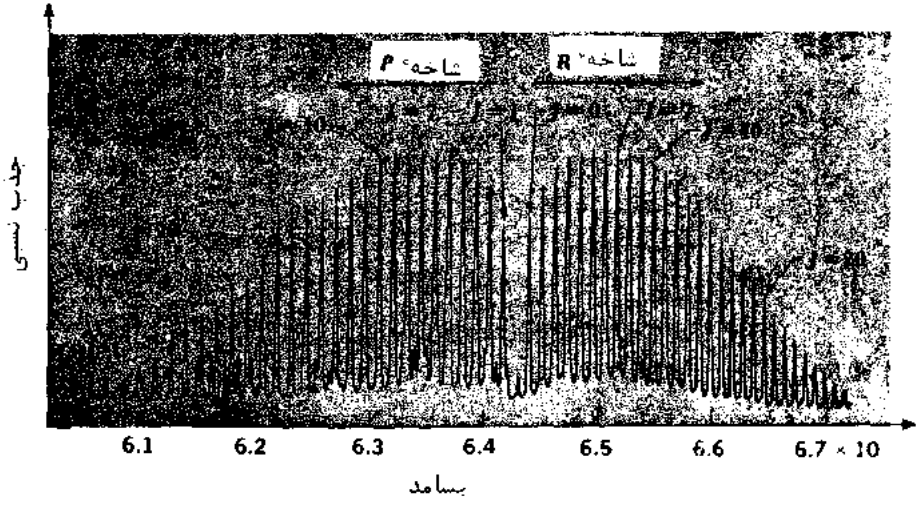
و

$$\nu_R = \frac{E_{1,J+1} - E_{0,J}}{h}$$

$$= \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m'}} + [(J+1)(J+2) - J(J+1)]\frac{\hbar}{4\pi I}$$

$$= \nu_0 + (J+1)\frac{\hbar}{2\pi I} \quad J = 0, 1, 2, \ldots \qquad \text{شاخهٔ } R \qquad (۸–۱۹)$$

در $\nu = \nu_0$ خطی وجود ندارد، زیرا گذارهایی که برای آنها $\Delta J = 0$ است در مولکولهای دو اتمی ممنوع می‌شوند. فاصلهٔ بین خطوط در هر دو شاخهٔ P و R عبارت است از $\Delta\nu = \hbar/2\pi I$؛ از این رو، گشتاور لختی یک مولکول را می‌توان از طیف ارتعاش ــ چرخش فرو قرمزش، و نیز از طیف چرخش ــ محض کهموجش، معین کرد. شکل ۸–۱۶ نوار جذبی ارتعاش ــ چرخش

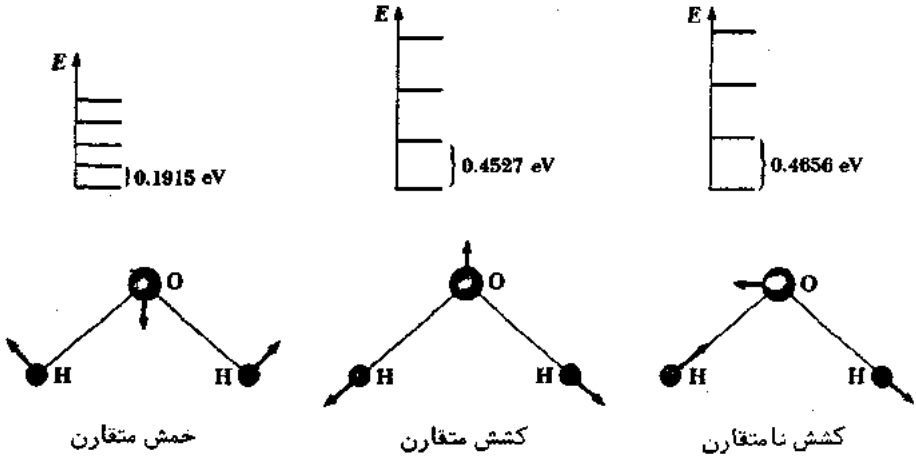


شکل (۸–۱۶) نوار جذبی ارتعاش ــ چرخش $v = 0$ به $v = 1$ در CO تحت قدرت تفکیک زیاد خطوط توسط مقدار I در حالت چرخشی اولیه تعیین می‌شوند.

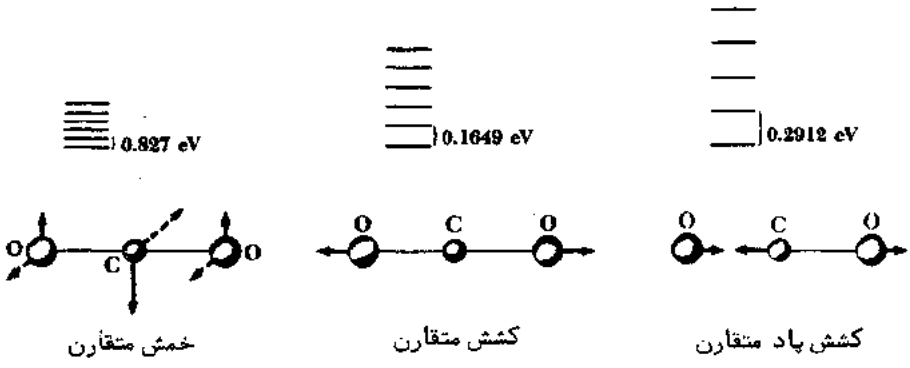
$v = 0$ به $v = 1$ در CO را نشان می‌دهد .

یک مولکول که شامل اتمهای زیادی است ، می‌تواند تعداد زیادی مدهای معمولی مختلف ارتعاشی داشته باشد . بعضی از این مدها تمام مولکول را در برمی‌گیرند (شکلهای ۸–۱۷ و ۸–۱۸) ، ولی سایر مدها فقط گروههایی از اتمها را در برمی‌گیرند که ارتعاشاتشان کم و بیش بطور مستقل از بقیهٔ مولکول روی می‌دهد .

بدین ترتیب ، گروه OH– دارای یک بسامد ارتعاشی مشخصهٔ $1/1\times10^{14}$ Hz و گروه NH_2– دارای یک بسامد $1/0\times10^{14}$ Hz است . بسامد ارتعاشی مشخصهٔ یک گروه کربن ــ کربن



شکل (۸–۱۷) مدهای معمولی ارتعاش مولکول H_2O و ترازهای انرژی هر مد .



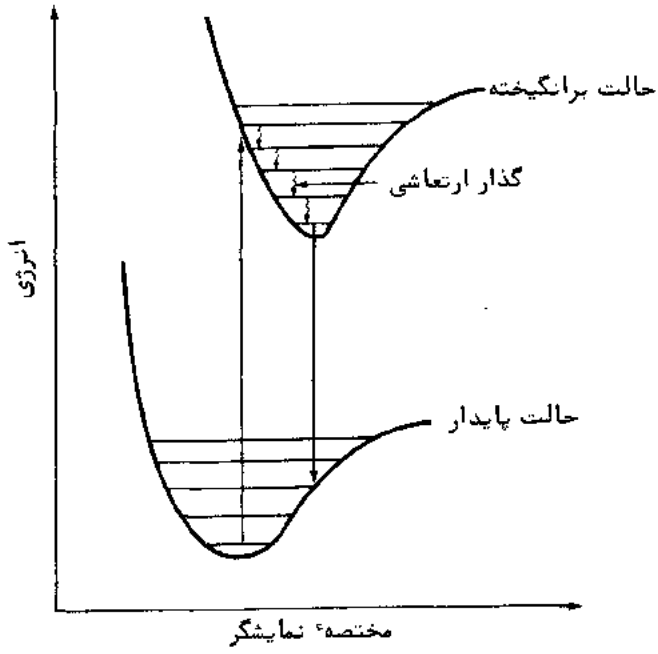
شکل (۸–۱۸) مدهای معمولی ارتعاش مولکول CO_2 و ترازهای انرژی هر مد . در خمش متقارن می‌تواند در دو صفحهٔ عمود بر یکدیگر روی دهد .

به تعداد پیوندهای بین اتمهای C بستگی دارد : گروه $-\overset{|}{C}-\overset{|}{C}-$ حدود $3/3\times10^{13}$ Hz وگروه $>C=C<$ حدود 5×10^{13} Hz و گروه $-C\equiv C-$ حدود $6/7\times10^{13}$ Hz ارتعاش می‌کند . (همان گونه که انتظار داشتیم ، هر چه تعداد پیوندهای کربن ـ کربن بیشتر باشد ، مقدار ثابت‌نیرو k بزرگتر و بسامد زیادتر خواهد بود) . در هر حالت ، بسامد به مولکول خاصی یا به محل قرار گرفتن در مولکول گروه بستگی ندارد . این استقلال طیفهای ارتعاشی را در تعیین ساختارهای مولکولی وسیلهٔ با ارزشی می‌سازد . یک نمونه اسید تیواستیک است که ساختارش ممکن است بطور قابل حصولی CH_3CO-SH یا CH_3CS-OH باشد . طیف جذبی فروقرمز اسید تیو استیک دارای خطوطی است با بسامدهایی مساوی بسامدهای ارتعاشی گروههای $>C=O$ و $-SH$ ؛ ولی خطوطی ندارد که مطابق با گروههای $>C=S$ یا OH باشد ، بنابراین ، انتخاب اول صحیح است

۸ـ۸ طیفهای الکترونی مولکولها

انرژیهای چرخش و ارتعاش در یک مولکول از حرکت هسته‌های اتمیش ناشی می‌شوند . زیرا هسته‌ها اساساً " در برگیرندهٔ تمام جرم مولکول هستند . الکترونهای مولکولی همچنین می‌توانند به‌ترازهای انرژی بالاتری از ترازهای انرژی مطابق با حالت پایدار مولکول برانگیخته شوند ، گر چه فاصلهٔ این ترازها از فاصلهٔ ترازهای چرخشی یا ارتعاشی خیلی بیشتر است . گذارهای الکترونی ، تابش در قسمتهای مرئی یا فرابنفش طیف را در برمی‌گیرد و با هر گذار یک سری از خطوط با فاصلهٔ نزدیک ، به نام یک نوار ، ظاهر می‌شود که ناشی از وجود حالتهای چرخشی و ارتعاشی مختلف در هر حالت الکترونی است (شکل ۴ـ۱۳ را ببینید) تمام مولکولها طیفهای الکترونی به نمایش می‌گذارند ، زیرا یک تغییر گشتاور دو قطبی همیشه با یک تغییر در آرایش الکترونی یک مولکول همراه است . بنابراین ، مولکولهای هم هسته ، نظیر H_2 و N_2 ، که طیفهای چرخشی یا ارتعاشی ندارند زیرا فاقد گشتاورهای دو قطبی دائمی هستند ، در عین حال طیفهای الکترونی دارند که دارای ساختارهای ریز چرخشی و ارتعاشی هستند که موجب می‌شوند گشتاورهای لختی و ثابتهای نیروی پیوندی آنها مشخص شود .

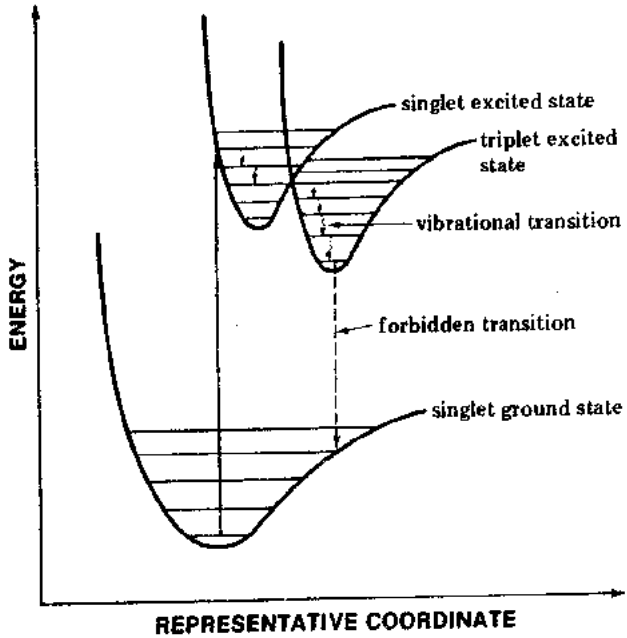
برانگیختگی الکترونی در یک مولکول چند اتمی اغلب به تغییری در شکل مولکول منجر می‌شود که می‌توان این تغییر شکل را از ساختار ریز چرخشی در طیف نواریش مشخص کرد . منشاء چنین تغییراتی در خصوصیات مختلف توابع موج الکترونها در حالتهای متفاوت نهفته است که به شکلهای هندسی مختلف مربوطه منجر می‌شود . مثلاً " ، مولکول هیدرید ـ برلیوم ، BeH_2 ، در یک حالت خطی $(H-Be-H)$ و در حالت دیگر خمیده $(H-\underset{H}{Be})$ است .



شکل (۸ـ۱۹) منشأ فلورسانس. بسامد تابش گسیل‌شده از بسامد تابش جذب شده کمتر است.

یک مولکول در یک حالت الکترونی برانگیختگی به طرق متعدد می‌تواند انرژی از دست بدهد و به حالت پایدارش برگردد. البته، مولکول ممکن است فقط فوتونی گسیل کند که بسامد آن همان بسامد فوتونی باشد که جذب کرده است و بدین طریق در یک مرحله به حالت پایدار برگردد. امکان دیگر فلوئورسانس است؛ مولکول ممکن است مقداری از انرژی ارتعاشیش را در برخورد با سایر مولکولها از دست بدهد، به طوری که گذار تابشی از یک تراز ارتعاشی پایین در حالت الکترونی بالاتر ناشی می‌شود (شکل ۸ـ۱۹). بنابراین، تابش فلوئورسانس دارای بسامدی پایین‌تر از بسامد تابشی جذب شده است. فلوئورسانس برانگیخته شده توسط نور فرابنفش کاربردهای بسیاری دارد، بویژه در شناسایی مواد معدنی و ترکیبات بهرهٔ بیوشیمی.

در طیفهای مولکولی، مانند طیفهای اتمی، گذارهای تابشی بین حالتهای الکترونی با اسپین کل مختلف ممنوع می‌شوند (به بخش ۷ـ۱۱ مراجعه کنید). شکل ۸ـ۲ وضعیتی را نشان می‌دهد که مولکول در حالت پایدار ($S = 0$) یگانه‌اش یک فوتون جذب می‌کند و به یک حالت برانگیختهٔ یگانه ارتقاء می‌یابد. در برخوردها، مولکول می‌تواند گذارهای بدون



شکل (۸–۲۰)

تابش به یک تراز ارتعاشی پایین‌تر را تحمل کند که این‌تراز ممکن است بطور اتفاقی تقریبا" دارای انرژی مساوی انرژی یکی از ترازها در حالت برانگیخته‌ٔ $(S = 1)$ سه گانه باشد و در آن صورت احتمال دارد که یک گذار به حالت سه گانه صورت‌گیرد. برخوردهای بیشتر در حالت سه‌گانه انرژی مولکول را به پایین انرژی نقطهٔ تعادل دو تراز می‌رسانند، به گونه‌ای که اکنون انرژی درحالت سه گانه محبوس است و سرانجام به تراز $\nu = 0$ می‌رسد. یک گذار تابشی از یک حالت سه گانه به یک حالت یگانه طبق قواعد گزینش "ممنوع" است که واقعا" مفهومش این نیست که وقوع این امر غیر ممکن است بلکه فقط احتمال انجام آن خیلی کم است. از این رو، چنین گذارهایی نیمه عمرهای خیلی طولانی دارند و تابش فسفرسانس حاصل ممکن است دقایق یا حتی ساعاتی پس از جذب اولیه گسیل شود.

مسائل

۱ــ انرژی جنبشی متوسط مولکولها در یک نمونهٔ هیدروژن در چه دمایی با انرژی پیوندیشان برابر خواهد بود؟

۲ــ انرژیهای یونیزاسیون H_2 و H بترتیب ۱۵/۷ eV و ۱۳/۶ ev می‌باشند. علت اختلاف آنها چیست؟

۳ــ خط جذبی چرخشی $J = 0$ به $J = 1$ در $^{12}C^{16}O$ در $1/153\times10^{11}$ Hz و در $C^{16}O$ در $1/102\times10^{11}$ Hz روی می‌دهد. عدد جرمی ایزوتوپ کربن ناشناخته را پیدا کنید.

۴ــ انرژیهای پایین‌ترین چهار حالت انرژی چرخشی و مولکولهای H_2 و D_2 را که در آن D نشان دهندهٔ اتم دیتریوم ^2H است، محاسبه کنید.

۵ــ طیف چرخشی HCl شامل طول موجهای زیر است:

$12/03\times10^{-5}$ m　　$6/89\times10^{-5}$ m

$9/60\times10^{-5}$ m　　$6/04\times10^{-5}$ m

$8/04\times10^{-5}$ m

اگر ایزوتوپهای درگیر ^1_1H و $^{35}_{17}Cl$ باشند، فاصلهٔ بین هسته‌های ئیدروژن و کلر در یک مولکول HCl را پیدا کنید. (جرم Cl ۳۵، $5/81\times10^{-26}$ kg است)

۶ــ مطلوب است محاسبهٔ بسامد کلاسیکی چرخش یک جسم صلب که انرژیش برای حالتهای $J = J$ و $J = J + 1$ از معادلهٔ ۸ــ۸ به دست می‌آید و نشان دهید که بسامد خط طیفی همراه با گذار بین این حالتها، بینابین بسامدهای چرخشی حالتها است.

۷ــ وقتی که یک مولکول $Hg^{35}Cl$ ۲۰۰ یک گذار چرخشی از $J = 1$ به $J = 0$ را تحمل می‌کند، یک فوتون ۴۰۴ Cm گسیل می‌کند. فاصلهٔ بین اتمی در این مولکول را پیدا کنید. (جرمهای Hg ۲۰۰ و Cl ۳۵ به ترتیب $3/32\times10^{-25}$ kg و $5/81\times10^{-26}$ kg هستند).

۸ــ خطوط طیف چرخشی HBr به‌اندازهٔ ۰/۵۸۸ mm در طول موج با هم فاصله دارند. فاصلهٔ بین‌اتمی در HBr را پیدا کنید. (راهنمایی: چون اتم Br تقریبا" ۸۰ برابر از پروتون سنگین‌تر است، جرم کاهش یافتهٔ یک مولکول HBr را می‌توان فقط جرم پروتون در نظر گرفت).

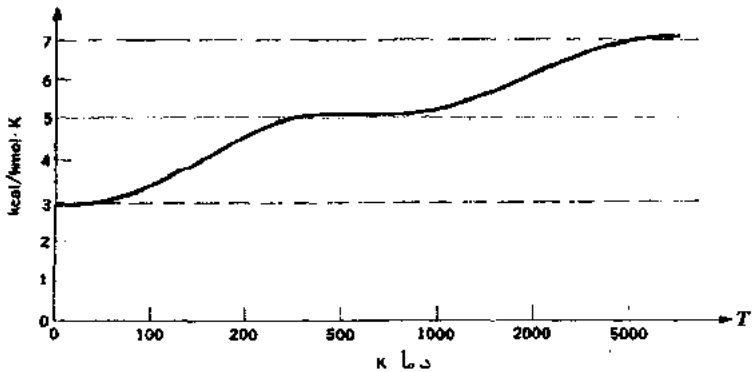
۹ــ رفتار مولکول H_2 را دقیقا" مانند یک نوسان کنندهٔ هماهنگ با ثابت نیروی ۵۷۳N/m فرض کنید و عدد کوانتمی ارتعاشی مربوط به انرژی گسستگی ۴/۵ eV آن را پیدا کنید.

۱۰ــ پیوند بین اتمهای ئیدروژن و کلر در یک مولکول $H^{35}Cl$ یک ثابت نیروی ۵۱۶ N/m دارد. آیا احتمال دارد که یک مولکول HCl در اولین حالت ارتعاشی برانگیختهاش در دمای اطاق به ارتعاش درآید؟

۱۱ــ جرم اتمی دیتریوم ایزوتوپ ئیدروژن تقریبا" دو برابر جرم اتمی ئیدروژن معمولی است. انرژی نقطه صفر H_2 بیشتر است یا انرژی نقطه صفر HD؟ چگونه این انرژی در انرژیهای پیوندی دو مولکول تأثیر می‌گذارد؟

۱۲ــ ثابت نیروی مولکول $^{1}H^{19}F$ ، ۹/۶۶ N/m است . بسامد ارتعاشی مولکول را پیدا کنید .

۱۳ــ گرمای ویژه مولی مشاهده شدهٔ گاز ئیدروژن در حجم ثابت در شکل ۸ــ۲۱ بر حسب دمای مطلق ترسیم شده است (مقیاس دما لگاریتمی است .)چون هر درجهٔ آزادی (یعنی ، هر مد متعلق به انرژی) در یک مولکول گاز تقریبا " 1 kcal / kmol · K در گرمای ویژهٔ گاز سهیم است ، این منحنی به این صورت قابل تفسیر است که فقط حرکت انتقالی با سه درجه آزادی برای مولکولهای ئیدروژن در دماهای خیلی پایین امکان‌پذیر است . در دماهای بالاتر ، گرمای ویژه تقریبا " به 5 kcal/kmol · K. می‌رسد که نشان دهندهٔ این است که دو درجهٔ آزادی بیشتر قابل حصولند و در دماهای باز هم بالاتر گرمای‌ویژه‌تقریبا" به 7 kcal/kmol · K. می‌رسد که دو درجهٔ آزادی مجددا " بیشتر را نشان می‌دهد . جفتهای درجه‌های آزادی اضافه شده بترتیب نشان دهندهٔ چرخش و ارتعاش هستند : چرخش، که می‌تواند حول دو محور مستقل عمود بر محور متقارن مولکول H_2 روی دهد و ارتعاش که در آن دو درجه‌آزادی مطابق است با مدهای انرژی جنبشی و پتانسیل که مولکول داراست . (الف) این تفسیر شکل ۸ــ۲۱ را با محاسبهٔ دماهایی که در آن دما kT برابر است با انرژی چرخشی کمینه و انرژی ارتعاشی کمینه‌ای که یک مولکول H_2 می‌تواند داشته باشد ، ثابت کنید . فرض کنید که ثابت نیروی پیوندی در H_2 ، 573 N/m و فاصلهٔ اتمهای H از یکدیگر $7/42\times10^{-11}$ m است . (در این دماها ، تقریبا " نیمی از مولکولها بترتیب می‌چرخند یا ارتعاش می‌کنند، گر چه در هر حالت بعضی از مولکولها در حالتهای بالاتری از $j = 1$ یا $v=1$ قرارمی‌گیرند .) (ب) برای توجیه وجود فقط دو درجه آزادی چرخشی در مولکول H_2 ، دمایی را محاسبه‌کنید که در آن دما kT برابر است با انرژی چرخشی کمینه‌ای که یک مولکول H_2 برای چرخش حول محور متقارنش می‌تواند داشته باشد . (ج) یک مولکول H_2 با $j = 1$ و $v = 1$ در هر ارتعاش چند چرخش انجام می‌دهد ؟



شکل (۸ــ۲۱) گرمای ویژهٔ مولی ئیدروژن در حجم ثابت .

۹

مکانیک آماری

۹ـ۱ آمار ماکسول ـ بولتز من[1]
۹ـ۲ انرژیهای مولکولی در یک گاز ایده‌آل
۹ـ۳ لیزر
۹ـ۴ آمار کوانتمی
۹ـ۵ تابش جسم سیاه
۹ـ۶ فرمول‌ریلی ـ جینز[2]
۹ـ۷ قانون تابش پلانک
۹ـ۸ گرمای ویژه جامدات
۹ـ۹ الکترونهای آزاد در یک فلز
۹ـ۱۰ توزیع انرژی الکترون

1. Maxwell–Boltzmann

2. Rayleigh–Jeans

مکانیک آماری

شاخه‌ای از فیزیک بنـــام مکانیک آماری چگونگی‌رابطهٔ بین خواص ماکروسکپی سیستمی متشکل از تعداد زیادی ذره و خواص میکروسکوپی خود آن ذرات را نشان می‌دهد . همانگونه که از نامش پیداست ، مکانیک آماری با حرکتهای واقعی یا برهمکنشهای ذرات منفرد کاری ندارد ، بلکه در عوض با محتملترین رفتار آن‌ها سر و کار دارد . در حالی که مکانیک آماری نمی‌تواند در تعیین تاریخ عمر یکی از ذرات در یک سیستم به ما کمک کند ، قادر است ما را از احتمال این که ذره در یک‌لحظهٔ معین مقدار معینی انرژی دارد ،آگاه‌کند . چون پدیده‌های زیادی در دنیای فیزیکی شامل سیستمهایی از ذرات بسیاری می‌باشند ، ارزش تحلیل آماری این پدیده‌ها روشن است . مکانیک آماری را به علت کلیت بخشهایش می‌توان با سهولت یکسان در سیستمهای کلاسیکی (بویژه مولکولها در یک گاز)در سیستمهای مکانیک ــ کوانتمی (بویژه فوتونهادریک حفره و الکترونها در یک فلز) به کار گرفت و این علم یکی از قویترین ابزارهای یک فیزیکدان نظری است .

۹ــ۱ آمار ماکسول ــ بولتزمن

آنچه که مکانیک آماری انجام می‌دهد تعیین محتملترین راهی است که بدان طریق یک مقدار کل معین از انرژی میان اعضای یک سیستم از ذرات در تعادل گرمایی در دمای مطلق T توزیع می‌شود ؛ یعنی ، چند ذره احتمال دارد انرژی ε_1 داشته باشند ، چند ذره انرژی ε_2 داشته باشند و غیره . فرض بر این است که ذرات بر یکدیگر و بر دیواره‌های ظرفشان بدان حد برهمکنش دارند که برای برقراری تعادل گرمایی کافی است ولی نه به آن حد کـه حرکتهایشان‌شدیدا "به‌هم‌مربوط شوند . ممکن است بیش از یک حالت ذره مطابق با یک‌انرژی معین ε باشد و اگر ذرات تابع اصل انحصار نباشند . بیش از یک ذره ممکن اسـت در یـک حالت معین باشد . بحث‌اساسی مکانیک آماری این است که هر چه تعدادWراههای‌مختلفی که در آن ذرات را بتوان در میان حالتهای موجود مرتب کرد تا یک توزیع خاص انرژیها را به دست دهد بیشتر باشد ، توزیع محتملتر است . فرض بر این است که هر حالت یـک انرژی معین بطور مساوی احتمال اشغال شدن دارد ، یک فرض قابل قبول اما فرضی که توجیه

نهاییش (همان طور که در معادلهٔ شرودینگر چنین است) این است که نتایجی با کمک آن حاصل می‌شود که با آزمایش سازگاری دارد.

روش، یافتن یک عبارت عمومی برای W برای نوع ذراتی است که مورد بررسی قرار می‌گیرند و سپس بیشینه ساختن W در شرایطی که سیستم از تعداد ثابتی از ذرات تشکیل شده باشد (بجز موقعی که ذرات فوتون یا معادلهای صوتی آنها موسوم به فونها هستند) و نیز دارای یک مقدار ثابت انرژی باشد. در هر حالت نتیجه عبارتی است برای $n(\varepsilon)$، تعداد ذرات با انرژی ε که دارای شکل زیر است:

$$n(\varepsilon) = g(\varepsilon)f(\varepsilon) \qquad (۱-۹)$$

که $g(\varepsilon)$ = تعداد حالتهای انرژی ε

= وزن آماری مربوط به انرژی ε

$f(\varepsilon)$ = تابع توزیع

= میانگین ذرات در هر حالت با انرژی ε

= احتمال اشغال هر حالت با انرژی ε

وقتی که به جای یک توزیع گسسته، توزیع پیوسته‌ای از انرژیها وجود دارد، $g(\varepsilon)\,d\varepsilon$، تعداد حالتها با انرژیهای بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$، جانشین $g(\varepsilon)$ می‌شود.

نخست سیستمی از ذرات یکسان را بررسی می‌کنیم که بقدر کافی از یکدیگر دور هستند تا قابل تشخیص باشند. (در عبارتهای کوانتمی، توابع موج ذرات به میزان ناچیزی روی یکدیگر را می‌پوشانند). این ذرات رفتار کلاسیکی دارند و اسپینهایشان با این رفتار نامربوط است. مولکولهای یک گاز ذراتی از این نوع هستند و تابع توزیع ماکسول ـ بولتزمن در موردآنها صدق می‌کند.

$$f_{MB}(\varepsilon) = Ae^{-\varepsilon/kT} \qquad \text{تابع توزیع ماکسول ـ بولتزمن} \qquad (۲-۹)$$

مقدار A به تعداد ذرات در سیستم بستگی دارد و در این جا نقشی مشابه نقش ثابت هنجار سازی یک تابع موج ایفا می‌کند. طبق معمول، k ثابت بولتزمن است که مقدارش عبارت است از:

$$k = 1.381 \times 10^{-23}\ \text{J/K}$$
$$= 8.617 \times 10^{-5}\ \text{eV/K}$$

استخراج معادله ۹ـ۲ تا اندازه‌ای پیچیده است و برای مقاصد این کتاب ضروری نیست بنابراین در ضمیمه III آمده است. لکن، نشان دادن این که معادله ۹ـ۲ تنها فرمولی است که می‌تواند درست باشد کار مشکلی نیست. حال دو ذره را که انرژی ترکیبیشان ε است و جزئی از یک سیستم ذرات دیگر از همان نوع می‌باشند، بررسی می‌کنیم. راههای مختلفی

وجود دارند که می‌توان انرژی ε را بین دو ذره تقسیم کرد ، اما بقیهٔ سیستم تحت تأثیر این طرق تقسیم قرار نمی‌گیرد زیرا همان مقدارماندهٔ انرژی قبلی را برای تقسیم میان اعضایش دارا می‌باشد . چون هر یک از راهها که در آن بتوان ε را بین ذرهٔ ۱ و ۲ تقسیم کرد دارای احتمال یکسانی همچون راههای دیگر است ، احتمال $P(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ برای یک تقسیم به یک ε_1 و ε_2 خاص باید با احتمال $P'(\varepsilon)$ که دو ذره در درجهٔ اول بین خود دارای انرژی کل $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ هستند متناسب باشد . مثلاً ، اگر برحسب اتفاق پنج راه وجود دارد که در آنها ذرات می‌توانند انرژی ε را تقسیم کنند ، پس احتمال $P(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ که آن نوع مخصوص ε_1 ، ε_2 روی دهد ، $\frac{1}{5}P'(\varepsilon)$ است . از آن جا که $P'(\varepsilon)$ تابعی از ε است ، $P(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ هم تابعی از ε می‌باشد ، بنابراین می‌توان نوشت .

$$P(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = P'(\varepsilon) = P''(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

رابطهٔ دیگری وجود دارد که $P(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ باید تابع آن باشد . احتمال $f(\varepsilon_1)$ که یک ذره از سیستم در یک حالت انرژی ε_1 باشد مستقل از احتمال $f(\varepsilon_2)$ است که ذرهٔ دیگری در حالتی از انرژی ε_2 باشد . احتمال برای روی دادن دو واقعهٔ مستقل مساوی است با حاصل ضرب احتمالات جداگانهٔ آن‌ها : احتمال این که با شیر یا خط کردن سکه دو بار بـه طـور متوالی شیر بیاید $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ است . این بدان معنی است که احتمال $P(\varepsilon_1, \varepsilon_2)$ برای هر دو حالت که اشغال شوند عبارت است از حاصل ضرب $f(\varepsilon_1)$ و $f(\varepsilon_2)$:

$$P(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2)$$

بنابراین عبارت زیر باید درست باشد که :

$$f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2) = P''(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$$

می‌بینیم که معادلهٔ ۹ـ۲ دارای این مشخصات است ، زیرا به کار بردن آن برای $f(\varepsilon_1)$ و $f(\varepsilon_2)$ عبارت زیر را به دست می‌دهد .

$$f(\varepsilon_1)f(\varepsilon_2) = (Ae^{-\varepsilon_1/kT})(Ae^{-\varepsilon_2/kT}) = A^2e^{-(\varepsilon_1+\varepsilon_2)/kT}$$

که تابعی است از $\varepsilon_1 + \varepsilon_2$ آن گونه که لازمست . فقط یک تابع نمایی به این طریق رفتار می‌کند ، گر چه از نظر ریاضی نما می‌توانست مثبت و یا منفی باشد . اما یک نمای مثبت $f(\varepsilon) = Ae^{\varepsilon/kT}$ را به دست خواهد داد که از نظر فیزیکی هیچ مفهومی ندارد ، زیرا مبین این خواهد بود که یک ذره با انرژی بی‌نهایت دارای احتمال بی‌نهایت خواهد بود .

مسأله : عبارتی برای فراوانیهای نسبی حالتهای چرخشی یک مولکول دو اتمی صلب به دست آورید .

حل : برای چنین مولکولی معادلهٔ ۸ـ۸ حالتهای انرژی به دست می‌دهد

که بر حسب عدد کوانتم چرخشی J عبارت است از :

$$\varepsilon_J = J(J+1)\frac{\hbar^2}{2I}$$

بیش از یک حالت چرخشی ممکن است با یک J خاص مطابقت داشته باشد ، زیرا مؤلفهٔ L_z در هر سمت مشخص شده‌ای از اندازه حرکت زاویه‌ای L ممکن است هر مقداری بصورت مضربهای $\hbar$ از $J\hbar$ از ۰ تا $-J\hbar$ که $2J+1$ مقدار ممکن است داشته باشد . هر یک از $2J+1$ سمتگیری ممکن L یک حالت کوانتمی مجزایی تشکیل می‌دهد و بنابراین

$$g(\varepsilon) = 2J+1$$

اگر تعداد مولکولها در حالت $J=0$ ، n_0 باشد ، در این‌صورت از معادلهٔ ۹ــ۱ و ۹ــ۲ تعداد n_J در حالت $J=J$ عبارت است از :

$$n_J = g(\varepsilon)f(\varepsilon) = (2J+1)n_0 e^{-J(J+1)\hbar^2/2IkT}$$

مثلاً ، حالت $J=7$ در منواکسید کربن در $20°C$ متراکم‌ترین حالت می‌شود . شدتهای خطوط چرخشی در یک طیف مولکولی متناسب با فراوانی نسبی ترازهای انرژی چرخشی گوناگون می‌باشند . شکل ۸ــ۱۶ نوار ارتعاشی ــ چرخشی CO برای گذار ارتعاشی $v=0 \to v=1$ را با خطوط شناخته شده برطبق مقدار J تراز چرخشی اولیه نشان می‌دهد . همان‌گونه که انتظار می‌رود شاخه‌های P و R هردو در $J=7$ مقدار بیشینهٔ خود را دارند .

۹ــ۲ انرژیهای مولکولی در یک گاز ایده‌آل

با اثبات این که وابستگی $f(\varepsilon)$ به ε حاصل از معادلهٔ ۹ــ۲ صحیح است ، اکنون باید درستی راهی را اثبات کنیم که در آن $f(\varepsilon)$ با دمای T تغییر می‌کند . سازهٔ $1/kT$ در نما موضوع قابل قبول است ، زیرا این احتمال که یک ذره ، انرژی زیادی دارد باید با افزایش انرژی افزایش یابد ، اما این تنها سازه‌ای نیست که چنین خاصیتی دارد . یک آزمایش قطعی‌تر این است که برای محاسبهٔ انرژی داخلی کل E سیستمی از ذرات که برای آنها E معلوم است از معادلهٔ ۹ــ۲ استفاده می‌کنیم تا ببینیم که آیا دو مقدار باهم سازگارند . یک سیستم مناسب نمونه‌ای است از یک گاز ایده‌آل که حاوی N مولکول باشد . نظریهٔ جنبشی بنیادی گازها نشان می‌دهد که فقط اگر انرژی جنبشی مولکولی متوسط $\frac{3}{2}kT$ باشد ، قانون گاز ایده‌آل شکل صحیح $pV = NkT$ را خواهد داشت ، به گونه‌ای که انرژی مولکولی کل باید $E \cong \frac{3}{2}NkT$

باشد ، ببینیم حاصل معادلهٔ ۹ــ۲ چیست .

کوانتومش انرژی در حرکت انتقالی مولکولهای گاز نامحسوس است و تعداد کل مولکولها N در یک نمونه معمولا "خیلی زیاد است . بنابراین ، منطقی است که به جای مجموعهٔ گسستهٔ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$ ، توزیع پیوسته‌ای از انرژیهای مولکولی را بررسی کنیم . اگر $n(\varepsilon)\,d\varepsilon$ تعداد مولکولهایی باشد که انرژیهای آن‌ها بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ قرار می‌گیرند ، معادلهٔ ۹ــ۱ را می‌توان بصورت زیر نوشت .

$$n(\varepsilon)\,d\varepsilon \quad g(\varepsilon)\,d\varepsilon \times f(\varepsilon) = Ag(\varepsilon)e^{-\varepsilon/kT}d\varepsilon \qquad (۳-۹)$$

اولین کار پیدا کردن $g(\varepsilon)\,d\varepsilon$ ، تعداد حالتهایی است که انرژیهایی بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ دارند. یک مولکول با انرژی ε ، اندازه حرکت P دارد که بزرگیش p از رابطهٔ زیر مشخص می‌شود .

$$p = \sqrt{2m\varepsilon} = \sqrt{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2} \qquad (۴-۹)$$

هر مجموعه‌ای از مؤلفه‌های اندازه حرکت p_x, p_y, p_z حالتی متفاوت از حرکت را مشخص می‌کند . همان‌گونه که در شکل ۹ــ۱ مشاهده می‌شود ، یک فضای اندازه حرکت را در نظر می‌گیریم که محورهای مختصه‌اش p_x, p_y, p_z هستند . تعداد حالتهای $g(p)dp$ با اندازه حرکتهایی که بزرگیهای آنها بین p و $p+dp$ قرار می‌گیرند ، متناسب است با حجم پوسته‌ای کروی در فضای اندازه حرکت با شعاع p و ضخامت dp که مساوی $4\pi p^2 dp$ است . از این رو

$$g(p)\,dp = Bp^2\,dp \qquad (۵-۹)$$

که در آن B یک ثابت است . چون هر بزرگی اندازه حرکت p مطابق با یک انرژی منفرد ε است تعداد حالتهای انرژی $g(\varepsilon)\,d\varepsilon$ بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ برابر است با تعداد حالتهای اندازه حرکت $g(p)dp$ بین p و $p + dp$ و بنابراین

$$g(\varepsilon)\,d\varepsilon = Bp^2\,dp \qquad (۶-۹)$$

چون

$$p^2 = 2m\varepsilon \qquad \text{و} \qquad dp = \frac{m\,d\varepsilon}{\sqrt{2m\varepsilon}}$$

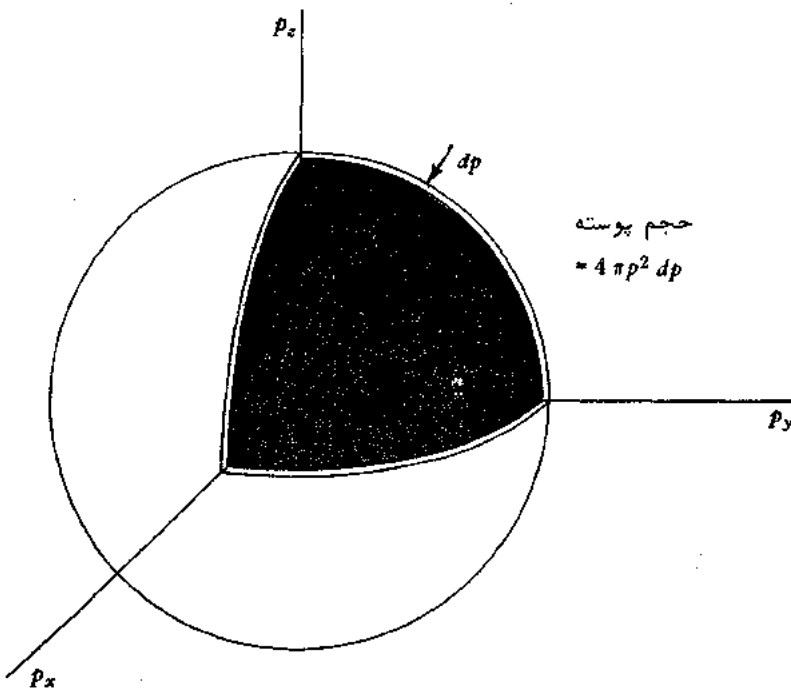
معادلهٔ ۹ــ۶ به صورت زیر نوشته می‌شود .

$$g(\varepsilon)\,d\varepsilon = 2m^{3/2}B\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon \qquad (۷-۹)$$

و برای تعداد مولکولهایی با انرژیهای بین ε و $d\varepsilon$ داریم

$$n(\varepsilon)\,d\varepsilon = C\sqrt{\varepsilon}\,e^{-\varepsilon/kT}\,d\varepsilon \qquad (۸-۹)$$

که در آن C $(=2m^{3/2}AB)$ ثابتی است که باید محاسبه شود .



شکل(۹–۱) مختصات در فضای اندازه حرکت p_x ، p_y ، p_z می‌باشند. تعداد حالتهای اندازه حرکت قابل حصول به ذره‌ای با اندازه حرکتی که بزرگیش بین p و $p + dp$ باشد ، متناسب است با حجم پوسته‌ای کروی در فضای اندازه حرکت بشعاع p و ضخامت dp .

برای پیدا کردن C از شرط بهنجار سازی که تعداد کل مولکولها N است ، استفاده می‌کنیم به طوری که

$$N = \int_0^\infty n(\varepsilon)\, d\varepsilon = C \int_0^\infty \sqrt{\varepsilon}\, e^{-\varepsilon/kT}\, d\varepsilon \qquad (۹–۹)$$

از جدول انتگرالهای معین پی می‌بریم که

$$\int_0^\infty \sqrt{x}\, e^{-ax}\, dx = \frac{1}{2a}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

در این جا $a = 1/kT$ و در نتیجه

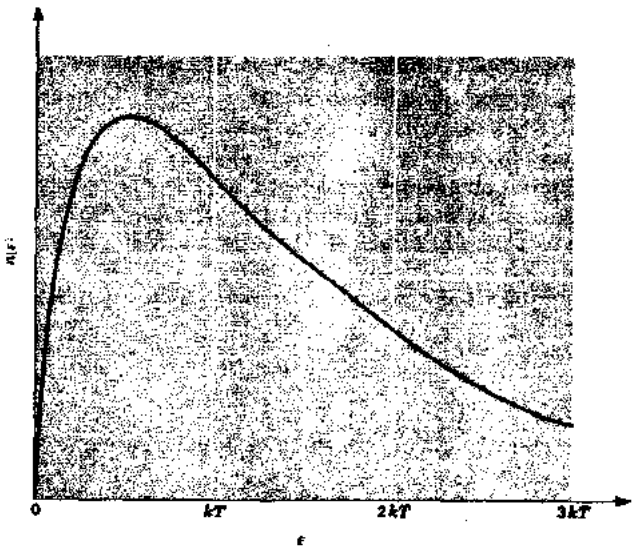
$$C = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \qquad N = \frac{C}{2}\sqrt{\pi}\,(kT)^{3/2} \qquad (۱۰–۹)$$

و سرانجام

$$n(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \sqrt{\varepsilon}\, e^{-\varepsilon/kT}\, d\varepsilon \qquad (۱۱–۹)$$

توزیع انرژی مولکولی

این فرمول تعداد مولکولها با انرژیهای بین ε و ε+dε در نمونه‌ای از یک گاز ایده‌آل که N مولکول دارد و دمای مطلقش T است، ارائه می‌دهد. معادلهٔ ۹–۱۱ در شکل ۹–۲ برحسب kT رسم شده است. منحنی حول محتملترین انرژی متقارن نیست زیرا حد پایینی برای ε، ε = 0 است در حالی که در اصل حد بالایی وجود ندارد (گر چه احتمال انرژیهایی چندین برابر بزرگتر از kT کم است).



شکل (۹–۲) توزیع انرژی ماکسول ـ بولتزمن برای مولکولهای یک گاز ایده‌آل.

آخرین مرحله، محاسبهٔ انرژی داخلی کل سیستم است. انرژی داخلی سیستم با ضرب کردن $n(\varepsilon)\,d\varepsilon$ در انرژی ε و سپس با انتگرال گرفتن روی کلیهٔ انرژیها از ۰ تا ∞، به‌دست می‌آید.

$$E = \int_0^\infty \varepsilon n(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \int_0^\infty \varepsilon^{3/2}\, e^{-\varepsilon/kT}\, d\varepsilon$$

با استفاده از انتگرال معین استاندارد

$$\int_0^\infty x^{3/2}\, e^{-ax}\, dx = \frac{3}{4a^2}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$$

داریم

$$E = \frac{2\pi N}{(\pi kT)^{3/2}} \times \tfrac{3}{4}(kT)^2 \sqrt{\pi kT} = \tfrac{3}{2}NkT \qquad \text{انرژی کل } N \text{ مولکول گاز} \qquad (۹–۱۲)$$

این نتیجهٔ درستی است که تایید می‌کند که سازهٔ $1/kT$ در نمای تابع توزیع ماکسول ـ بولتزمن معادلهٔ ۹ـ۲ به گونه‌ای مناسب وابستگی $n(\varepsilon)\,d\varepsilon$ به T را توصیف می‌کند.

انرژی متوسط یک مولکول گاز ایده‌آل E/N است یا

$$\bar{\varepsilon} = \tfrac{3}{2}kT \qquad \text{انرژی مولکولی متوسط} \qquad (۹ــ۱۳)$$

که مستقل از جرم مولکول است؛ یک مولکول سبک در یک دمای معین تندی متوسط بزرگتری از یک مولکول سنگین دارد. مقدار $\bar{\varepsilon}$ در دمای اطاق تقریبا" $0/04\ eV$، $\frac{1}{25}eV$ است.

یک مولکول گاز دارای‌سه مد انرژی انتقالی یا درجات آزادی است که مطابق با حرکات در جهتهای x، y و z است، بنابراین، می‌توانیم $\frac{1}{2}kT$ از انرژی را به هر درجهٔ آزادی وابسته کنیم. این وابستگی یک وابستگی کاملا" عمومی است. انرژی متوسط به ازای هر درجهٔ آزادی از هر نهاد کلاسیکی که بخشی از یک سیستم چنین نهادهایی در تعادل گرمایی در دمای T باشد، $\frac{1}{2}kT$ است. مثلا"، یک نوسان کنندهٔ هماهنگ دو درجهٔ آزادی دارد، یکی مطابق با انرژی جنبشیش و دیگری مطابق با انرژی پتانسیل آن است، بنابراین، هر نوسان کننده در سیستمی از نوسان کننده‌ها دارای انرژی متوسط $2\times\frac{1}{2}kT=kT$ است، مشروط بر این که بتوان از کوانتومش صرف‌نظر کرد. (همان گونه که بعدا" خواهیم دید، با اولین تقریب، اتمهای یک جسم جامد مانند سیستمی از نوسان کننده‌های هماهنگ، کلاسیکی رفتار می‌کنند).

توزیع تندیهای مولکولی را می‌توان از معادلهٔ ۹ـ۱۱ با جایگزینی پیدا کرد.

$$\varepsilon = \tfrac{1}{2}mv^2$$
$$d\varepsilon = mv\,dv$$

برای تعداد مولکولهایی با تندیهای بین v و $v+dv$، نتیجه عبارت است از:

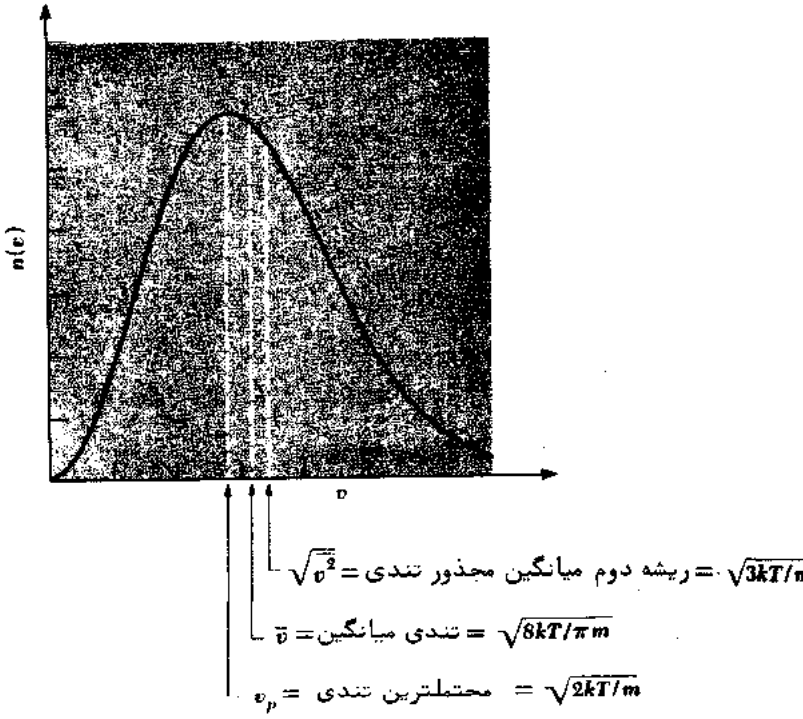
$$n(v)\,dv = \frac{\sqrt{2}\pi\,Nm^{3/2}}{(\pi kT)^{3/2}}\,v^2 e^{-mv^2/2kT}\,dv \qquad \text{توزیع تندی مولکولی} \qquad (۹ــ۱۴)$$

این فرمول که اولین بار توسط ماکسول در سال ۱۸۵۹ م. به دست آمد در شکل ۹ـ۳ رسم شده است.

تندی یک مولکول با انرژی متوسط $\frac{3}{2}kT$ عبارت است از:

$$v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \qquad \text{ریشهٔ دوم میانگین مجذور تندی} \qquad (۹ــ۱۵)$$

چون $\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT$ است، این تندی را به v_{rms} نشان می‌دهند، زیرا ریشهٔ دوم میانگین



شکل(۹–۳) توزیع تندی ماکسول ــ بولتزمن

مجذور تندیهای مولکولی است ــ ریشهٔ دوم میانگین مجذور تندی ــ و همانند تندی میانگین ساده $\bar{v}$ نیست . رابطهٔ بین $\bar{v}$ و v_{rms} بستگی دارد به قانون توزیعی که تندیهای مولکولی در یک سیستم خاص از آن توزیع پیروی می‌کند . برای یک توزیع ماکسول ــ بولتزمن ،

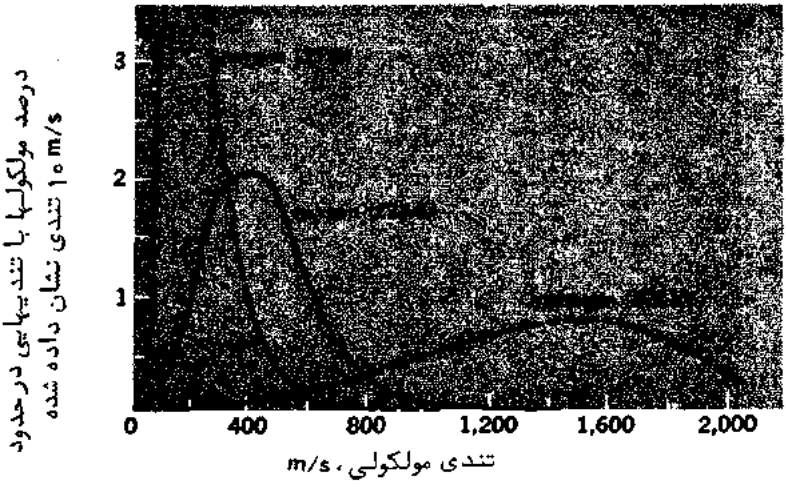
$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3\pi}{8}}\ \bar{v} \approx 1.09\bar{v}$$

به گونه‌ای که ریشهٔ دوم میانگین مجذور تندی حدود ۹ درصد بزرگتر از میانگین تندی است.

چون توزیع تندی معادلهٔ ۹–۱۴ متقارن نیست ، محتملترین تندی v_p از $\bar{v}$ یا v_{rms} کوچکتر است . برای پیدا کردن v_p ، مشتق $n(v)$ نسبت به v را برابر صفر می‌گیریم و معادلهٔ منتجه برای v را حل می‌کنیم . نتیجه عبارت است از :

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{m}} \qquad \text{محتملترین تندی} \qquad (۹–۱۶)$$

تندیهای مولکولی در یک گاز بطور قابل ملاحظه‌ای در هر طرف v_p تغییر می‌کنند . شکل ۹–۴



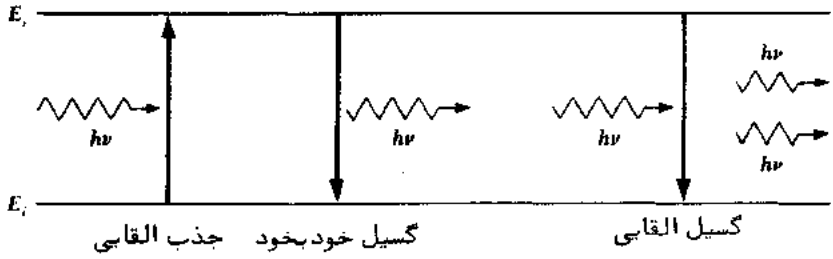
شکل (۹ـ۴)

توزیع تندیها در اکسیژن در (۲۰۰°C−) ۷۳K، در اکسیژن در (۰°C) ۲۷۳K و در ئیدروژن در ۲۷۳K را نشان می‌دهد. محتملترین تندی با دما افزایش و با جرم مولکولی کاهش می‌یابد. بنابراین، تندیهای مولکولی در اکسیژن در ۷۳K بطور کلی کمتر از ۲۷۳K است و بطور کلی تندیهای مولکولی در ۲۷۳K در ئیدروژن از تندیهای مولکولی در اکسیژن در همان دما بزرگترند. البته، انرژی متوسط مولکولی در ۲۷۳K در هر دو عنصر اکسیژن و ئیدروژن یکسان است.

۹ـ۳ لیزر

سه نوع گذار که تابش الکترومغناطیسی را در برمی‌گیرد می‌تواند بین دو تراز انرژی در یک اتم، تراز پایین‌تر i و تراز بالاتر j، روی دهد (شکل ۹ـ۵). اگر اتم در آغاز در حالت i باشد، با جذب فوتونی از نور که انرژیش $h\nu = E_j - E_i$ است، می‌تواند به حالت j صعود کند. این فرآیند را جذب القایی می‌نامند. اگر اتم در آغاز در حالت بالاتر j باشد با گسیل فوتونی به انرژی $h\nu$ می‌تواند به حالت i سقوط کند؛ این فرآیند گسیل خودبخود است.

امکان سومی به نام گسیل القایی نیز وجود دارد که در آن فوتونی فرودی با انرژی $h\nu$ سبب گذاری از حالت بالاتر به حالت پایین‌تر می‌شود. گسیل القایی دارای همان احتمالی است که جذب القایی دارد: فوتونی با انرژی $h\nu$ که بر اتمی در حالت بالاتر j می‌تابد، احتمال



شکل (۹ـ۵) گذارهای بین دو تراز انرژی در یک اتم می‌توانند با جذب القایی، گسیل خودبخود و گسیل القایی به وقوع بپیوندند.

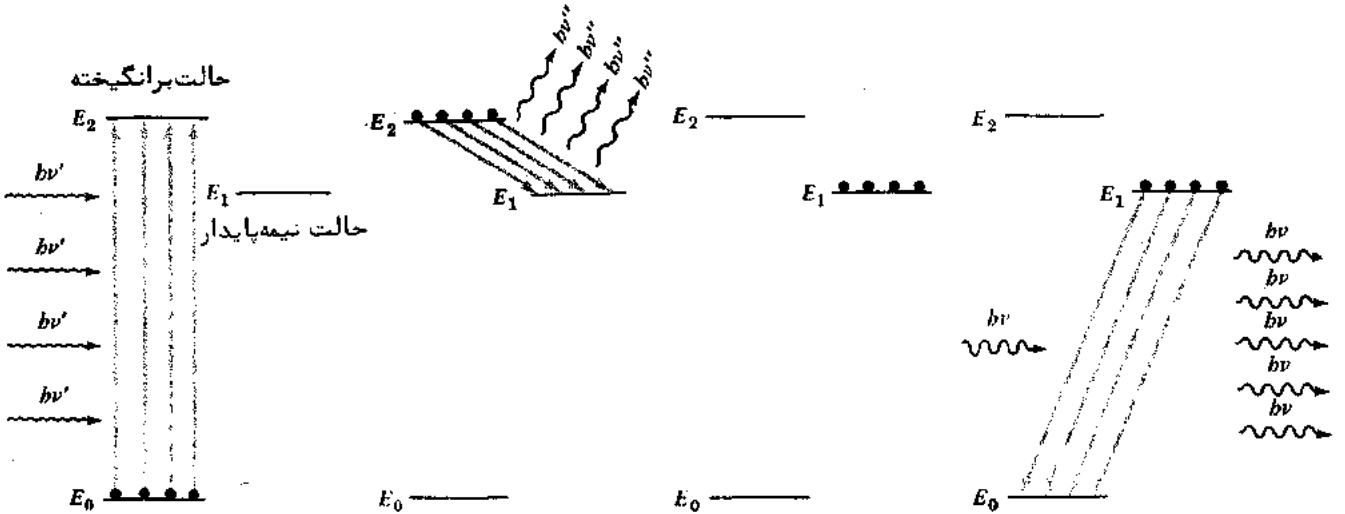
آن‌که این فوتون سبب گسیل فوتون دیگری با انرژی $h\nu$ شود، برابر با احتمال جذب آن فوتون است موقعی که این فوتون بر اتمی در حالت پایین‌تر i بتابد. گسیل القایی مفاهیم جدیدی را در برنمی‌گیرد. یک قیاس نوسان کننده هماهنگ است، مثلاً، یک آونگ که نیروی سینوسی بر آن اعمال می‌شود که زمان تناوب نیروی سینوسی مساوی زمان تناوب طبیعی نوسان پاندول است. اگر نیروی اعمال شده دقیقاً با حرکتهای نوسانی آونگ همفاز باشد، دامنهٔ آونگ افزایش می‌یابد؛ این موضوع با جذب القایی انرژی مطابقت دارد. لکن، اگر نیروی اعمال شده با حرکتهای نوسانی آونگ $180°$ اختلاف فاز داشته باشد، دامنهٔ آونگ کاهش می‌یابد؛ این موضوع با گسیل القایی انرژی مطابقت دارد.

بر طبق معادلهٔ ۹ـ۲ در سیستمی با تعادل گرمایی، نسبت بین عدد میانگین N_i اتمها در یک حالت بالاتر j و عدد میانگین N_j در حالت پایین‌تر i عبارت است از:

$$\frac{N_j}{N_i} = e^{-(E_j-E_i)/kT} = e^{-h\nu/kT}$$

چون $h\nu$ معمولاً از kT برای تابش اتمی خیلی بزرگتر است، در تعادل گرمایی فراوانیهای حالتهای بالاتر به طور قابل توجهی از فراوانی پایین‌ترین حالت کوچکترند. فرض کنید نوری با بسامد ν را بر سیستمی می‌تابانیم که در آن اختلاف انرژی بین حالت پایدار و حالت برانگیخته $h\nu$ است. با وجود حالت بالاتر که بطور زیاد اشغال نشده باشد، گسیل القایی کمی وجود خواهد داشت و رویدادهای عمده که به وقوع می‌پیوندند عبارت خواهند بود از جذب فوتونهای فرودی توسط اتمها در حالت پایدار و تابش مجدد تصادفی خودبخود بعدی فوتونها با همان بسامد فرودی، (نسبتی معین از اتمهای برانگیخته انرژی خود را در برخوردها آزاد خواهند کرد).

بعضی از سیستمهای اتمی می‌توانند فراوانیهای انرژی معکوس تحمل کنند که میزان



حالت پایدار
اتمها در حالت پایدار
توسط فوتونهایی با
$h\nu' = E_2 - E_0$ (یا در اثر
(برخورد) به حالت
E_2 برده می‌شوند.

گذار سریع به حالت
نیمه پایدار E_1 با
گسیل خودبخود
فوتونهایی با
$h\nu'' = E_2 - E_1$
(یا به طریقی دیگر)

در بسیاری از اتمها
حالتهای نیمه
پایدار اشغال
می‌شوند

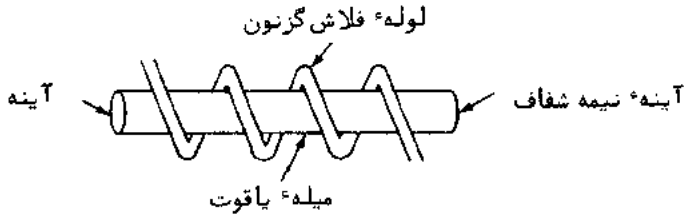
گسیل القایی موقعی روی می‌دهد
که فوتونهای E_0 $h\nu = E_1$
فرودی، با فوتونهای
ثانوی خودشان گذارهای
بیشتری را القا می‌کنند تا
بهمنی از فوتونهای
همدوس به وجود آید.

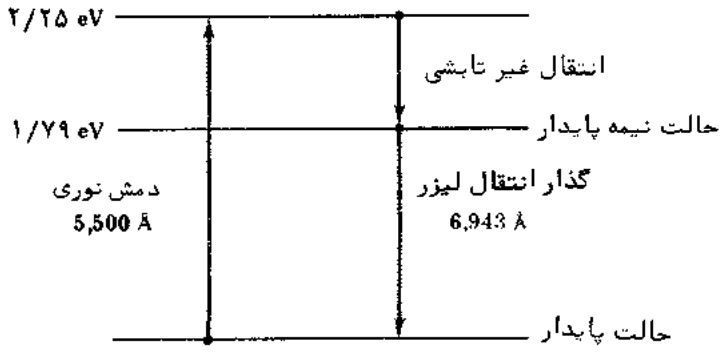
شکل (۹ـ۶) اصل لیزر

اشغال حالت بالاتر از حالت پایین‌تر بیشتر است . شکل ۹ـ۶ یک سیستم سد ــ ترازی را نشان می‌دهد که در آن حالت میانی ۱ نیمه پایدار می‌باشد که مبین این است که گذار ازاین حالت به حالت پایدار توسط قوانین گزینش ممنوع است . با تابشی به بسامد $\nu' = (E_2 - E_0)/h$ می‌توان سیستم را به حالت بالاتر ۲ برد . (برخوردهای الکترونی راه دیگری هستند که سیستم را به حالت بالاتر می‌رسانند) . اتمها در حالت ۲ در مقابل گسیل خودبخود از طریق یک گذار مجاز دارای عمری حدود 10^{-8} s هستند ، بنابراین آنها تقریبا" بلافاصله به حالت نیمه‌پایدار ۱ (یا به حالت پایدار) سقوط می‌کنند . حالتهای نیمه پایدار ممکن است در مقابل گسیل خودبخود دارای عمری بیش از 10^{-3} s باشند و بنابراین امکان دارد به بالا بردن حالت سیستم ادامه داد تا موقعی که در حالت ۱ فراوانی بیشتری از حالت صفر به وجود آید . اگر اکنون تابشی با بسامد $\nu = (E_1 - E_0)/h$ بر سیستم بتابانیم ، گسیل القایی فوتونها با این بسامد از جذبشان فراتر خواهندرفت زیرا اتمهای بیشتری در حالت بالاتر هستند و نتیجهٔ خالص یک تابش خروجی با بسامد ν خواهد بود که از تابش ورودی تجاوز می‌کند . این اصل میزر (تقویت کهموج با گسیل القایی تابش) و لیزر (تقویت نور با گسیل القایی تابش) است .

امواج تابشی از گسیل خودبخود ، همان گونه که انتظار داریم غیر همدوس هستند که در فضا و زمان با فازهای تصادفی به هم مربوط می‌شوند ، زیرا میان اتمهای درگیر هیچ گونه هماهنگی وجود ندارد . لکن ، امواج تابشی از گسیل القایی با امواج القا کننده‌ای همدوسند که این امر یک میزر یا لیزر را ممکن می‌سازد تا بار یکه‌ای کاملا" همدوس تولید کند . یک باریکهٔ لیزر خیلی بندرت واگرا می‌شود : باریکهٔ ارسالی از زمین به آینه‌ای که توسط آپولوی ۱۱ درماه نصب شده بود بقدر کافی باریک باقی ماند که در برگشتش به زمین آشکار شد ، کل مسافت پیموده شده بیش از $\frac{3}{4}$ میلیون کیلومتر است . برای انجام این کار ، باریکهٔ نورتولید شده با هر منبع دیگری بیش از حد پخش می‌شد . باریکه‌های لیزر نسبت به باریکه‌های نور تولید شده از هر منبع دیگری شدت بیشتری دارند : برای رسیدن به چگالی انرژیی معادل با آن چگالی که در بعضی از باریکه‌های لیزر موجود است ، یک جسم سیاه (به بخش ۹ـ۵ مراجعه شود) باید به دمای 10^{30} K برسد .

اولین لیزر با به کارگیری میلهٔ یاقوتی با موفقیت به نتیجه رسید (شکل ۹ـ۷) . یاقوت بلوری ازاکسید آلومینیم Al_2O_3 ، است که در آن بعضی از یونهای Al^{3+} جانشین یونهای Cr^{3+} می‌شوند که رنگ قرمز به واسطهٔ این یونها است . یک یون Cr^{3+} ترازی نیمه پایدار دارد که عمرش تقریبا" ۰/۰۰۳ s است . لامپ فلاش گزنون یونهای Cr^{3+} به ترازی با انرژی بالاتر برانگیخته می‌کند که از این ترازها با از دست دادن انرژی به دیگر یونها در بلور به

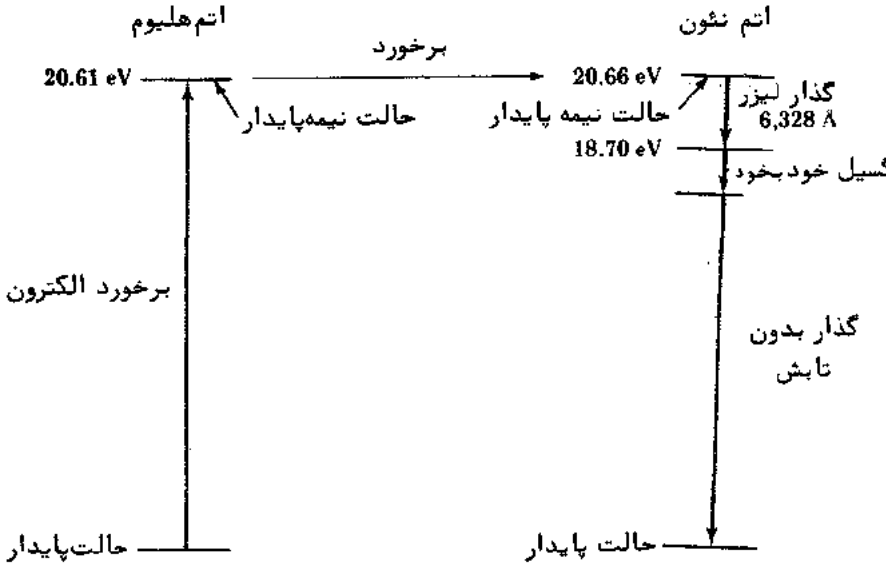




شکل (۹-۷) لیزر یاقوت

تراز نیمه پایدار سقوط می‌کنند. از واپاشی خودبخود بعضی از یونها فوتونها بین دو سر آینه شدهٔ میلهٔ یاقوتی به جلو و عقب باز تابیده می‌شوند، سایر یونهای Cr^{3+} برانگیخته را تحریک می‌کنند تا تابش کنند. بعد از چند میکروثانیه، پالس بزرگی از نورقرمز همدوس تکفام از انتهای نیمه شفاف میله حاصل می‌شود. طول میله دقیقا" مضرب صحیحی از نصف طول موجهاست، بنابراین تابش محبوس در آن یک موج ایستای نوری را تشکیل می‌دهد. چون گسیل‌های القایی با موج ایستا برانگیخته می‌شود، امواجشان همگی همگام با موج است.

لیزر گاز هلیوم ـ نئون به طریق متفاوتی به معکوسی فراوانی می‌رسد. مخلوطی را که حدود ۷ قسمت آن هلیوم و یک قسمت آن نئون است در فشار پایینی (تقریبا" ۱ میلیمترجیوه) در لوله‌ای شیشه‌ای که در آینهٔ موازی در دو انتها دارد قرار می‌دهیم، یکی از آینه‌ها تا اندازه‌ای شفاف است. فاصلهٔ آینه‌ها از هم مساوی مضرب صحیحی از نصف طول موجهای نورلیزر است. یک تخلیهٔ الکتریکی درگاز، به‌وسیلهٔ الکترودهای خارج از لولهٔ متصل شده به منبعی با جریان متناوب با بسامد زیاد، تولید می‌شود و برخوردها با الکترونها از تخلیهٔ الکتریکی، اتمهای Ne و He را بترتیب به حالتهای نیمه پایدار ۲۰/۶۱ و ۲۰/۶۶eV بالای حالتهای پایدارشان



شکل (۹ــ۸) لیزر هلیوم ــ نئون

برانگیخته می‌کنند (شکل ۹ــ۸) . بعضی از اتم‌های He برانگیخته در برخوردها انرژیشان را به حالت پایدار اتم‌های Ne منتقل می‌کنند ، همراه با ۰/۰۵eV انرژی اضافی که توسط انرژی جنبشی اتم‌ها تأمین می‌شود . بدین ترتیب ، مقصود از اتم‌های He کمک به‌انجام یک معکوس فراوانی در اتم‌های Ne است .

گذار لیزر در Ne از حالت نیمه پایدار به انرژی ۲۰/۶۶ eV با گسیل فوتونی به طول موج ۶۳۲۸ آنگستروم به حالتی برانگیخته به انرژی ۱۸/۷۰ eV است. سپس، فوتون دیگری به طور خودبخود در یک گذار به یک حالت نیمه پایدار پایین‌تر گسیل می‌شود ، حاصل این گذار فقط نور ناهمدوس است . انرژی برانگیختگی باقیمانده در برخورد با دیواره‌های لوله از بین می‌رود . چون برخوردهای الکترونی که اتمهای He و Ne را تحریک می‌کنند تمام اوقات روی می‌دهند ، برخلاف برانگیختگی پالسی از لامپ فلاش گزنون در لیزری یاقوتی ، یک لیزر He-Ne بطور پیوسته عمل می‌کند .

در لیزر یاقوتی ، اقلا" نیمی از یونهای Cr^{3+} باید در حالت نیمه‌پایدار باشند . درغیراین صورت جذب القایی برگسیل القایی غلبه خواهد کرد و تقویت لیزر روی نخواهد داد . در لیزر He-Ne حالت نهایی گذار لیزری (تراز ۱۸/۷۰ eV از Ne) بالای حالت پایدار است و از این رو در دماهای معمولی فراوانی زیادی ندارد که بدین معنی است که تعداد کمی اتم Ne

خواهند توانست فوتونهایی با بسامد لیزر را جذب کنند . به این دلیل کسری از اتمهای Ne که برای رویداد تقویت لیزری باید بترتیب برانگیخته شوند می‌توانند از نصف کل اتمها خیلی کمتر باشند ، مزیتی که در دیگر لیزرهای چهار ترازی مشترک است .

۹ـ۴ : آمار کوانتمی

تابع توزیع ماکسول ـ بولتزمن برای سیستمهایی از ذرات یکسان که می‌توان آن‌ها را از یکدیگر تمیز داد ، صدق می‌کند ، یعنی ذراتی که توابع موجشان خیلی‌زیاد روی هم را نمی‌پوشانند . مولکولها در یک گاز مناسب این توصیفند و از آمار ماکسول ـ بولتزمن پیروی می‌کنند . اگر توابع موج به طور محسوسی روی هم را بپوشانند ، وضعیت تغییر می‌کند زیرا اکنون ذرات را نمی‌توان تمیز داد ، گر چه با این وجود می‌توان آن‌ها را شمارش کرد ، در بخش ۷ـ۴ در بارهٔ نتایج کوانتم ـ مکانیکی تمیز ناپذیری بحث کردیم ، در آن بخش دیدیم که سیستمهای ذرات با همپوشی توابع موج به دو طبقه تقسیم می‌شوند :

۱ـ ذرات با اسپینهای صفر یا صحیح که بوزونها نامیده می‌شوند . بوزونها از اصل انحصار پیروی نمی‌کنند و تابع موج یک سیستم از بوزونها تحت تأثیر تعویض هر زوج از آنها قرار نمی‌گیرد . تابع موجی از این نوع را متقارن می‌نامند . هر تعداد از بوزونها می‌توانند در یک حالت کوانتمی یکسان از سیستم وجود داشته باشند .

۲ـ ذرات با اسپینهای مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ (. . . $\frac{5}{2}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{1}{2}$) که فرمیونها نامیده می‌شوند . فرمیونها از اصل انحصار پیروی می‌کنند و تابع موج یک سیستم از فرمیونها برحسب تعویض هر زوج از آنها تغییر علامت می‌دهد . تابع موجی از این نوع را پاد متقارن می‌نامند . فقط یک فرمیون می‌تواند در یک حالت کوانتمی خاص سیستم وجود داشته باشد .

حال ببینیم این طبقه‌بندی در احتمال $f(\varepsilon)$ که حالت خاصی از انرژی ε اشغال شود ، چه تفاوتی ایجاد خواهد کرد .

سیستمی از دو ذرهٔ ۱ و ۲ را که یکی در حالت a و دیگری در حالت b است ، در نظر می‌گیریم . وقتی که ذرات قابل تشخیصند ، برای اشغال حالتها ، همان‌گونه که با توابع موج توصیف می‌شوند ، دو امکان وجود دارد .

$$\psi_{I} = \psi_{a}(1)\,\psi_{b}(2) \qquad (۹ـ۱۷)$$

$$\psi_{II} = \psi_{a}(2)\,\psi_{b}(1) \qquad (۹ـ۱۸)$$

وقتی که ذرات قابل تشخیص نباشند ، نمی‌توانیم بگوییم کدام یک از آنها در کدام حالت است و تابع موج باید ترکیبی از ψ_{I} و ψ_{II} باشد تا احتمالات مساوی آنها را منعکس سازد . همان‌طور که در بخش ۷ـ۴ دیدیم ، اگر ذرات بوزون باشند ، سیستم با تابع موج متقارن

توصیف می‌شود

$$\psi_B = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a (1)\, \psi_b (2) + \psi_a (2)\, \psi_b (1)] \qquad \text{بوزونها} \qquad (۱۹-۹)$$

و اگر ذرات فرمیون باشند ، سیستم با تابع موج پاد متقارن توصیف می‌شود .

$$\psi_F = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a (1)\, \psi_b (2) - \psi_a (2)\, \psi_b (1)] \qquad \text{فرمیونها} \qquad (۲۰-۹)$$

سازه‌های $\frac{1}{\sqrt{2}}$ برای بهنجار کردن توابع موج لازمند .

اکنون می‌پرسیم چه احتمالی‌در هر وضعیت وجود دارد که هر دو ذره در یک حالت یکسان ،مثلا" a باشند . برای ذرات قابل تشخیص ، ψ_1 و ψ_2 هر دو به صورت

$$\psi_M = \psi_a (1)\, \psi_a (2) \qquad (۲۱-۹)$$

می‌شوند تا چگالی احتمال ذیل را به دست دهند .

$$\psi_M^* \psi_M = \psi_a^* (1)\, \psi_a^* (2)\, \psi_a (1)\, \psi_a (2) \qquad (۲۲-۹)$$

برای بوزونها تابع موج بصورت

$$\psi_B = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a (1)\, \psi_a (2) + \psi_a (1)\, \psi_a (2)] = \frac{2}{\sqrt{2}} \psi_a (1)\, \psi_a (2)$$

$$\sqrt{2}\, \psi_a (1)\, \psi_a (2) \qquad (۲۳-۹)$$

می‌شود تا یک چگالی احتمال زیر را به دست دهد

$$\psi_B^* \psi_B = 2\psi_a^* (1)\, \psi_a^* (2)\, \psi_a (1)\, \psi_a (2) = 2\psi_M^* \psi_M \qquad (۲۴-۹)$$

بدین ترتیب ، احتمال این که هر دو بوزون در حالت یکسانی باشند ، دو برابر آن احتمالی است که برای ذرات قابل تشخیص وجود دارد ! تابع موج برای فرمیونها عبارت است از :

$$\psi_F = \frac{1}{\sqrt{2}} \{\psi_a(1)\psi_a(2) - \psi_a(1)\psi_a(2)\} = 0 \qquad (۲۵-۹)$$

غیر ممکن است که هر دو ذره در حالت یکسانی باشند ، که این بیانی از اصل انحصار است.

این نتایج را می‌توان تعمیم داد تابر روی سیستمهایی با ذرات زیاد به کار رود . در سیستمی از بوزونها ، حضور یک‌ذره در یک حالت کوانتمی معین ، احتمال این را که دیگر ذرات در همان حالت یافت شوند ، افزایش می‌دهد . در سیستمی از فرمیونها ، حضور ذره‌ای در یک حالت معین ، از بودن ذرات دیگر در آن حالت جلوگیری می‌کند . احتمال $f(\varepsilon)$ که یک بوزون حالتی از انرژی ε را اشغال کند ، عبارت است از :

$$f_{BE}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\alpha} e^{\varepsilon/kT} - 1} \qquad \text{تابع توزیع بوز ــ اینشتین} \qquad (۲۶-۹)$$

و برای یک فرمیون، احتمال مساوی عبارت زیر می‌شود.

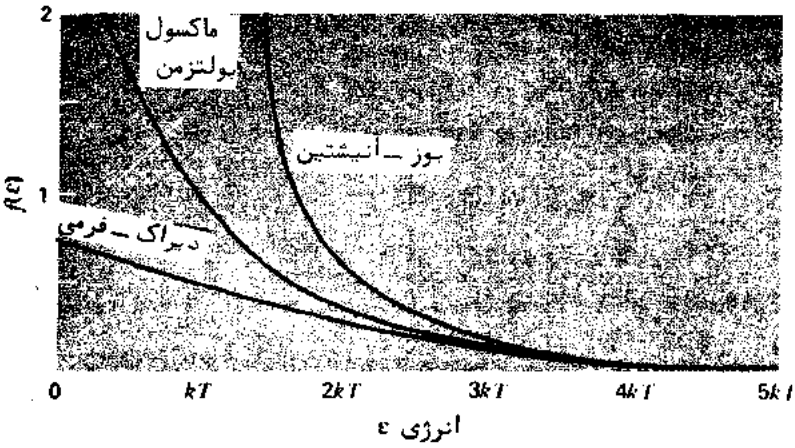
$$f_{FD}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{\alpha}e^{\varepsilon/kT} + 1}$$ تابع توزیع فرمی ــ دیراک ۹ــ۲۷

مقدار α به خواص سیستم خاص بستگی دارد و ممکن است تابعی از T باشد. این فرمولها در ضمیمهٔ (۳) محاسبه می‌شوند.

عبارت ۱ــ در مخرج کسر معادلهٔ ۹ــ۲۶، احتمال افزوده شدهٔ اشغال چند گانهٔ یک حالت انرژی توسط بوزونها در مقایسه با احتمال برای ذرات قابل تشخیص نظیر مولکولها را بیان می‌کند. عبارت ۱+ در مخرج کسر معادلهٔ ۹ــ۲۷ نتیجه‌ای است از اصل عدم قطعیت؛ هر مقداری را که α، ε و T داشته‌باشند، $f(\varepsilon)$ هرگز نمی‌تواند از ۱ تجاوز کند. در هر دو حالت، وقتی که $\varepsilon \gg kT$ باشد، توابع $f(\varepsilon)$ به تابع آماری ماکسول ــ بولتزمن نزدیک می‌شوند، معادلهٔ ۹ــ۲ شکل ۹ــ۹ مقایسه‌ای است از سه تابع توزیع به‌ازای $\alpha = -1$. بوضوح، $f_{BE}(\varepsilon)$ برای بوزونها همیشه در یک نسبت معین ε/kT بزرگتر از تابع توزیع مربوطه برای مولکولها می‌باشد و $f_{FD}(\varepsilon)$ برای فرمیونها همیشه از دو توزیع دیگر کوچکتر است.

از معادلهٔ ۹ــ۲۷ می‌بینیم که برای یک انرژی مساوی

$$\varepsilon_F = -\alpha kT$$ انرژی فرمی ۹ــ۲۸



شکل (۹ــ۹) مقایسه‌ای از سه تابع توزیع به ازاء $\alpha = -1$. تابع بوزــ اینشتین همیشه‌از تابع ماکسول ــ بولتزمن که یک تابع نمایی خالص است، بالاتر می‌باشد و تابع فرمی‌ــ دیراک همیشه از تابع ماکسول ــ بولتزمن پایین‌تر است. توابع، احتمال اشغال حالتی از انرژی ε در دمای مطلق T را به‌دست می‌دهند.

مقدار $f_{FD}(\varepsilon)=\frac{1}{2}$ است .

این انرژی که انرژی فرمی نامیده می‌شود ، نظیرگاز الکترون در یک فلز ،کمیت خیلی مهمی در سیستم فرمیونها است . تابع توزیع فرمی ــ دیراک برحسب ε_F عبارت است از

$$f_{FD}(\varepsilon)=\frac{1}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT}+1} \qquad \text{فرمی ــ دیراک} \qquad (۹-۲۹)$$

برای ارزیابی اهمیت انرژی فرمی ، سیستمی از فرمیونها را در $T=0$ در نظر می‌گیریم واشغال حالتهایی را که انرژیشان کمتر از ε_F و بزرگتر از ε_F هستند ، بررسی می‌کنیم . آنچه که بدان پی می‌بریم این است :

$$T=0,\ \varepsilon<\varepsilon_F: \qquad f_{FD}(\varepsilon)=\frac{1}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT}+1}=\frac{1}{e^{-\infty}+1}=\frac{1}{0+1}=1$$

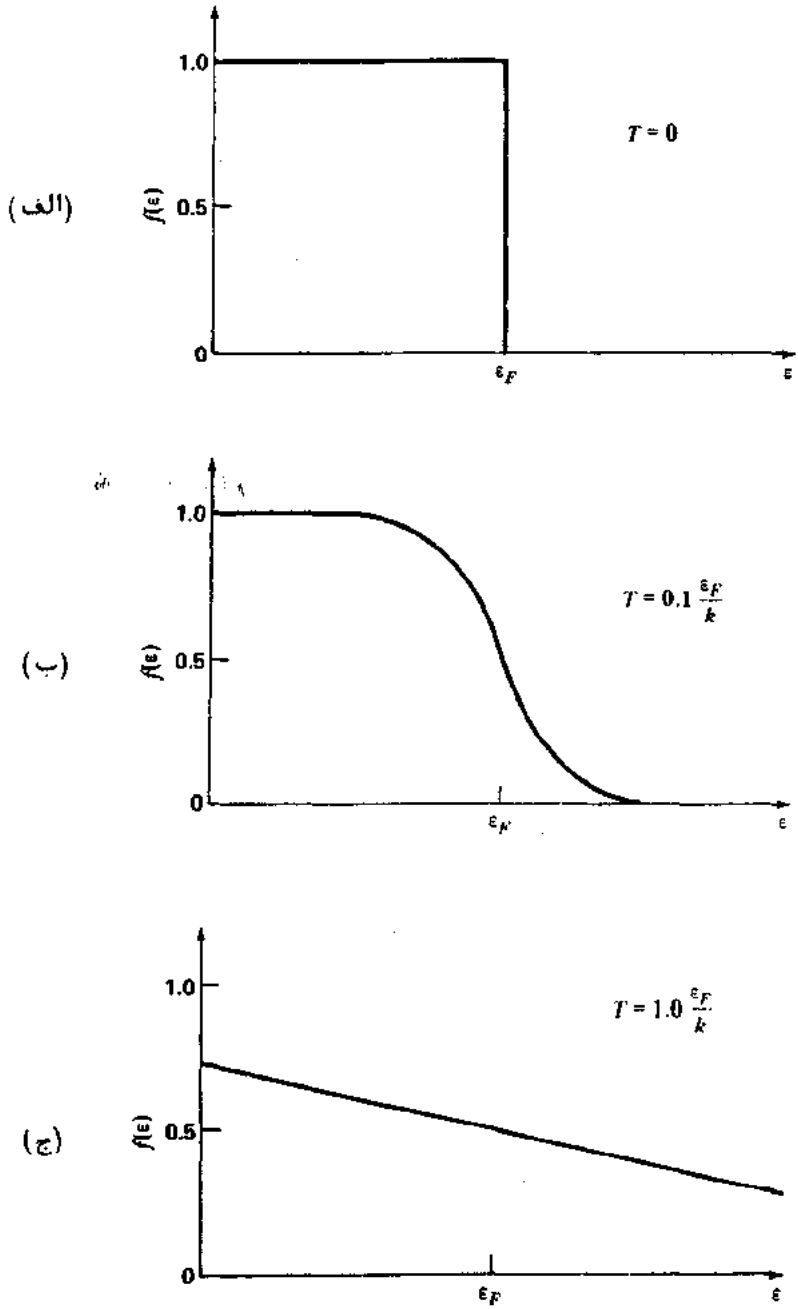
$$T=0,\ \varepsilon>\varepsilon_F: \qquad f_{FD}(\varepsilon)=\frac{1}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT}+1}=\frac{1}{e^{\infty}+1}=0$$

بدین‌ترتیب ، در صفر مطلق تمام حالتهای انرژی تا ε_F اشغال می‌شوند و هیچ حالت انرژیی در بالای ε_F اشغال نمی‌شود . "شکل ۹ــ۱ (الف)" . اگر سیستمی شامل N فرمیون باشد ، می‌توانیم انرژی فرمی سیستم ε_F را با پر کردن حالتهای انرژی سیستم با N ذره بترتیب افزایش انرژی با شروع از $\varepsilon=0$ محاسبه کنیم . بنابراین ، بالاترین حالتی که اشغال می‌شود دارای انرژی $\varepsilon=\varepsilon_F$ خواهد بود . این محاسبه برای الکترونها در یک فلز در بخش ۹ــ۹ انجام خواهد شد .

چون دما در بالای $T=0$ افزایش می‌یابد ، اما با داشتن kT هنوز خیلی کوچکتر از ε_F ، فرمیونها حالتهای درست زیر ε_F را ترک خواهند کرد تا به حالتهای درست بالای آن تغییر مکان دهند ، همان‌گونه که در شکل ۹ــ۱۰ (ب) مشهود است . در دماهای باز هم بالاتر ، فرمیونها حتی از پایین‌ترین حالت شروع برانگیخته شدن به حالتهای بالاتر خواهند کرد ، بنابراین ، f_{FD} (۰) به زیر ۱ سقوط خواهد کرد . در این شرایط ، $f_{FD}(\varepsilon)$ شکلی شبیه آن چیزی که در شکل ۹ــ۱۰ (ج) آمده است ، به خود خواهد گرفت که با پایین‌ترین منحنی در شکل ۹ــ۹ مطابقت دارد .

خواص سه تابع توزیع در جدول ۹ــ۱ خلاصه شده‌اند . قابل ذکر است که برای پیدا کردن تعداد واقعی $n(\varepsilon)$ ذرات با یک انرژی ε ، توابع $f(\varepsilon)$ بایستی در تعداد حالتهای $g(\varepsilon)$ با این انرژی ضرب شوند :

$$n(\varepsilon)=g(\varepsilon)f(\varepsilon) \qquad (۹-۱)$$



شکل (۹ــ۱۰) تابع توزیع برای فرمیونها در سه دمای مختلف

جدول ۹–۱ سه تابع توزیع آماری

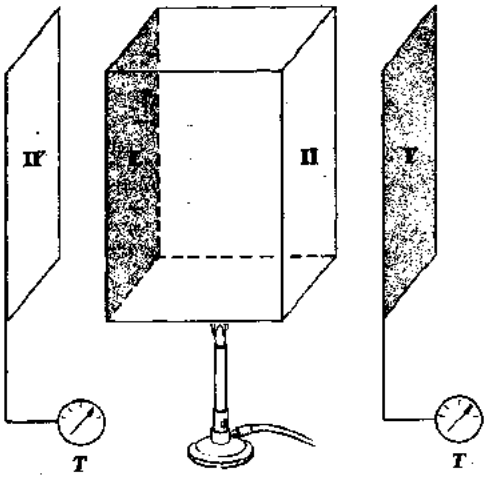
	ماکسول–بولتزمن	بوز–اینشتین	فرمی–دیراک
کاربردهای سیستمهای	ذرات قابل تشخیص یکسان	ذرات غیر قابل تشخیص یکسان که از اصل انحصار پیروی نمی‌کنند	ذرات غیر قابل تشخیص یکسان که از اصل انحصار پیروی می‌کنند
ردهٔ ذرات	کلاسیکی	بوزونها	فرمیونها
خواص ذرات	هر اسپینی ، ذرات به قدر کافی از هم دورند، بنابراین توابع موج روی هم را نمی‌پوشانند .	اسپین ۰ ، ۱ و ۲ ؛ توابع موج نسبت به تعویض ذرات متقارن هستند .	اسپین $\frac{1}{2}$ ، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{2}$ ؛ توابع موج نسبت به تعویض ذرات پاد متقارن هستند .
مثالها	مولکولهای یک گاز	فوتونها در یک حفره؛ فوتونها در یک جامد؛ هلیوم مایع در دماهای پایین	الکترونهای آزاد در یک فلز؛ الکترونها در ستاره‌ای که اتمهایش فرو ریخته‌اند (ستارگان کوتوله* سفید)
تابع توزیع (تعداد ذرات در هر حالتی با انرژی ε در دمای T)	$f_{MB}(\varepsilon) = Ae^{-\varepsilon/kT}$	$f_{BE}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\mu)/kT}-1}$	$f_{FD}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT}+1}$
خواص توزیع	هیچگونه محدودیتی در تعداد ذرات هر حالت وجود ندارد .	هیچ گونه محدودیتی در تعداد ذرات هر حالت وجود ندارد؛ در انرژی های پایین در هر حالت ذرات بیشتری از ذرات f_{MB} وجود دارد؛ در انرژیهای زیاد به f_{MB} نزدیک می‌شود .	هرگز در هر حالت بیش یک ذره وجود ندارد؛ در انرژیهای پایین ، در هر حالت ذرات کمتری از ذرات f_{MB} هست؛ در انرژیهای زیاد به f_{MB} نزدیک می‌شود .

۹ـ۵ تابش جسم سیاه

هر ماده تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌دارد، که مشخصهٔ آن به ماهیت و دمای ماده بستگی دارد. ما قبلاً در بارهٔ طیفهای گسستهٔ گازهای برانگیخته‌ای بحث کرده‌ایم که از گذارهای الکترونیکی داخل اتمهای منزوی ناشی می‌شوند. از سوی دیگر، اجسام چگال نظیر جامدات طیفهای پیوسته‌ای تابش می‌کنند که تمام بسامدها درآن‌وجود دارند؛ اتمها در یک جسم جامد آن قدربه‌هم نزدیکند که برهمکنش متقابل آنها تعداد زیادی حالتهای کوانتمی همجوار به دست می‌دهد که از یک نوار پیوستهٔ انرژیهای مجاز تشخیص داده نمی‌شوند.

توانایی یک جسم برای این که تابش‌کند به توانایی جذب تابشی آن جسم بطور نزدیکی مربوط می‌شود. این چیزی است که انتظار می‌رود، زیرا یک جسم در دمایی ثابت، با محیط اطرافش در تعادل گرمایی است و باید به همان میزانی که انرژی گسیل می‌دارد، از محیطش انرژی جذب کند. جسمی که تمام تابش تابانده شده را جذب کند، بدون توجه به بسامد آن، بهتر است که یک جسم ایده‌آل محسوب شود. چنین جسمی را یک جسم سیاه می‌نامند.

از راه تجربه نشان دادن این که یک جسم سیاه از هر جسم دیگری گسیل کنندهٔ بهتر تابش است، آسان می‌باشد. آزمایش نشان داده شده در شکل ۹ـ۱۱ دو جفت یکسان از سطوح ناهمسان را شامل می‌شود. بین سطوح I و I′ هیچ گونه اختلاف دمایی مشاهده



شکل (۹ـ۱۱) سطوح I و I′ با یکدیگر یکسانند و از دو سطح یکسان II و II′ متفاوتند.

نمی‌شود . سطوح I و I′ در دمای معینی به میزان $e_1\ W/m^2$ تابش می‌کنند ، در حالی که سطوح II و II′ به میزان متفاوت e_2 تابش می‌کنند . سطوح I و I′ کسری a_1 از تابشی که بر آنها می‌تابد، جذب می‌کنند ، در حالی که II و II′ کسر دیگری مثل a_2 را جذب می‌کنند . از این رو، I′ انرژیی متناسب با a_1e_2 از II جذب می‌کند و II′ انرژیی متناسب با a_2e_1 از I جذب می‌کند . چون I′ و II′ در یک دما باقی می‌مانند ، رابطه زیر باید درست باشد که :

$$a_1e_2 = a_2e_1$$

و

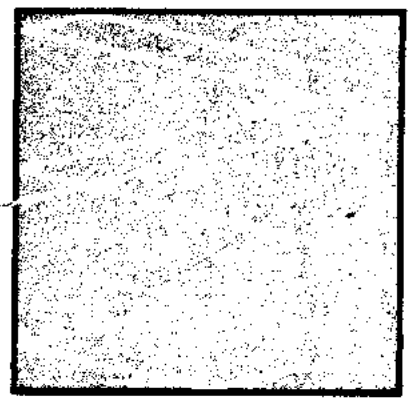
$$\frac{e_1}{a_1} = \frac{e_2}{a_2}$$

توانایی گسیل تابش یک جسم متناسب است با توانایی جذب تابش آن جسم . فرض کنیم که I و I′ اجسام سیاه هستند ، به طوری که $a_1 = 1$، در حالی که II و II′ اجسام سیاه نیستند به طوری که $a_2 < 1$ است . از این رو ،

$$e_1 = \frac{e_2}{a_2}$$

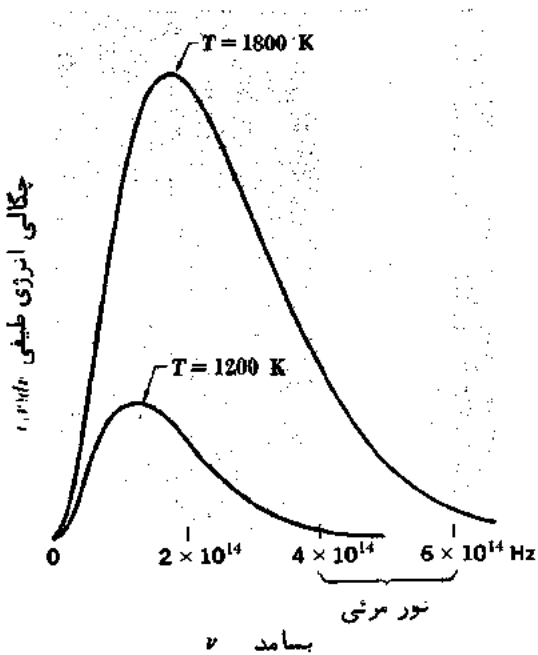
وچون $a_2 < 1$ است، $e_1 > e_2$ خواهد بود . یک جسم سیاه در دمای معینی از هر جسم دیگری سریعتر انرژی تابش می‌کند .

هدف از مطرح کردن جسم سیاه ایده‌آل در مبحث تابش گرمایی این است که اکنون می‌توانیم از ماهیت دقیق آنچه که تابش می‌شود ، صرف‌نظر کنیم ، زیرا تمام اجسام سیاه رفتار مشابهی دارند . در آزمایشگاه یک جسم سیاه را می‌توان به وسیلهٔ شیٔ توخالی که سوراخ خیلی کوچکی به درونش منتهی می‌شود ، بطور تقریب در نظر گرفت (شکل ۹–۱۲)



شکل(۹–۱۲) سوراخی در دیوارهٔ شیٔ تو خالی تقریب بسیار خوبی از یک جسم سیاه است .

هر تابشی که به سوراخ برخورد می‌کند، وارد حفره می‌شود، جایی که تابش و بازتاب رفت و برگشت آن محبوس می‌شود تا این که جذب شود. دیواره‌های حفره دائما" در حال گسیل و جذب تابش هستند و به این علت است که ما به خواص این تابش (تابش جسم سیاه) توجه داریم. به طور آزمایشی می‌توانیم به‌سادگی با بررسی آنچه از سوراخ خارج می‌شود از تابش جسم سیاه نمونه بگیریم. نتایج با تجربهٔ روزمرهٔ ما سازگارند: یک جسم سیاه موقعی که‌گرم است بیشتر از موقعی که سرد است، تابش می‌کند و قلهٔ طیف جسم داغ نسبت به قلهٔ طیف جسم سردتر بسامد بالاتری‌دارد. رفتار یک میلهٔ‌آهنی را هنگامی که بطور تصاعدی به‌دماهای بالاتر حرارت داده می‌شود، متذکر می‌شویم: در آغاز میله به رنگ قرمز تیره می‌درخشد، سپس نارنجی مایل به قرمز روشن و سرانجام "سفید ملتهب" می‌شود. شکل ۹ـ۱۳ طیف تابش جسم سیاه برای دو دما را نشان می‌دهد.



شکل (۹ـ۱۳) طیفهای جسم سیاه. توزیع طیفی انرژی در تابش فقط به دمای جسم بستگی دارد.

۹ـ۶ فرمول ریلی ـ جینز

در پایان قرن نوزدهم، ریلی و جینز با کمک فیزیک کلاسیک در بارهٔ طیف جسم سیاه به تحقیق پرداختند، زیرا مفهوم کوانتومهای الکترومغناطیسی تا آن زمان ناشناخته بود.

آنها تابش در داخل یک حفره با دمای T را که دیواره‌هایش با زتابندهٔ کاملی بودند بصورت یک سری موجهای الکترومغناطیسی ساکن ملاحظه کردند، این تابش در اصل تعمیمی سه بعدی از امواج ساکن در یک طناب کشیده شده است. لازمهٔ امواج ساکن در چنین حفره‌ای این است که طول مسیر از دیوار تا دیوار، در هر جهتی، باید مضرب صحیحی از نصف طول موجها باشد، بطوری که در هر سطح باز تابنده گرهی ایجاد شود (شکل ۳ـ۹ را ببینید). اگر حفره مکعبی به طول L باشد، این شرط بدین معنی است که برای موجهای ساکن در جهات x، y و z، طول موجهای ممکن بترتیب عبارتند از:

$$j_x = \frac{2L}{\lambda} = 1, 2, 3, \ldots$$

$$j_y = \frac{2L}{\lambda} = 1, 2, 3, \ldots \qquad (۳۰ـ۹)$$

$$j_z = \frac{2L}{\lambda} = 1, 2, 3, \ldots$$

برای یک موج ساکن در هر جهت اختیاری، درستی رابطهٔ زیر باید برقرار باشد.

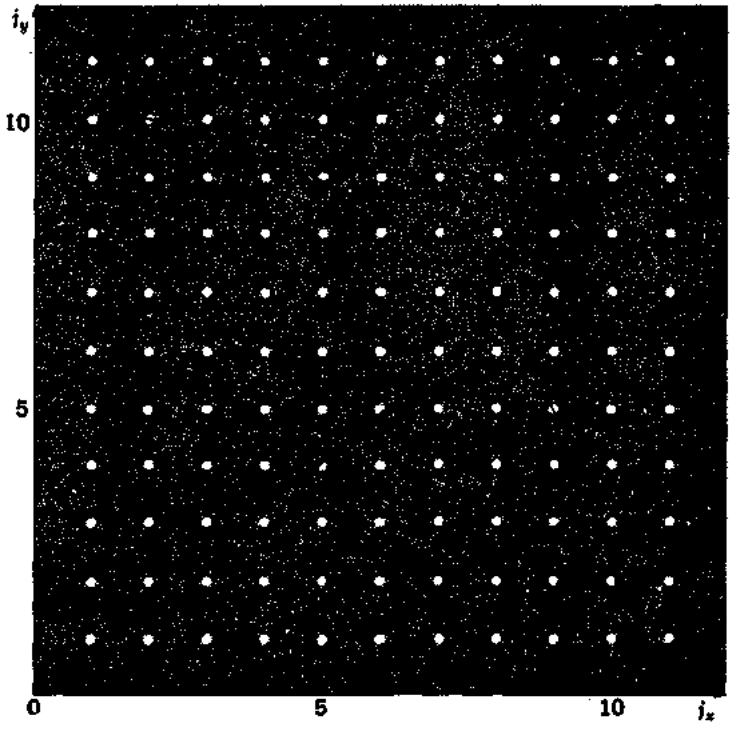
$$j_x^2 + j_y^2 + j_z^2 = \left(\frac{2L}{\lambda}\right)^2 \qquad \begin{array}{l} j_x = 0, 1, 2, \ldots \\ j_y = 0, 1, 2, \ldots \\ j_z = 0, 1, 2, \ldots \end{array} \qquad (۳۱ـ۹)$$

بنوعی که موج در دوانتهایش به گرهی ختم شود. (البته، اگر $j_x = j_y = j_z = 0$ باشد، موجی وجود نخواهد داشت، گر چه این امکان برای j ها وجود دارد که هر یکی یا هر دو تا از j ها مساوی صفر باشد.)

برای شمردن تعداد امواج ساکن $g(\lambda)\, d\lambda$ داخل حفره‌ای که طول موجهایش بین λ و $\lambda + d\lambda$ است، آنچه که باید انجام دهیم، شمردن تعداد مجموعه‌های مجاز مقادیر j_x، j_y، j_z است که طول موجهایی در این فاصله به دست می‌دهند. فضای j را که محورهای مختصاتش j_x، j_y و j_z است، در نظر بگیرید. شکل ۹ـ۱۴ قسمتی از صفحهٔ j_x-j_y از چنین فضایی را نشان می‌دهد. هر نقطه در فضای j با یک مجموعهٔ مجاز مقادیر j_x، j_y، j_z مطابق است و بدین ترتیب با یک موج ساکن مطابقت دارد. اگر j برداری از مبداء تا نقطهٔ خاص j_x، j_y، j_z باشد، بزرگیش عبارت است از:

$$j = \sqrt{j_x^2 + j_y^2 + j_z^2} \qquad (۳۲ـ۹)$$

تعداد کل طول موجها بین λ و $\lambda + d\lambda$ مساوی تعداد نقاط در فضای j است که فواصل آنها از مبداء بین j و $j + dj$ قرار می‌گیرد. حجم لایهٔ کروی بشعاع j و ضخامت dj عبارت است از



شکل (۹–۱۴). هر نقطه در فضای j مطابق با یک موج ساکن ممکن است .

$4\pi j^2\, dj$ ، اما ما فقط علاقه مند به $\frac{1}{8}$ این لایه هستیم که مقادیر مثبت j_x، j_y و j_z را شامل می‌شود ، بعلاوه ، برای هر موج ساکن که به این طریق شمرده شود ، دو جهت عمود بر هم قطبش وجود دارد . از این رو ، تعداد امواج ساکن مستقل در حفره عبارت است از

$$g(j)\, dj = 2 \times \tfrac{1}{8} \times 4\pi j^2\, dj = \pi j^2\, dj$$

از معادلات (۹–۳۱) و (۹–۳۲)

$$j = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2L\nu}{c}$$

$$dj = \frac{2L}{c}\, d\nu$$

وبنابراین معادلهٔ (۹–۳۳) را می‌توانیم به جای j ، برحسب ν بیان کنیم .

$$g(\nu)\, d\nu = \pi\left(\frac{2L\nu}{c}\right)^2 \frac{2L}{c}\, d\nu = \frac{8\pi L^3}{c^3}\, \nu^2\, d\nu \qquad (۹–۳۴)$$

حجم حفره L^3 است به این معنی که تعداد امواج ساکن مستقل در حجم واحد عبارت است از:

$$G(\nu)\,d\nu = \frac{1}{L^3}\,g(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi\nu^2\,d\nu}{c^3} \qquad \text{چگالی امواج ساکن در یک حفره} \qquad (۹-۳۵)$$

معادلهٔ ۹-۳۵ مستقل از شکل حفره است، گرچه برای آسان کردن محاسبات از یک حفرهٔ مکعبی استفاده کرده‌ایم. هر چه بسامد بالاتر باشد، طول موج کوتاهتر و تعداد امواج ساکن که وجود دارند بیشتر خواهد بود که با شهود عینی موافق است.

مرحلهٔ بعد، پیدا کردن انرژی متوسط هر موج ساکن است. این جا، موردی است که فیزیک کلاسیکی و فیزیک کوانتمی از هم فاصله می‌گیرند. بر طبق قضیهٔ کلاسیکی اصل هم ارزی انرژی، همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، انرژی متوسط به ازای هر درجهٔ آزادی از نهادی که جزئی از یک سیستم چنین نهادهایی در تعادل گرمایی در دمای T است، $\frac{1}{2}kT$ می‌باشد. هر موج ایستاده در یک حفرهٔ پر شده از تابش مطابق با دو درجهٔ آزادی برای یک مقدار انرژی کل $\bar{\varepsilon}$ مساوی kT است. این نتیجه از این مشاهده حاصل می‌شود که هر موج از یک نوسان‌کننده در دیوارهٔ حفره ناشی می‌شود و چنین نوسان کننده‌ای دارای دو درجه آزادی است، یکی نشان دهندهٔ انرژی جنبشی و دیگری نشان دهندهٔ انرژی پتانسیل آن می‌باشد، بنابراین، برطبق فیزیک کلاسیک، انرژی $u(\nu)\,d\nu$ در حجم واحد در حفره در فاصلهٔ بسامد از ν تا $\nu + d\nu$ عبارت است از:

$$u(\nu)\,d\nu = \bar{\varepsilon}\,G(\nu)\,d\nu = kT\,G(\nu)\,d\nu$$

$$= \frac{8\pi\nu^2 kT\,d\nu}{c^3} \qquad \text{فرمول ریلی ــ جینز} \qquad (۹-۳۶)$$

حتی نظری اجمالی به فرمول ریلی ــ جینز نشان می‌دهد که این فرمول بطور چاره‌ناپذیری اشتباه است. همچنان که ν افزایش می‌یابد، که مطابق با ناحیهٔ فرا بنفش طیف است، معادلهٔ ۹-۳۶ بیان می‌کند که میزان تابش انرژی بصورت ν^2 افزایش می‌یابد؛ در حد بسامد بی‌نهایت زیاد، $u(\nu)\,d\nu$ نیز به سمت بی‌نهایت میل می‌کند. در حقیقت، همان‌گونه که می‌توانیم از شکل ۹-۱۳ ببینیم، وقتی که ν میل کند $u(\nu)\,d\nu \to 0$ میل می‌کند. اختلاف بین نظریه و تجربه بلافاصله بصورت یک اصل شناخته شد و بحق بصورت "ناحیهٔ ماورای فراینفش" مشهور شد. این عدم موفقیت فیزیک کلاسیک بود که موجب شد ماکس پلانک در سال ۱۹۰۰ م. اظهار نظر کند که گسیل نور پدیده‌ای کوانتمی است و بر این اساس فرمول صحیحی برای چگالی انرژی تابش جسم سیاه به دست آورد.

۹ـ۷ قانون تابش پلانک

چرا ریلی و جینز در اشتباه بودند؟ پاسخ این است که قضیهٔ هم ارزی فقط برای توزیع پیوستهٔ انرژیها معتبر است، در حالی که انرژی یک موج الکترومغناطیسی با بسامد ν (چنان که اکنون می‌دانیم) در حقیقت در واحدهایی از $h\nu$ کوانتیزه می‌شود. آنچه که باید انجام دهیم این است که امواج الکترومغناطیسی یک حفره را بصورت یک گاز فوتون در نظر بگیریم که تابع آمار بوز ـ اینشتین می‌باشد، زیرا اسپین یک فوتون ۱ است. بنابراین، تعداد متوسط فوتونها $f(\nu)$ در هر حالت انرژی $\varepsilon = h\nu$ از معادلهٔ ۹ـ۲۶ تابع توزیع بوز ـ اینشتین به دست می‌آید.

مقدار α در معادلهٔ ۹ـ۲۶ به تعداد ذرات در سیستم در نظر گرفته شده بستگی دارد. اما نیازی نیست که تعداد فوتونها در یک حفره ثابت باشد: برخلاف مولکولهای گاز یا الکترونها، فوتونها در تمام اوقات به وجود می‌آیند و از بین می‌روند. گر چه انرژی تابشی کل در یک حفره باید ثابت بماند، ولی تعداد فوتونهایی که این انرژی را تشکیل می‌دهند، می‌توانند تغییر کنند. به واسطهٔ روشی که توسط آن α در به دست آوردن معادلهٔ ۹ـ۲۶ تعریف می‌شود، غیر پایندگی فوتونها بدین معنی است که $\alpha = 0$ می‌باشد. از این رو، تابع توزیع بوز ـ اینشتین برای فوتونها عبارت است از:

$$f(\nu) = \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad \text{تابع توزیع فوتون} \qquad (۹ـ۳۷)$$

معادلهٔ ۹ـ۳۵ برای تعداد امواج ساکن با بسامد ν در حجم واحد در یک حفره برای تعدادی از حالتهای کوانتمی با بسامد ν معتبر است، زیرا فوتونها نیز دارای دو جهت قطبش هستند که با دو سمت‌گیری اسپینهایشان نسبت به جهات حرکتشان مطابقت دارند. (ما می‌توانیم اسپین یک فوتون را برحسب قطبش دایره‌ای یک موج الکترومغناطیسی که دارای دو جهت ممکن ساعت سو[1] و پاد ساعت سو[2] است، تصور کنیم) بنابراین، چگالی انرژی فوتونها در یک حفره عبارت است از:

$$\begin{aligned} u(\nu)\, d\nu &= h\nu G(\nu) f(\nu)\, d\nu \\ &= \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3\, d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad \text{فرمول تابش پلانک} \qquad (۹ـ۳۸) \end{aligned}$$

معادلهٔ ۹ـ۳۸ فرمول تابش پلانک برای چگالی انرژی طیفی تابش جسم سیاه است که با

۱ـ ساعت سو: در جهت حرکت عقربه‌های ساعت.

۲ـ پاد ساعت سو: در جهت خلاف حرکت عقربه‌های ساعت.

منحنیهای آزمایشی نظیر منحنیهای شکل ۹ــ۱۳ سازگاری دارد .

لازم است مجددا" توجه کنیم که بر طبق معادلهٔ ۹ــ۳۸ هر جسم با مادهٔ چگال در هر دمایی تابش می‌کند . لزومی ندارد که برای تابش،یک شیٔ آن قدر داغ باشد که در ناحیهٔ مرئی بطور مشهودی بدرخشد ؛ مثلا" ، تابش از شیٔ در دمای اتاق عمدةً در قسمت فرو قرمز طیف است که چشم نسبت به آن حساس نیست . بدین ترتیب ، هوای درون یک گلخانه از هوای بیرون گرمتر است ، زیرا نور خورشید می‌تواند از پنجره‌هایش عبور کند اما تابش فرو قرمز حاصل از درون گلخانه نمی‌تواند از پنجره‌ها عبور کند .

از فرمول تابش پلانک دو نتیجهٔ جالب می‌توان به دست آورد . برای پیدا کردن طول موجی با بزرگترین چگالی انرژی ، معادلهٔ ۹ــ۳۸ را برحسب طول موج بیان و $du(\lambda)\,d\lambda = 0$ را برای $\lambda = \lambda_{max}$ حل می‌کنیم . از این راه به دست می‌آوریم

$$\frac{hc}{kT\lambda_{max}} = 4.965$$

که مناسبتر است بصورت زیر بیان شود .

$$\lambda_{max}T = \frac{hc}{4.965k}$$
$$= 2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K} \qquad (۳۹\text{ــ}۹)$$

معادلهٔ ۹ــ۳۹ بنام قانون جابجایی وین معروف است . این قانون از نظر کمی این حقیقت تجربی را بیان می‌کند که همچنان که دما افزایش می‌یابد ، قلهٔ طیف جسم سیاه به‌سوی طول موجهایی که بطور تصاعدی کوتاهترند (بسامدهای بالاتر) جابجا می‌شود .

نتیجهٔ دیگری که می‌توان از معادلهٔ ۹ــ۳۸ گرفت ، عبارت است از کل چگالی انرژی u در داخل حفره که مساوی انتگرال چگالی انرژی در تمام بسامدهاست .

$$u = \int_0^\infty u(\nu)\,d\nu = \frac{8\pi^5 k^4}{15c^3h^3}\,T^4 = aT^4$$

که a ثابت کلی است . کل چگالی انرژی متناسب است با توان چهارم دمای مطلق دیواره‌های حفره . بنابراین ، انتظار داریم که انرژی R تابیده‌شده توسط شیٔ در هر ثانیه در مساحت واحد با T نیز متناسب باشد ، نتیجه‌ای که در قانون استفان ــ بولتزمن متجلی است :

$$R = e\sigma T^4 \qquad \text{قانون استفان ــ بولتزمن} \qquad (۴۰\text{ــ}۹)$$

مقدار ثابت استفان σ عبارت است از :

$$\sigma = \frac{ac}{4} = 5.670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$$

ضریب گسیل e به ماهیت سطح تابش‌کننده بستگی دارد و از صفر، برای منعکس‌کنندهٔ کاملی که ابدا" تابش نمی‌کند، تا ۱، برای یک جسم سیاه گسترش دارد.

مسأله: در یک سانتیمتر مکعب از تابش در تعادل گرمایی در ۱۰۰۰K چه تعداد فوتون وجود دارد؟ انرژی متوسط آنها چه مقدار است؟

حل: (الف) تعداد کل فوتونها در حجم واحد از رابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$\frac{N}{V} = \int_0^\infty n(\nu)\, d\nu$$

که در آن $n(\nu)\, d\nu$ تعداد فوتونها در حجم واحد با بسامدهای بین ν و $\nu + d\nu$ است. زیرا چنین فوتونهایی دارای انرژیها $h\nu$ هستند

$$n(\nu)\, d\nu = \frac{u(\nu)\, d\nu}{h\nu}$$

که $u(\nu)\, d\nu$ چگالی انرژی به دست آمده از فرمول پلانک، معادلهٔ ۹–۳۸ است. از این رو، تعداد کل فوتونها در حجم V عبارت است از:

$$N = V \int_0^\infty \frac{u(\nu)\, d\nu}{h\nu} = \frac{8\pi V}{c^3} \int_0^\infty \frac{\nu^2\, d\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

اگر $h\nu/kT = x$ فرض کنیم، بنابراین $\nu = kTx/h$ و $d\nu = (kT/h)dx$، به‌طوری که

$$N = 8\pi V \left(\frac{kT}{hc}\right)^3 \int_0^\infty \frac{x^2\, dx}{e^x - 1}$$

انتگرال معین عدد استانداردی است مساوی ۲/۴۰۵. با قرار دادن مقادیر عددی کمیتها، $V = 1\,cm^3 = 10^{-6}\,m^3$ پی می‌بریم که

$N = 2/027 \times 10^{10}$ فوتون

(ب) انرژی متوسط ε فوتونها برابر است با انرژی کل در حجم واحد تقسیم بر تعداد فوتونها در حجم واحد

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^\infty u(\nu)\, d\nu}{\int_0^\infty n(\nu)\, d\nu} = \frac{aT^4}{N/V}$$

از آن جا که $a = 4\sigma/c$ and $N = 2.405 \times 8\pi V(kT/hc)^3$,

$$\varepsilon = \frac{\sigma c^2 h^3 T}{2.405 \times 2\pi k^3} = 3.73 \times 10^{-20}\ \mathrm{J} = 0.233\ \mathrm{eV}$$

۹ــ۸ گرماهای ویژهٔ جامدات

تابش جسم سیاه تنها پدیدهٔ آشنایی نیست که توضیحش به مکانیک آماری کوانتمی نیاز دارد. پدیدهٔ دیگر روشی است که برطبق آن انرژی داخلی یک جسم جامد با دما تغییر می‌کند. گرمای ویژهٔ مولی در حجم ثابت c_V یک جسم را بررسی می‌کنیم که انرژیی است که باید به 1 kmol آن در حجم ثابت، اضافه شود تا دمایش 1K بالا رود. گرمای ویژه در فشار ثابت، c_p، ۳ تا ۵ درصد بیشتر از c_V جامدات است، زیرا این گرمای ویژه کار مربوط به تغییر حجم و نیز تغییر در انرژی داخلی را شامل می‌شود.

انرژی داخلی یک جسم جامد در ارتعاشات ذرات تشکیل دهنده‌اش که ممکن است اتمها یونها یا مولکولها باشند، نهفته است؛ در این جا برای سهولت کار از آنها بنام اتمها یاد می‌کنیم. این ارتعاشات را می‌توان به مؤلفه‌هایی در امتداد سه محور عمودی تفکیک کرد، به گونه‌ای که هر اتم را می‌توان با سه نوسان کنندهٔ هماهنگ نشان داد. همان‌گونه که قبلاً بحث شد، براساس فیزیک کلاسیک، یک نوسان کنندهٔ هماهنگ در سیستمی از آنها درتعادل گرمایی در دمای T دارای انرژی متوسط kT است که مبین این می‌باشد که هر اتم یک جسم جامد، بر این اساس باید $3kT$ انرژی داشته باشد. هر کیلومول یک جسم جامد دارای N_0 عدد آواگادرو اتم است و بنابراین انرژی داخلی کل آن E در دمای T باید به‌قرار ذیل باشد.

$$E = 3N_0\, kT = 3RT \qquad (۹ــ۴۰)$$

که در آن

$$R = N_0 k = 8.31 \times 10^3\ \mathrm{J/kmol \cdot K} = 1.99\ \mathrm{kcal/kmol \cdot K}$$

ثابت عمومی گازها است. (یادآوری می‌کنیم، در یک نمونه از n کیلومول گاز کامل $pv = nRT$ است)

گرمای ویژه در حجم ثابت برحسب E از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$c_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V$$

و بنابراین در این جا داریم

$$c_V = 3R = 5.97\ \mathrm{kcal/kmol \cdot K} \qquad (۹ــ۴۱)$$

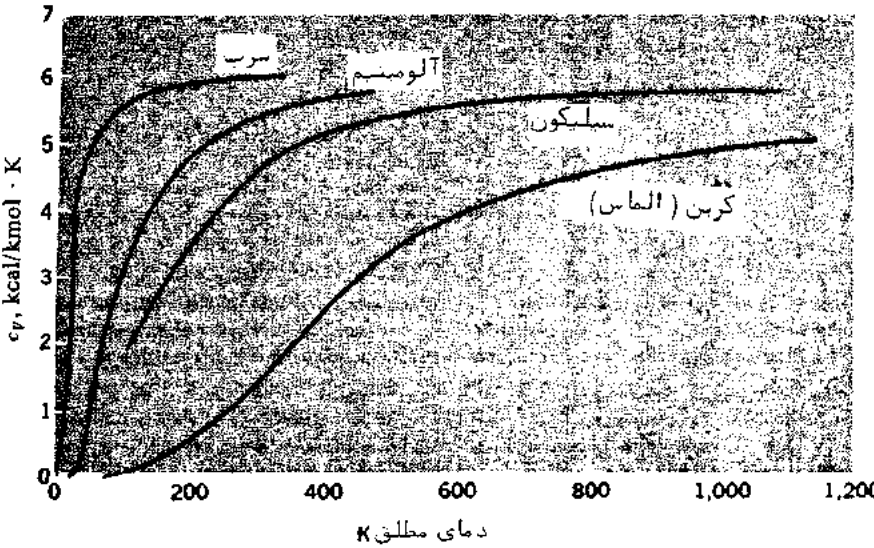
قانون دولن ــ پتی[1]

بیش از یک قرن پیش، دولن و پتی پی بردند که در واقع برای اکثر جامدات در دمای اتاق و دمای بالاتر $c_V \approx 3R$ است و به احترام آنها معادلهٔ ۹ــ۴۱ به نام قانون دولن ــ پتی مشهور شد.

---

1. Dulong–Petit Law

لکن ، قانون دولن ـ پتی برای عناصر سبکی نظیر بر ، برلیوم و کربن (مانند الماس)که c_v برای آنها در $20°C$ بترتیب K kcal/kmol ۱/۴۶ ، ۳/۸۵ ، ۳/۳۴ است . قابل قبول نمی‌باشد . حتی بدتر این که وقتی T به $0K$ نزدیک‌شود ،گرماهای ویژهٔ تمام جامدات در دماهای پایین بشدت پایین می‌آیند و به صفر نزدیک می‌شوند . شکل ۹ـ۱۵ چگونگی تغییرات c_v با T را برای چند عنصر نشان می‌دهد . بطور وضوح در مورد تحلیلی‌که‌به‌معادلهٔ ۹ـ۴۱ ختم می‌شود اشتباهی وجود دارد و این اشتباه باید یک چیز کاملا" بنیادی باشد زیرا منحنیهای شکل ۹ـ۱۵ در خصوصیت کلی یکسانی سهمیند .



شکل(۹ـ۱۵) تغییر گرمای ویژهٔ مولی با دما در حجم ثابت c_v برای چندین عنصر .

در سال ۱۹۰۷ م . اینشتین مشاهده کرد که نقص اساسی در به دست آوردن معادلهٔ ۹ـ۴۱ ، در فرم kT برای انرژی متوسط هر نوسان کننده در یک جسم جامد قرار دارد . این نقص مانند همان نقصی است که علت ناصحیح بودن فرمول‌ریلی ـ جینز برای تابش جسم سیاه است . بر طبق نظر اینشتین ، احتمال $f(\nu)$ آن که نوسان کننده‌ای بسامد ν داشته‌باشد از معادلهٔ ۹ـ۳۷ به دست می‌آید ، $f(\nu) = 1/\left(e^{h\nu/kT} - 1\right)$ ، بنابراین ، انرژی‌متوسط برای نوسان کننده‌ای که بسامد ارتعاشی آن ν است ، عبارت است از :

$$\bar{\varepsilon} = h\nu f(\nu) = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad \text{انرژی متوسط هر نوسان کننده} \qquad (۹ـ۴۲)$$

نه $\bar{\varepsilon} = kT$. از این رو، انرژی داخلی کل یک کیلو مول از یک جسم جامد می‌شود:

$$E = 3N_0\bar{\varepsilon} = \frac{3N_0 h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} \qquad (۴۳-۹)$$

و گرمای ویژهٔ مولیش عبارت است از:

$$c_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V = 3R\left(\frac{h\nu}{kT}\right)^2 \frac{e^{h\nu/kT}}{(e^{h\nu/kT} - 1)^2} \qquad (۴۴-۹)$$ **فرمول گرمای ویژهٔ اینشتین**

بلافاصله می‌توان دید که این نگرش در مسیر صحیحی است. در دماهای زیاد $h\nu \ll kT$ و

$$e^{h\nu/kT} \approx 1 + \frac{h\nu}{kT}$$

چون

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots$$

از این رو، معادلهٔ ۹-۴۲ در دماهای زیاد عبارت است از $\bar{\varepsilon} = h\nu/(h\nu/kT) = kT$ که به $c_V \approx 3R$، مقدار دولن ـ پتی، آن گونه که باید باشد، منجر می‌شود. وقتی دما کاهش یابد، مقدار c_V حاصل از معادلهٔ ۹-۴۴ نیز کاهش پیدا می‌کند. علت تغییر در رفتار کلاسیکی این است که در دماهای زیاد، فاصلهٔ $h\nu$ بین انرژیهای ممکن نسبت به kT کم است، بنابراین ε به طور مؤثری پیوسته می‌باشد، در حالی‌که در دماهای کم این فاصله نسبت به kT زیاد است و از داشتن انرژیهای بالای انرژی نقطهٔ صفر جلوگیری می‌کند. بسامد طبیعی ν برای یک جسم جامد خاص را می‌توان با مقایسهٔ معادلهٔ ۹-۴۴ با یک منحنی تجربی از c_V جسم جامد در مقابل T تعیین کرد. در صورتی که جسم جامد آلومینیم باشد، بسامدش برابر است با $\nu = 6/4 \times 10^{12}$ Hz که با تخمینهای انجام شده به طرق دیگر، مثلاً براساس مدولهای کشسان، سازگاری دارد.

چرا این چنین است که انرژی نقطهٔ صفر یک نوسان کنندهٔ هماهنگ به این تحلیل وارد نمی‌شود؟ آن گونه که از فصل ۵ به یاد می‌آوریم، انرژیهای مجاز یک نوسان کنندهٔ هماهنگ عبارتند از $(n + \frac{1}{2})h\nu$، ...، و ۲ و ۱ و $n = 0$. بنابراین، حالت پایدار هر نوسان کننده در یک جسم جامد عبارت است از $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}h\nu$ (مقدار نقطهٔ صفر) و نه $\varepsilon_0 = 0$. اما انرژی نقطه صفر به انرژی مولی یک جسم جامد فقط مقدار ثابتی اضافه می‌کند که این مقدار مستقل از دما عبارت است از $E_0 = 3N_0 \times \frac{1}{2}h\nu$ و وقتی مشتق جزئی $(\partial E/\partial T)_V$ گرفته شود، این عبارت صفر می‌شود.

گر چه فرمول اینشتین پیش‌بینی می‌کند وقتی $T \to 0$ میل کند، $c_V \to 0$ میل می‌کند، همان گونه که مشاهده می‌شود، اما نحوهٔ دقیق این نگرش با داده‌های تجربی دقیقاً سازگاری

ندارد . عدم کفایت معادلهٔ ۹ـ۴۴ در دماهای پایین موجب شد که پیتر دبی[1] در سال ۱۹۱۲ م ، این مسأله را به گونه‌ای دیگر بررسی کند . در مدل اینشتین ، هر اتم به عنوان ارتعاش کننده‌ای مستقل از اتمهای مجاورش بررسی می‌شود . دبی عکس قضیه را گرفت و یک جسم جامد را به عنوان یک جسم پیوسته کشسان بررسی کرد . بر طبق مدل جدید ، انرژی داخلی یک جسم جامد به جای این که در ارتعاشات اتم‌های منفرد نهفته باشد ، در امواج ایستای کشسان نهفته است .

امواج کشسان در یک جسم جامد دو نوعند ، طولی و عرضی و گسترهٔ بسامد آنها از صفر تا مقدار بیشینهٔ ν_m است . (فاصلهٔ بین اتمی در یک جسم جامد یک حد پایین برای طول موجهای ممکن و در نتیجه یک حد بالا برای بسامدها برقرار می‌کند.) دبی فرض کرد که تعداد کل امواج ایستای مختلف در یک کیلومول از جسم جامدی برابر $3N_0$ درجات آزادی می‌باشد. این امواج ، مانند امواج الکترو مغناطیسی ، دارای انرژیهای کوانتیزه شده در واحدهایی از $h\nu$ هستند . یک کوانتم از انرژی اکوستیکی[2] در یک جسم جامد را فونون[3] می‌نامند و فوتون با تندی صوت حرکت می‌کند ، زیرا امواج صوتی دارای ماهیت ارتجاعی‌اند . مفهوم فوتونها کاملا" کلی است وکاربردهایی علاوه بر ارتباط با گرمای ویژه نیز دارد . دبی سرانجام ثابت کرد که یک گاز فونون دارای همان رفتار آماری است که یک گاز فوتون یا سیستمی از نوسان کننده‌های هماهنگ در تعادل گرمایی دارد ، به گونه‌ای که انرژی متوسط هر موج ایستا همان مقدار انرژی متوسط در معادلهٔ ۹ـ۴۲ است . فرمول حاصل برای c_V ، که نسبة" پیچیده است منحنیهای مشاهده شدهٔ c_V در مقابل T را بنحو بسیار خوبی در تمام دماها دوباره ایجاد می‌کند .

۹ـ۹ الکترونهای آزاد در یک فلز

نظریه‌های کلاسیکی ، اینشتین و دبی در مورد گرماهای ویژهٔ جامدات برای فلزات وغیر فلزات با درجات یکسانی از موفقیت به کار می‌روند ، که عجیب است ، زیرا آنها وجود الکترونهای آزاد در فلزات را نادیده می‌گیرند . چنان که در فصل ۱۰ بحث می‌شود ، در یک فلز ایده‌آل هر اتم یک الکترون با "گاز الکترونی" به اشتراک می‌گذارد ، بنابراین در یک کیلومول فلز ، N_0 الکترون آزاد وجود دارد . اگر رفتار این الکترونها مانند رفتار مولکولهای یک گاز ایده‌آل باشد ، هر الکترون بطور متوسط دارای $\frac{3}{2}kT$ انرژی جنبشی ، و فلز به واسطهٔ

---

1. Peter Debye

2. Acoustic Energy انرژی صوتی

3. Phonon دانهٔ صوتی

الکترونها دارای

$$E_e = \frac{3}{2}N_0kT = \frac{3}{2}RT$$

انرژی داخلی در هرکیلو مول خواهدبود . بنابراین ، گرمای‌ویژهٔ مولی مربوط به الکترونها باید به قرار ذیل باشد .

$$c_{Ve} = \left(\frac{\partial E_e}{\partial T}\right)_V = \frac{3}{2}R$$

و گرمای ویژهٔ کل فلز در دماهای زیاد ، جایی‌که تحلیل کلاسیکی معتبر است ، باید به قرار ذیل باشد

$$c_V = 3R + \frac{3}{2}R = \frac{9}{2}R$$

البته درواقع مقدار دولن ــ پتی $3R$ در دماهای زیاد صدق می‌کند ، که از این مقدار نتیجه می‌گیریم که الکترونهای آزاد در گرمای ویژه تأثیری ندارند . چرا نه؟

اگر به خصوصیات نهادهای درگیر در گرمای ویژهٔ یک فلز توجه دقیق کنیم ، نکته‌ای برای پاسخگویی به دست می‌آید . نوسان کننده‌های هماهنگ مدل اینشتین و فوتونهای مدل دبی هر دو بوزونند و تابع آمار بوز ــ اینشتین می‌باشند که حد بالایی را برای اشغال حالت کوانتمی خاص قائل نیستند . لکن ، الکترونها فرمیون هستند و تابع آمار فرمی ــ دیراک می‌باشند ، که مفهوم آن این است که بیش از یک الکترون نمی‌تواند هر یک از حالتهای کوانتمی را اشغال کند . گر چه هردو سیستم بوزونها وفرمیونها با انرژیهای متوسط $\varepsilon \approx \frac{1}{2}kT$ به ازای هر درجهٔ آزادی ، دردماهای "زیاد" به آمار ماکسول ــ بولتزمن نزدیک می‌شوند ، ولی این که برای رفتار کلاسیکی چه دمایی به قدر کافی زیاد است الزاما "برای‌دو سیستم در یک فلز یکسان نیست .

برطبق معادلهٔ ۹ــ۲۹ ، تابع توزیعی که اشغال متوسط یک حالت کوانتمی انرژی ε در سیستمی از فرمیونها از آن به دست می‌آید ، عبارت است از :

$$f_{FD}(\varepsilon) = \frac{1}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT} + 1} \qquad \text{اشغال متوسط هر حالت الکترونی} \qquad (۹\text{ــ}۲۹)$$

آنچه که ما نیز لازم داریم عبارتی است برای $g(\varepsilon)d\varepsilon$ ، تعداد حالتهای کوانتمی موجود در الکترونها با انرژیهای بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$. می‌توانیم دقیقا " از همان استدلالی که برای پیدا کردن تعداد امواج ایستا در یک حفره با طول موج λ در بخش ۹ــ۶ به کار بردیم ، استفاده کنیم . این تناظر درست است ، زیرا برای الکترونها دوحالت اسپین ممکن وجوددارد ، $m_s = +\frac{1}{2}$ و $m_s = -\frac{1}{2}$ ("بالا و "پایین") ، درست همان‌گونه که برای امواج ایستای یکسان دو جهت قطبش مستقل وجود دارد . پی بردیم که تعداد امواج ایستا در حفرهٔ مکعب شکل L

روی یک وجه برابر است با :

$$g(j)\,dj = \pi j^2\,dj \qquad (۳۳-۹)$$

که درآن $j = 2L/\lambda$ است . در مورد یک الکترون ، λ طول موج دبروی $\lambda = h/p$ است . الکترونهای یک فلز سرعتهای غیر نسبیتی دارند ، بنابراین $p=\sqrt{2m\varepsilon}$

$$j = \frac{2L}{\lambda} = \frac{2Lp}{h} = \frac{2L\sqrt{2m\varepsilon}}{h}$$

$$dj = \frac{L}{h}\sqrt{\frac{2m}{\varepsilon}}\,d\varepsilon$$

با به کار بردن این عبارات در معادلهٔ ۹-۳۳ به جای j و dj ، رابطهٔ زیر حاصل می‌شود

$$g(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}\pi L^3 m^{3/2}}{h^3}\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon$$

چون در مورد امواج ساکن در یک حفره ، شکل دقیق نمونهٔ فلزی مهم نیست ، بنابراین می‌توانیم به جای L^3 ، حجمش V را قرار دهیم تا معادلهٔ زیر به دست آید .

$$g(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}\,\pi V m^{3/2}}{h^3}\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon \qquad \text{تعداد حالتهای الکترونی} \qquad (۴۵-۹)$$

آخرین مرحله ، محاسبهٔ مقدار ε_F ، انرژی فرمی است . همان‌گونه که در بخش ۹-۴ ذکر کردیم ، این کار را می‌توانیم با پر کردن حالتهای انرژی در نمونهٔ فلز که N الکترون آزاد دارد بترتیب افزایش انرژی که از $\varepsilon=0$ شروع شود ، انجام دهیم . سپس، بالاترین حالت پر شده بنا به تعریف دارای انرژی $\varepsilon=\varepsilon_F$ خواهد بود . تعداد الکترونهایی که می‌توانند انرژی ε را داشته باشند برابر است با تعداد حالتهایی که این انرژی را دارند ، زیرا هر حالت به یک الکترون محدود می‌شود . از این رو

$$N = \int_0^{\varepsilon_F} g(\varepsilon)\,d\varepsilon = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{h^3}\int_0^{\varepsilon_F}\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon$$

$$= \frac{16\sqrt{2}\pi V m^{3/2}}{3h^3}\,\varepsilon_F^{3/2}$$

و

$$\varepsilon_F = \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3N}{8\pi V}\right)^{2/3} \qquad \text{انرژی فرمی} \qquad (۴۶-۹)$$

کمیت N/V چگالی الکترونهای آزاد است .

مسأله: با فرض این که هر اتم مس یک الکترون آزاد در گاز الکترون به اشتراک‌بگذارد، انرژی فرمی در مس را پیدا کنید. (این یک فرض منطقی است، زیرا از جدول ۷–۲ پی می‌بریم که هر اتم مس یک الکترون $4s$ منفرد در خارج از لایه‌های داخلی پر دارد). چگالی مس $8/94\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}$ و جرم اتمی آن $63/5\ \mathrm{u}$ است.

حل: چگالی الکترون N/V در مس برابر است با تعداد اتمهای آن در حجم واحد. چون $1\mathrm{u} = 1/66\times10^{-27}\ \mathrm{kg}$

$$\frac{N}{V} = \frac{\text{اتمها}}{\mathrm{m^3}} = \frac{\text{جرم}/\mathrm{m^3}}{\text{اتم / جرم}}$$

$$= \frac{8.94\times10^{3}\ \mathrm{kg/m^3}}{63.5\ \mathrm{u}\times(1.66\times10^{-27}\ \mathrm{kg/u})}$$

$$= 8.48\times10^{28}\ \mathrm{atoms/m^3} = 8.48\times10^{28}\ \text{الکترون}/\mathrm{m^3}$$

انرژی فرمی متناظر از معادلهٔ ۹–۴۶ عبارت است از:

$$\varepsilon_F = \frac{(6.63\times10^{-34}\ \mathrm{J\cdot s})^2}{2\times(9.11\times10^{-31}\ \mathrm{kg/electron})}\left[\frac{3\times(8.48\times10^{28}\ \mathrm{electrons/m^3})}{8\pi}\right]^{2/3}$$

$$= 1.13\times10^{-18}\ \mathrm{J} = 7.04\ \mathrm{eV}$$

در صفر مطلق $T = 0\ \mathrm{K}$، الکترونهای با انرژیهای تا $7/04\ \mathrm{eV}$ در مس وجود خواهند داشت. در مقابل، تمام مولکولهای یک گاز ایده‌آل در صفر مطلق دارای انرژی صفر خواهند بود. گاز الکترون در یک فلز، به سبب رفتار قطعاً "غیرکلاسیکیش، تبهگن[1] نامیده می‌شود.

۹–۱۰ توزیع انرژی الکترون

با کمک معادلات ۹–۲۹ و ۹–۴۵ برای تعیین تعداد الکترونها در یک گاز الکترونی که دارای انرژیهای بین ε و $\varepsilon + d\varepsilon$ هستند، داریم:

$$n(\varepsilon)\,d\varepsilon = g(\varepsilon)\,f(\varepsilon)\,d\varepsilon$$

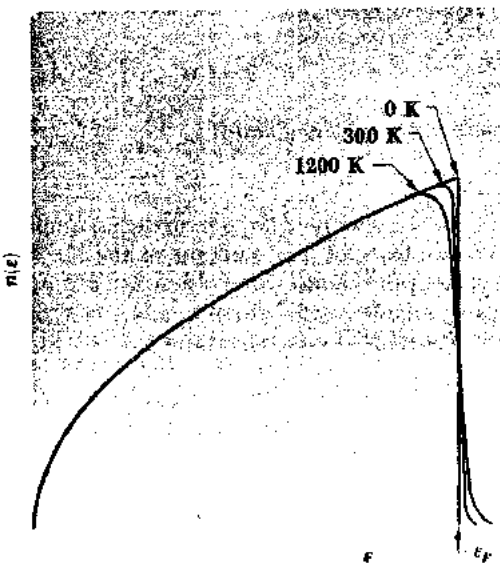
$$= \frac{(8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}/h^3)\sqrt{\varepsilon}\,d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT}+1} \qquad (۹–۴۷)$$

1. Degenerate

اگر صورت کسر معادلهٔ ۹ــ۴۷ را برحسب انرژی فرمی ε_F بیان کنیم ، خواهیم داشت

$$n(\varepsilon)\, d\varepsilon = \frac{(3N/2)\, \varepsilon_F^{-3/2} \sqrt{\varepsilon}\, d\varepsilon}{e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT} + 1} \qquad (۴۸ــ۹)$$

این فرمول در شکل ۹ــ۱۶ به ازای ۱۲۰۰ K و ۳۰۰ ، $T=0$ نشان داده شده است .



شکل(۹ــ۱۶) توزیع انرژیهای الکترونی در یک فلز در دماهای مختلف

تعیین انرژی متوسط الکترون در 0K جالب توجه است . برای انجام این کار ، نخست انرژی کل E_0 در 0 K را به دست می‌آوریم که عبارت است از :

$$E_0 = \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon\, n(\varepsilon)\, d\varepsilon$$

چون در $T = 0$ K تمام الکترونها دارای انرژی کمتر یا مساوی انرژی فرمی ε_F هستند ، لذا می‌توان نوشت

$$e^{(\varepsilon-\varepsilon_F)/kT} = e^{-\infty} = 0$$

و

$$E_0 = \frac{3N}{2}\, \varepsilon_F^{-3/2} \int_0^{\varepsilon_F} \varepsilon^{3/2}\, d\varepsilon = \tfrac{3}{5} N \varepsilon_F$$

انرژی متوسط الکترون از تقسیم این انرژی کل بر تعداد الکترونهای موجود N به دست می‌آید.

$$\bar{\varepsilon}_0 = \frac{3}{5}\varepsilon_F \qquad (۴۹-۹)$$

از آن جا که انرژیهای فرمی برای فلزات معمولا" چندین الکترون ولت هستند (جدول ۹-۱) انرژی متوسط الکترون در آنها در 0K نیز در همین حد بزرگی خواهد بود. دمای یک گاز ایده‌آل که انرژی جنبشی متوسط مولکولهایش 1eV است، 1600K می‌باشد؛ یعنی اگر الکترونهای آزاد رفتار کلاسیکی می‌داشتند، نمونه‌ای از مس می‌بایست در دمایی حدود 50000K می‌بود تا الکترونهایش همان انرژی متوسط را داشته باشند که در واقع در 0K دارند.

جدول ۹-۱: چند انرژی فرمی

فلز		انرژی فرمی، eV
لیتیوم	Li	۴/۷۲
سدیم	Na	۳/۱۲
آلومینیم	Al	۱۱/۸
پتاسیم	K	۲/۱۴
سزیم	Cs	۱/۵۳
مس	Cu	۷/۰۴
روی	Zn	۱۱/۰
نقره	Ag	۵/۵۱
طلا	Au	۵/۵۴

ناتوانی الکترونهای آزاد در یک فلز برای شرکت فعال در گرمای ویژهٔ آن مستقیما" از خصوصیت توزیع انرژی الکترون ناشی می‌شود. وقتی که فلزی گرم شود، فقط آن الکترونهایی که نزدیک قلهٔ توزیع انرژی قرار دارند ــ آنهایی که درمحدودهٔ kT از انرژی فرمی هستند ــ به حالتهای انرژی بالاتر برانگیخته می‌شوند. الکترونها با انرژی کمتر از این مقدار نمی‌توانند انرژی بیشتری جذب کنند، زیرا حالتهای فوقانی آنها قبلا" پر شده‌اند و غیر محتمل است که الکترونی با انرژی ε که 0/5eV پایین‌تر از ε_F است بتواند از حالتهای پر شدهٔ فوقانی خود بگذرد و به نزدیکترین حالت اشغال نشده وقتی که kT در دمای اتاق 0/025eV است و حتی در 500K فقط 0/043eV می‌باشد، برسد.

یک محاسبه باجزئیات نشان می‌دهد که گرمای ویژهٔ گاز الکترون در یک فلز از فرمول‌زیر بدست می‌آید .

$$c_{V_E} = \frac{\pi^2}{2}\left(\frac{kT}{\varepsilon_F}\right) R \qquad \text{گرمای ویژهٔ الکترون} \qquad (۵۰-۹)$$

در دمای اتاق ، kT/ε_F از ۰/۰۱۶ برای سزیم تا ۰/۰۰۲۱ برای آلومینیم ، فلزات فهرست شده در جدول ۹-۱ تغییر می‌کند ، بنابراین ضریب R خیلی کوچکتر از مقدارکلاسیکی $\frac{3}{2}$ است . برتری گرمای ویژهٔ اتمی c_V در یک فلز بر گرمای ویژهٔ الکترونی ، در گسترهٔ دمایی گسترده‌ای تجلی می‌کند . لکن ، در دماهای خیلی پایین ، c_V حائز اهمیت است ، زیرا c_V تقریبا" با T^3 متناسب است در حالی که c_{V_E} با T متناسب می‌باشد . در دماهای خیلی بالا ، c_V تقریبا" با $3R$ همتراز می‌شود ، در حالی که c_{V_E} همچنان افزایش می‌یابد و سهم c_{V_E} در گرمای ویژهٔ کل سپس قابل آشکار شدن است .

مسائل

۱ــ اولین حالت برانگیختهٔ $3^2P_{\frac{1}{2}}$ در سدیم ، ۲/۰۹۳eV بالای حالات پایدار $3^2S_{\frac{1}{2}}$ است . نسبت بین تعداد اتمها در هر یک از دو حالت را در بخار سدیم در ۱۲۰۰K پیدا کنید . (مسألهٔ ۱۶ فصل ۷ را ببینید) .

۲ــ بسامد ارتعاش مولکول H_2 ، $1/32\times10^{14}$ Hz است . (الف) فراوانیهای نسبی حالتهای ارتعاشی ۴و ۳و ۲و ۱ و ۰ = v را در ۵۰۰K پیدا کنید . (ب) آیا فراوانیهای حالتهای $v=3$ و $v=2$ هرگز می‌توانند با هم مساوی باشند ؟ اگر چنین است ، در چه دمایی این عمل صورت می‌گیرد ؟

۳ــ گشتاور لختی مولکول H_2 ، $4/64\times10^{-48}\,kg\cdot m^2$ است . (الف) فراوانیهای نسبی حالتهای چرخشی ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ = J را در ۳۰۰K پیدا کنید . (ب) آیا فراوانیهای حالتهای $J=3$ و $J=2$ هرگز می‌توانند با هم مساوی باشند ، اگر چنین است ، در چه دمایی این عمل صورت می‌گیرد ؟

۴ــ ثابت کنید که تندی متوسط یک مولکول گاز ایده‌آل از رابطهٔ $\sqrt{8kT/\pi m}$ به دست می‌آید . (توجه $\int_0^\infty v^3 e^{-av^2}\,dv = 1/2a^2$)

۵ــ ثابت کنید که مقدار متوسط $1/v$ برای یک مولکول گاز ایده‌آل عبارت است از $\sqrt{2m/\pi kT}$ (توجه $\int_0^\infty v e^{-av^2}\,dv = 1/2a^2$)

۶ــ ثابت کنید که محتملترین تندی یک مولکول گاز ایده‌آل عبارت است از $\sqrt{2kT/m}$

۷ــ در یک لیزر چهار ترازی ، حالت نهایی گذار لیزر ۰/۰۳eV بالای حالت پایدار

است . در صورت نبودن تحریک خارجی ، در ۳۰۰K چه کسری از اتمها در این حالت هستند ؟ کمینهٔ کسری از اتمها که باید برانگیخته شوند تا تقویت لیزری در این دما روی دهد ، چقدر است ؟ در ۱۰۰K وضعیت چگونه تغییر می‌کند ؟ آیا انتظار دارید که سرد کردن یک لیزر سه ترازی همان اثر را داشته باشد ؟

۸ــ شاری با 10^{12} نوترون برمترمربع درهرثانیه‌از روزنه‌ای در یک رآکتور هسته‌ای خارج می‌شود . اگر این نوترونها دارای توزیع انرژی ماکسول ــ بولتزمن مطابق با $T=300K$ باشند، چگالی نوترونها در باریکه را محاسبه کنید .

۹ــ یک قطعه فلز به حد کافی داغ بروشنی می‌درخشد ، اما یک قطعهٔ شفاف کوارتز در همان دما هرگز نمی‌درخشد . دلیل این اختلاف چیست ؟

۱۰ــ فرمول تابش پلانک را برحسب طول موج بیان کنید .

۱۱ــ دمانگار[1] وسیله‌ای است که میزان گسیل تابش فروقرمز هر بخش کوچکی از پوست بدن انسان را اندازه گیری می‌کند و این اطلاعات را به گونه‌ای مصور با سایه‌های خاکستری متفاوت با رنگهای مختلف در دمانگاشتی[2] نشان می‌دهد . چون پوست روی تومور گرمتر از هر جای دیگری است ، دمانگار را می‌توان برای کمک به تشخیص بیماریهایی نظیر سرطانهای سینه و غدهٔ تیروئید به کار برد . برای اثبات این که اختلاف کوچکی در دمای پوست به معنی اختلاف بزرگی در میزان تابش است ، درصد اختلاف بین تابش کل از پوست را در ۳۴°C و ۳۵°C پیدا کنید .

۱۲ــ دمای قسمتی از جو خورشید ۵۰۰۰K است . تعداد نسبی اتمهای هیدروژن در این ناحیه را که در ترازهای انرژی ۴ و ۳ ، ۲ ، ۱ = n هستند ، پیدا کنید . مطمئن شوید که چند گانگی هر حالت در نظر گرفته شده است .

۱۳ــ با در نظر گرفتن خورشید به عنوان جسمی سیاه در ۶۰۰K ، نسبتی از تابش کل آن را که از نور زرد ، بین ۵۷۰۰Å و ۵۹۰۰Å تشکیل می‌شود ، تخمین بزنید .

۱۴ــ وقتی که خورشید مستقیما " بالای سرماست ، نور آن به میزان حدود $1400 W/m^2$ به زمین می‌رسد . شعاع زمین $6/96\times10^8 m$ و شعاع متوسط مدار زمین $1/49\times10^{11} m$ است . با کمک این داده‌ها دمای سطح خورشید را با فرض این که مانند جسمی‌سیاه تابش کند ، پیدا کنید . (دمای واقعی سطح خورشید قدری کمتر از این مقدار است .)

۱۵ــ روشنترین قسمت طیف ستارهٔ سیروس[3] دارای طول موجی حدود ۲۹۰۰Å است.دمای

---

1. Thermograph

2. Thermogram

3. Sirius شعرای یمانی

سطح سیروس چقدر است؟

۱۶ــ مطلوب است طول موج شدیدترین تابش از یک شیء که دمای سطحش ۳۴°C (در حدود دمای پوست بدن انسان) است. این طول موج در چه قسمت طیف است؟

۱۷ــ در دمای یکسان کدام یک از این گازها بیشترین فشار را وارد می‌کند: گازی از مولکولهای کلاسیکی، گازی از بوزونها یا گازی از فرمیونها؟ کدام یک کمترین فشار را؟ چرا؟

۱۸ــ گرمای ویژه در حجم ثابت $1cm^3$ تابش در تعادل گرمایی در ۱۰۰۰K را پیدا کنید.

۱۹ــ ارتباط بین این حقیقت که الکترونهای آزاد در یک فلز تابع آمار فرمی‌اند و حقیقتی که پدیدهٔ فتوالکتریک در واقع مستقل از دما است، چیست؟

۲۰ــ انرژی فرمی در مس ۷/۰۴eV است. (الف) تقریباً چه درصدی از الکترونهای آزاد مس در دمای اتاق در حالتهای برانگیخته هستند؟ (ب) در نقطهٔ ذوب مس، ۱۰۸۳°C، چه درصدی؟

۲۱ــ انرژی فرمی در نقره ۵/۵۱eV است. (الف) انرژی متوسط الکترونهای آزاد نقره در 0K چقدر است؟ (ب) برای انرژی متوسط مولکولی در یک گاز آیده‌آل چه دمایی لازم است تا این مقدار را داشته باشد؟ (ج) مطلوب است تندی الکترونی با این انرژی؟

۲۲ــ چگالی آلومینیم $2g/cm^3$ و جرم اتمیش ۲۶/۹۷u است. ساختار الکترونی آلومینیوم در جدول ۷ــ۲ داده شده است (توجه: اختلاف انرژی بین الکترونهای 3s و 3p خیلی کم است) و جرم مؤثر یک الکترون در آلومینیوم $0/97m_e$ می‌باشد. مطلوب است محاسبهٔ انرژی فرمی در آلومینیوم.

۲۳ــ چگالی روی $7/13\ g/cm^3$ و جرم اتمیش ۶۵/۴u است. ساختار الکترونیکی روی در جدول ۲۷ داده شده است و جرم مؤثر یک الکترون روی $0/85m_e$ است. مطلوب است محاسبهٔ انرژی فرمی در روی.

۲۴ــ گرمای ویژهٔ مس در ۲۰°C، $0/0920\ kcal/kg\cdot°C$ است. (الف) این مقدار را برحسب ژول بر کیلومول بر کلوین ($J/kmol\cdot K$) بیان کنید. (ب) چه نسبتی از گرمای ویژه را می‌توان به گاز الکترون نسبت داد، با این فرض که در هر اتم مس یک الکترون آزاد وجود داشته باشد؟

۲۵ــ هرگاه $e^{\mu/kT} \ll 1$ باشد، هر دو تابع توزیع بوز ــ اینشتین و فرمی ــ دیراک به تابع ماکسول ــ بولتزمن تبدیل می‌شوند. برای انرژیهای نزدیک به kT، اگر $e^{\mu} \ll 1$ باشد، این تقریب درست است. اتمهای هلیوم دارای اسپین صفر هستند و بنابراین تابع آمار بوز ــ اینشتین می‌باشند. ثابت کنید که عبارت $f(\varepsilon) \approx 1/e^{\mu}e^{\varepsilon/kT} = Ae^{-\varepsilon/kT}$

برای هلیوم در STP (۲۰°C و فشار جو، وقتی که حجم 1 kmol از هر گاز $\approx$ ۲۲/۴ m³ است) با نشان‌دادن این که در این شرایط $A \gg 1$ است، معتبر است. برای اثبات این رابطه، از معادلهٔ ۹ـ۴۵ برای $g(\varepsilon)\,d\varepsilon$ با ضریب ۴ به جای ۸ استفاده کنید، چون یک اتم He دو حالت اسپین از یک الکترون ندارد، و بطور تقریب A را از شرط بهنجارسازی $\int_0^\infty n(\varepsilon)\,d\varepsilon = N$ پیدا کنید، که در آن N تعداد کل اتمها در نمونه است. (یک کیلو مول از He شامل N_a عدد آواگادرو از اتمها است، جرم اتمی He، ۴ u و $\int_0^\infty \sqrt{x}\,e^{-ax}\,dx = \sqrt{\pi/a}/2a$ است.)

۲۶ـ هلیوم مایعی است با چگالی ۱۴۵ kg/m³ در فشار جو و دماهای کمتر از ۴/۲K. با استفاده از روش مسألهٔ ۲۵ نشان دهید که برای هلیوم مایع $A > 1$ است، بگونه‌ای که با آمار ماکسول ـ بولتزمن نمی‌توان آن را بنحو رضا بخشی توصیف کرد.

۲۷ـ تابع توزیع فرمی ـ دیراک برای الکترونهای آزاد در یک فلز را نمی‌توان با تابع ماکسول ـ بولتزمن در STP برای انرژیهایی در مجاورت kT تقریب گرفت. این موضوع را با استفاده از روش مسألهٔ ۲۵ ثابت کنید تا نشان دهید که اگر در مس $f(\varepsilon) \approx Ae^{-\varepsilon/kT}$ باشد $A > 1$ است. همان‌گونه که در بخش ۹ـ۹ محاسبه گردید، برای مس $N/V = 8/48 \times 10^{28}$ الکترون بر متر مکعب است. توجه داشته باشید که در این جا معادلهٔ ۹ـ۴۵ را باید بدون هیچ‌گونه تغییری به کار برد.

۱۰

حالت جامد

۱۰ـ۱ جامدات بلوری و بی‌شکل
۱۰ـ۲ نقایص بلور
۱۰ـ۳ بلورهای یونی
۱۰ـ۴ بلورهای کووالانس
۱۰ـ۵ نیروهای واندروالس[1]
۱۰ـ۶ پیوند فلزی
۱۰ـ۷ قانون اهم
۱۰ـ۸ نظریهٔ نوار جامدات
۱۰ـ۹ وسایل نیم رسانا
۱۰ـ۱۰ مناطق بریلوئن
۱۰ـ۱۱ منشاء نوارهای ممنوع
۱۰ـ۱۲ جرم موثر

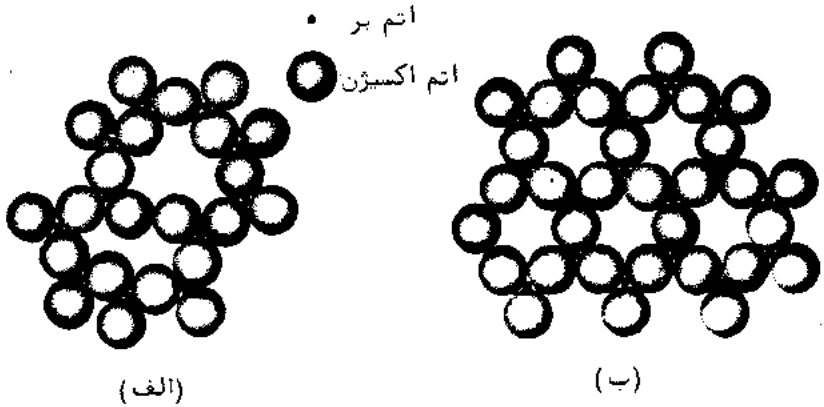
1. Van Der Waals

یک جسم جامد از اتمها ، یونها یا مولکولهای کاملاً مجاز هم تشکیل می‌شود و اجسام جامد ناشی از نیروهایی است که سبب به هم پیوستن آنها می‌شود . پیوندهای کووالانس که برای تشکیل یک مولکول می‌توانند چندین اتم را به هم پیوند دهند ، برای تشکیل یک جسم جامد نیز می‌توانند تعداد بیشماری از آنها را به هم پیوند دهند و بعلاوه پیوندهای یونی ، وان دروالس و فلزی نیروهای چسبنده‌ای را در جامداتی فراهم می‌کنند که عناصر ساختاری آنها بترتیب عبارتند از: یونها ، مولکولها و اتمهای فلزی. تمام این پیوندها دارای نیروهای الکتریکی هستند که اختلافات اساسی میان آنها به نحوهٔ توزیع الکترونهای خارجی عناصر ساختاری مربوط می‌شود . گر چه فقط کسر کوچکی از جهان به طور کلی در حالت جامد است ، ولی بیشتر دنیای مادی اطراف ما را جامدات تشکیل می‌دهند و بخش بزرگی از تکنولوژی جدید براساس ویژگیهای مخصوص انواع خاصی از جامدات است .

۱۰ـ۱ جامدات بلوری و بی‌شکل

اکثر جامدات بلورین هستند و اتمها ، یونها یا مولکولهایی که این جامدات را تشکیل می‌دهند به صورت الگوهای سه بعدی منظم و مکرر می‌باشند . بدین ترتیب ، وجود نظم و ترتیب درازبرد خاصیت تعیین‌کنندهٔ یک کریستال است . سایر جامدات نظم و ترتیب درازبرد در آرایشهای ذرات تشکیل دهندهٔ خود ندارند و می‌توان آنها را بعنوان مایعات فوق‌العاده سرد شده‌ای تلقی کرد که سختیشان به واسطهٔ چسبندگی استثنائی زیاد آنهاست . شیشه ، قیر و بسیاری از پلاستیکها نمونه‌هایی از چنین جامدات بی‌شکل (بدون شکل) هستند .

لکن ، جامدات بی‌شکل نظم و ترتیب کوتاه‌برد در ساختارشان نشان می‌دهند . تمایز بین این دو نوع نظم و ترتیب در تری‌اکسید بر (B_2O_3) که می‌تواند به هر دو شکل بلوری و بی‌شکل روی دهد بدقت نشان داده می‌شود . در هر حالت ، هر اتم بر را سه اتم اکسیژن احاطه می‌کند که نظم و ترتیب کوتاه‌برد را نشان می‌دهد . در بلور B_2O_3 ، نظم و ترتیب درازبرد نیز وجود دارد ، همان‌گونه که در نمایش دو بعدی در شکل ۱۰ـ۱ نشان داده شده



شکل (۱۰–۱) نمایش دو بعدی B_2O_3 (الف) B_2O_3 بی‌شکل فقط نظم و ترتیب کوتاه برد را نشان می‌دهد. (ب) B_2O_3 بلورین نظم و ترتیب دراز برد را هم نشان می‌دهد.

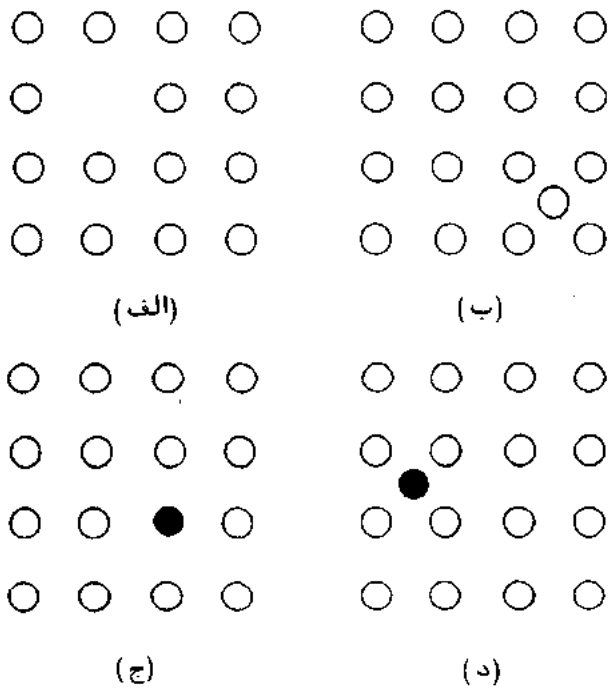
است، در حالی که B_2O_3 بی‌شکل که ماده‌ای شیشه‌ای یا "زجاجی" است این نظم اضافی را ندارد. تبلور از حالت شیشه‌ای آن قدر کند است که معمولا" صورت نمی‌گیرد، اما ناشناخته نیست: شیشه ممکن است موقعی که گرم می‌شود تا زمانی که کاملا" شروع به نرم شدن نکرده است به صورت بلور در آید و نمونه‌های شیشه‌های خیلی قدیمی گاهی دیده شده که متبلور شده‌اند.

مقایسهٔ بین یک جسم جامد بی‌شکل و یک مایع به عنوان وسیلهٔ درک بهتر هر دو حالت ماده ارزش بحث را دارد. معمولا" مایعات شباهت بیشتری به گازها دارند تا به جامدات؛ روی هم رفته، مایعات و گازها هر دو شاره هستند و در دماهای بالای نقطهٔ بحرانی هر دو غیر قابل تشخیص‌اند. لکن، از دیدگاه میکروسکوپی، مایعات و جامدات نیز وجوه مشترک زیادی دارند. مثلا" چگالی یک مایع معین معمولا" به چگالی جسم جامد متناظر آن مایع نزدیک است، که مبین این است که درجهٔ پکیدگی مشابه است، استنباطی مبتنی بر تراکم پذیریهای این حالتها. بعلاوه، پراش پرتو ایکس نشان می‌دهد که بسیاری از مایعات در هر لحظه دارای ساختارهای کوتاه‌برد معین هستند که کاملا" شبیه ساختارهای جامدات بی‌شکل می‌باشند با این تفاوت که گروه‌بندیهای مولکولهای مایعات دائما" جابجا می‌شوند. یک نمونهٔ آشکار از نظم و ترتیب کوتاه‌برد در یک مایع، در آب روی می‌دهد، درست در بالای نقطهٔ ذوب، جایی که نتیجهٔ حاصل چگالی کمتری نسبت به چگالی در دماهای بالاتر دارد، زیرا مولکولهای H_2O وقتی که به صورت بلور به هم می‌چسبند از وقتی که آزاد حرکت می‌کنند کمتر پکیده هستند.

چون جامدات بی‌شکل در اصل مایعات هستند ، دارای نقاط ذوب مشخصی نمی‌باشند . این رفتار را می‌توانیم براساس میکروسکوپی بدین طریق توجیه کنیم که چون یک جسم جامد بی‌شکل نظم و ترتیب درازبرد ندارد ، مقاومت پیوندهای بین مولکولهایش فرق می‌کند . وقتی کـه ماده گرم شود ، ضعیفترین پیوندها نسبت بـه سایر پیوندها در دماهای پایین‌تر گسیخته می‌شوند ، به گونه‌ای که ماده بتدریج نرم می‌شود . در جسم جامد بلوری گذار بین نظم و ترتیب دراز برد وکوتاه‌برد (یا بدون هیچ نظم و ترتیبی) مستلزم گسستگی پیوندهایی است که مقاومتهایشان کم وبیش یکسان است و ذوب در دمای دقیقا" معینی صورت می‌گیرد.

۱۰ــ ۲ نقایص بلور

یک بلور مطلوب بلوری است که هر اتم آن دارای یک محل تعادل معین درآرایشی منظم باشد . بلورهای واقعی از داشتن این مشخصه بدورند . نقائص در ساختار یک بلور ــ اتمهای مفقود ، اتمهای خارج از موقعیت اصلی خود ،بی‌نظمیها در فاصلهٔ ردیفهای اتمها ، وجود



شکل (۱۰ــ۲) نقایص نقطه‌ای در یک بلور. (الف) فضای خالی (ب) میان شبکه‌ای (ج) ناخالصی جایگزینی (د) ناخالصی میان شبکه‌ای.

ناخالصیها و غیره ــ تأثیر قابل ملاحظه‌ای برخواص فیزیکی آن دارند . بنابراین ، رفتار یک جسم جامد تحت فشار تا حد زیادی به وسیلهٔ ماهیت و تمرکز نقایص در ساختارش تعیین می‌شود ، همان‌گونه که رفتار الکتریکی یک نیم رسانا تعیین می‌گردد .

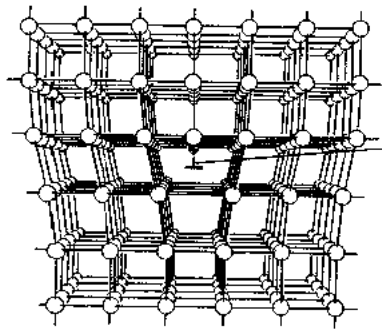
نقص نقطه‌ای ساده‌ترین مسقولهٔ نقص بلور است . شکل ۱۰ــ۲ سه نوع اصلی نقص‌نقطه‌ای را نشان می‌دهد : فضای خالی ، میان شبکه‌ای و ناخالصی . فضاهای خالی و میان شبکه‌ایها که هر دو برای بوجود آمدن تقریبا" به ۱ تا ۲ الکترون ولت نیاز دارند در همهٔ بلورها در نتیجهٔ برانگیختگی گرمایی حادث می‌شوند و از این رو بسامد آنها بسرعت با دما افزایش می‌یابد . بیش از تعداد در تعادل گرمایی چنین نقایصی را می‌توان به طرق زیادی به وجود آورد . یک روش ساده ، حرارت دادن جسمی جامد تا دمای زیاد است به طوری که نقایص بسیاری شکل گیرند و سپس سرد کردن سریع آن تا بعضی از نقایص اضافی را در دمای نهایی به جا گذارد . ایجاد نقایص با تابش ذره‌ای از اهمیت زیادی برخوردار است مثلا" ، دریک رآکتور هسته‌ای ، نوترونهای انرژی‌زا اتمهارا بسهولت از مواضع عادیشان خارج می‌کنند . در نتیجه در خواص مادهٔ بمباردمان شده تغییری روی می‌دهد ؛ مثلا" ، اکثر فلزات شکننده‌تر می‌شوند .

وجود نقایص نقطه‌ای در یک بلور پخش اتمها در درون آن را ممکن می‌سازد ــ این امر در نظر اول شگفت‌انگیز است ، گر چه وقتی که در مورد پیوند فلزات ناهمسان در چنین مراحلی‌نظیر جوش دادن ، برنج پوش کردن و گالوانیزه کردن فکر می‌کنیم این تصور کمتر شگفت‌انگیز است . وقتی که فضاهای خالی وجود دارد پخش اتمها با گذار یک اتم همجوار به فضای خالی روی می‌دهد و فضای خالی جدیدی باقی می‌ماند که اتم دیگری ممکن است بعدا" آن را پر کند و به همین ترتیب ادامه می‌یابد . وقتی که اتمهای میان شبکه‌ای حضور دارند ، ضمن جابجا شدن اتمها در میان بلور پخش صورت می‌گیرد . همان‌گونه که انتظار داریم پخش اتمها در یک جسم جامد قویا" تابع دماست ، یعنی از میزان معمولا" ناچیز در درجه حرارت اتاق به میزانی که با مشخصهٔ مایع مربوطه در نزدیک نقطه ذوب فاصله ندارد ، افزایش می‌یابد .

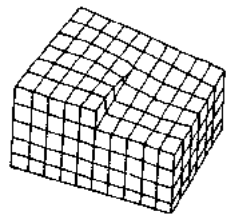
اثرات اتمهای ناخالص برخواص الکتریکی نیم رساناها که اساس کار دستگاههایی نظیر ترانزیستورها را تشکیل می‌دهد بعدا" در این فصل مورد بحث قرار می‌گیرند .

جابجایی نوعی نقص بلوری است که در آن رشته‌ای از اتمها در محل خاص خود قرار نمی‌گیرد . دو نوع اساسی جابجایی وجود دارد . شکل ۱۰ــ۳ جابجایی لبه‌ای را نشان می‌دهد که می‌توان آن را برحسب حذف یک لایه از اتمها و جابجایی لایه‌های دیگر به علت حذف این لایه به نقص تصور کرد . در شکل پیوندهای بین اتمها با خطوط نشان داده شده‌اند .

نوع دیگرجابجایی پیچشی است . برای مجسم کردن یک جابجایی پیچشی می‌توان این گونه تصور کرد که در قسمتی از یک بلور کامل برشی ایجاد می‌شود ، در این صورت همان‌گونه که در شکل ۱۰ـ۴ نشان داده‌شده است یک طرف برش نسبت به طرف دیگر آن جابجا خواهد شد . لایه‌های اتمی حول جابجاشدگی حرکت مارپیچی دارند که علت انتخاب نام را توضیح می‌دهد . جابجایی‌های واقعی در بلورها معمولا" ترکیباتی از انواع لبه‌ای و پیچشی است .



شکل (۱۰ـ۳) جابجایی لبه‌ای



شکل (۱۰ـ۴) جابجایی پیچشی

جابجایی‌ها برای رفتارپلاستیکی جامدات توضیحی ارائه‌می‌دهند . هرگاه فشار اعمال شده از حد کشسانیش تجاوز کند ، ماده دیگر به شکل اولیه‌اش برنمی‌گردد بلکه برای‌همیشه بی‌شکل می‌شود . اکثر فلزات می‌توانند قبل از ترک خوردن تغییر شکل پلاستیکی اساسی پیدا کنند ، خاصیتی که به قابلیت تورق و مفتول شدن موسوم است ؛ درجامدات دیگر گستره‌ٔ پلاستیکی معمولا" کوچکتر است . پاسخ ارتجاعی یک جسم جامد بسهولت برحسب نیروهای‌پیوندی درون آن توجیه می‌شود که مانند نیروهای برگردانندهٔ قانون هوک برای جابجایی‌های کوچک از آرایش تعادلی عمل می‌کنند . اما این نگرش مستقیم نمی‌تواند علت رفتار پلاستیکی را توضیح دهد زیرا محاسبات نیروی لازم برای لغزاندن یک لایه از اتمها در یک بلور از کنار لایهٔ دیگرارقامی‌به دست می‌دهد که هزار بار از ارقامی که واقعا" مشاهده می‌شوند بیشترند.

حضور جابجایی‌ها فهم این مطلب را ممکن می‌سازد که چرا جامدات فقط کسری از قدرتی را که باید براساس ساختارهای کامل داشته باشند ، دارا هستند . شکل ۱۰ـ۵ نشان می‌دهد

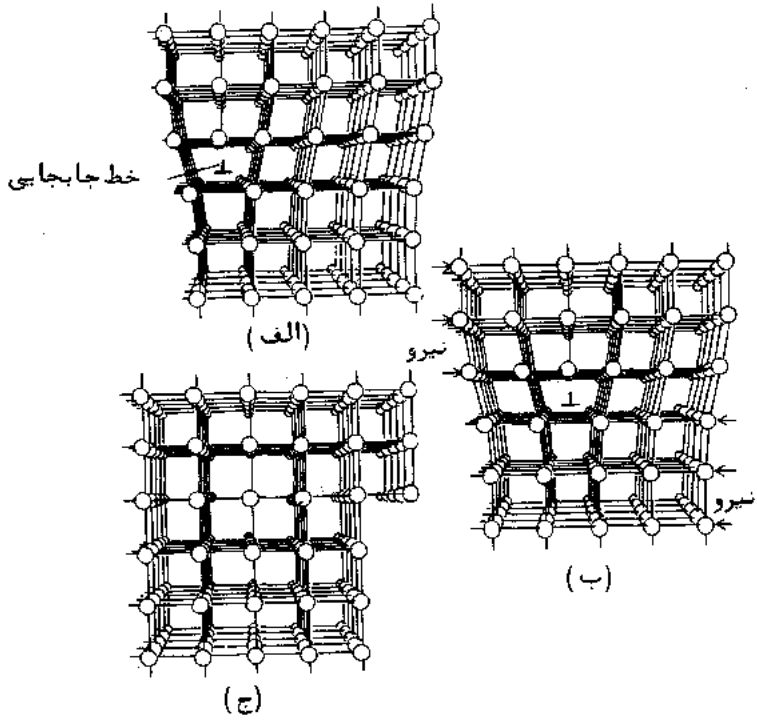
چگونه بلوری که دارای جابجایی لبه‌ای است می‌تواند برای همیشه با یک زوج نسبةً" معتدل از نیروها تغییر شکل داده شود . هرگاه نیروها اعمال شوند ، خط اتمهای زیر وبه سمت راست جابجایی ، پیوندهایشان را به خط اتمهای مستقیما" بالای جابجایی تغییر می‌دهند که‌سبب می‌شود جابجایی یک‌فاصلهٔ اتمی به سمت راست حرکت کند . این مرحله آن قدر تکرار می‌شود تا جابجایی به کنار بلور برسد و در این حالت تغییر شکل دائمی است . کل مرحله را لغزش می‌نامند و صفحه‌ای که جابجایی بر روی آن صورت می‌گیرد صفحهٔ لغزش است . در لغزش، پیوندهای اتمی که نگاهدارندهٔ یک لایه به لایهٔ بعدی می‌باشند در هر بار فقط در یک خط شکسته می‌شوند ، در حالی که در یک بلور کامل برای روی دادن سیلان پلاستیکی تمام پیوندهای بین دو لایه الزاما" بطور همزمان شکسته می‌شوند که یک پدیدهٔ خیلی قویتر است

چون در حین سیلان پلاستیکی ، جابجایی‌ها افزوده می‌شوند ، تغییر شکل ممتد یک جسم جامد سبب افزایش کیفیت جابجاییش می‌شود . سرانجام جابجایی‌ها آن‌قدر زیاد و در هم پیچیده می‌شوند که حرکت یکدیگر را کند می‌کنند و این امر شکل‌پذیری ماده را کاهش می‌دهد . این پدیده به عمل سخت شدن[1] موسوم است . اگر به بلور سخت شده حرارت دهیم، آرایش اتمی نامنظمش نظم پیدا می‌کند ؛ افزایش دما که سبب ازدیاد انرژی ارتعاشی اتمها می‌شود ، آزادی انرژی ذخیره شده در جابجایی‌ها را موجب می‌گردد . (انرژی ذخیره شده برای یک فلز شدیدا" تغییر شکل یافته عبارت است از $۲/۵\times۱۰^{۷}\ J/m^{۳}$ که معادلش در انرژی ارتعاشی برابر است با تغییری در دمای چندین درجه سلسیوس) مرحلهٔ حرارت دادن یک مادهٔ سخت برای بازگرداندن به قابلیت مفتول شدنش را باز پختن می‌نامند . میله‌ها و ورقه‌های فولادی که با غلطش سرد شکل می‌گیرند از آنهایی که با غلطش گرم شکل می‌گیرند خیلی سخت‌ترند . یک بلور سخت ممکن است جابجایی‌هایی به اندازهٔ $۱۰^{۱۶}m$ در هر متر مکعب حجمش داشته باشد که بازپختن می‌تواند شاید با کاهش یک میلیون چین این طول را به $۱۰^{۱۰}m$ یا چیزی در این حدود برساند .

علاوه بر عمل سخت شدن ، وسیلهٔ دیگر کند کردن لغزش در یک فلز ، داخل سازی عمدی اتمهای خارجی است تا سبب کندی حرکت جابجایی شود . بدین ترتیب افزایش مقادیر کوچکی از عناصری نظیر کربن ، کرومیوم ، منگنز و تنگستن به آهن آن را با کاهش دادن لغزشی،به فولاد خیلی قویتری تبدیل می‌کند .

---

1. Work Hardening



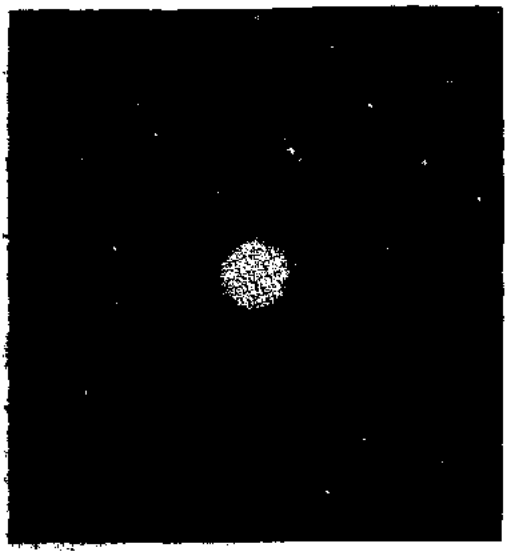
شکل (۱۰ـ۵) لغزش از حرکت جابجایی از میان یک بلور تحت فشار ناشی می‌شود. (الف) آرایش اولیهٔ بلور (ب) جابجایی به سمت راست حرکت می‌کند همچنان که اتمهای لایهٔ زیر آن به طور متوالی پیوندهایشان را با اتمهای لایهٔ بالاتر در هر لحظه با یک ردیف تغییر می‌دهند. (ج) بلور تغییر شکل دائمی به خود گرفته است.

۱۰ـ۳ بلورهای یونی

پیوندهای کووالانس زمانی به وجود می‌آیند که اتمها زوج الکترونهایی را به طریقی به اشتراک می‌گذارند که نیروهای جاذبه‌ای تولید شوند. پیوندهای یونی زمانی به وجود می‌آیند که اتمهایی که انرژیهای یونش کمی دارند و از این رو بسهولت الکترون از دست می‌دهند با سایر اتمهایی که تمایل به داشتن الکترونهای اضافی دارند برهمکنش داشته باشند. اتم‌های اولی به اتمهای بعدی الکترون می‌دهند و در نتیجه بترتیب یونهای مثبت و منفی می‌شوند. در بلور یونی این یونها در یک آرایش تعادل جمع می‌شوند که در آن نیروهای جاذب بین یونهای مثبت و منفی بر نیروهای رانشی بین یونهای مشابه غلبه می‌کنند. همانند مولکولها، از فروریختن تمام انواع بلورها جلوگیری می‌شود. این عمل در

نفوذ نیروهای چسبنده ناشی از عمل اصل انحصار صورت می‌گیرد که این اصل هنگامی که لایه‌های الکترونی اتمهای مختلف روی همدیگر را می‌پوشانند و در هم می‌آمیزند، اشغال حالتهای انرژی بالاتر را لازم می‌داند.

در بخش ۷ـ۶ در مورد انرژیهای یونش عناصر بحث شد و در آن جا دیدیم که چرا فلزات قلیایی گروه I جدول تناوبی دارای پایین‌ترین مقادیر این انرژی هستند. بطور کلی، هر چه در گروه پایین رویم انرژیهای یونش کاهش می‌یابند و هر چه از چپ به راست هر دورهٔ تناوبی پیش رویم افزایش می‌یابند. درمقابل اتمهای فلز قلیایی که تمایل به از دست دادن الکترونهای خارجی‌ترین لایهٔ خود دارند، اتمهای هالوژن قرار گرفته‌اند که می‌خواهند زیر لایه‌های خارجی خود را با جذب یک الکترون اضافی کامل کنند. میل ترکیبی الکترونی یک عنصر عبارت است از انرژی آزاد شده هنگامی که یک الکترون به اتم عنصر اضافه شود. هر چه میل ترکیبی الکترون بیشتر باشد، الکترون اضافه شده مقیدتر است. به طور کلی، با پیش رفتن در هر گروه جدول تناوبی میل‌های ترکیبی الکترون کاهش می‌یابند و هر چه از چپ به راست هر تناوب پیش رویم میل‌های ترکیبی الکترون افزایش

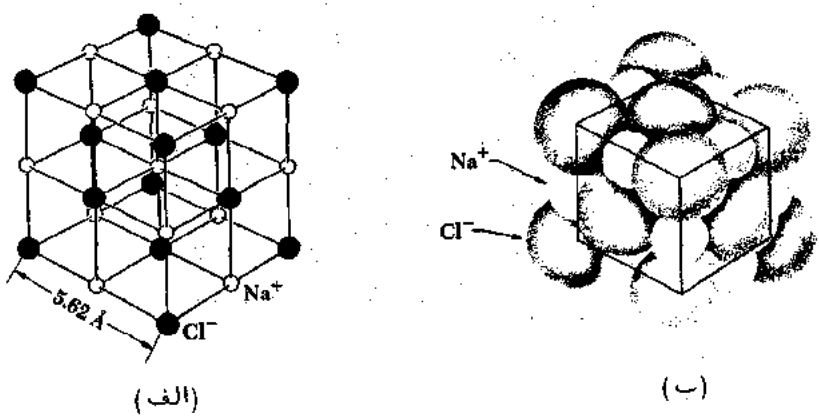


الگوی تداخلی ایجاد شده با پراکندگی پرتوهای ایکس از یونها در بلوری از کلرو سدیم. نقاط روشن مکان‌هایی هستند که پرتوهای ایکس پراکنده شده از لایه‌های مختلف در بلور بطورسازنده تداخل می‌کنند. تقارن چهار لایی عکس پرتوایکس الگوی مکعبی شبکهٔ کلرور سدیم را پیشنهاد می‌کند.

پیدا می‌کنند .

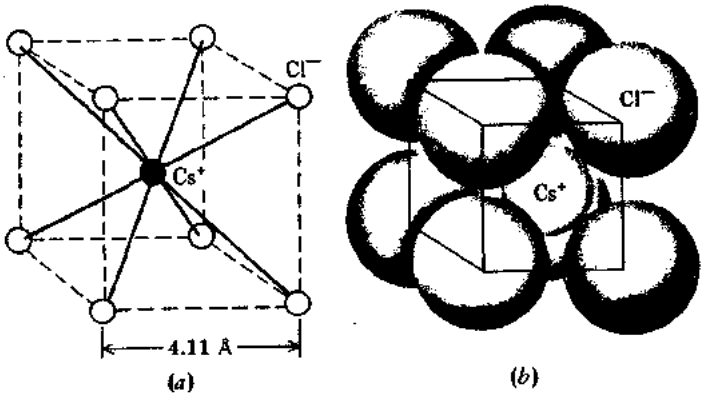
پیوند یونی بین دو اتم زمانی می‌تواند روی دهد که یکی از آنها انرژی یونش کمتری دارد و در نتیجه مایل است یک یون مثبت شود ، درحالی‌که‌دیگری میل ترکیبی الکترونی بیشتری دارد و در نتیجه گرایش دارد یک یون منفی شود . سدیم با انرژی یونش ۵/۱۴ eV نمونه‌ای‌از حالت اول‌وکلر با میل ترکیبی الکترونی ۳/۶۱ eV نمونه‌ای از حالت دوم می‌باشند . وقتی یون Na^+ و یون Cl^- در محیط یکسانی باشند و آزادانه حرکت کنند ، نیروی الکترو ـ استاتیکی جاذبهٔ بین آنها ، آنها را در یک جا جمع می‌کند . شرط این که یک مولکول پایدار NaCl نتیجه شود به‌طور ساده این است که انرژی کل سیستم دو یون از انرژی کل یک سیستم دو اتمی همان عناصر کمتر باشد ؛ و گرنه الکترون اضافی روی یون Cl^- به یون Na^+ منتقل می‌شد واتمهای خنثای Na و Cl دیگر به هم متصل نبودند . ببینیم چگونه این معیار در مورد NaCl به کار می‌رود .

بطور کلی ، در یک بلور یونی هر یون با آن تعداد یونهای دارای بار مخالف احاطه می‌شود که بتوانند کاملا " درکنار هم قرار گیرند که این امر به بیشینهٔ پایداری منجر می‌شود . بنابراین ، نوع ساختاری که روی می‌دهد تابع اندازه‌های نسبی یونهای مربوطه است . شکلهای ۱۰ـ۶ و ۱۰ـ۷ دو نوع معمولی ساختار کشف شده در بلورهای یونی‌را نشان می‌دهند . در یک بلور کلرور سدیم ، یونهای هر یک از دو نوع ممکن است این گونه تصور شوند که در رؤوس و مراکز وجوه مجموعه‌ای از مکعب‌ها (مجموعه‌های Na^+ و Cl^- گنجانده شده) جای



شکل (۱۰ـ۶) (الف) ساختار مکعب میان وجهی یک بلور NaCl . عدد مختصاتی (تعداد نزدیکترین یونهای گرد هر یون) ۶ است . (ب) مدل مقیاس یک بلور NaCl .

گرفته‌اند . بدین ترتیب ، در نزدیکترین فاصلهٔ هر یون شش یون از نوع دیگر قرار گرفته است که نتیجه آن اختلاف قابل ملاحظه‌ای در اندازه‌های یونهای Na^+ و Cl^- است . چنین ساختاری را مکعب میان‌وجهی[1] می‌نامند . در بلورهای کلرورسزیم ترتیب متفاوتی دیده می‌شود ، در این بلور هر یون در مرکز مکعبی قرار می‌گیرد که در رؤوس آن یونهایی از نوع دیگر است . در نزدیکترین فاصلهٔ هر یون هشت یون از نوع دیگر است که دارای ساختار مکعب میان حجمی [2] می‌باشد و این ساختار زمانی ناشی می‌شود که یونهای شرکت کننده از نظر اندازه قابل مقایسه باشند .



شکل (۱۰ـ۷) (الف) ساختار مکعب میان حجمی یک بلور CsCl . تعداد مختصات ۸ است. (ب) مدل سنجش یک بلور CsCl .

انرژی دوسیدگی[3] یک بلور یونی انرژیی است که در اثر تشکیل بلور از اتمهای خنثای منفرد آزاد می‌گردد . انرژی دوسیدگی معمولا " به الکترون ولت در هر اتم ، الکترون ولت در هر مولکول یا کیلوکالری در هر مول بیان می‌شود که در این جا "مولکول" و "مول" اشاره به مجموعه‌هایی از اتمها دارد که با فرمول مرکب مربوطه (مثلا " NaCl در مورد بلور کلرور سدیم) مشخص شده باشند ، حتی اگر مولکولهایی نظیر این مولکول در بلور وجود نداشته باشند .

انرژی پتانسیل الکتریکی V (کولن) یونها سهم اصلی در انرژی دوسیدگی یک بلور یونی دارد . یک یون Na^+ در NaCl را بررسی می‌کنیم . نزدیکترین یونها به آن شش یون Cl^- است

1. Face–Centered Cubic
2. Body–Centered Cubic
3. Cohesive Energy

که هر یک به فاصلهٔ r از آن قرار دارند . بنابراین ، انرژی پتانسیل یون Na^+ با توجه به این شش یون Cl^- عبارت است از :

$$V_1 = -\frac{6e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

نزدیکترین یونهای مجاور بعدی دوازده یون Na^+ می‌باشند که هر یک به فاصلهٔ $\sqrt{2}\,r$ از Na^+ اولیه قرار دارند زیرا قطر مربعی به ضلع r ، $\sqrt{2}\,r$ می‌شود . انرژی پتانسیل یون Na^+ با توجه به دوازده یون Na^+ عبارت است از

$$V_2 = +\frac{12e^2}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2}\, r}$$

هرگاه جمع‌بندی را در مورد تمام یونهای + و − در بلوری با اندازهٔ معین ادامه دهیم ، نتیجهٔ حاصل عبارت است از :

$$V_{\text{کلمب}} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\left(6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \cdots\right) = -1.748\,\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

یا به طور کلی

$$V_{\text{کولن}} = -\alpha\,\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad \textbf{انرژی کولن بلور یونی} \qquad (۱-۱۰)$$

(البته این نتیجه برای انرژی پتانسیل یک یون Cl^- نیز صادق است) . کمیت α به ثابت میدلانگ[1] بلور موسوم است و برای تمام بلورهایی که دارای یک ساختارند مقدار یکسانی دارد . محاسبات مشابه برای سایر انواع بلورها ، ثابت‌های میدلانگ متفاوتی را به دست می‌دهند ؛ مثلاً بلورهایی که ساختارشان مانند ساختار کلرور سزیم است (شکل ۱۰-۷) دارای $\alpha = 1/763$ می‌باشند و بلورهایی که ساختارشان شبیه ساختار سولفور روی می‌باشند (یک شکل ZnS) دارای $\alpha = 1/638$ هستند . ثابت‌های میدلانگ ساختارهای بلوری ساده بین ۱/۶ و ۱/۸ می‌باشند .

سهم انرژی پتانسیل نیروهای رانشی را با توجه به عمل اصل انحصار به طور تقریب به شکل زیر می‌توان بیان کرد .

$$V_{\text{رانشی}} = \frac{B}{r^n} \qquad (۲-۱۰)$$

علامت V (مثبت) مثبت است که مطابق برهمکنشی رانشی می‌باشد و وابستگی به r^{-n} مطابق

1. Madelung Costant

است با یک نیروی کوتاه برد که با کاهش فاصلهٔ بین هسته‌ای r افزایش می‌یابد. بنابراین، انرژی پتانسیل کل V هر یون به علت برهمکنشهایش با تمام یونهای دیگر عبارت است از:

$$V = V_{\text{coulomb}} + V_{\text{repulsive}} = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} + \frac{B}{r^n} \qquad (۳-۱۰)$$

فاصلهٔ جدایی r_0 یون‌ها در وضعیت تعادل، V طبق تعریف کمینه است و بنابراین هنگامی که $r = r_0$ باشد $(dV/dr) = 0$ است. از این رو

$$\left(\frac{dV}{dr}\right)_{r=r_0} = \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2} - \frac{nB}{r_0^{n+1}} = 0$$

$$\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0^2} = \frac{nB}{r_0^{n+1}}$$

$$B = \frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 n} r_0^{n-1} \qquad (۴-۱۰)$$

و انرژی پتانسیل کل عبارت است از:

$$V = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (۵-۱۰)$$

محاسبهٔ نمای n از تراکم‌پذیریهای مشاهده شدهٔ بلورهای یونی امکان‌پذیر است. نتیجهٔ متوسط عبارت است از $n \cong ۹$ که مبین این می‌باشد که نیروی رانشی سریعاً با تغییر می‌کند: یونها به جای این که "نرم" باشند "سخت" هستند و قویاً در مقابل محکم پکیده شدن، مقاومت می‌کنند. در فاصلهٔ یونها در وضعیت تعادل، نیروی رانشی متقابل ناشی از اصل انحصار (چنان که از نیروی رانشی الکتریکی بین یونهای مشابه متمایز است) انرژی پتانسیل را حدود ۱۱ درصد کاهش می‌دهد. ظاهراً اطلاعات واقعاً دقیقی از n ضروری نیست؛ اگر به جای $n = ۹$، $n = ۱۰$ می‌بود، V فقط ۱ درصد تغییر می‌کرد.

مسأله: در یک بلور NaCl، فاصلهٔ تعادل r_0 بین یونها ۲/۸۱ Å می‌باشد. مطلوب است انرژی دوسیدگی در NaCl.

حل: چون $\alpha \cong ۱/۷۴۸$ و $n \cong ۹$ می‌باشد، انرژی پتانسیل یک یون با هر یک از دو علامت عبارت است از:

$$V = -\frac{\alpha e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_0}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$= -\frac{(9 \times 10^9\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2) \times 1.748 \times (1.60 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{2.81 \times 10^{-10}\ \text{m}}\left(1 - \frac{1}{9}\right)$$

$$= -1.27 \times 10^{-18}\ \text{J} = -7.97\ \text{eV}$$

چون ممکن نیست هر یون را بیش از یک بار بشمریم ، فقط نیمی از این انرژی پتانسیل یا ۳/۹۹ eV- نشان دهندهٔ سهم هر یون در انرژی دوسیدگی بلور است .

ما باید انرژی لازم برای گذار یک الکترون از یک اتم Na به یک اتم Cl برای تشکیل یک زوج یون Na^+ -Cl^- را نیز به حساب آوریم . این انرژی گذار الکترون عبارت است از اختلاف بین ۵/۱۴ eV+ انرژی یونیزاسیون Na و ۳/۶۱ eV- میل ترکیبی الکترون Cl ، یا ۱/۵۳ eV + بنابراین ، هر اتم به انرژی دوسیدگی از این منبع مقدار ۰/۷۷ eV+ کمک می‌کند . بدین ترتیب ، انرژی دوسیدگی کل هر اتم عبارت است از :

$$E_{\text{دوسیدگی}} = (-3.99 + 0.77)\ \text{eV/اتم} = -3.22\ \text{eV/اتم}$$

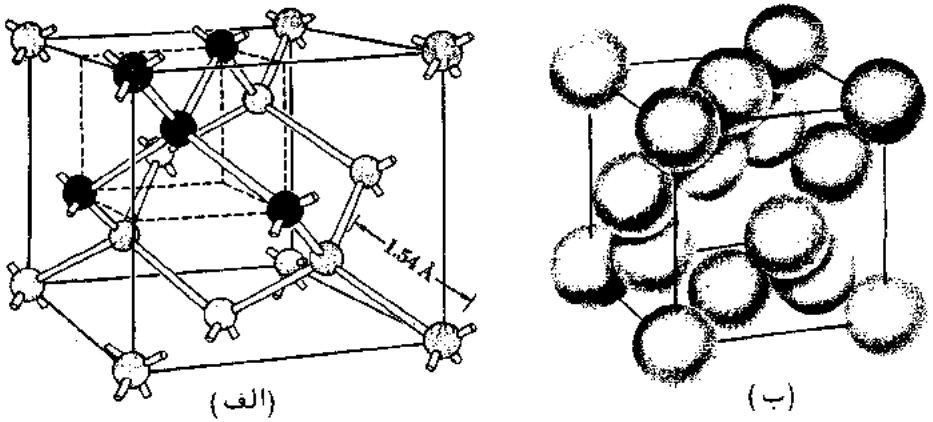
یک رقم تجربی برای انرژی دوسیدگی یک بلور یونی را می‌توان از اندازه‌گیریهای گرمای تبخیرش، انرژی تفکیک و انرژی مبادلهٔ الکترون به دست آورد . نتیجهٔ حاصل برای NaCl, ۳/۲۸eV می‌باشد که با مقدار محاسبه شده سازگاری نزدیک دارد .

اکثر جامدات یونی به واسطهٔ قدرت پیوندهای بین یونهای تشکیل دهندهٔ خود سخت هستند و نقاط ذوب بالایی دارند . این جامدات معمولا" شکننده هم هستند ، چون از لغزش اتمها بر روی یکدیگر که نشانگر مفتول شدن فلزات است توسط ترتیب یونهای مثبت و منفی حاصل از ماهیت پیوندها جلوگیری می‌شود . مایعات قطبی نظیر آب قادرند بسیاری از بلورهای یونی را حل کنند اما مایعات کووالانسی نظیر بنزین عموما" قادر به انجام این کار نیستند .

۱۰-۴ بلورهای کووالانس

نیروهای دوسیدگی در بلورهای کووالانس از حضور الکترونها بین اتمهای مجاور ناشی می‌شوند . هر اتم شرکت کننده در یک پیوند کووالانس یک الکترون در پیوند شرکت می‌دهد و این الکترونها توسط هر دو اتم به اشتراک گذاشته می‌شوند نه آن که مانند پیوند یونی هر الکترون منحصرا" در اختیار یک اتم قرار می‌گیرد . الماس یک نمونه از بلوری است که اتمهایش با پیوندهای کووالانس به هم متصل می‌شوند . شکل ۱۰-۸ ساختار یک بلور الماس را نشان می‌دهد ؛ آرایش چهار وجهی نتیجه‌ای است از توانایی هر اتم کربن برای تشکیل پیوندهای کووالانس با چهار اتم دیگر .

بلورهای صرفا" کووالانسی از نظر تعداد نسبة"کم هستند . علاوه بر الماس، سیلیسیم



شکل (۱۰ـ۸) (الف) ساختار چهاروجهی الماس. تعداد مختصات ۴ است. (ب) مدل مقیاس یک بلور الماس.

ژرمانیم و کربورسیلیسیم چند نمونه می‌باشند؛ در SiC هر اتم با چهار اتم از نوع دیگر در ساختار چهاروجهی مانند ساختار چهار وجهی الماس احاطه می‌شود. تمام بلورهای کووالانسی سختند (الماس سخت‌ترین ماده شناخته شده است و SiC کربورسیلیسیم ساخته‌شده صنعتی می‌باشد)، دارای نقاط ذوب بالایی می‌باشند و در تمام مایعات معمولی غیر قابل حل هستند، رفتاری که منعکس‌کننده قدرت پیوندهای کووالانسی است. انرژیهای دوسیدگی از ۳ تا ۵ الکترون ولت هر اتم نمونه انرژی بلورهای کووالانسی هستند که مرتبه بزرگی آنها همانند انرژیهای دوسیدگی در بلورهای یونی است.

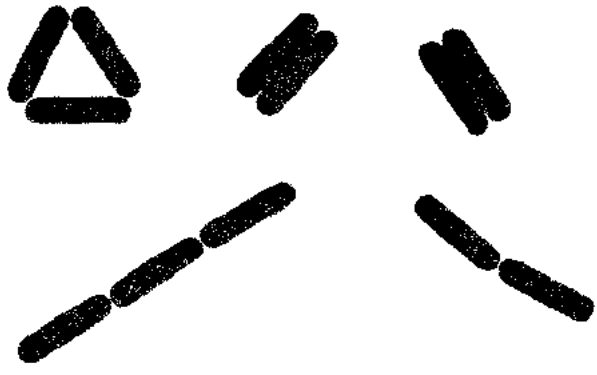
برای اثبات این که آیا پیوندها در یک بلور غیر مولکولی، غیر فلزی مفروض غالبا" یونی هستند یا کووالانسی، چندین راه وجود دارد. به طور کلی، ترکیبی از یک عنصر از گروه یک یا دو جدول تناوبی با عنصری از گروه شش یا هفت، پیوند یونی در حالت جامد را نشان می‌دهد. راهنمای دیگر تعداد مختصات بلور می‌باشد که عبارت است از تعداد نزدیکترین پیوندها دور هر ذره متشکله. تعداد مختصات زیاد معرف بلور یونی است زیرا مشاهده این که چگونه یک اتم می‌تواند با شش اتم دیگر (همان گونه که در ساختار مکعب میان‌وجهی مانند ساختار NaCl است) یا با هشت اتم دیگر (همان‌گونه که در ساختار مکعب میان حجمی مانند ساختار CsCl است) پیوندهای صرفا" کووالانسی تشکیل دهد، سخت است. لکن، تعداد مختصات با ۴، همان گونه که در ساختار الماس است، با یک صفت منحصرا" کووالانسی سازگار می‌باشد. یقینا"، همیشه امکان پذیر نیست که یک بلور خاص را بنام این که کاملا"

یونی یا کووالانسی است ، طبقه‌بندی کنیم : AgCl که ساختارش همانند ساختار NaCl است و CuCl که ساختاری شبیه ساختار الماس دارد هر دو پیوندهایی با صفت مشخصهٔ بینابین همچون بسیاری از جامدات دیگر ، دارند .

۱۰ـ۵ نیروهای واندروالس

کلیهٔ اتمها و مولکولها ــ حتی اتمهای گاز خنثی نظیر اتمهای هلیوم و آرگون ــ به علت نیروهای واندروالس جاذبه‌های کوتاهبرد ضعیف بر یکدیگر اعمال می‌کنند . علی‌رغم نبودن مکانیسم پیوند یونی ، کووالانسی یا فلزی علت تراکم گازها به مایعات و انجماد مایعات به جامدات وجود این نیروهاست . جلوه‌های آشنایی از رفتار تودهٔ ماده از قبیل اصطکاک ، کشش سطحی ، غلظت ، دوشش ، چسبندگی وغیره نیز از نیروهای واندروالس ناشی می‌شوند . همان‌گونه که پی خواهیم برد ، جاذبهٔ واندروالس بین دو مولکول به فاصلهٔ r از یکدیگر با r^{-7} متناسب می‌باشد ، بطوری که این اثر فقط برای مولکولهای خیلی نزدیک به یکدیگر محسوس است .

مطلب را با توجه به این امر که بسیاری از مولکولها (موسوم به مولکولهای قطبی) گشتاورهای دو قطبی الکتریکی دایم دارند ، آغاز می‌کنیم . یک نمونهٔ آن مولکول H_2O است که در آن تمرکز الکترونها پیرامون اتم اکسیژن این انتهای مولکول را بیشتر از انتهایی که اتمهای ئیدروژن قرار دارند منفی می‌کند . چنین مولکولهایی تمایل دارند به گونه‌ای صف بندی‌شوند که نقاط انتهایی با علامت مخالف مجاور یکدیگر قرار گیرند ، همان گونه که در شکل ۱۰ـ۹ دیده می‌شود و در این سمتگیری مولکولها قویاً یکدیگر را جذب می‌کنند .



شکل (۱۰ـ۹) مولکولهای قطبی یکدیگر را جذب می‌کنند .

شکل (۱۰ــ۱۰) مولکولهای قطبی مولکولهای قطبش پذیر را جذب می‌کنند.

یک مولکول قطبی نیز قادر است مولکولهایی را که معمولا" گشتاور دو قطبی دایمی ندارند، جذب کند. فرآیند آن در شکل ۱۰ــ۱۰ نشان داده شده است: میدان الکتریکی مولکول قطبی موجب جدایی بار در مولکول دیگر می‌شود با گشتاور دو قطبی القایی همجهت با گشتاور مولکول قطبی. نتیجهٔ حاصل یک نیروی جاذبه می‌باشد. (این اثر مانند همان اثری است که در جاذبهٔ یک قطعه آهن مغناطیس نشده به وسیلهٔ آهنربا دست اندر کار است) تعیین صفات مشخصهٔ این نیروی جاذب مشکل نیست. میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ به فاصلهٔ r از یک دو قطبی با گشتاور $\mathbf{p}$ از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{\mathbf{p}}{r^3} - \frac{3(\mathbf{p}\cdot\mathbf{r})}{r^5}\mathbf{r}\right] \qquad (۶ــ۱۰)$$

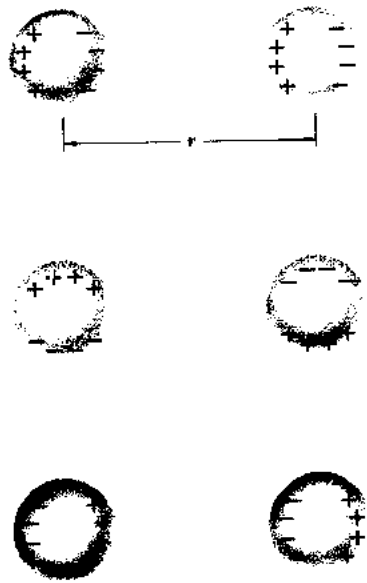
ما از تحلیل برداری متذکر می‌شویم که $\mathbf{p}\cdot\mathbf{r} = pr\cos\theta$ که در آن θ زاویهٔ بین $\mathbf{p}$ و $\mathbf{r}$ است. میدان $\mathbf{E}$ در مولکول دیگر که معمولا" یک مولکول غیر قطبی است، یک گشتاور دو قطبی الکتریکی $\mathbf{p}$ متناسب با $\mathbf{E}$ از نظر بزرگی و کاملا" در همان جهت $\vec{\mathbf{E}}$ القاء می‌کند. از این رو

$$\mathbf{p} = \alpha\mathbf{E} \qquad (۷ــ۱۰)$$

که در آن α ثابتی موسوم به قطبش پذیری مولکول است. انرژی دو قطبی القایی در میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ عبارت است از:

$$\begin{aligned} V &= -\mathbf{p}'\cdot\mathbf{E} \\ &= -\frac{\alpha}{(4\pi\varepsilon_0)^2}\left(\frac{p^2}{r^6} - \frac{3p^2}{r^6}\cos^2\theta - \frac{3p^2}{r^6}\cos^2\theta + \frac{9p^2}{r^6}\cos^2\theta\right) \\ &= -\frac{\alpha}{(4\pi\varepsilon_0)^2}(1 + 3\cos^2\theta)\frac{p^2}{r^6} \qquad (۸ــ۱۰) \end{aligned}$$

بدین ترتیب، انرژی متقابل دومولکول‌که‌از برهمکنش آنها ناشی می‌شود منفی است یعنی نیروی بین آنها یک نیروی جاذب‌است و با r^6 نسبت عکس دارد. خود نیرو برابر است با $-dV/dr$ و بنابراین با r^{-7} متناسب و مبین این است که با افزایش جدایی این نیرو بطور سریع سقوط می‌کند. دو برابر کردن فاصلهٔ بین دو مولکول، نیروی جاذبهٔ بین آنها را فقط به ۰/۸ درصد مقدار اولیه‌اش کاهش می‌دهد.

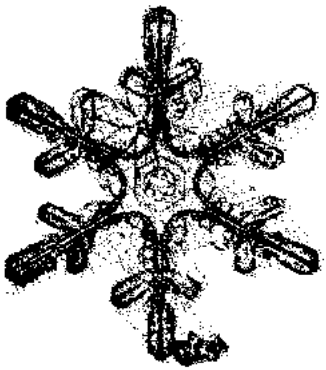


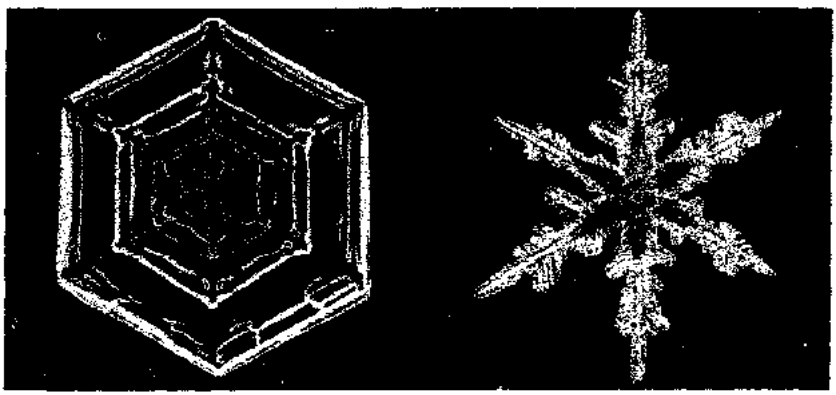
شکل (۱۰–۱۱) به طور متوسط، مولکولهای غیر قطبی دارای توزیعهای بار متقارنند، اما در هر لحظه توزیعها نامتقارنند. افت و خیزها در توزیعهای بار مولکولهای مجاور همان گونه که نشان داده شده‌اند هماهنگ می‌شوند که به نیروی جاذبهٔ بین آنها که بزرگیش با $1/r^7$ متناسب است، منجر می‌شود.

به گونه‌ای برجسته‌تر، دو مولکول غیر قطبی با مکانیسم فوق می‌توانند یکدیگر را جذب کنند. گر چه توزیع الکترون در یک مولکول غیر قطبی روی هم رفته متقارن است، ولی الکترونها خود در حرکت ثابت می‌باشند و در هر لحظهٔ معین یک بخش یا بخش دیگری از مولکول یک افزونی از آنها را دارا می‌شود. به جای ثابت بودن نامتقارنی بار یک مولکول قطبی، یک مولکول غیر قطبی دارای نامتقارنی است که مرتبا "تغییر می‌کند. هرگاه دو مولکول غیر قطبی به‌قدرکافی به هم نزدیک باشند، توزیعهای افت و خیزی بار آنها سعی دارند با هم جابجا شوند، نقاط انتهایی مجاور همیشه علامت مخالف دارند (شکل ۱۰–۱۱) و بنابر

این پیوسته یک نیروی جاذبه را سبب می‌شوند . این نوع نیرو را به نام فیزیکدان هلندی واندروالس می‌نامند که‌این فیزیکدان وجود آن را تقریبا " یک قرن پیش برای توضیح انحرافات مشاهده شده از قانون گاز کامل مطرح کرد ؛ البته ، تبیین مکانیسم واقعی این نیرو جدیدتر است .

نیروهای واندروالس نه تنها بین تمام مولکولها بلکه بین تمام اتمها ایجاد می‌شوند ، از جمله اتمهای گازهای نادر که به طریق دیگری برهمکنش ندارند و گرنه این گازها به مایعات یا جامدات تبدیل نمی‌شدند . مقادیر p^2 (یا $\overline{p^2}$ ، میانگین p^2 ، که برای مولکولهایی که گشتاور دو قطبی دائمی ندارند ، به کار می‌رود) و قطبش پذیری α برای اکثر مولکولها قابل مقایسه‌اند ؛ این جزئی از علتی است که چرا چگالیها و گرماهای تبخیر مایعات ، خواصی که به قدرت نیروهای بین مولکولی بستگی دارند ، گستره‌ٔ نسبة" باریکی دارند . نیروهای واندروالس از نیروهایی که در پیوندهای یونی و کووالانسی یافت می‌شوند خیلی ضعیفترند





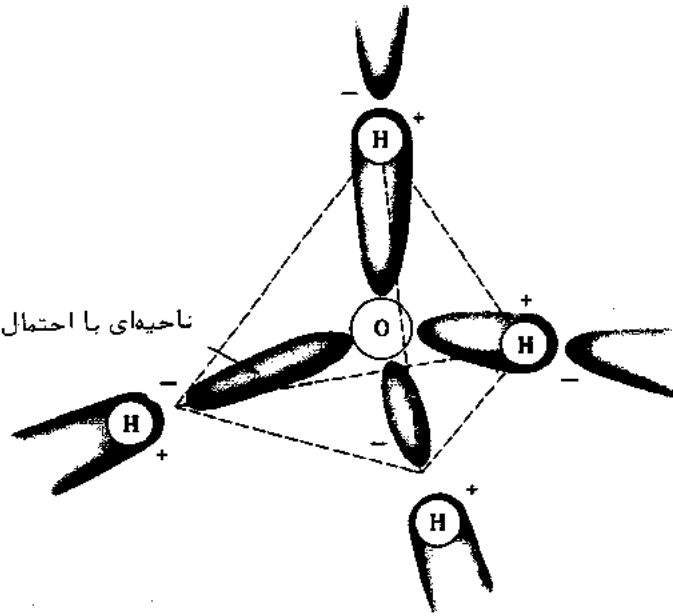
مولکولهای آب در یک دانه برف با پیوندهای واندروالس به هم دیگر متصل می‌شوند .

و در نتیجه بلورهای مولکولی به طورکلی دارای نقاط ذوب و جوش پایین و قدرت مکانیکی کمی هستند. انرژیهای دوسیدگی آنها نیز پایین هستند، در آرگون جامد فقط ۰/۰۸ الکترون ولت براتم (نقطه ذوب ۱۸۹°C)، در ئیدروژن جامد ۰/۰۱ الکترون ولت بر مولکول (نقطه ذوب ۲۵۹°C) و درمتان جامد، CH_4، ۰/۱ الکترون‌ولت بر مولکول (نقطهٔ ذوب ۱۸۳°C).

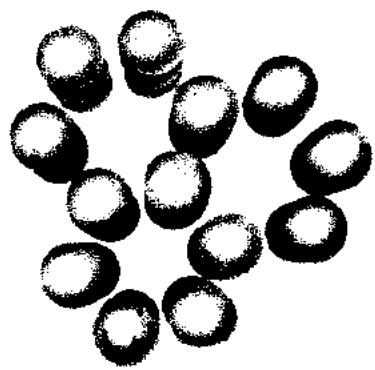
یک نوع بویژه قوی از پیوند واندروالس بنام پیوند ئیدروژنی بین بعضی مولکولها که دارای اتمهای ئیدروژن هستند، روی می‌دهد. توزیع الکترون در چنین اتمی به سبب همبستگی اتم "مادر" به الکترونها آن قدر نامنظم است که هر اتم ئیدروژن اساساً" بیشتر بار منفیش را به اتم مادر داده است و پروتونی که بطور ضعیف محافظت شده به جا گذاشته است. نتیجهٔ حاصل مولکولی است با بار مثبت موضعی که می‌تواند با تمرکز بار منفی مولکول دیگری از همان نوع در جای دیگر به‌آن مولکول بپیوندد. در این جا نکته، اندازهٔ مؤثر کوچک پروتونی است که‌بطور ضعیف محافظت می‌شود، زیرا نیروهای الکتریکی به مقدار ۲—م تغییر می‌کنند.

مولکولهای آب بطور استثنایی آماده‌اند تا پیوندهای ئیدروژنی را تشکیل دهند زیرا چهار زوج الکترون گرد اتم O در H_2O به طور متقارن توزیع نشده‌اند بلکه بیشتر احتمال دارددر نواحی خاصی با چگالی احتمال بالا یافت شوند (شکل ۸—۸ را ببینید). این نواحی به سوی خارج پیش رفته‌اند چنان که گویی به طرف رؤوس یک چهار وجهی میل کرده‌اند، همان‌گونه‌که‌در شکل ۱۰—۱۲ نشان داده شده است. در دو تا از این رؤوس اتمهای ئیدروژن قرار دارند که بدین ترتیب بارهای مثبت متمرکز را نشان می‌دهند، در حالی که‌دوراس‌دیگر بارهای منفی تا حدی پراکنده‌تر را به‌نمایش می‌گذارند. بنابراین، هر مولکول H_2O می‌تواند با چهار مولکول H_2O دیگر پیوندهای ئیدروژنی تشکیل دهد؛ در دو تا از این پیوندها، مولکول مرکزی، پروتونهای رابط را فراهم می‌کند و در دو پیوند دیگر مولکولهای متصل شده پروتون‌های رابط را فراهم می‌کنند. در حالت مایع، پیوندهای ئیدروژنی بین مولکولهای H_2O مجاور دائماً" به سبب آشفتگی گرمایی شکسته می‌شوند و دوباره شکل می‌گیرند، اما با وجود این در هر لحظه مولکولها بصورت خوشه‌های معین ترکیب می‌شوند. در حالت جامد، این خوشه‌ها بزرگ و پایدارند و بلورهای یخ را تشکیل می‌دهند.

الگوی شش گوشهٔ مشخصهٔ (شکل ۱۰—۱۲) یک بلور یخ از آرایش چهار وجهی چهار پیوند ئیدروژنی که هر مولکول H_2O می‌تواند در آن شرکت کند، ناشی می‌شود. با داشتن فقط نزدیکترین چهار پیوند گرد هر مولکول، بلورهای یخ دارای ساختارهای فوق‌العاده باز هستند که پایین بودن استثنایی چگالی یخ را می‌رسانند. چون خوشه‌های مولکولی درحالت مایع کوچکترند و پایداری کمتری دارند، روی هم رفته، مولکولهای آب از مولکولهای یخ



شکل (۱۰–۱۲) در یک مولکول H_2O ، چهار زوج الکترونهای ظرفیت گرد اتم اکسیژن (شش الکترون با اتم O اشتراک دارند و هر کدام یک اشتراک با اتمهای H دارند) ترجیحا" چهار ناحیه را اشغال می‌کنند که یک الگوی چهار وجهی را تشکیل می‌دهند . هر مولکول H_2O می‌تواند با چهار مولکول H_2O دیگر پیوندهای ئیدروژنی تشکیل دهد .



شکل (۱۰–۱۳) نمای بالای یک بلور یخ نظم شش گوشه‌ای باز مولکولهای H_2O را نشان می‌دهد . هر مولکول چهار مولکول مجاور نزدیک دارد که با پیوندهای ئیدروژنی به آنها متصل می‌شود .

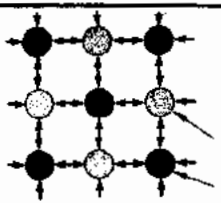
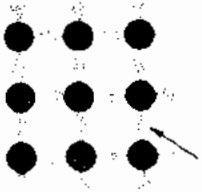
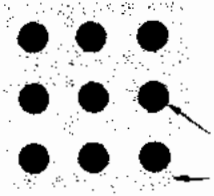
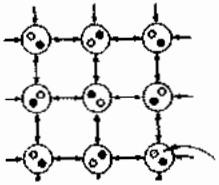
فشرده‌ترند و آب چگالی بیشتری دارد : در نتیجه ، یخ شناور است . چگالی آب از 0°C به مقدار بیشینه در 4°C افزایش‌می‌یابدهنگامی‌که خوشه‌های‌بزرگی از مولکولهای H_2O به خوشه‌های کوچکتری که فضای کمتری در مجموعه را اشغال می‌کنند ، شکسته می‌شوند ؛ فقط بعد از 4°C انبساط گرمایی معمولی‌این‌مایع خودرابصورت یک چگالی‌کاهنده با افزایش‌دمانمایان‌می‌کند .

۱۰ــ۶ پیوند فلزی

موضوع اصلی نظریهٔ مدرن فلزات این است که الکترونهای ظرفیت اتمها که در برگیرندهٔ یک فلزند در کل مجموعه مشترکند ، به گونه‌ای که نوعی "گاز" یا الکترونهای آزاد فلز را فرا می‌گیرد . برهمکنش بین این گاز الکترونی و یونهای فلزی مثبت به یک نیروی دوسیدگی قوی منجر می‌شود . علت رسانایی‌های ویژهٔ گرمایی و الکتریکی زیاد ، کدری ، تابش سطحی و دیگر خواص منحصر به فرد فلزات وجود چنین الکترونهای آزاد است . یقینا " الکترونها در هیچ جسم جامدی ، حتی در یک فلز ، نمی‌توانند با آزادی کامل در درونش حرکت کنند. تمامی‌آنها تا اندازه‌ای تحت تأثیر حضور ذرات دیگر می‌باشند و وقتی که نظریهٔ فلزات را تجدیدنظر کنیم تا این پیچیدگیها را در برگیرد ، تصویر جامعی پدیدار می‌شود که‌با تجربه هماهنگی کامل دارد .

توانایی اتمهای فلز در پیوستن به یکدیگر برای تشکیل بلورهایی با اندازهٔ نامحدود را می‌توان با در نظر گرفتن پیوند فلزی به عنوان یک پیوند کووالانسی اشباع نشده به‌دست آورد . فرآیندهای پیوند در ئیدروژن‌ولیتیوم را که هر دو عنصر گروه I جدول تناوبی هستند ، مقایسه می‌کنیم . یک مولکول H_2 شامل دو الکترون 1s است با اسپینهای مخالف ، یعنی بیشینهٔ تعداد الکترونهایی K که می‌توانند وجود داشته باشند . بنابراین ، مولکول H_2 اشباع شده است زیرا اصل انحصار ایجاب می‌کند که الکترونهای اضافی در حالتهایی با انرژی بالاتر باشند واتصال پایدار اتمهای H بیشتری نمی‌تواند روی دهد مگر این که الکترونهایشان در حالت 1s باشند . ظاهرا " به نظر می‌رسد که لیتیوم که دارای آرایش الکترونی $1s^2 2s$ است باید رفتار مشابهی داشته باشد . لکن ، در هر اتم Li اشش حالت 2p پر نشده وجود دارد که انرژیهای آنها فقط کمی از انرژیهای حالتهای 2s بزرگتر است . وقتی که یک اتم Li به یک مولکول Li_2 نزدیک می‌شود بسهولت با یک پیوند کووالانسی به آن متصل می‌شود بدون این که‌ناقض‌اصل انحصار باشد و مولکول Li_2 حاصل پایدار است زیرا تمام الکترونهای ظرفیتش در لایه‌های L باقی می‌مانند . هیچ محدودیتی در تعداد اتمهای Li که می‌توانند بدین طریق به یکدیگر متصل شوند ، وجود ندارد زیرا لیتیوم بلورهای مکعب میان حجمی راتشکیل‌می‌دهد (شکل ۱۰ــ۷) که در آن هر اتم هشت اتم مجاور دارد . با داشتن فقط یک

جدول ۱۰–۱ انواع بلور

نوع	پیوند	نمونه	خواص
یونی	جذب الکتریکی 	کلرور سدیم NaCl $E_{\text{دوسیدگی}}$ = 3.28 eV/ اتم	سخت؛ نقاط ذوب بالا؛ در مایعات قطبی نظیر آب ممکن است قابل‌حل باشد.
کووالانسی	الکترونهای‌مشترک 	الماس C $E_{\text{دوسیدگی}}$ = 7.4 eV/اتم	خیلی سخت؛ نقاط ذوب بالا؛ تقریباً در تمام حلال‌ها غیر قابل حل‌است.
فلزی	گاز الکترون 	سدیم Na $E_{\text{دوسیدگی}}$ = 1.1 eV/ اتم	چکش خوار؛ ـ درخشندگی فلزی؛ قابلیت هدایت الکتریکی و گرمایی زیاد.
مولکولی	نیروهای‌واندروالس 	متان CH_4 $E_{\text{دوسیدگی}}$ = 0.1 eV/اتم	نرم؛ نقاط ذوب و جوش پایین؛ در مایعات کووالانسی قابل حل است.

الکترون در هر اتم که برای ورود به پیوندها فراهم باشد، هر پیوند روی هم رفته به جای دو الکترون مانند پیوندهای کووالانسی معمولی مستلزم یک چهارم الکترون است. از این رو، پیوندها اشباع نشده‌اند؛ این موضوع در مورد پیوندها در سایر فلزات نیز صادق است.

یکی از نتایج ماهیت اشباع نشدهٔ پیوند فلزی این حقیقت است که خواص یک آمیزه از اتمهای فلزی مختلف بطور بحرانی به نسبت هر نوع اتم در مخلوط بستگی ندارد. مشروط برآن که اندازه‌های آنها شبیه هم باشد. بدین ترتیب ویژگیهای یک آلیاژ اغلب با تغییرات ترکیبش به آرامی تغییر می‌کند، برخلاف نسبتهای اتمی ویژه در جامدات یونی و کووالانسی نظیر SiC.

برجسته‌ترین نتیجهٔ پیوندهای اشباع نشده در یک فلز توانایی الکترونهای ظرفیت است تا آزادانه از اتمی به اتم دیگر حرکت کنند. برای درک این پدیده بطور شهودی می‌توان هر الکترون ظرفیت را به صورتی در نظر گرفت که دائما" از پیوندی به پیوند دیگر در حرکت است. در Li جامد، هر الکترون در هشت پیوند شرکت می‌کند، به گونه‌ای که این الکترون بین هر زوج از یونهای Li^+ فقط مدت زمان کوتاهی را می‌گذراند. الکترون نمی‌تواند به اصطلاح به خاطر بیاورد به کدام یک از دو یون تعلق دارد و همچنین احتمال دارد به سمت پیوندی حرکت کند که این پیوند یون مادرش را به هیچ وجه شامل نشود. بنابراین، الکترونهای ظرفیت در یک فلز رفتاری کاملا" مشابه رفتار مولکولها در یک گاز دارند.

همانند هر جسم جامد دیگر، اتمهای فلز به هم می‌چسبند زیرا انرژی جمعی آنها وقتی که در قید همدیگرند کمتر از موقعی است که به صورت اتمهای مجزا وجود دارند. برای درک این مطلب که چرا این کاهش انرژی در یک بلور فلزی روی می‌دهد یادآوری می‌کنیم که، به علت نزدیکی یون‌ها، هر الکترون ظرفیت روی هم رفته به یک هسته یا هستهٔ دیگر نزدیکتر است در مقایسه با حالتی که به یک اتم منفرد تعلق داشته باشد. از این رو، انرژی پتانسیل الکترون در بلور از انرژی پتانسیل آن در اتم کمتر است و این کاهش انرژی پتانسیل است که سبب پیوند فلزی می‌شود.

لکن، سازهٔ دیگری نیز هست که باید مورد بررسی قرار گیرد. در صورتی که انرژی پتانسیل الکترون در یک بلور فلزی کاهش یابد، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد. الکترونهای آزاد در یک فلز، سیستم منفردی از الکترونها را تشکیل می‌دهند و اصل انحصار از اشغال هر تراز انرژی با بیش از دو الکترون (یک الکترون با هر اسپین) ممانعت می‌کند. در نگاه اول به نظر می‌رسد که باز لیتیوم را مثال می‌زنیم، فقط هشت الکترون ظرفیت در تمامی یک بلور Li خواهند توانست حالتهای کوانتمی $n=2$ را اشغال کنند و بقیهٔ الکترونها به حالتهای بالاتر و بالاتر با آنچنان انرژی زیادی وا داشته خواهند شد تا کل ساختار را بگسلند. آنچه

که در واقع اتفاق می‌افتد به این شدت نیست . ترازهای انرژی ظرفیت اتمهای فلزات مختلف در اثر برهمکنشهایشان کمی تغییر می‌کنند و باند انرژیی پدید می‌آید که متشکل از تعداد زیادی از ترازهای انرژی با فاصلهٔ نزدیک است که تعداد کل ترازهای انرژی ظرفیتی در تمام اتمهای بلور برابر می‌باشد . بنابراین ، گسترهٔ انرژی جنبشی الکترونهای آزاد از صفر تا مقدار بیشینه ε_F است که در فصل ۹ انرژی فرمی نامیده شد ؛ مثلا " ، انرژی فرمی در لیتیوم ۴/۷۲ eV است و انرژی جنبشی متوسط الکترونهای آزاد در لیتیوم فلزی ۲/۸ eV می‌باشد. چون انرژی جنبشی الکترون کمیتی مثبت است افزایش آن به میزانی بیش از آنچه قبلا " در اتمهای مجزا وجود داشته است سبب ایجاد یک نیروی رانشی می‌شود .

پیوند فلزی وقتی صورت می‌گیرد که جاذبهٔ بین یونهای فلزی مثبت و گاز الکترون از نیروی رانشی متقابل الکترونها در گاز تجاوز کند ؛ یعنی وقتی که کاهش در انرژی پتانسیل الکترون از نظر قدر مطلق از افزایش پیوسته در انرژی جنبشی الکترون بیشتر شود . هر چه تعداد الکترونهای ظرفیت در هر اتم بیشتر باشد ، انرژی جنبشی متوسط در یک بلور فلزی زیادتر خواهد بود ، بدون این که در انرژی پتانسیل کاهشی با مقیاس مشابه باشد ، به‌همین علت عناصر فلزی تقریبا " همگی در سه گروه اول جدول تناوبی دیده می‌شوند . بعضی از عناصر دقیقا " روی خط مرز قرار دارند و ممکن است بلورهای فلزی و کووالانسی هر دو را با هم تشکیل دهند . قلع یک نمونهٔ قابل توجه است . در بالای $13/2^\circ C$ فلز "قلع سفید" وجود دارد که اتمهایش هر یک شش اتم مجاور دارند . در زیر $13/2^\circ C$ جسم جامد کووالانسی "قلع خاکستری" وجود دارد که ساختارش مانند ساختار الماس است . قلع خاکستری و قلع سفید مواد کاملا " متفاوتی هستند ؛ مثلا " ، آنها بترتیب چگالیهای ۵/۸ و ۷/۳ g/cm^3 دارند و قلع خاکستری یک نیم رسانا است در صورتی که قلع سفید قابلیت هدایت الکتریکی زیاد یک فلز معمولی را دارا می‌باشد .

۱۰ـ۷ قانون اهم

جریان I که در یک رسانای فلزی جاری می‌شود وقتی که اختلاف پتانسیل V دو سر آن برقرار می‌شود در محدوده‌ای وسیع مستقیما " با V متناسب است این رابطهٔ تجربی ، موسوم به قانون اهم ، معمولا " به صورت زیر بیان می‌شود .

$$I = \frac{V}{R} \qquad \text{قانون اهم} \qquad (۹-۱۰)$$

که در آن R ، مقاومت رسانا به ابعاد ، ترکیب و دمایش بستگی دارد اما مستقل از V است . درک منشاء قانون اهم براساس مدل الکترون آزاد یک فلز مشکل نیست .

مطلب را با این فرض شروع می‌کنیم که الکترونهای آزاد در یک فلز، مانند مولکولها در یک گاز، در جهتهای تصادفی حرکت می‌کنند و به گونه‌ای مداوم دچار برخورد می‌شوند. در این جا برخوردها با سایر الکترونها نیست بلکه بابی‌نظمیهای ساختار بلور است که شامل دو نقص نظیر اتمهای ناخالص و نیز اتمهایی که در موقع نوسان بطور لحظه‌ای از محل اولیه خارج می‌شوند، می‌باشد. (همان‌گونه که بعداً خواهیم دید، اتمهای یک شبکهٔ بلوری کامل الکترونهای آزاد را پراکنده نمی‌کنند مگر تحت بعضی شرایط ویژه.) الکترونهای آزاد یک فاصلهٔ زمانی متوسط τ بین برخوردها دارند که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید.

$$\tau = \frac{\lambda}{v_F} \qquad (۱۰-۱۰)$$

که در آن λ پویش آزاد متوسط الکترونها بین برخوردها و v_F سرعت الکترون مطابق با انرژی فرمی است، زیرا فقط الکترونهای نزدیک قلهٔ توزیع انرژی‌شان می‌توانند شتاب داده شوند (بخش ۹-۱۰ را ببینید). این فاصلهٔ زمانی اساساً مستقل از یک میدان الکتریکی اعمال شده است زیرا v_F در مقایسه با تغییر سرعت ایجاد شده توسط چنین میدانی فوق‌العاده زیاد است. مثلاً، در مس $\varepsilon_F = ۷/۰۴\,eV$ و بنابراین $v_F = ۱/۶\times۱۰^{۶}\,m/s$ است در صورتی که سرعت رانش اضافه شده v_d به واسطهٔ یک میدان الکتریکی به کار رفته کمتر از یک میلیونیم این مقدار می‌باشد.

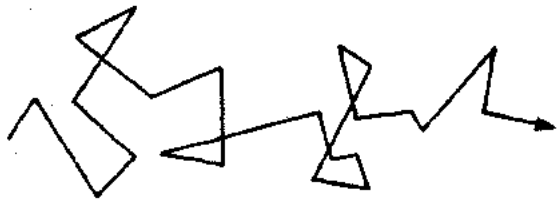
وقتی که اختلاف پتانسیلی را در دو سر یک رسانا به کار می‌بریم، نتیجهٔ حاصل یک میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ در داخل آن است. نیرویی که این میدان روی یک الکترون اعمال می‌کند eE است و بنابراین از قانون دوم حرکت $F = ma$، شتاب الکترون عبارت است از:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} \qquad (۱۱-۱۰)$$

هرگاه یک الکترون دچار برخورد شود، به یک جهت تصادفی پرتاب می‌شود و بطور متوسط دیگر هیچ گونه مؤلفهٔ حرکتی موازی با میدان ندارد. در آغاز هر فاصلهٔ زمانی τ ممکن است الکترون را در جهت $\mathbf{E}$ در حال سکون تصور کنیم و در پایان این فاصله سرعت رانش عبارت است از:

$$v_d = a\tau = \frac{eE\lambda}{mv_F} \qquad \text{سرعت رانش} \qquad (۱۲-۱۰)$$

بنابراین، اعمال میدان الکتریکی $\mathbf{E}$ برگاز الکترونی آزاد در یک فلز عبارت است از افزودن یک حرکت رانش عمومی بر حرکتهای مشخص‌تر اما تصادفی الکترونها (شکل ۱۰-۱۴).



شکل (۱۰–۱۴) یک میدان الکتریکی بر حرکت تصادفی یک الکترون آزاد یک حرکت رانش عمومی می‌افزاید . .

حال می‌توانیم جریان کل I را که در یک رسانا به طول L و مساحت سطح مقطع A جاری است و در هر حجم واحد N الکترون آزاد دارد ، تخمین بزنیم . جریان حاصل عبارت است از

سرعت رانش الکترون × بار هر الکترون × مساحت سطح مقطع × چگالی الکترون آزاد = جریان کل

$$I = NAev_d = \frac{NAe^2E\lambda}{mv_F}$$

از آن جا که میدان الکتریکی درون رسانا عبارت است از : $E = V/L$

$$I = \left(\frac{Ne^2\lambda}{mv_F}\right)\left(\frac{A}{L}\right)V \qquad (۱۳–۱۰)$$

اگر معادلهٔ ۱۰–۱۳ را مرتب کنیم به قانون اهم تبدیل می‌شود .

$$R = \left(\frac{mv_F}{Ne^2\lambda}\right)\frac{L}{A} \qquad \text{مقاومت یک رسانای فلزی} \qquad (۱۴–۱۰)$$

این فرمول برای مقاومت یک رسانا است و نشان می‌دهد که R باید با طولش L نسبت مستقیم و با مساحت سطح مقطع عرضیش A نسبت عکس داشته باشد که با تجربه سازگار است . در معادلهٔ ۱۰–۱۴ کمیت داخل پرانتز به **مقاومت ویژهٔ** ρ فلز موسوم است و برای فلز مفروضی در دمای معین مقدار ثابتی می‌باشد :

$$\rho = \frac{mv_F}{Ne^2\lambda} \qquad (۱۵–۱۰)$$

همان گونه که قبلاً متذکر شدیم ، نقایص ساختاری و اتمهای جابجا شده ضمن نوسان ، هر دو سبب پراکندگی الکترونهای آزاد در یک فلز که عهده‌دار مقاومت الکتریکی هستند ، می‌شوند . نقایص از نوع اول به دما بستگی ندارند اما به درجهٔ خلوص فلز و تاریخچهٔ آن متکی می‌باشد : اکثر آلیاژها دارای ساختارهای بقدر کافی نامنظم هستند تا مثلاً بطور قابل ملاحظه‌ای در انتشار امواج الکترونی تداخل کنند ، و مقاومتهای ویژهٔ فلزات سرد کار

مسأله: پویش آزاد متوسط λ بین برخوردهای الکترونهای آزاد در مس را حساب کنید.

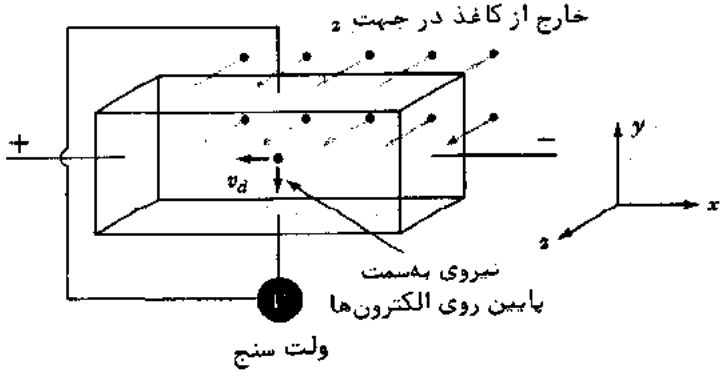
حل: برای مس در $20°C$، $\rho = 1/7\times10^{-8}\,\Omega\cdot m$ و $v_F = 1/6\times10^{6}\,m/s$ و $N = 7\times10^{28}\,m^{-3}$ به طوری که

$$\lambda = \frac{mv_F}{Ne^2\rho} = \frac{(9.1\times10^{-31}\,kg)\times(1.6\times10^{6}\,m/s)}{(7\times10^{28}\,m^{-3})\times(1.6\times10^{-19}\,C)^2\times(1.7\times10^{-8}\,\Omega\cdot m)}$$
$$= 4.8\times10^{-8}\,m = 480\,\text{Å}$$

زیرا اتمهایی که شبکهٔ مس جامد را تشکیل می‌دهند ۲/۶Å از هم فاصله دارند، به‌طور متوسط، یک الکترون آزاد قبل از برخورد تقریبا" ۲۰۰ عدد از آنها را پشت سر می‌گذارد.

(نظیر سیمهای "سخت کشش") هنگامی که باز پخته می‌شوند پایین می‌آیند، زیرا بدین وسیله تعداد نقایص کاهش می‌یابد. از طرف دیگر، با افزایش دما، ارتعاشات شبکه از نظر دامنه افزایش می‌یابد و مقاومت ویژه که از این ارتعاشات ناشی می‌شود با دما بالا می‌رود. مثلا" مقاومت ویژهٔ مس در دماهای معمولی به ازای هر $1°C$ تغییر در دما ۰/۳۹ درصد تغییر پیدا می‌کند.

اثر هال این امکان را فراهم می‌کند تا چند خاصیت میکروسکوپی رساناها و نیم رساناها را بطور تجربی تعیین کنیم. همان‌گونه که در شکل ۱۰–۱۵ می‌بینید، قطعه‌ای از یک جسم جامد در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی عمود برهم گذاشته شده است. اگر میدان الکتریکی



شکل (۱۰–۱۵) اثر هال

در جهت $+x$ باشد ، الکترونهای جسم جامد در معرض نیروی $-eE_x$ قرار می‌گیرند و در جهت $-x$ با سرعت v_d جابجا می‌شوند . میدان مغناطیسی، نیروی $\mathbf{F}=-e\mathbf{v}\times\mathbf{B}$ را بر الکترونهای متحرک اعمال می‌کند ؛ متوسط این نیرو در حرکتهای تصادفی الکترونها به سمت صفر میل می‌کند اما به علت سرعت رانش v_d این نیرو دارای یک مؤلفهٔ منتجه در جهت $-y$ است . این مؤلفه بزرگی $F_y=-ev_dB$ را دارد و سبب تجمع الکترونها در وجه پایینی قالب می‌شود تا این که بین وجوه بالایی وپایینی ، یک میدان الکتریکی E_y محصور می‌شود که مهاجرت عرضی بیشتر الکترونها را سد می‌کند . بدین ترتیب ، شرط لازم برای توازن نیرو روی یک الکترون عبارت است از :

$$\begin{aligned} F_y &= eE_y \\ -ev_dB &= eE_y \\ E_y &= -v_dB \end{aligned}$$

(۱۰–۱۶) اثر هال

اختلاف پتانسیل بین وجوه بالایی وپایینی قالب را می‌توان اندازه‌گیری کرد ، E_y را می‌توان از آن به دست آورد و چون B معلوم است v_d را می‌توان پیدا کرد . با اندازه گرفتن همزمان مقاومت ویژه ، امکان پیدا کردن تعداد N الکترونها در حجم واحد که در فرآیند هدایت شرکت می‌کنند ، وجود دارد . در مورد نیم رساناها ، جایی که هدایت ممکن است در اثر حرکت "حفره‌ها" و نیز در اثر حرکت الکترون اتفاق بیفتد ، جهت E_y نشان می‌دهد که آیا ماده از نوع نیم رسانای n است یا از نوع p .

۱۰–۸ نظریهٔ نوار جامدات

اتمها تقریبا" در هر جسم جامد بلورین ، خواه فلزی باشد خواه نه ، آن قدر به یکدیگر نزدیکند که الکترونهای ظرفیتشان سیستم منفردی از الکترونها را مشترک در کل بلور تشکیل می‌دهند . چنین سیستم الکترونی از اصل انحصار تبعیت می‌کند ، زیرا حالتهای انرژی لایه‌های الکترونی خارجی اتمها همگی در اثر برهمکنشهای متقابل خود تا حدی تغییر می‌کنند . به جای هر تراز انرژی مشخصهٔ دقیقا" تعیین شدهٔ یک اتم منفرد ، کل بلور دارای یک نوار انرژی مرکب از هزاران تراز مجزا است که خیلی به هم نزدیکند . چون به تعداد این ترازهای مجزا ، در بلور اتم وجود دارد ، نوار را نمی‌توان از یک گسترهٔ پیوستهٔ انرژیهای مجاز تشخیص داد . حضور نوارهای انرژی ، شکاف‌هایی که ممکن است بین آنها به وجود آید ، و حدی که الکترونها این شکافها را پر می‌کنند نه تنها رفتار الکتریکی یک جسم جامد را تعیین می‌کنند بلکه روی دیگر خواص آن نیز اثر مهمی دارند .

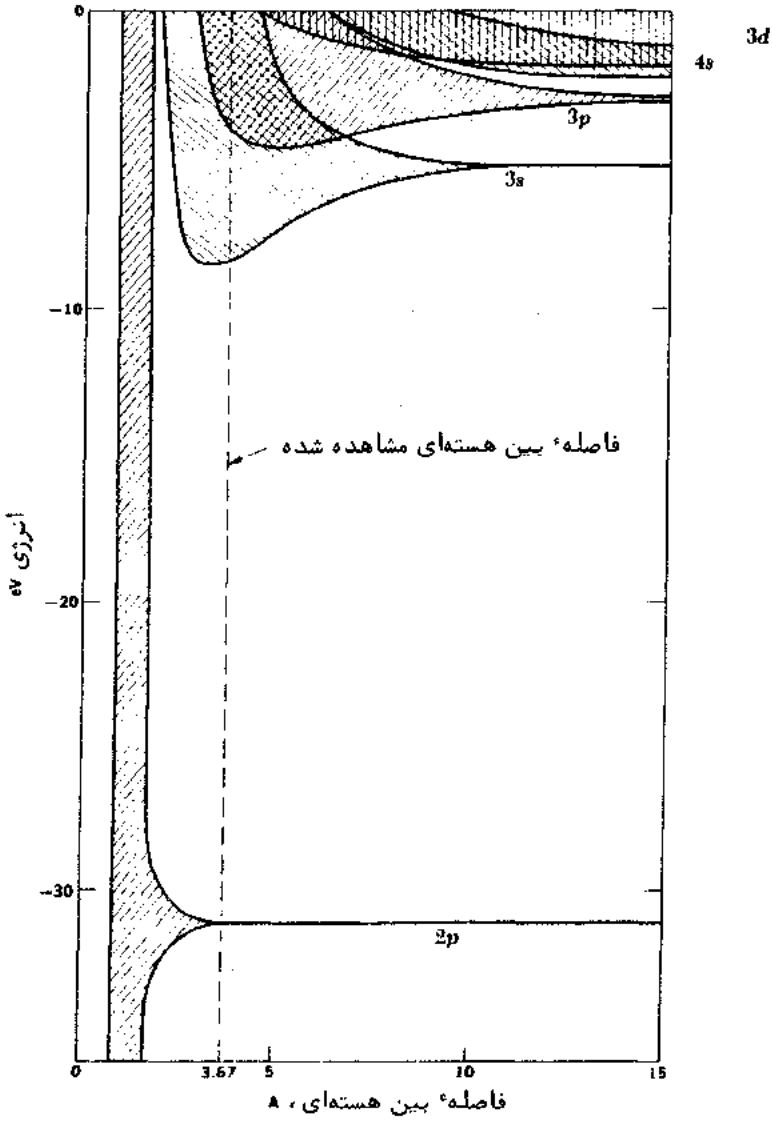
برای بررسی منشاء نوارهای انرژی دو راه وجود دارد . ساده‌ترین راه این است که ضمن آن که ترازهای انرژی اتمهای منفرد به هم نزدیکتر و نزدیکتر می‌شوند تا یک جسم جامد را

بسازند ، آنچه رخ می‌دهد بدقت مورد بررسی قرار می‌گیرد . موضوع را به این طریق مطرح خواهیم کرد و سپس بعضی از نتایج مفهوم نوارهای انرژی را مورد رسیدگی قرار خواهیم داد . در قسمت بعدی این فصل نوارهای انرژی‌را برحسب محدودیتهای اعمال شده توسط تناوبی بودن یک شبکهٔ بلور بر حرکت الکترونها تحلیل خواهیم کرد ، نگرش قویتری که اساس بیشتر موارد نظریهٔ مدرن جامدات را فراهم می‌کند .

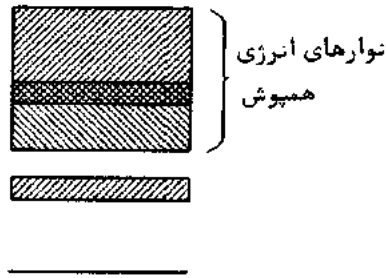
شکل ۱۰ـ۱۶ ترازهای انرژی در سدیم را که در مقابل فاصلهٔ بین هسته‌ای رسم شده است ، نشان می‌دهد . تراز ۳s اولین تراز اشغال شده در اتم سدیم است که به صورت نواری پهن می‌شود ؛ تراز ۲p تا ایجاد یک جدایی کاملا" کوچک بین هسته‌ای شروع به پهن شدن نخواهد کرد . این رفتار منعکس کنندهٔ نظمی است که در آن زیر لایه‌های الکترونی اتمهای سدیم هنگامی که اتمها به یکدیگر نزدیک می‌شوند ، برهمکنش دارند . انرژیهای متوسط در نوارهای ۳p و ۳s در آغاز سقوط می‌کنند که این امر رسانندهٔ نیروهای جاذبه است . فاصلهٔ بین هسته‌ای واقعی در سدیم جامد در شکل نشان داده می‌شود و مطابق با وضعیت کمینهٔ انرژی متوسط است ، همان‌گونه که باید باشد .

نوارهای انرژی در یک جسم جامد با ترازهای انرژی در یک اتم هماهنگی دارند و یک الکترون در یک جسم جامد می‌تواند فقط آن انرژیهایی را داشته باشد که در داخل این نوارهای انرژی قرار می‌گیرند . نوارهای انرژی مختلف‌در یک جسم جامد ممکن است در هم تداخل کنند ، همان‌گونه که در شکل ۱۰ـ۱۷ مشاهده می‌شود ، که در این حالت الکترونهایش توزیع پیوسته‌ای از انرژیهای مجاز را دارند . در سایر جامدات نوارها ممکن است تداخل نکنند (شکل ۱۰ـ۱۸) و فاصله‌های بین آنها نشانگر انرژیهایی هستند که الکترونهای این جامدات نمی‌توانند داشته باشند . چنین فاصله‌هایی را نوارهای ممنوع می‌نامند . رفتار الکتریکی یک جسم جامد بلورین را از روی ساختار نوار انرژی آن و چگونگی پر شدن معمولی این نوارها توسط الکترونها تعیین می‌کنند .

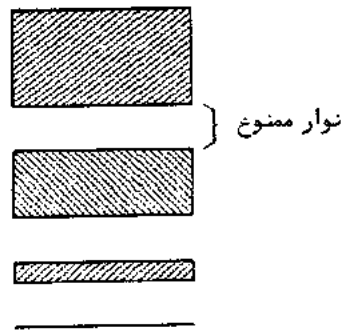
شکل ۱۰ـ۱۹ نمودارساده‌شده‌ای‌از ترازهای یک اتم سدیم و نوارهای انرژی سدیم جامد است . یک اتم سدیم در لایهٔ خارجیش یک الکترون ۳s منفرد دارد . این بدین معنی است که فقط نیمی از نوار ۳s در یک بلور سدیم اشغال می‌شود زیرا هر تراز نوار مانند هر تراز اتم قادر است دو الکترون داشته باشد . وقتی که یک قطعه سدیم در یک میدان الکتریکی قرار می‌گیرد ، الکترونها انرژی اضافی را بسهولت کسب می‌کنند ضمن این که در نوار انرژی اولیهٔ خود نیز باقی می‌مانند . انرژی اضافی‌به شکل انرژی جنبشی است و الکترونهای متحرک یک جریان الکتریکی ایجاد می‌کنند . بنابراین ، سدیم رسانای خوب الکتریسیته است ، همان‌گونه که‌سایر جامدات بلورین با نوارهای انرژی که تا اندازه‌ای پر شده‌اند رسانای خوب الکتریسیته‌اند .



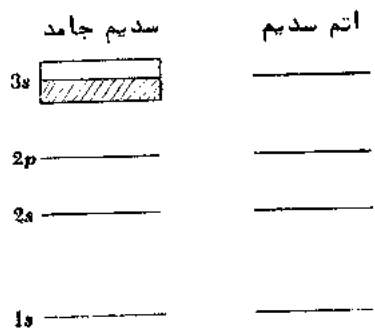
شکل (۱۰ــ۱۶) ترازهای انرژی اتمهای سدیم به نوار تبدیل می‌شوند هنگامی که فاصلهٔ بین هسته‌ای آنها کاهش می‌یابد. فاصلهٔ بین هسته‌ای مشاهده شده در سدیم جامد ۳/۶۷۸ است.



شکل (۱۰–۱۷) نوارهای انرژی در یک جسم جامد ممکن است تداخل کنند .

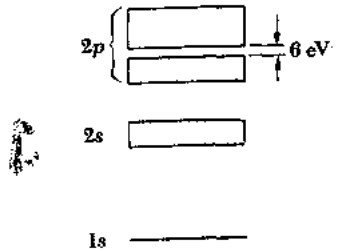


شکل (۱۰–۱۸) یک نوار ممنوع ، نوارهای انرژی غیر همپوش را از هم جدا می‌کند .



شکل (۱۰–۱۹) ترازهای انرژی در اتم سدیم و ترازهای مشابه آن در سدیم جامد . شکل ۱۰–۱۶ را ببینید . (مقیاس رعایت نشده)

شکل ۱۰ـ۲۰ نمودار ساده شده‌ای از نوارهای انرژی الماس است . نواری از انرژی وجود دارد که از الکترون کاملا " پر شده است و به وسیلهٔ شکافی با انرژی ۶eV از نوار خالی بالای آن جدا شده است یعنی اگر قرار است الکترونی در یک بلور الماس یک انرژی جنبشی داشته باشد ، حداقل باید ۶ eV انرژی اضافی برای آن تهیه کرد زیرا الکترون نمی‌تواند انرژیی



شکل (۱۰ـ۲۰) نوارهای انرژی در الماس (مقیاس رعایت نشده) .

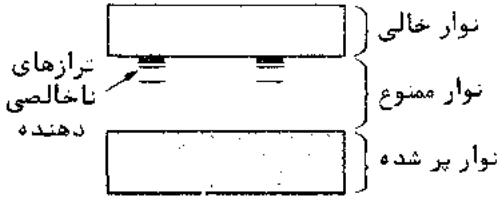
داشته باشد که در نوار ممنوع قرار گیرد . یک میدان الکتریکی نمی‌تواند به الکترونی در یک بلور افزایش انرژیی به این بزرگی بدهد ، زیرا چنین الکترونی با نواقص بلوری برخوردهای مکرر دارد و بیشتر انرژی به دست آمده از میدان الکتریکی را در برخوردها از دست می‌دهد . میدان الکتریکی لازم برای این که الکترونی در پویش آزاد متوسط معمولی به‌طول 5×10^{-8}m ۶eV انرژی کسب کند بیش از 10^{8} V/m است ، که بیلیونها بار بزرگتر از میدانی است که برای جاری شدن جریان در سدیم لازم می‌شود . بنابراین ، الماس رسانای خیلی ضعیف الکتریسیته است و از این رو به عنوان یک عایق طبقه‌بندی می‌شود .

ساختار بلوری سیلیکون شبیه ساختار بلوری الماس است و مانند الماس یک شکاف قسمت بالای نوار انرژی پر شده را از نوار بالاتر خالی جدا می‌کند لکن ، عرض نوار ممنوع در سیلیکون فقط ۱/۱eV است . در دماهای پایین سیلیکون به عنوان یک رسانا کمی بهتر از الماس است ، ولی در دمای اتاق بخش کوچکی از الکترونهایش آن قدر انرژی جنبشی با منشاء گرمایی دارند تا از نوار ممنوع پرش کنند و وارد نوار انرژی بالای آن شوند . تعداد این الکترونها در حدی است که اجازه می‌دهند مقدار محدودی از جریان وقتی که میدان الکتریکی برقرار شد ، جاری شود . بدین ترتیب ، سیلیکون دارای یک مقاومت ویژهٔ الکتریکی متوسط بین مقاومت‌های ویژهٔ رساناها و عایقها می‌باشد و آن را یک نیم رسانا می‌نامند .

خواص نوری جامدات و ساختارهای نوار انرژی آنها ارتباط نزدیکی با یکدیگر دارند . فوتونهای نور مرئی انرژیهای بین حدود ۱ و ۳ eV دارند . یک الکترون آزاد در یک فلز

بسهولت چنین مقادیر انرژی را جذب می‌کند ، زیرا فقط قسمتی از نوار انرژی مجازش پر شده است و از این رو فلزات کدرند . از سوی دیگر ، الکترونها در یک عایق بیش از ۳ eV انرژی لازم دارند تا از عرض نوار ممنوع به نوار مجاز بعدی پرش کنند . بنابراین ، عایقها نمی‌توانند فوتونهای نور مرئی را جذب کنند و شفاف هستند . البته ، اکثر نمونه‌های مواد عایق شفاف به نظر نمی‌رسند ، اما این به علت پراکندگی نور در اثر بی‌نظمی‌ها در ساختار آنهاست . مواد عایق نسبت به نور فرابنفش کدرند که بسامدهای بالاتر این نور ، یعنی انرژیهای بقدر کافی زیاد این فوتونها بـه الکترونها اجازه می‌دهند تا از نوار ممنوع عبور کنند . چون عرض نوارهای ممنوع در نیم رساناها تقریبا " مساوی انرژیهـای فوتونهای نور مرئی می‌باشند ، این نوارها معمولا " نسبت به نور مرئی کدر ولی نسبت به نور فروقرمز شفاف هستند که بسامدهای پایین‌تر این نور یعنی فرو قرمز انرژیهای کمتر فوتون که نمی‌توانند جذب شوند .

مقاومت ویژهٔ نیم رساناها ممکن است بطور قابل ملاحظه‌ای در اثر مقادیر کوچک ناخالصی تغییر کند : چند اتم ارسنیک را در یک بلور سیلیکون داخل می‌کنیم . اتمهای ارسنیک در لایه‌های خارجی خود پنج الکترون دارند در حالی که این تعداد برای اتمهای سیلیکـون چهار است . (این لایه‌ها دارای آرایشهای بترتیب $4s^2 4p^3$ و $3s^2 3p^2$ می‌باشند) . وقتی که یک اتم ارسنیک جای اتـم سیلیکونی در یـک بلور سیلیکون را می‌گیرد ، چهار عـدد از الکترونهایش با نزدیکترین الکتـرونهای مجاورش پیوندهای کووالانس تشکیل می‌دهنـد . الکترون پنجم انرژی کمی لازم دارد (در سیلیکون تقریبا " ۰/۰۵ eV ، در ژرمانیم تقریبا " ۰/۰۱ eV) تا جدا شود و در داخل بلور پیوسته در حرکت است (مسائل ۱۳ و ۱۴ را ببینید) . همان‌گونه که درشکل ۱۰ـ۲۱ نشان داده‌شده است ،وجود ارسنیک به عنوان یک ناخالصی ، سطوح انرژی درست زیر نواری ایجاد می‌کند که الکترونها باید این سطوح انرژی را اشغال کنند تا رسانایی صورت گیرد . این گونه ترازها را ترازهای دهنده[1] و ماده را نیم رسانای نوع



شکل (۱۰ـ۲۱) مقدارکمی از ارسنیک موجود در بلور سیلیکون ترازهای دهنده‌ای در نوار معمولی ممنوع ایجاد می‌کند که یک نیم رسانای نوع n را تولید می‌کند .

1. Donor Levels

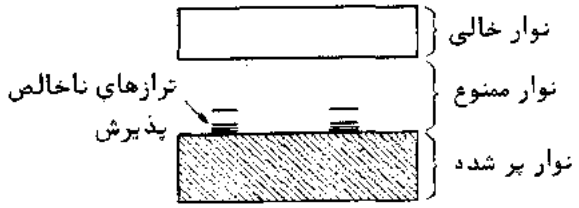
n می‌نامند زیرا بارهای منفی جریان الکتریکی درون آن را انتقال می‌دهند .

اگر متناوبا" اتمهای گالیم را در بلور سیلیکونی داخل کنیم ، پدیدهٔ متفاوتی روی می‌دهد . اتمهای گالیم در لایه‌های خارجی خود فقط سه الکترون دارند که آرایش آنها $4s^2 4p$ است و وجود آنها فضاهای خالی بنام حفره در ساختار الکترونی بلور باقی می‌گذارد . یک الکترون برای ورود به حفره انرژی نسبةً" کمی لازم دارد ولی موقعی که وارد حفره می‌شود در جای قبلیش حفرهٔ جدیدی باقی می‌گذارد . وقتی که یک بلور سیلیکون که حاوی مقدار کمی گالیم است در یک میدان الکتریکی قرار می‌گیرد ، الکترونها با پر کردن متوالی حفره‌ها به سوی آند حرکت می‌کنند . در این جا گردش جریان با مراجعه به حفره‌ها براحتی توصیف می‌شود و رفتار این حفره‌ها مانند رفتار بارهای مثبت است زیرا این حفره‌ها به سوی الکترود منفی حرکت می‌کنند . ماده‌ای از این نوع را یک نیم رسانای نوع p می‌نامند . (بعضی فلزات نظیر روی اصولا" جریان را با حرکت حفره‌ها هدایت می‌کنند) . در نمودار نوار انرژی شکل ۱۰–۲۲ می‌بینیم که وجود گالیم ترازهای انرژیی ، موسوم به ترازهای پذیرش ، دقیقا" در بالای بالاترین نوار پر شده ایجاد می‌کند . هر گروه الکترونهایی که این ترازها را اشغال می‌کنند در نوار پر شدهٔ قبلی ، فضاهای خالی باقی می‌گذارند که جاری شدن جریان الکتریکی را ممکن می‌سازند .

افزودن ناخالصی به یک نیم رسانا را ناخالص سازی[1] می‌نامند . فسفر[2] ، آنتیموان[3] و بیسموت[4] و نیز ارسنیک اتمهایی با پنج الکترون ظرفیت دارند و بنابراین می‌توان آنها را به عنوان ناخالصیهای دهنده در سیلیکون و ژرمانیم ناخالص به کاربرد تا یک نیم‌رسانای نوع n به دست آید . به گونه‌ای مشابه اندیوم[5] و تلوریوم[6] و همچنین گالیم اتمهایی با سه الکترون ظرفیت دارند و بنابراین می‌توان آنها را به عنوان ناخالصیهای پذیرنده به کار برد . مقدار کمی از ناخالصی می‌تواند تغییر مهمی در رسانائی ویژهٔ یک نیم رسانا ایجاد کند : مثلا ، ۱ قسمت از ناخالصی دهنده‌ای در هر 10^8 قسمت از ژرمانیم رسانایی ویژه‌اش را ۱۲ برابر افزایش می‌دهد . سیلیکون و ژرمانیم تنها اجسام نیم رسانا با کاربردهای عملی نیستند : گروه مهم دیگری از نیم رساناها از ترکیبات عناصر سه ظرفیتی و پنج ظرفیتی نظیر GaAs ، GaP ، InSb و InP تشکیل می‌شود .

---

1. Doping
2. Phosphorus
3. Antimony
4. Bismuth
5. Indium
6. Tellurium



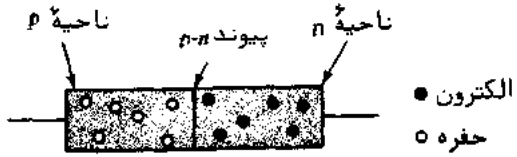
شکل(۱۰–۲۲)مقدار کمی از گالیم موجود در بلور سیلیکون ترازهای پذیرش در نواری که بطور معمولی ممنوع است ایجاد می‌کند که یک نیم رسانای نوع p را تولید می‌کند .

۱۰–۹ وسایل نیم رسانا

عمل اکثر وسایل نیم رسانا براساس خواص اتصال‌های بین مواد نوع p و n است . چنین اتصالهایی را به چندین روش می‌توان به وجود آورد . یک روش خارج کردن تدریجی بلوری است که در سیلیکون یا ژرمانیم مذاب که مثلا" یک ناخالصی دهنده دارد ، رشد می‌کند و سپس افزودن سریع یک ناخالصی پذیرنده به مادهٔ مذاب در حین فرآیند . اولین قسمت بلور نتیجه شده که منجمد می‌شود از نوع n و باقیمانده از نوع p خواهد بود بشرطی که نسبت ناخالصی پذیرنده از نسبت ناخالصی دهنده بیشتر شود . روش دیگری که مخصوصا" مناسب ساخت مدارات مجتمع است متضمن پخش ناخالصیهایی است به شکل بخار به داخل یک صفحهٔ اتصال نیم رسانا در مناطقی که با روپوش مشخص شده‌اند . یک سری از مراحل پخش که از ناخالصیهای دهنده و گیرنده استفاده می‌کنند می‌توانند مدارهایی ایجاد کنند که شامل ۵۰٫۰۰۰ مقاومت ، خازن ، دیود و ترانزیستور روی قطعه‌ای به مساحت ۵mm باشد .

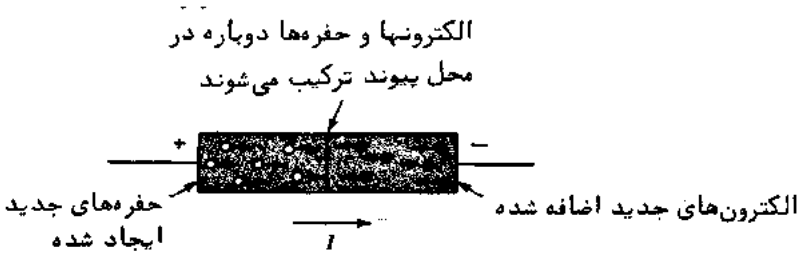
یک خاصیت مهم اتصال نیم رسانای p-n این است که جریان الکتریکی در یک جهت خیلی بهتر می‌تواند عبور کند تا در جهت دیگر . در بلوری که در شکل ۱۰–۲۳ (الف) نشان داده شده است ، انتهای سمت چپ ناحیه‌ای از نوع p است که در آن رسانایی به‌وسیلهٔ حرکت حفره‌ها روی می‌دهد و انتهای سمت راست ناحیه‌ای از نوع است که در آن رسانایی به‌وسیلهٔ حرکت الکترونها صورت می‌گیرد . در شکل ۱۰–۲۳ (ب) ولتاژی در طول بلور اعمال می‌شود به گونه‌ای که انتهای p منفی و انتهای n مثبت است ، وضعیتی که آن را بایاس معکوس[1] می‌نامند. حفره‌های ناحیهٔ p به سمت چپ حرکت می‌کنند و در انتهای منفی ناپدید می‌شوند در حالی که الکترونهای ناحیهٔ n به طرف راست حرکت می‌کنند و به گونه‌ای مشابه در انتهای مثبت ناپدید می‌گردند . زوجهای الکترون ـ حفرهٔ جدید در اثر برانگیختگی گرمایی در هر دو

1. Reverse Bias



(الف)

(ب)

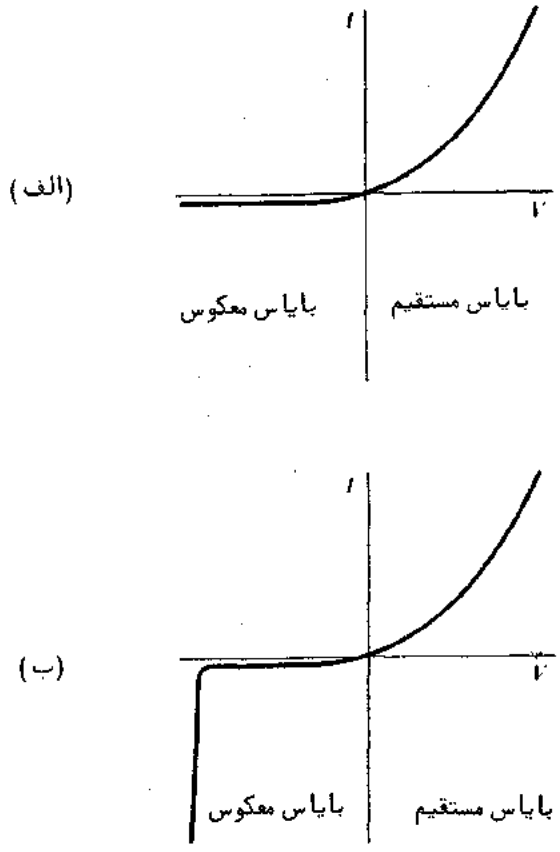


(ج)

شکل (۱۰–۲۳) طرز عمل یک یکسو کنندهٔ نیم رسانا . (الف) بیشتر حاملین جریان در یک نیم رسانای نوع p حفره‌ها و در نوع n الکترونها هستند . (ب) بایاس معکوس. (ج) بایاس مستقیم .

ناحیه خودبخود به وجود می‌آیند ، ولی تعداد آنها نسبةً" اندک است و بنابراین جریان حاصل حتی هنگامی که ولتاژ به کار رفته زیاد باشد خیلی کوچک است.

شکل ۱۰–۲۳ (ج) همان بلور را با بایاس مستقیم نشان می‌دهد : اینک انتهای p مثبت و انتهای n منفی است . در این شرایط با حذف الکترونها در انتهای مثبت حفره‌های جدیدی دائما" به جود می‌آیند در حالی که در انتهای منفی الکترونهای جدید اضافه می‌شوند . در اثر پتانسیل اعمال شده، حفره‌ها به سمت راست و الکترونها به سمت چپ حرکت می‌کنند . حفره‌ها و الکترونها در مجاورت اتصال p-n یکدیگر را تلاقی می‌کنند و در آن جا دوباره ترکیب می‌شوند : یک حفره یک الکترون حذف شده است و موقعی که حفره‌ها و الکترونها به



شکل (۱۰ـ۲۴) (الف) ویژگی ولتاژ جریان یک دیودنیم رسانای p-n . (ب) ویژگی ولتاژ جریان یک‌دیودزنر.

هم نزدیک می‌شوند جزئی از ساختار منظم بلور می‌شوند و دیگر نمی‌توانند بصورت حاملین جریان عمل کنند. بدین ترتیب، جریان می‌تواند از طریق اتصال p-n در یک جهت بسهولت جاری شود اما درجهت دیگر هرگز نمی‌تواند جریان یابد که چنین اتصالی را یک یکسو کنندهٔ ایده‌آل در مدار الکتریکی می‌سازد. هر چه ولتاژ به کار رفته بیشتر باشد، جریان در جهت مستقیم بزرگتر خواهد بود. شکل ۱۰ـ۲۴ (الف) چگونگی تغییر I با V را برای یکسو کنندهٔ اتصال p-n نشان می‌دهد.

گر چه جریان معکوس در بسیاری از دیودهای نیم رسانا حتی در ولتاژهای زیاد واقعاً ثابت می‌ماند، همان گونه که در شکل ۱۰ـ۲۴ (الف) مشاهده می‌شود، ولی در بعضی

دیودها جریان معکوس وقتی که به ولتاژ خاصی می‌رسد ناگهان افزایش می‌یابد، همان‌گونه که در شکل ۱۰–۲۴ (ب) دیده می‌شود. چنین دیودهایی را دیودهای زنر می‌نامند و در مدارات تنظیم ولتاژ زیاد به کار برده می‌شوند. دو مکانیسم به افزایش سریع جریان کمک می‌کند. یکی، بنام تکثیر بهمنی[1]، زمانی روی می‌دهد که یک الکترون نزدیک اتصال دراثر میدان الکتریکی به حدی شتاب می‌گیرد که در برخورد با اتمها آنها را یونیزه می‌کند و در نتیجه زوجهای الکترون ــ حفرهٔ جدید به وجود می‌آورد. الکترونهای جدید به نوبهٔ خود این فرآیند را آن قدر ادامه می‌دهند تا طغیانی از حاملین بار در دیود ایجاد می‌کنند. مکانیسم دیگر، به نام شکست زنر*، عبارت است از "تونل‌زنی" کوانتم ــ مکانیکی (بخش ۵–۷ را ببینید) الکترونهای نوار ــ ظرفیت در طرف p پیوند، به سوی نوار رسانایی ویژه در طرف n، گر چه این الکترونها انرژی کافی ندارند که ابتدا به نوار رسانایی در طرف p داخل شوند. شکست زنر می‌تواند در دیودهای بسیار ناخالص در ولتاژهای ۶ ولت یا کمتر روی دهد: در دیودهایی باناخالصی کمتر ولتاژ لازم بیشتر است و بنابراین تکثیر بهمنی، فرآیند اصلی درگیر است.

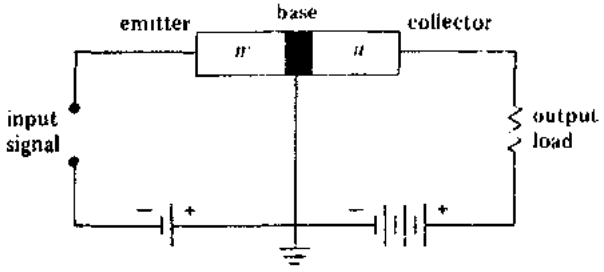
برای ایجاد یک زوج الکترون ــ حفره مقداری انرژی لازم است و این انرژی آزاد می‌شود هنگامی که یک الکترون و یک حفره مجددا" ترکیب شوند. در سیلیکون و ژرمانیم، انرژی باز ترکیب به صورت گرما جذب بلور می‌شود اما در بعضی نیم رساناهای دیگر، مثلا" ارسنیدگالیم، وقتی که باز ترکیب روی می‌دهد، یک فوتون گسیل می‌شود. این اساس دیود گسیل نوری[2] است. لیزرهای حالت جامدی نیز ساخته شده‌اند که از این پدیده استفاده می‌کنند.

یک ترانزیستور وسیله‌ای نیم رسانا است که می‌تواند، در صورتی که خوب وصل شده باشد، یک علامت ضعیف را به یک علامت قوی تبدیل کند. شکل ۱۰–۲۵ یک ترانزیستور اتصال n-p-n را نشان می‌دهد که از یک ناحیهٔ نوع p نازک به نام پایه که بین دو ناحیهٔ نوع n موسوم به گسیلنده و گیرنده قرار می‌گیرد، تشکیل می‌شود. (یک ترانزیستور نوع p-n-p رفتار مشابهی دارد، با این تفاوت که آن وقت جریان به جای این که توسط الکترونها حمل شود توسط حفره‌ها حمل می‌شود) در این شکل به ترانزیستور یک بایاس مستقیم بین اتصال گسیلندهٔ پایه و بایاس معکوسی در طول اتصال پایهٔ گیرنده داده می‌شود. گسیلنده از پایه ناخالصی زیادتری دارد. بنابراین تمام جریان کنار اتصال گسیلنده ــ پایه از الکترونهایی تشکیل می‌شود که از چپ به راست در حرکتند. چون پایه خیلی نازک است (۱μm یا بیشتر) و تراکم حفره‌ها کم است، بیشتر الکترونهایی که وارد پایه می‌شوند از طریق آن به اتصال

---

1. Avalanche Multiplication

2. Light–Emitting Diode (LED)



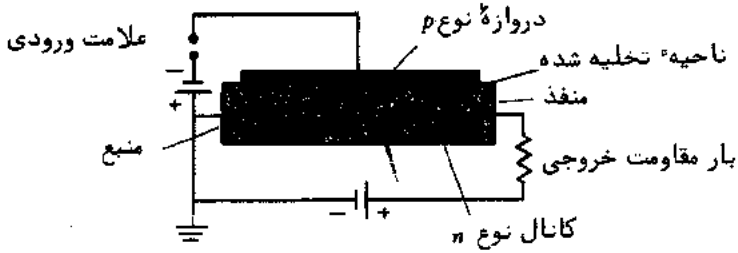
شکل (۱۰–۲۵)

پایه ــ گیرنده پخش می‌شوند ، جایی که پتانسیل مثبت زیاد آنها را به درون گیرنده جذب می‌کند . بدین ترتیب ، تغییرات در جریان خروجی مدار ، تغییرات در جریان ورودی مدار را نشان می‌دهد که این تغییرات فقط چند درصد از تغییرات جریان خروجی کوچکتر است . قدرت ترانزیستور شکل ۱۰–۲۵ برای تولید تقویت ناشی از بایاس معکوس در ناحیهٔ اتصال پایه ــ گیرنده است که ولتاژ خیلی بیشتری را در مدار خروجی میسر می‌کند تا در مدار ورودی. چون قدرت الکتریکی = جریان × ولتاژ ، در نتیجه قدرت علامت خروجی از قدرت علامت ورودی می‌تواند خیلی بیشتر شود . با به کار بردن مدارات مختلف ، یک ترانزیستور را نیز می‌توان به عنوان یک تقویت کنندهٔ جریان یا ولتاژ به کار برد .

گرچه اختراع ترانزیستور در الکترونیک تغییر اساسی به وجود آورد ، ولی مقاومت ظاهری[1] ورودی کم ترانزیستور اتصالی در بعضی از موارد کاربرد آن یک نقص محسوب می‌شود و متصل‌کردن تعداد زیادی ترانزیستور در یک مدار جامع کار مشکلی است . ترانزیستور با تأثیر میدانی (FET)[2] این معایب را ندارد و امروزه بطور گسترده‌ای به کار می‌رود . همان گونه که در شکل ۱۰–۲۶ مشاهده می‌شود ، یک ترانزیستور ، با تأثیر میدانی n کانالی تشکیل شده است از نواری از مادهٔ نوع n با محلهای اتصال در د وانتهای آن همراه با نواری از مادهٔ نوع p در یک طرف آن که دروازه نامیده می‌شود . وقتی که اتصال را همان گونه که نشان داده شده است ، برقرار کنیم ، الکترونها از طریق کانال نوع n از ترمینال چشمه به سوی ترمینال مصرف حرکت می‌کنند . به اتصال p-n یک بایاس معکوس داده می‌شود و در نتیجه هر دو مادهٔ n و p نزدیک اتصال از حاملین بار تخلیه می‌شوند . (شکل ۱۰–۲۲ (الف) را ببینید) . هر چه پتانسیل معکوس در دروازه بیشتر باشد ، ناحیهٔ تخلیه‌شده در کانال بزرگتر خواهد بود و

1. Impedance

2. Field–Effect Transistor (FET)



شکل (۱۰ـ۲۶) یک ترانزیستور با تأثیر میدانی

الکترونهای موجود حامل جریان کمتری خواهند بود. بدین ترتیب، ولتاژ دروازه جریان کانال را کنترل می‌کند. به واسطهٔ بایاس معکوس جریان خیلی‌کمی از دروازه می‌گذرد و مقاومت ظاهری ورودی خیلی زیادی نتیجه خواهد شد. حتی مقاومت‌های ظاهری ورودی بالاتر (تا $10^{15}\ \Omega$) توأم با تولید آسانتر، ویژگی برجسته FET ی مربوط به نیم رسانای اکسیدفلزی[1] (MOSFET) هستند، نوعی FET که در آن یک غشاء فلزی که به وسیلهٔ یک لایهٔ عایق دی‌اکسید سیلیکون از کانال جدا شده است با دروازهٔ نیم رسانا عوض می‌شود. بدین ـ ترتیب غشاء فلزی بصورت ظرفیتی با کانال جفت می‌شود و پتانسیل آن جریان مصرف را از طریق تعداد بارهای القایی در کانال کنترل می‌کند. یک MOSFET فقط چند درصد از سطح لازم برای ترانزیستور اتصالی را اشغال می‌کند.

۱۰ـ۱۰ مناطق بریلوئن[2]

اکنون به بحث مفصل‌تری از چگونگی سرچشمه گرفتن نوارهای مجاز و ممنوع در یک جسم جامد برمی‌گردیم. نظر اساسی این است که یک الکترون در یک بلور به جای این که در ناحیه‌ای با پتانسیل ثابت حرکت کند در ناحیه‌ای که پتانسیل آن متناوبا " تغییر می‌کند در حرکت است (شکل ۱۰ـ۲۷) و درنتیجه پدیده‌های پراش به وقوع می‌پیوندند که الکترون را به محدودهٔ معینی از اندازه حرکتها که مطابق با نوارهای انرژی مجاز هستند، محدود می‌کنند. با این روش تفکر، برهمکنشهای بین اتمها بر رفتار الکترون ـ ظرفیت به جای آن که مستقیم اثر بگذارند، همان گونه که در روش مشروحه در بخش ۱۰ـ۸ ذکر شد، بطور غیر مستقیم از طریق شبکهٔ بلوری که این برهمکنشها ایجاد می‌کنند، تأثیر می‌گذارند. در این

1. Metal Oxide Semiconductor

2. Brillouin Zones

جا به جای یک طرح رسمی براساس معادلهٔ شرودینگر، از یک نگرش شهودی استفاده خواهد شد.

طول موج دبروی یک الکترون آزاد با اندازه حرکت p عبارت است از

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad \text{الکترون آزاد} \qquad (۱۰-۱۷)$$

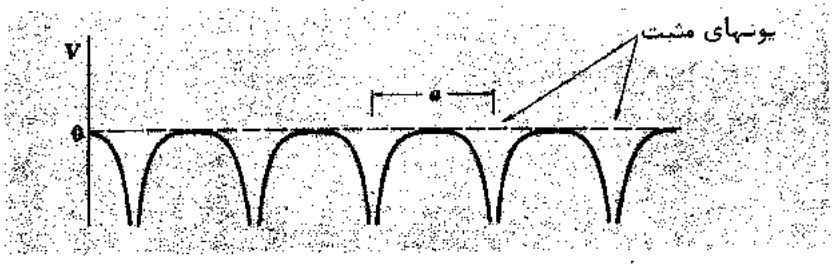
الکترونهای کم انرژی نامقید بطور آزادانه می‌توانند از یک بلور عبور کنند زیرا نسبت به فاصلهٔ شبکه‌ای a دارای طول موجهای بلند هستند. الکترونهایی با انرژی بیشتر، مانند الکترونهایی با انرژی فرمی در یک فلز، طول‌موجهایی قابل قیاس با a دارند و این گونه الکترونها دقیقاً به همان روش پرتوهای ایکس (بخش ۲-۵) با الکترونهای موجود در یک باریکه که از خارج به بلور تابیده می‌شوند، پراشیده می‌گردند. (وقتی λ از نظر مقدار به a، ۲a، ۳a و ... نزدیک است، معادلهٔ ۱۰-۱۷ دیگر صادق نیست، همان‌طور که بعداً بحث خواهد شد) الکترونی با طول موج λ "بازتاب" براگ[1] را از یکی از صفحات اتمی موجود در یک بلور تحمل می‌کند، وقتی که با زاویهٔ θ به صفحه می‌رسد، که از معادلهٔ ۲-۸ داریم.

$$n\lambda = 2a \sin\theta \qquad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (۱۰-۱۸)$$

مرسوم است که موقعیت امواج الکترونی در یک بلور را با تعویض عدد موجی k معرفی شده در بخش ۳-۳ به جای λ مورد بحث قرار دهیم، که در آن

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \qquad \text{عدد موجی} \qquad (۱۰-۱۹)$$

عدد موجی برابر است با تعداد رادیانها در هر متر در قطار موجی که توصیف می‌کند و متناسب است با اندازه حرکت p الکترون. چون قطار موج در همان جهت ذره حرکت می‌کند،



شکل (۱۰-۲۷) انرژی پتانسیل الکترونی در یک آرایهٔ تناوبی یونهای مثبت.

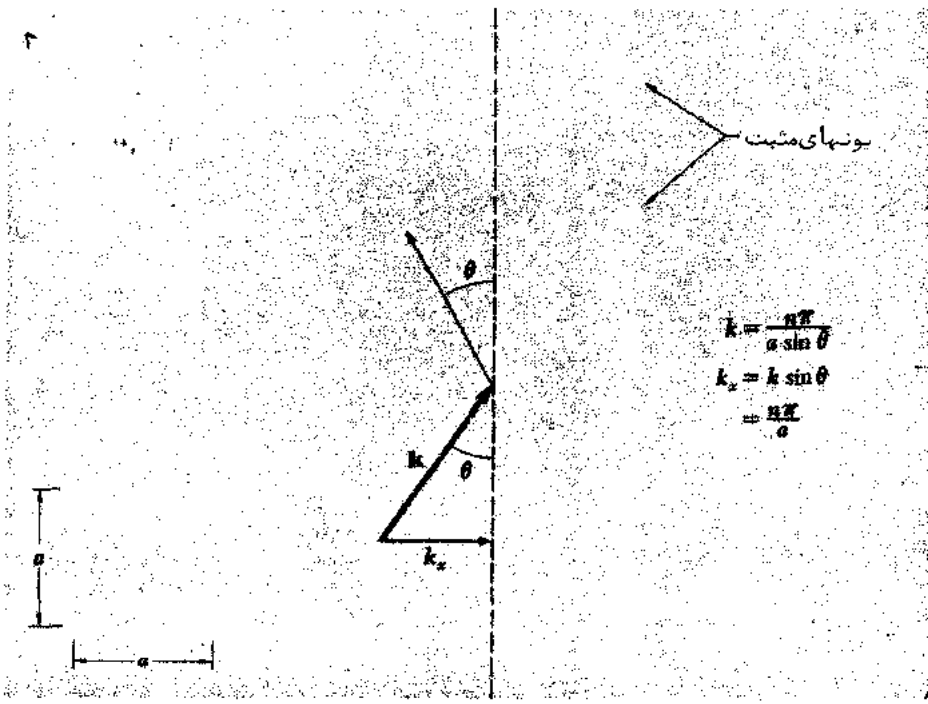
1. Bragg Reflection

قطار موج را می‌توانیم به وسیلهٔ بردار **k** توصیف کنیم . فرمول براگ برحسب k عبارت است از :

$$k = \frac{n\pi}{a \sin \theta} \qquad (۲۰-۱۰)$$

شکل ۱۰-۲۸ بازتاب براگ را در شبکهٔ مربعی دو بعدی نشان می‌دهد . بدیهی است می‌توانیم شرط براگ را این گونه بیان کنیم که بازتاب از ردیفهای عمودی یونها زمانی روی می‌دهد که مؤلفهٔ k در جهت x ، k_x ، برابر $n\pi/a$ باشد . به‌همین ترتیب ، بازتاب از ردیفهای افقی زمانی روی می‌دهد که $k_y = n\pi/a$ باشد .

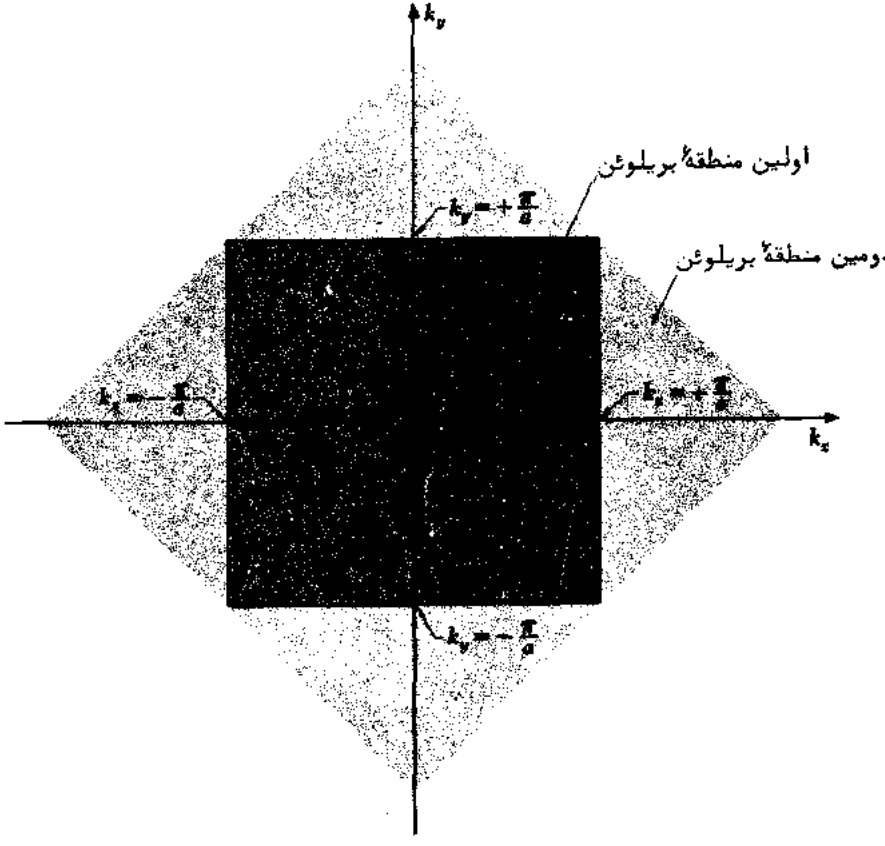
نخست الکترونهایی را بررسی می‌کنیم که اعداد موجی‌شان به قدر کافی برای الکترونها کوچک هستند تا از پراش اجتناب کنند . اگر k از π/a کمتر باشد ، الکترون می‌تواند آزادانه از میان شبکه در هر جهتی حرکت کند . هرگاه $k = \pi/a$ باشد ، پراش مانع حرکت الکترونها در



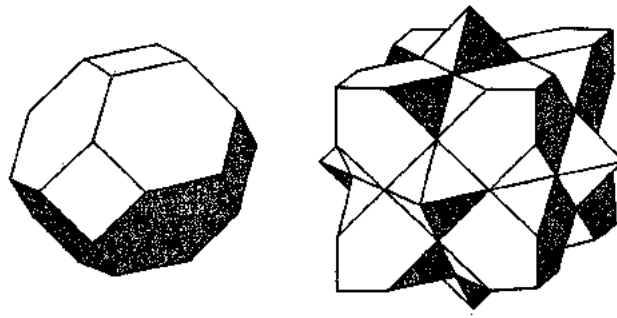
شکل (۱۰-۲۸) بازتاب براگ از ردیفهای عمودی زمانی روی می‌دهد که $k_x = n\pi/a$ باشد .

جهتهای x یا y می‌شود. هر چه k از π/a بزرگتر شود، جهتهای ممکن حرکت محدودتر خواهند شد تا وقتی که $k = \pi/a \sin 45° = \sqrt{2}\pi/a$ شود. الکترونها، حتی موقعی که در طول قطر شبکه از میان شبکه حرکت می‌کنند، پراشیده می‌شوند.

ناحیه‌ای در فضای k را که الکترونهایی با k کم بدون پراشیده شدن می‌توانند اشغال کنند، اولین منطقهٔ بریلوئن می‌نامند و در شکل ۱۰ـ۲۹ نشان داده شده است. دومین منطقه بریلوئن نیز نشان داده شده است؛ این منطقه، الکترونهایی دارد با $k > \pi/a$ که در اولین منطقه جور نمی‌شوند، اما اعداد موجی به قدر کافی کوچک دارند تا از ایجاد پراش توسط مجموعه‌های قطری صفحات اتمی در شکل ۱۰ـ۲۸ اجتناب کنند. دومین منطقه شامل الکترونهایی با مقادیر k از π/a تا $2\pi/a$ است که برای الکترونهای متحرک در جهتهای x ± و y± از π/a تا $2\pi/a$ تغییر می‌کند و محدودهٔ ممکن مقادیر k هنگامی که جهتهای قطری نزدیک



شکل (۱۰ـ۲۹) اولین و دومین مناطق بریلوئن با شبکهٔ مربعی دوبعدی.



شکل (۱۰ـ۳۰) اولین و دومین مناطق بریلوئن در یک بلور مکعب میان حجمی.

می‌شوند، کاهش می‌یابد. مناطق بریلوئن بیشتری را می‌توان به همین روش ترسیم کرد. تعمیم این تحلیل به ساختارهای سه بعدی واقعی، به مناطق بریلوئن نظیر آنهایی که در شکل ۱۰ـ ۳۰ نشان داده شده است، منجر می‌شود.

۱۰ـ۱۱ منشاء نوارهای ممنوع

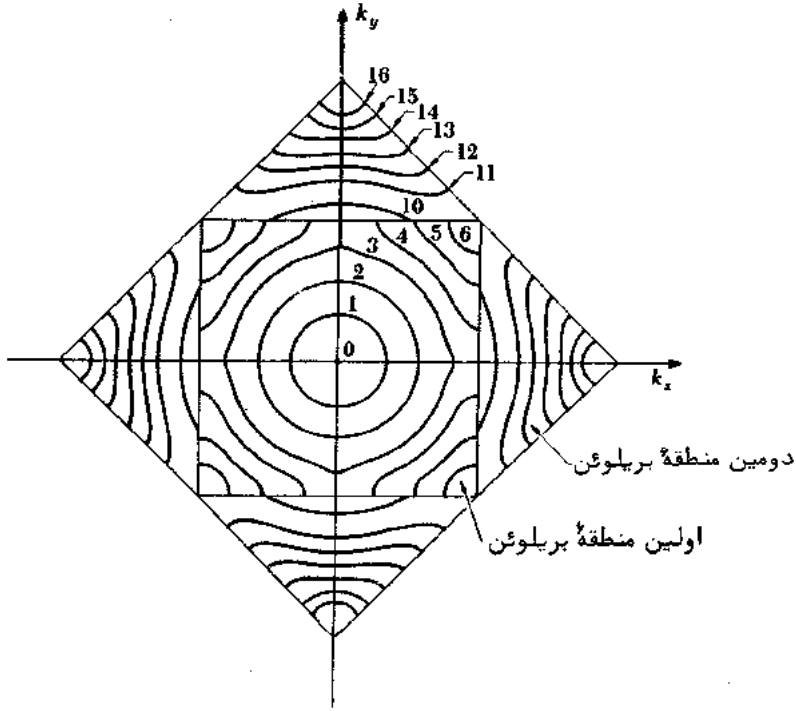
اهمیت نوارهای ممنوع وقتی آشکار می‌شود که ما انرژیهای الکترونها در هر ناحیه را بررسی کنیم. انرژی یک الکترون آزاد با فرمول ذیل به اندازه حرکتش p مربوط می‌شود.

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

و از این رو به عدد موجیش k با فرمول مربوط می‌شود.

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \qquad (۱۰ـ۲۱)$$

در مورد یک الکترون در بلوری که‌برای آن $k \ll \pi/a$ باشد، عملا" هیچ گونه برهمکنشی با شبکه وجود ندارد و معادلهٔ ۱۰ـ۲۱ معتبر است. چون انرژی چنین الکترونی به k^2 بستگی دارد، خطوط تراز انرژی ثابت در یک فضای k دو بعدی فقط دوایری با ثابت k هستند، همان گونه که در شکل ۱۰ـ۳۱ مشاهده می‌شود، با افزایش k، خطوط پر بندی انرژی ثابت تدریجا" به یکدیگر نزدیکتر می‌شوند و نیز نامنظم می‌شوند. علت اولین اثر صرفا" این است که E با k^2 تغییر می‌کند. علت دومین اثر نیز واضح است. هر چه الکترونی به مرز یک منطقهٔ بریلوئن در فضای k نزدیکتر باشد، به پراشیده شدن توسط شبکهٔ بلوری واقعی نزدیکتر است. اما از نظر ذره‌ای، پراش به واسطهٔ برهمکنش الکترون با آرایهٔ تناوبی یونهای مثبتی که نقاط شبکه را اشغال می‌کنند روی می‌دهد و هر چه‌برهمکنش قویتر باشد، انرژی الکترون

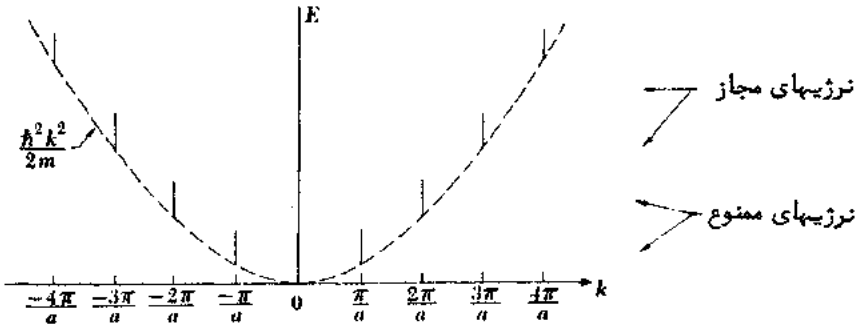


شکل (۱۰–۳۱) خطوط تراز انرژی برحسب الکترون ولت در اولین و دومین مناطق بریلوئن یک شبکهٔ مربعی فرضی.

بیشتر تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

شکل ۱۰–۳۲ چگونگی تغییر E با k را در جهت x نشان می‌دهد. همچنانکه k به π/a نزدیک می‌شود، E از $\hbar^2 k^2/2m$، مقدار مربوط به ذرهٔ آزاد، آهسته‌تر افزایش می‌یابد. در $k = \pi/a$، E دارای دو مقدار است، مقدار کمتر به اولین منطقهٔ بریلوئن و مقدار بیشتر به دومین منطقه تعلق دارد. بین انرژیهای ممکن در اولین و دومین منطقهٔ بریلوئن شکاف معینی وجود دارد که مشابه نوار ممنوعی است که قبلاً در بارهٔ آن صحبت شد. همین طرح هنگامی که مناطق بریلوئن بعدی بطور متوالی برسند، ادامه می‌یابد.

ناپیوستگی انرژی در مرز یک منطقهٔ بریلوئن از این واقعیت ناشی می‌شود که مقادیر حدی k با امواج ایستا هماهنگی دارند نه با امواج متحرک. برای روشن شدن مطلب، الکترونهای متحرک در جهت x را بررسی می‌کنیم؛ تعمیم این مطلب در هر جهت دیگری نیز صادق است. وقتی که $k = \pm\pi/a$ باشد، همان‌گونه که دیده‌ایم، امواج براگ باز تابیده شده به جلو



شکل (۱۰–۳۲) انرژی الکترونی ε درمقابل عدد موجی k در جهت k. خط چین چگونگی تغییرات ε با k را برای یک الکترون آزاد نشان می‌دهد.

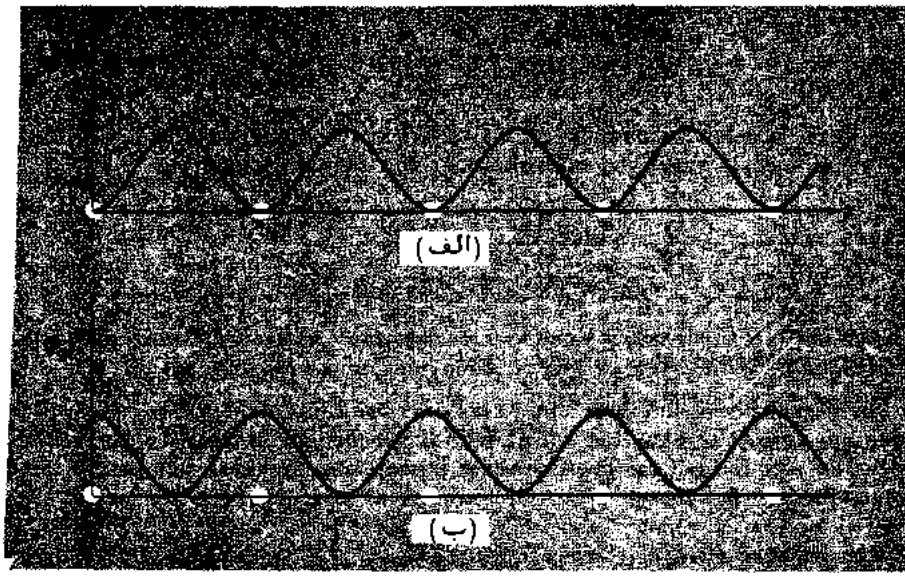
و عقب هستند و بنابراین تنها حل‌های معادلهٔ شرودینگر شامل امواج ایستایی هستند که طول موجشان مساوی تناوبی بودن شبکه است. دو امکان برای این امواج ساکن به ازای $n = 1$ وجود دارد، یعنی

$$\psi_1 = A \sin \frac{\pi x}{a} \qquad (۱۰–۲۲)$$

$$\psi_2 = A \cos \frac{\pi x}{a} \qquad (۱۰–۲۳)$$

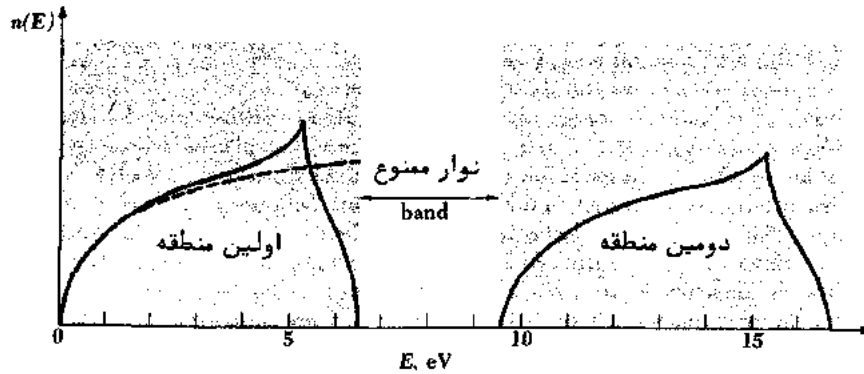
چگالیهای احتمال $|\psi_1|^2$ و $|\psi_2|^2$ در شکل ۱۰–۳۳ رسم شده‌اند. ظاهراً $|\psi_1|^2$ در نقاط شبکه‌ای اشغال شده با یونهای مثبت کمینه است. در حالی که $|\psi_2|^2$ در نقاط شبکه‌ای بیشینه است. چون چگالی بار مطابق با یک تابع موج الکترونی ψ، $e|\psi|^2$ است، چگالی بار در حالت ψ_1 بین یونهای مثبت تمرکز می‌یابد در صورتی که در حالت ψ_2 روی یونهای مثبت تمرکز می‌یابد. انرژی پتانسیل یک الکترون در شبکه‌ای با یونهای مثبت در نقطهٔ وسط بین هر زوج از یونها بزرگترین مقدار و روی خود یونها کمترین مقدار را دارد، بنابراین انرژیهای E_1 و E_2 همراه با امواج ایستای ψ_1 و ψ_2 متفاوتند. وقتی که $k = \pm \pi/a$ باشد، حل دیگری امکان‌پذیر نیست و بنابراین هیچ الکترونی نمی‌تواند انرژی بین E_1 و E_2 داشته باشد.

شکل ۱۰–۳۴ توزیع انرژیهای الکترون را که مطابق با مناطق بریلوئن ترسیم شده در شکل ۱۰–۳۱ است، نشان می‌دهد. در انرژیهای کم (دراین‌وضعیت‌فرضی‌برای $E < -2$ eV) منحنی دقیقاً همانند منحنی شکل ۹–۱۶ که براساس نظریهٔ الکترون آزاد است می‌باشد که تعجب آور نیست زیرا در انرژیهای کم k کوچک است و بنابراین الکترونها در یک شبکهٔ



شکل (۱۰–۳۳) توزیعهای چگالیهای احتمال Ψ_1^2 و Ψ_2^2 .

تناوبی مانند الکترونهای آزاد رفتار می‌کنند . لکن ، با افزایش انرژی تعداد حالتهای انرژی در دسترس از تعداد حالتهای انرژی نظریهٔ الکترون آزاد به واسطهٔ نامنظمی خطوط پربندی انرژی توسط شبکه تجاوز می‌کند : برای هر مقدار انرژی مقادیر k متفاوت‌تری وجود دارد . بنابراین ، وقتی‌که $k = \pm\pi/a$ باشد ، خطوط پربندی انرژی به مرزهای اولین منطقه



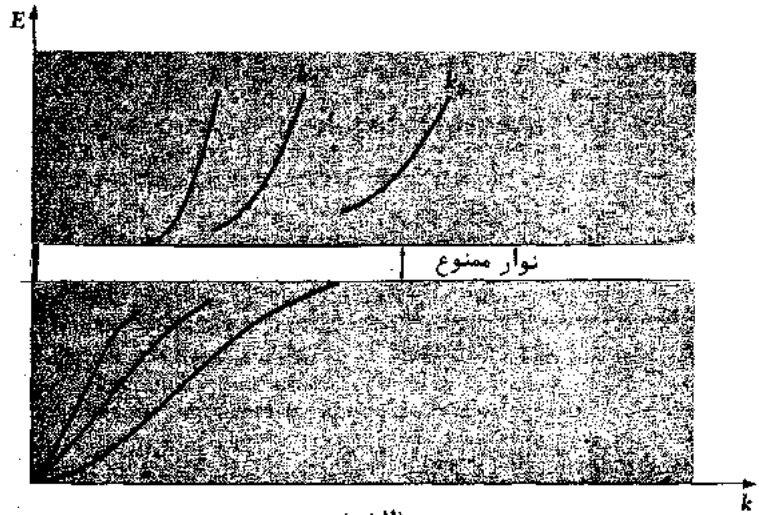
شکل (۱۰–۳۴) توزیعهای انرژیهای الکترون در مناطق بریلوئن شکل ۱۰–۳۱. خط چین توزیع پیش‌بینی شده توسط نظریهٔ الکترون آزاد است .

می‌رسند و انرژیهای بیشتر از حدود ۴ eV (در این مدل خاص) گر چه درسایر جهات مجازند ولی در جهتهای k_x ، k_y ممنوع می‌شوند . هر چه انرژی از ۴ eV بیشتر و بیشتر تجاوز کند ، حالتهای انرژی قابل دسترس به گوشه‌های منطقه بیشتر و بیشتر محدود می‌شوند و $n(E)$ سقوط می‌کند . سرانجام ، تقریبا" در $\frac{1}{2}$ eV حالتهای انرژی وجود ندارد و $n(E) = 0$ می‌شود . پایین‌ترین انرژی ممکن در دومین منطقه قدری کمتر از ۱۰ eV است و منحنی دیگری که شکلی شبیه اولی دارد شروع می‌شود . در این جا شکاف بین انرژیهای ممکن در دومنطقه حدود ۳ eV می‌باشد و بنابراین عرض نوار ممنوع تقریبا" ۳eV است.

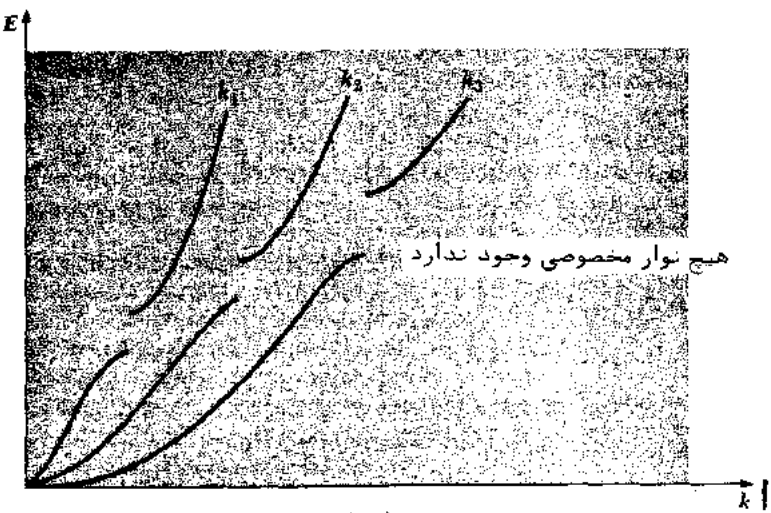
گر چه‌باید بین مناطق بریلوئن متوالی در هر جهت معینی یک شکاف انرژی‌وجود داشته باشد ، ولی ممکن است شکافهای متعدد بر روی انرژیهای مجاز در سایر جهات بیفتند ، به طوری که کلا" هیچ گونه نوار ممنوعی در بلور وجود نداشته باشد . شکل ۱۰ـ۳۵ شامل نمودارهایی از E در مقابل k برای سه جهت در بلوری است که یک نوار ممنوع دارد و در بلوری‌که‌نوارهای‌مجازش‌بحد کافی روی یکدیگر می‌افتند تا از داشتن یک نوار ممنوع جلوگیری کنند .

رفتار الکتریکی یک جسم جامد به درجهٔ اشغال نوارهای انرژیش و نیز به ماهیت ساختار نوار ، همان‌گونه که قبلا" ذکر شد ، بستگی دارد . دو حالت انرژی موجود (برای هر اسپین یکی) در هر نوار برای هر واحد ساختاری در بلور وجود دارد . (منظوراز "واحدساختاری" در این متن یک اتم در یک فلز ، یا جسم جامد عنصری کووالانس نظیر الماس، مولکولی در یک جسم جامد مولکولی و بالاخره یک زوج یون در یک جسم جامد یونی است) . اگر دو شرط زیر وجود داشته‌باشند ، یک جسم جامد یک عایق خواهد بود : (۱) تعداد الکترونهای ظرفیت در هر واحد ساختاری آن جسم باید عدد زوجی باشد و (۲) نواری که در برگیرندهٔ الکترونهایی با بالاترین انرژی است باید از نوار مجاز بالای آن توسط یک شکاف انرژی‌بزرگ در مقایسه با kT جدا شود . دلیل شرط (۱) این است که تضمین می‌کند که بالاترین نوار انرژی کاملا" پر باشد و دلیل شرط (۲) این است که تضمین می‌کند هیچ کدام از الکترونها قادر نیستند برای رسیدن به حالتهای پر نشده از شکاف عبور کنند . بدین ترتیب الماس با چهار الکترون ظرفیت در هر اتم ؛ ئیدروژن جامد با دو الکترون ظرفیت در هر مولکول H_2 و NaCl با هشت الکترون ظرفیت در هر جفت یون Na^+-Cl همگی نوارهای ممنوع عریض مضافا" دارند و عایق هستند . شکل ۱۰ـ۲۶ (الف) خطوط تراز انرژی یک عایق فرضی را نشان می‌دهد .

یک رسانا با تخطی‌ازیکی‌از دو شرط بالا (یا هر دو) مشخص می‌شود . بدین ترتیب ، فلزات قلیایی که تعداد الکترونهای ظرفیتشان در هر واحد ساختاری عدد فردی‌است (یعنی

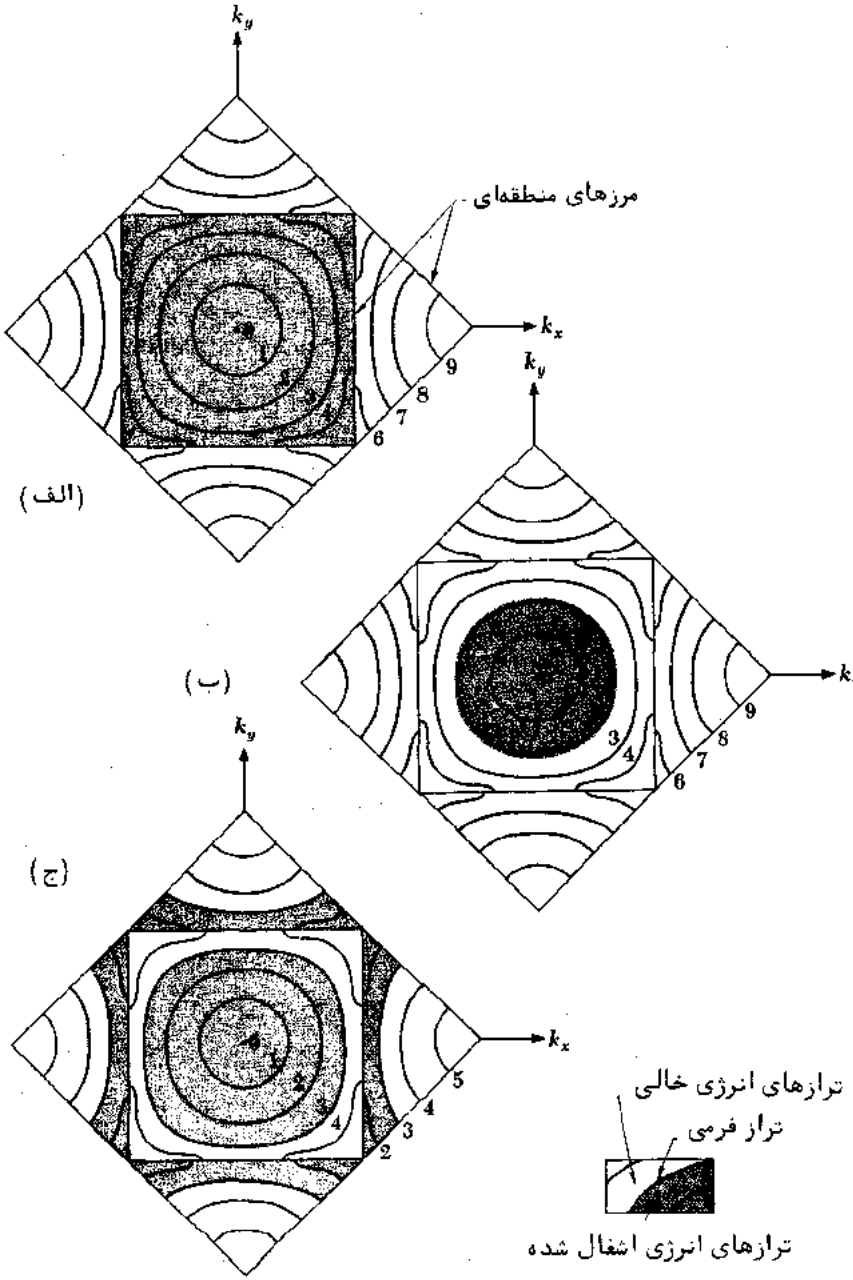


(الف)



(ب)

شکل (۱۰ـ۳۵) منحنیهای E در مقابل k برای سه جهت در دو بلور. در حالت (الف) نوار ممنوعی وجود دارد، و در حالت (ب) نوارهای انرژی مجاز بر روی هم می‌افتند و نوار ممنوعی وجود ندارد.



شکل (۱۰ـ۳۶) خطوط تراز انرژی الکترونی و ترازهای فرمی در سه نوع جسم جامد: (الف) عایق؛ (ب) فلز یک ظرفیتی؛ (ج) فلز دو ظرفیتی. انرژیها برحسب الکترون‌ولت هستند.

در هر اتم یکی) اجسام رسانا هستند، همان‌گونه که فلزات دو ظرفیتی نظیر منیزیم و روی که نوارهای انرژی همپوشی دارند، رسانا هستند. شکل ۱۰ـ۳۶ (ب) و (ج) بترتیب خطوط تراز انرژی این دو نوع فلز را نشان می‌دهد. وقتی عرض نوار ممنوع در یک عایق کم عرض باشد یا مقدار همپوشی در یک فلز کم‌باشد، رسانایی ویژهٔ الکتریکی در ناحیهٔ نیم رسانا واقع می‌شود و در حقیقت درست نیست که ماده را یک فلز یا یک غیر فلز به حساب آوریم. مرز بین حالتهای انرژی الکترونی پر و حالتهای انرژی الکترونی خالی در فضای K سه بعدی را **سطح فرمی** می‌نامند.

آزمایشها نشان می‌دهد که رسانایی ویژهٔ فلزات دو ظرفیتی بریلیوم، روی و کادمیوم بیشتر به واسطهٔ حاملین بار مثبت است و نه به واسطهٔ الکترونها. این یافتهٔ غیر منتظره بسهولت براساس تصویر نواری بر این اساس توضیح داده می‌شود که همپوشی سطح فرمی به داخل بالاترین نوار، کوچک است و در نوار زیر آن، حالتهای تهی ـ که حفره‌ها هستند ـ به جا می‌گذارد. حفره‌های موجود در نوار پایین‌تر قسمت اعظم جریان را حمل می‌کنند در حالی که الکترونهای نوار بالاتر نقش کمتری به عهده دارند.

۱۰ـ۱۲ جرم مؤثر

یک الکترون در یک بلور با شبکهٔ بلور برهمکنش دارد و به طور کلی به واسطهٔ این برهمکنش، واکنش الکترون نسبت به نیروهای خارجی همانند واکنش یک الکترون آزاد نیست. در بارهٔ این پدیده چیز غیر معمولی وجود ندارد ـ هیچ ذره‌ای که تابع محدودیتهایی است مانند یک ذرهٔ آزاد رفتار نمی‌کند. آنچه که غیر معمول می‌باشد این است که انحرافات یک الکترون در یک بلور از رفتار یک الکترون آزاد تحت تأثیر نیروهای خارجی را می‌توان بصورت یک عبارت ساده بیان کرد که جرم مؤثر چنین الکترونی مساوی جرم واقعیش نیست.

مهمترین نتایج نظریهٔ الکترون ـ آزاد فلزات را که در بخشهای ۹ـ۹ و ۹ـ۱۰ مورد بحث قرار گرفت، می‌توان در نظریهٔ نواری که واقع بینانه‌تر است جای داد. بدین ترتیب که فقط میانگین جرم مؤثر m^* در سطح فرمی جای جرم الکترون m را بگیرد. بدین ترتیب، انرژی فرمی در یک فلز از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$u_F = \frac{h^2}{2m^*}\left(\frac{3N}{8\pi V}\right)^{2/3} \qquad \text{انرژی فرمی} \qquad (۱۰ـ۲۴)$$

که در آن N/V چگالی الکترونهای ظرفیت است. جدول ۱۰ـ۲ فهرستی از نسبتهای جرم مؤثر m^*/m در فلزات می‌باشد.

جدول ۱۰ـ۲ نسبتهای جرم مؤثر m^*/m در سطح فرمی در بعضی فلزات

فلز		m^*/m
لیتیوم	Li	۱/۲
بریلیوم	Be	۱/۶
سدیم	Na	۱/۲
آلومینیوم	Al	۰/۹۷
کبالت	Co	۱۴
نیکل	Ni	۲۸
مس	Cu	۱/۰۱
روی	Zn	۰/۸۵
نقره	Ag	۰/۹۹
پلاتین (طلای سفید)	Pt	۱۳

مسائل

۱ـ اثر بر روی انرژی دوسیدگی بلورهای یونی و کووالانسی (الف) نیروهای واندروالس و (ب) نوسانات نقطهٔ صفر یونها و اتمها حول وضعیتهای تعادلشان چیست؟

۲ـ فواصل یونی نقاط ذوب هالوژنهای سدیم به قرار ذیلند:

	NaI	NaBr	NaCl	NaF
فاصلهٔ یونی، Å	۳/۲	۲/۹	۲/۸	۲/۳
نقطهٔ ذوب، °C	۶۶۰	۷۴۰	۸۰۱	۹۸۸

تغییر منظم در این مقادیر را با عدد اتمی هالوژن توضیح دهید.

۳ـ اثر ژول ـ تامسون به افت دمایی‌که یک گاز در هنگام عبور آرام از یک طرف پر به ظرف توخالی از طریق یک جدارهٔ متخلخل تحمل می‌کند، اشاره دارد. چون انبساط گاز به داخل یک ظرف صلب صورت می‌گیرد، هیچ کار مکانیکی انجام نمی‌شود. اثر ژول ـ تامسون را برحسب جاذبهٔ واندروالس بین مولکولها توضیح دهید.

۴ــ نشان دهید که پنج جملهٔ اول در سری برای ثابت میدلانگ NaCl عبارتند از :

$$\alpha = 6 - \frac{12}{\sqrt{2}} + \frac{8}{\sqrt{3}} - \frac{6}{2} + \frac{24}{\sqrt{5}} - \cdots$$

۵ــ (الف) انرژی یونش پتاسیم ۴/۳۴ eV و میل ترکیبی الکترونی کلر ۳/۶۱ eV است. ثابت میدلانگ برای ساختار KCl، ۱/۷۴۸ و فاصلهٔ بین یونهای با علامت مخالف ۳/۱۴Å می‌باشد. فقط براساس این داده‌ها انرژی دوسیدگی KCl را محاسبه کنید. (ب) انرژی دوسیدگی مشاهده شدهٔ KCl مساوی ۶/۴۲eV در هر زوج یون است. به‌فرض‌این که اختلاف بین این رقم و رقم به دست آمده در حالت (الف) به واسطهٔ نیروی رانشی اصل انحصار باشد، نمای n در فرمول Br^{-n} را برای انرژی پتانسیل ناشی از این منبع پیدا کنید.

۶ــ مسألهٔ ۵ را برای LiCl که در آن ثابت میدلانگ ۱/۷۴۸، فاصلهٔ یونی ۲/۵۷Å و انرژی دوسیدگی مشاهده شده مساوی ۶/۸ eV در هر زوج یون است، تکرار کنید. انرژی یونش Li، ۵/۴ eV می‌باشد.

۷ــ انرژی پتانسیل V (x) یک زوج اتم در جسم جامدی که ازجدایی‌دروضعیت‌تعادلشان در K 0 به اندازهٔ x جابجا می‌شوند، ممکن است بصورت $V(x) = ax^2 - bx^3 - cx^4$ نوشته شود، که در آن جمله‌های ناهماهنگ $-bx^3$ و $-cx^4$ بترتیب نامتقارنی ارائه شده توسط نیروهای رانشی بین اتمها وتساوی نیروهای جاذبه در جابجایی‌های بزرگ را نشان می‌دهند. در دمای T احتمال این که جابجایی x روی دهد نسبت به احتمال این که هیچ جابجایی روی ندهد عبارت است از $e^{-V/kT}$، به گونه‌ای که جابجایی متوسط x در این دما عبارت است از :

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-V/kT}\, dx}{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-V/kT}\, dx}$$

(برای جابجاییهای کوچک نشان دهید که $\bar{x} \approx 3\, bkT / 4\, a^2$. به این دلیل است که تغییر در طول یک جسم جامد وقتی که دمایش تغییر می‌کند متناسب با ΔT است.)

۸ــ نقره دارای جرم اتمی ۱۰۸ u، چگالی $10/5 \times 10^3$ kg/m³ و انرژی فرمی ۵/۵۱ eV است. به فرض این که هر اتم نقره یک الکترون در گاز الکترون به اشتراک گذارد و به‌فرض این که پویش‌آزاد متوسط الکترونها ۲۰۰ فاصلهٔ بین اتمی‌است، مقاومت‌ویژهٔ نقره را محاسبه کنید. (مقاومت ویژهٔ واقعی نقره در ۲۰°C، $1/6 \times 10^{-8}\,\Omega\, m$ است).

۹ــ شکاف انرژی در سیلیکون ۱/۱eV و در الماس ۶ eV است. شفافیت این مواد را نسبت به نور مرئی بحث کنید.

۱۰ــ شکاف انرژی در ژرمانیم ۰/۷ eV است . رسانایی ویژهٔ ژرمانیم با رسانایی ویژهٔ سیلیکون (الف) در دماهای خیلی پایین و (ب) در دمای اتاق ، چگونه مقایسه می‌شود ؟

۱۱ــ درصد کوچکی از ایندیوم به یک‌بلور ژرمانیم اضافه می‌شود . آیا بلور حاصل یک نیم رسانای نوع n است یا نوع p ؟

۱۲ــ درصد کوچکی از آنتیموان به یک بلور ژرمانیم اضافه می‌شود . آیا بلور حاصل نیم رسانای نوع n است یا نوع p ؟

۱۳ــ فسفر در یک نمونهٔ ژرمانیم وجود دارد . فرض کنیم که یکی از پنج الکترون ظرفیتش در یک مدار بوهر دور هر یون P^+ در شبکهٔ ژرمانیم گردش می‌کند . (الف) اگر جرم مؤثر الکترون $0/17\ m_e$ و ثابت دی الکتریکی ژرمانیم ۱۶ باشد ، شعاع اولین مدار بوهر الکترون را پیدا کنید . (ب) شکاف انرژی بین نوارهای ظرفیت و هدایت در ژرمانیم ۰/۶۵ eV است. انرژی یونیزاسیون الکترون فوق چگونه بااین انرژی و با kT در دمای اتاق قابل قیاس است؟

۱۴ــ مسألهٔ ۱۳ را برای یک نمونهٔ سیلیکون که حاوی ارسنیک است ، تکرار کنید . جرم مؤثر یک الکترون در سیلیکون تقریبا $0/31\ m_e$ ، ثابت دی الکتریکی سیلیکون ۱۲ و شکاف انرژی آن ۱/۱ eV است .

۱۵ــ سومین منطقهٔ بریلوئن با شبکهٔ مربعی دو بعدی را که اولین دو منطقهٔ بریلوئن آن در شکل ۱۰ــ۲۹ نشان داده شده است رسم کنید .

۱۶ــ نسبت بین انرژیهای جنبشی یک الکترون در شبکهٔ مربعی دو بعدی که دارای $k_x = k_y = \pi/a$ است و الکترونی را که $k_x = \pi/a$ ، $k_y = 0$ دارد ، پیدا کنید .

۱۷ــ جرم مؤثر m^* حامل جریان در یک نیم رسانا را می‌توان مستقیما " به وسیلهٔ آزمایش **تشدید چرخشی**[1] تعیین کرد که در آن حاملین جریان (الکترونها یا حفره‌ها) در مدارهای مارپیچی حول جهت میدان مغناطیسی اعمال شدهٔ خارجی $\mathbf{B}$ حرکت می‌کنند . یک میدان الکتریکی متناوب عمود بر $\mathbf{B}$ به کار برده می‌شود و جذب تشدیدی انرژی از این میدان زمانی روی می‌دهد که بسامد میدان الکتریکی ν مساوی بسامد گردشی ν_c حامل جریان باشد . (الف) برای ν_c معادله‌ای برحسب m^* ، e و B به دست آورید . (ب) در آزمایش معینی ، $B=0/1\ T$ و بیشینه‌جذب در $\nu=1/4\times10^{10}\ Hz$ روی می‌دهد ، m^* را پیدا کنید . (ج) در این آزمایش بیشینهٔ شعاع مداری یک حامل بار را که تندیش $3\times10^4\ m/s$ می‌باشد ، پیدا کنید .

---

1. Cyclotron Resonance

۱۱

هستهٔ اتمی

۱۱ـ۱ جرمهای اتمی
۱۱ـ۲ نوترون
۱۱ـ۳ هسته‌های پایدار
۱۱ـ۴ اندازه‌ها و شکلهای هسته‌ای
۱۱ـ۵ انرژی پیوندی
۱۱ـ۶ مدل قطره‌ای
۱۱ـ۷ مدل لایه‌ای
۱۱ـ۸ نظریهٔ مزون نیروهای هسته‌ای

هسته اتمی

تا به حال توانسته‌ایم هستهٔ اتمی را صرفا" بصورت ذره‌ای تلقی کنیم که خصوصیات منحصر به فردش جرم و بار مثبت هستند. خواص عمدهٔ اتمها (بجز جرم اتم)، مولکولها و جامدات همگی از رفتار الکترونهای اتمی سر چشمه می‌گیرند تا از رفتار هسته‌ها. اما خود هسته در طرح کلی اشیاء از اهمیت برخوردار است مثلا"، وجود عناصر مختلف خود مرهون توانایی هسته‌ها به داشتن مضربی از بار الکتریکی است و بیان آن توانایی یکی از مسائل اصلی فیزیک است. بعلاوه انرژی که به تکامل دایمی جهان کمک می‌کند می‌تواند به‌تبدیلات و واکنشهای هسته‌ای مربوط شود. البته، انرژی هسته‌ای نیز در مقیاس جهانی کاربردهای مهمی دارد.

۱۱-۱ جرمهای اتمی

هستهٔ یک اتم تقریبا" در بردارندهٔ تمام جرم اتم است و مقدار زیادی از اطلاعات مربوط به خواص هسته‌ای را می‌توان از دانش جرمهای اتمی استنتاج کرد. وسیله‌ای که برای اندازه‌گیری جرمهای اتمی به کار می‌رود، به طیف سنج جرمی موسوم است؛ طیف سنجها و تکنیک‌های مدرن قادرند بهتر از ۱ قسمت در میلیون دقت اندازه‌گیری داشته باشند.

جرمهای اتمی به جرمهای اتمهای خنثی نسبت داده می‌شوند نه به جرمهای هسته‌های لخت. بدین ترتیب جرمهای الکترونهای مداری و معادل جرمی انرژیهای پیوندی آنها در محاسبات تلفیق شده‌اند. جرمهای اتمی بطور قراردادی برحسب واحدهای جرم (u) بیان می‌شوند، آن چنان که فراوانترین نوع اتم کربن برحسب تعریف دقیقا" ۱۲٫۰۰۰ u است مقدار واحد جرمی تا پنج رقم با معنی عبارت است از:

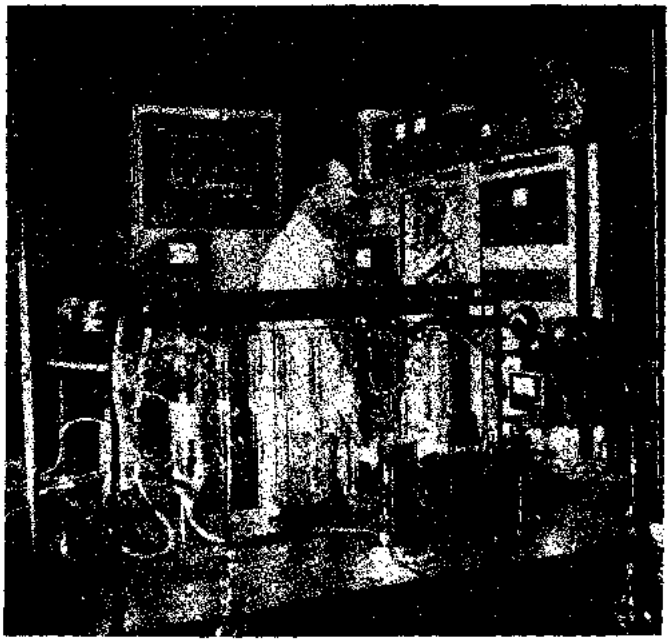
$$1\ \mathrm{u} = 1.6604 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

و معادل انرژیش عبارت است از ۹۳۱/۴۸ MeV.

بعد از تکمیل روشهایی برای تعیین جرمهای اتمی در اوایل این قرن مدت زیادی طول نکشید تا کشف شد که همهٔ اتمهای یک عنصر خاص جرم یکسانی ندارند. انواع مختلف یک عنصر را ایزوتوپهای آن می‌نامند. اصطلاح دیگری که بطور وسیعی به کار برده می‌شود نوکلید[1]

---

1. Nuclide



طیف سنج جرمی ، برای مطالعهٔ ترکیب شهاب سنگها بکار می‌رود .

است که به یک نوع خاص هسته اطلاق می‌شود ؛ بدین ترتیب هر ایزوتوپ یک عنصر ، یک نوکلید است .

جرمهای اتمی مندرج در جدول ۷–۱ به جرم اتمی متوسط هر عنصر که بیش از هر چیز توجه یک شیمی‌دان را به خود جلب می‌کند مربوط می‌شود . جدول ۱۱–۱ جرمهای اتمی و فراوانیهای نسبی پنج ایزوتوپ پایدار روی را شامل می‌شود . جرمهای منفرد از ۶۳/۹۲۹۱۴ تا u ۶۹/۹۲۵۳۵ و فراوانیهای نسبی از ۰/۶۲ تا ۴۸/۸۹ درصد تغییر می‌کنند . جرم متوسط u ۶۵/۳۸ می‌باشد که بنابراین جرم اتمی روی است . بیست عنصر هر کدام فقط از یک نوکلید تشکیل می‌شوند ، بریلیوم ، فلوئور ، سدیم و آلومینیوم نمونه‌هایی از این عناصر هستند .

آزمایشها نشان داده است که حتی ئیدروژن دارای ایزوتوپ است ، گر چه دو ایزوتوپ سنگین‌تر فقط حدود ۰/۰۱۵ درصد ئیدروژن طبیعی را تشکیل می‌دهند . جرمهای اتمی آنها ۱/۰۰۷۸۲۵ ، ۲/۰۱۴۱۰۲ و u ۳/۰۱۶۰۵ است ؛ ایزوتوپهای سنگین‌تر بترتیب به نامهای دوتریوم[1] و تریتیوم شناخته می‌شوند . (هسته‌های تریتیوم ، موسوم به تریتونها ، ناپایدارند

۱– ئیدروژن سنگین

و بطور رادیواکتیو به یک ایزوتوپ هلیوم واپاشیده می‌شوند) هستهٔ سبکترین ایزوتوپ، پروتون است که جرم آن

$$m_p = 1.0072766\ u = 1.6725 \times 10^{-27}\ kg$$

در محدودهٔ خطای آزمایشی برابر است با جرم کل اتم منهای جرم الکترونی، که آن اتم نیز دارد. پروتون مانند الکترون یک ذرهٔ بنیادی است که ماهیتش در فصل ۱۳ بررسی می‌شود.

جدول ۱۱-۱ ویژگیهای ایزوتوپهای روی، $Z = ۳۰$

عدد جرمی ایزوتوپ	عدد اتمی، u	فراوانی نسبی، %
۶۴	۶۳/۹۲۹۱۴	۴۸/۸۹
۶۶	۶۵/۹۲۶۰۵	۲۷/۸۱
۶۷	۶۶/۹۲۷۱۵	۴/۱۱
۶۸	۶۷/۹۲۴۸۶	۱۸/۵۶
۷۰	۶۹/۹۲۵۳۵	۰/۶۲

در جدولهای جرمهای نوکلیدی نظم جالبی مشهود است: مقادیر همیشه به مضربهای صحیح جرم اتم ئیدروژن ۱/۰۰۷۸۲۵ u نزدیکند. مثلاً، جرم اتم دوتریوم تقریباً دو برابر جرم اتم ئیدروژن و جرم اتم تریتیوم تقریباً سه برابر جرم اتم ئیدروژن است. جرمهای ایزوتوپهای روی که در جدول ۱۱-۱ فهرست شده‌اند نیز این الگو را ارائه می‌دهند که جرم آنها تقریباً ۶۴، ۶۶، ۶۷، ۶۸ و ۷۰ برابر جرم اتم ئیدروژن است. بنابراین، منطقی است که تمام هسته‌ها را متشکل از پروتونها ــ هسته‌های ئیدروژن ــ در نظر بگیریم که به نحوی به هم پیوسته‌اند. با وجود این، یک نگرش دقیق‌تر این تصور را رد می‌کند، زیرا جرم یک نوکلید بطور ناوردایی بیشتر از جرم تعدادی از اتمهای ئیدروژن مساوی عدد اتمی Z آن هسته‌است ــ و بار هسته‌ای یک اتم Ze+ است، عدد اتمی روی ۳۰ است اما ایزوتوپهایش همگی جرمهایی بیشتر از دو برابر جرم ۳۰ اتم ئیدروژن دارند.

امکان دیگری به ذهن می‌رسد. شاید در هسته‌ها الکترونهایی وجود دارند که بار مثبت بعضی از پروتونها را خنثی می‌کنند. بدین ترتیب، هستهٔ هلیوم که جرمش چهار برابر جرم پروتون است گرچه بارش فقط ۲e+ می‌باشد، بصورت ترکیبی از چهارپروتون و دو

الکترون بایستی تصور شود . این توضیح با این حقیقت استوار می‌شود که بعضی هسته‌های رادیوآکتیو بخودی خود الکترونهایی گسیل می‌کنند، پدیده‌ای بنام واپاشی بتا[1] که رویداد آنها، اگر الکترونها در هسته‌ها حضور داشته باشند، به آسانی قابل توجیه است.

لکن، علی‌رغم جاذبهٔ ظاهری فرضیهٔ الکترونهای هسته‌ای، دلایل محکمی بر رد آن وجود دارند:

۱ــ اندازهٔ هسته‌ای. شعاع یک هستهٔ معمولی فقط در حدود 5×10^{-15}m است. برای محبوس کردن ذره‌ای به ناحیه‌ای این قدر کوچک، بر طبق اصل عدم قطعیت، خطایی در اندازه حرکتش به اندازهٔ $\Delta p \geq 1.1 \times 10^{-20}$ kg · m/s, لازم است، همان گونه که در بخش ۳ــ۸ محاسبه شد، که مطابق است با عدم قطعیت انرژی جنبشی در مورد الکترونی با حداقل انرژی ۲۰ MeV. لکن، الکترونهای گسیل شده حین تلاشی بتا انرژیهایی فقط با ۲ یا ۳MeV دارندــ یک‌نسبت‌بزرگی‌کوچکتر از انرژیهایی که الکترونها باید در درون هسته می‌داشتند، اگر قرار بود در آن جا حضور داشته باشند.

شایان توجه است که هرگاه اصل عدم قطعیت در مورد پروتونهای موجود در یک هسته بــه کار رود نتیجهٔ متناوبی از آن حاصــل می‌شود. بــرای پــروتــونی بــا اندازه حرکــت $1/1\times10^{-20}$ kg · m/s، $K \ll m_0c^2$ است و انرژی جنبشی آن را به طور کلاسیکی می‌توان محاسبه کرد:

$$K = \frac{p^2}{2m} = \frac{(1.1 \times 10^{-20}\ \text{kg} \cdot \text{m/s})^2}{2 \times (1.67 \times 10^{-27}\ \text{kg})}$$
$$= 3.6 \times 10^{-14}\ \text{J} = 0.23\ \text{MeV}$$

حضور پروتونها با چنین انرژی جنبشی در یک هسته کاملا" قابل قبول است.

۲ــ اسپین هسته‌ای. پروتونها و الکترونها ذرات فرمی هستند که اسپینهای $\frac{1}{2}$ دارند، یعنی اندازه حرکت زاویه‌ای $\frac{1}{2}\hbar$. بدین ترتیب هسته‌ها با تعداد زوجی از مجموع پروتونها و الکتــرونها باید اسپینهای صحیح داشته باشند در حالی که هسته‌ها با تعداد فردی از مجموع پروتونها و الکترونها باید اسپینهــای مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ داشته باشند. این پیش‌بینی صادق نیست. این حقیقت که دو ترون، که هستهٔ یک ایزوتوپ هیدروژن است، عدد اتمی ۱ و عدد جرمی ۲ دارد بصورت اشاره به حضور دو پروتون و یک الکترون توجیه می‌شود. بنابرــ این، اسپین هسته‌ای دو ترون با توجه به سمتگیری ذرات باید $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$ باشد لکن، اسپین مشاهده شدهٔ دو ترون ۱ است، چیزی که با فرضیهٔ الکترونهای هسته‌ای نمی‌تواند سازگار

1. Beta Decay

باشد .

۳ـ گشتاور مغناطیسی . گشتاور مغناطیسی پروتون فقط حدود ۰/۱۵ درصد گشتاور الکترون است ، در صورتی که هرگاه الکترونها در هسته‌ها حضور داشته باشند گشتاورهای مغناطیسی هسته‌ای باید به درجهٔ بزرگی گشتاورهای الکترون باشند . با وجود این ، گشتاورهای مغناطیسی مشاهده‌شدهٔ هسته‌ها با گشتاور پروتون قابل مقایسه‌اند و نه با گشتاور الکترون ، تناقضی که با حضور الکترونها بصورت اجزای تشکیل دهندهٔ هسته قابل درک نیست .

۴ـ برهمکنش هسته‌ای ـ الکترون . مشاهده شده است نیروهایی که بین ذرات هسته‌ای عمل می‌کنند به انرژیهای پیوندی با مرتبهٔ ۸ MeV در هر ذره منتهی می‌شوند . بنابراین ، مشکل است پی برد که اگر الکترونها می‌توانند با قدرت کافی با پروتونها برهمکنش داشته باشند تا هسته‌ها تشکیل شوند ، چرا الکترونهای مداری موجود در یک اتم فقط بطور الکتریکی با هستهٔ اتم برهمکنش دارند . یعنی ، چگونه نیمی از الکترونهای موجود در یک اتم می‌توانند از پیوند قوی که نیمهٔ دیگر دارند فرار کنند؟ بعلاوه ، وقتی‌که الکترونهای سریع توسط هسته‌ها پراکنده می‌شوند ، الکترونها به گونه‌ای رفتار می‌کنند که گویی منحصراً نیروهای الکتریکی بر آنها وارد شده است در حالی که پراکندگی هسته‌ای پروتونهای سریع انحرافاتی را از تأثیرات الکتریکی نشان می‌دهد که فقط می‌توان آنها را به نیروی هسته‌ای ویژه‌ای نسبت داد .

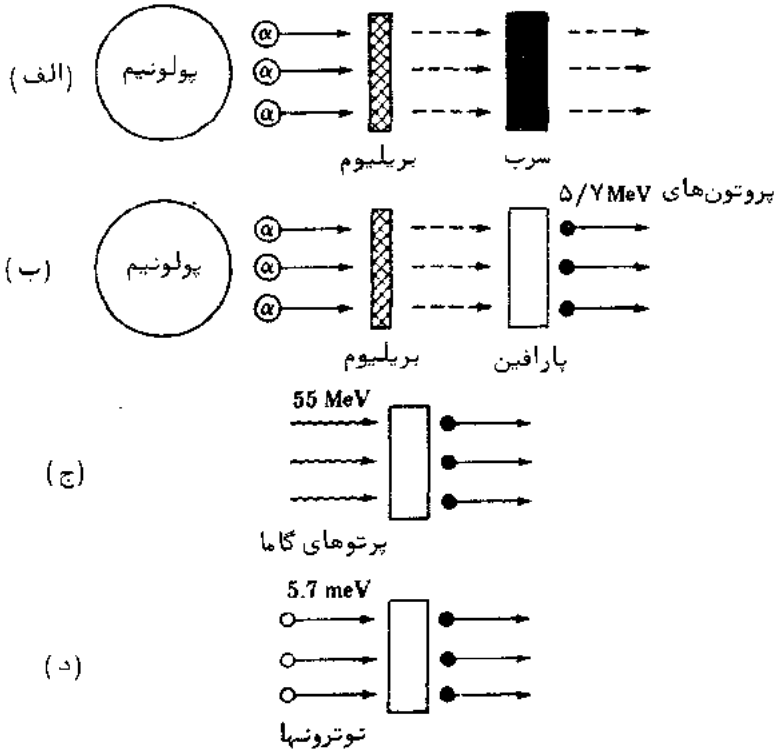
مشکلات فرضیهٔ الکترون هسته‌ای مدتی قبل از این که تفسیر صحیحی برای جرمهای هسته‌ای معلوم شود شناخته شدند ، ولی به نظر می‌رسید که چارهٔ جدی وجود نداشته باشد. مسألهٔ عناصر مرموز به اضافهٔ پروتون در هسته‌های اتمی تا سال ۱۹۳۲ م . حل نشد .

۱۱ـ۲ نوترون

در سال ۱۹۳۰ م . فیزیکدانان آلمانی بنام دبلیو . بوته[1] و اچ . بکر[2] بریلیوم را با ذرات آلفای حاصل از یک نمونه از پولونیم[3] بمباردمان کردند و پی بردند که تابش گسیل شده قادر بود بسهولت به ماده نفوذ کند . بوته و بکر مطمئن بودند که تابش شامل ذرات باردار نیست و طبیعةً فرض کردند که پرتوهای گاما را شامل می‌شود . (پرتوهای گاما ، امواج الکترو ـ مغناطیسی هستند که طول موج فوق‌العاده کوتاه دارند) . قدرت تابش برای عبور از چند سانتی‌متر سرب بدون این که جذب شود پرتوهای گاما به طول موج خیلی کوتاه را شامل

---

1. W. Bothe
2. H. Becker
3. Polonium



شکل(۱۱ـ۱)(الف) ذرات آلفای فرودی بر ورقهٔ بریلیوم سبب گسیل تابش با نفوذی می‌شود. (ب) هنگامی کـه تابش به یک تکه پارافین برخورد می‌کند، پروتـونها تا انرژی ۵/۷ MeV به بیرون پرتاب می‌شوند. (ج) اگر تابش از پرتوهای گاما تشکیل شده باشد، انرژیهـای آنهاباید حداقل ۵۵ MeV باشند. (د) اگر تابش از ذرات خنثی به جرم تقریبی پروتون تشکیل شده باشد، نیازی نیست که انرژیهای آنها از ۵/۷ MeV تجاوز کند.

می‌شود. سایرفیزیکدانان‌به‌این‌تابش علاقه‌مندشدند وآزمایشهای‌بسیاری رابرای‌تعیین‌خواص بطور مفصل انجام دادند. در یکی از این آزمایشها ایرن کوری[1] و اف. ژولیت[2] مشاهده کردندکه هرگاه تابش به ورقه‌ای پارافین (مادهٔ ئیدروژن غنی) برخورد می‌کرد، پروتونها به‌خارج پرتاب‌می‌شدند (شکل ۱۱ـ۱). در نظر اول این امر خیلی عجیب نیست: پرتوهای

1. Irene Curie

2. F. Joliot

ایکس می‌توانند در برخوردهای کامپتون [1] به الکترونها انرژی بدهند و دلیلی وجود ندارد که چرا پرتوهای گاما با طول موج کوتاهتر نتوانند به پروتونها در فرآیندهای مشابه انرژی بدهند.

کوری و ژولیت انرژیهای پس زنی پروتون تا حدود ۵/۷ MeV را پیدا کردند. کمینهٔ انرژی فوتون پرتو گامای $h\nu$ لازم برای انتقال انرژی جنبشی K به یک پروتون را می‌توان از نظریهٔ اثر کامپتون محاسبه کرد. نتیجهٔ حاصل کمینهٔ انرژی $h\nu$ در حدود ۵۵ MeV است. این مقدار انرژی استثنایی به نظر می‌رسید زیرا هیچ تابش ـ هسته‌ای شناخته شده در آن زمان انرژی بیشتر از کسر کوچکی از این انرژی قابل ملاحظه را نداشت. این وضعیت استثنایی آن‌گاه مسلم‌تر گردید که محاسبات اثبات کرد که واکنش مفروض یک ذرهٔ آلفا و یک هستهٔ بریلیوم برای به دست دادن یک هستهٔ کربن، کاهش جرمی ۰/۰۱۱۴۴ u را سبب خواهد شد که معادل فقط ۱۰/۷ MeV است ـ یک پنجم انرژی لازم برای یک فوتون پرتو گاما تا پروتونهایی به انرژی ۵/۷ MeV را از پارافین خارج کند.

در سال ۱۹۳۲ م. جیمز چادویک [2]، همکار راترفورد، یک فرضیه برای تابشی که اینک اسرارآمیز می‌نمود، مطرح کرد، تابشی که از بمباردمان بریلیوم با ذرات آلفا گسیل می‌شد. او فرض کرد که تابش از ذرات خنثایی تشکیل شده که جرمشان تقریبا" مساوی جرم پروتون است. خنثایی الکتریکی این ذرات، که نوترونها نامیده شدند، علت توانایی آنها درنفوذ سریع به ماده را توضیح می‌داد. جرم آنها علت انرژیهای پس زنی پروتون را بخوبی توضیح می‌داد: یک ذرهٔ متحرک که بطور شاخ بشاخ به یک ذرهٔ ساکن همجرم خودش برخورد می‌کند می‌تواند همهٔ انرژی جنبشی خود را به ذرهٔ ساکن منتقل کند. بدین ترتیب، انرژی یک پروتون مقدار بیشینهٔ ۵/۷ MeV، دلالت بر انرژی نوترونی با مقدار ۵/۷ MeV دارد و نه دلالت بر انرژی نوترونی با مقدار ۵۵MeV که برای پرتوهای گاما لازم است تا همان پدیده را به وجود آورند. آزمایشهای دیگر نشان داده بود که چنین هسته‌های سبکی نظیر هسته‌های هلیوم، کربن و نیتروژن را نیز می‌توان با تابش بریلیوم از جذب کننده‌های مناسب خارج کرد و اندازه‌گیریهای به دست آمدهٔ انرژیهای این هسته‌ها با فرضیهٔ نوترون بخوبی سازگاری دارند. در حقیقت، چادویک از تحلیل انرژیهای پس زنی مشاهده شدهٔ هسته‌های نیتروژن و پروتون به رقم جرم نوترونی $m_n \sim m_p$ رسید؛ هیچ جرم دیگری با داده‌های تجربی سازگاری خوبی نداشت. قبل از این که نقش نوترون در ساختار هسته‌ای را بررسی کنیم باید

---

1. Compton Collisions

2. James Chadwick

توجه داشته باشیم که نوترون یک ذرهٔ پایدار خارج از هسته‌ها نیست. نوترون آزاد به‌طور رادیوآکتیو به یک پروتون، الکترون و پادنوترینو[1] با عمر متوسط ۱۵/۵ دقیقه واپاشیده می‌شود.

نوترون پس از کشف بعنوان ذره‌ای که در هسته‌های اتمی مفقود بود شناخته شد. جرم آن

$$m_n = 1.0086654\ u = 1.6748 \times 10^{-27}\ kg$$

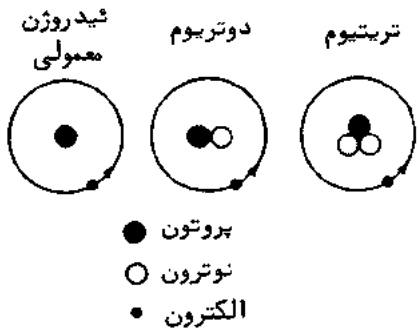
که کمی بیشتر از جرم پروتون است، خنثایی الکتریکیش، و اسپین $\frac{1}{2}$ آن همگی با خواص مشاهده شدهٔ هسته‌ها، اگر فرض بر این باشد که هسته‌ها منحصرا" از نوترونها و پروتونها تشکیل می‌شوند، کاملا" جوردر می‌آید.

اصطلاحات و نشانه‌های ذیل برای توصیف یک هسته به کار برده می‌شوند:

Z = عدد اتمی = تعداد پروتونها

N = عدد نوترونی = تعداد نوترونها

$A = Z + N$ عدد جرمی = تعداد کل نوترونها و پروتونها



شکل (۱۱–۲) ایزوتوپهای ئیدروژن

اصطلاح نوکلئون به پروتونها و نوترونها هر دو اشاره می‌کند به گونه‌ای که عدد جرمی A تعداد نوکلئونها در یک هستهٔ خالص است. نوکلیدها برطبق طرح زیر مشخص می‌شوند:

$^{A}_{Z}X$

که در آن x علامت شیمیایی عناصر است، بدین ترتیب ایزوتوپ ارسنیک با عدد جرمی ۷۵ به طریق زیر مشخص می‌شود.

$^{75}_{33}As$

---

1. Antineutrino

زیرا عدد اتمی ارسنیک ۳۳ است . به گونهٔ مشابهی هستهٔ ئیدروژن معمولی ، که یک پروتون است ، به این طریق مشخص می‌شود .

$^{1}_{1}H$

در این جا اعداد اتمی و جرمی یکسانند زیرا هیچ نوترونی وجود ندارد .

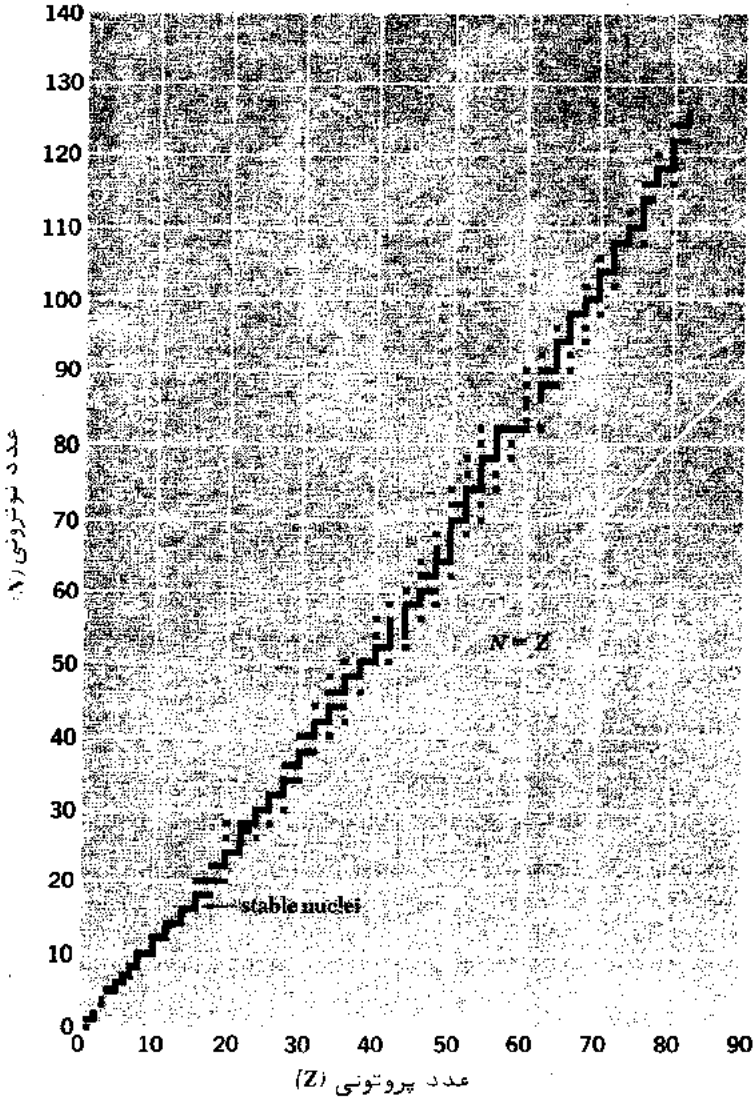
این حقیقت که هسته‌ها از نوترونها بـه اضافهٔ پروتونها تشکیل می‌شوند بلافاصله وجود ایزوتوپها را توضیح می‌دهد : ایزوتوپهای یک عنصر همگی دارای تعداد پروتون یکسان هستند ولی تعداد نوترونهای آنها با هم متفاوت است (شکل ۱۱ـ۲) . چون بار هسته‌ای یک اتم ، آن چیـزی است که سرانجام مسؤول خواص مشخصهٔ اتم می‌باشد ، ایزوتوپهای یک عنصر همگی رفتار شیمیایی یکسان دارند و به طور آشکار فقط از نظر جرم با هم متفاوتند .

۱۱ـ۳ هسته‌های پایدار

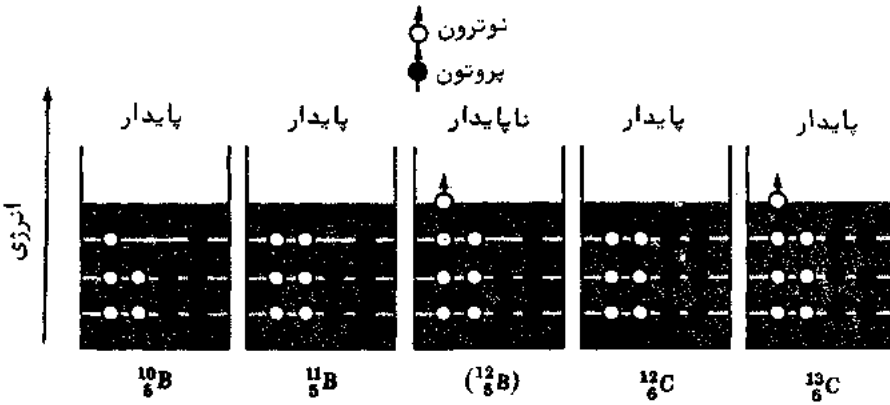
تمام ترکیبات نوترونها و پروتونها هسته‌های پایدار تشکیل نمی‌دهند . به طور کلی ، هسته‌های سبک ($A < ۲۰$) تقریبا" دارای تعداد مساوی نوترون و پروتون هستند در حالی که در هسته‌های سنگین‌تر نسبت نوترونها بطور تصاعدی بیشتر می‌شود . این موضوع از شکل ۱۱ـ۳ که طرحی از N در مقابل Z برای نوکلیدهای پایدار است ، معلوم می‌شود . تمایل N به مساوی شدن با Z از وجود ترازهای انرژی هسته‌ای که منشاء و خواص آن را بزودی بررسـی خواهیم کرد ، ناشی می‌شود . نوکلئونها که اسپینهای $\frac{1}{2}$ دارند تابع اصل انحصارنـد . در نتیجه ، هر تراز انرژی هسته‌ای دو نوترون با اسپینهای مخالف و دو پروتون با اسپینهای مخالـف دارد . ترازهای انرژی موجود در هسته‌ها ، درست همانند ترازهای انرژی در اتمها ، برای رسیدن به آرایشهایی با انرژی کمینه و از این رو به پایداری بیشینه پشت سر هم پر می‌شوند . مثلا" ، هسته‌ای با سه نوترون و یک پروتون در خارج از ترازهای داخلی پـر از هسته‌ای با دو نوترون و دو پروتون در موقعیت یکسان ، انرژی بیشتری خواهد داشت ، زیرا در حالت اول یکی از نوترونها باید وارد تراز بالاتری شود در حالی که در حالت دوم هر چهار نوکلئون در پایین‌ترین تراز موجود قرار می‌گیرند . شکل ۱۱ـ۴ نشان می‌دهد که چگونه این تصور علت عدم وجود ایزوتوپ $^{12}_{5}B$ پایدار را توضیح می‌دهد در حالی که وجود $^{12}_{6}C$ را ممکن می‌سازد . اگر یک هسـتهٔ $^{12}_{5}B$ در یک واکنش هسته‌ای ایجاد شود ، هستهٔ $^{12}_{5}B$ در اثر واپاشی بتا در کسری از ثانیه به هستهٔ $^{12}_{6}C$ تبدیل می‌شود .

بحث قبلی فقط جزئی از مطلب است . پروتونها بارمثبت دارند و بطور الکتریکی یکدیگر را دفع می‌کنند . این نیروی رانشی در هسته‌هایی با بیش از ده پروتون آن قدر زیاد می‌شود که مقداری نوترون اضافی که فقط نیروهای جاذبه تولید می‌کنند ، برای پایداری لازم هستند ؛

بدین ترتیب، منحنی شکل ۱۱–۳ همچنان که Z افزایش می‌یابد از خط $N=Z$ بیشتر و بیشتر دور می‌شود. حتی در هسته‌های سبک N ممکن است از Z بیشتر شود ولی هرگز از Z کوچکتر نمی‌شود، مثلاً $^{11}_{5}B$ پایدار است ولی $^{11}_{6}C$ ناپایدار نیست.



شکل (۱۱–۳) نمودار نوترون – پروتون برای نوکلیدهای پایدار. هیچ نوکلید پایداری با ۶۱ یا ۴۳=Z با، ۱۲۶ یا ۱۱۵ ، ۸۹، ۶۱، ۴۵، ۳۹، ۳۵، ۱۹=N یا ۸، یا ۵ = Z + N = A وجود ندارد. تمام نوکلیدها با ۸۳<Z و ۱۲۶<N و ۲۰۹<A ناپایدارند.



شکل (۱۱ـ۴) نمودارهای انرژی ـ تراز ساده شدهٔ چند ایزوتوپ بر و کربن . اصل انحصار اشغال هر تراز را به دو نوترون با اسپین مخالف و دو پروتون با اسپین مخالف محدود می‌کند . هسته‌های پایدار آرایشهایی با کمینه انرژی دارند .

۶۰ درصد نوکلیدهای پایدار Z وNزوج دارند ؛ اینها را نوکلیدهای "زوج ـ زوج" می‌نامند . تقریبا" کلیهٔ نوکلیدهای دیگر دارای Zزوج وNفرد (نوکلیدهای زوج ـ فرد) یا Z فردوNزوج (نوکلیدهای فرد ـ زوج) هستند که تعداد هر دو نوع آنها تقریبا" مساوی است . فقط پنج نوکلید فرد ـ فرد پایدار شناخته شده است : $^{2}_{1}H$ ، $^{6}_{3}Li$ ، $^{10}_{5}Be$ ، $^{14}_{7}N$ و $^{180}_{73}Ta$. فراوانیهای هسته‌ای یک الگوی مشابه در داشتن اعداد Zزوج وNزوج را دنبال می‌کنند : مثلا" از هر ۸ اتمی که زمین را تشکیل می‌دهد فقط یکی دارای عدد پروتونی فرد است . این مشاهدات با حضور ترازهای انرژی هسته‌ای که هر کدام می‌توانند دو ذره با اسپین مخالف داشته باشند ، سازگار است زیرا هسته‌هایی با ترازهای پر شده باید پایدارتر (و در نتیجه در حین ایجاد عناصر از طریق واکنشهای هسته‌ای کمتر فعال باشند) از هسته‌هایی باشند که قسمتی از ترازهای انرژی آنها پر شده است .

نیروهای هسته‌ای برد محدودی دارند ودرنتیجه نوکلئونها فقط بانزدیکترین همسایه‌های خود برهمکنش قوی دارند . این اثر را بنام اشباع نیروهای هسته‌ای می‌نامند . چون رانش کولنی پروتونها در تمام هسته محسوس است ، توانایی نوترونها برای جلوگیری از واپاشی یک هستهٔ بزرگ محدود است . این محدودیت توسط ایزوتوپ بیسموت $^{209}_{83}Bi$ که سنگینترین نوکلید پایدار است ، نشان داده می‌شود . کلیهٔ هسته‌ها با $Z>83$ و $A>209$ خود بخود از طریق گسیل یک یا چند ذرهٔ آلفا که هسته‌های $^{4}_{2}He$ هستند ، به ذرات سبکتری تبدیل می‌شوند . درجهٔ ناپایداری ، همچنانکه با نیمه عمر واپاشی مطرح می‌شود ، در میان نوکلیدهای

سنگین به طور قابل ملاحظه‌ای تغییر می‌کند ، تغییری که برحسب‌مدل لایه‌ای هسته‌ای قابل درک است (بخش ۱۱–۷ و همچنین بخش ۱۲–۴ را ببینید) . در شکل متداول آن ، این نظریه می‌رساند که نوکلیدهایی با Z بین ۱۱۰ و ۱۱۴ ممکن است در مقایسه با نوکلیدهای دو طرف این "جزیره" که نیمه عمرهایشان از یک‌ساعت تجاوز نمی‌کنند ، نسبةً" دارای طول عمر زیاد باشند (نیمه عمرهایی تا میلیونها سال) . برای تولید چنین نوکلیدهای فوق سنگین در آزمایشگاه کوششهای زیادی صورت گرفته است ولی تاکنون موفقیتی نداشته است .

چون یک ذرهٔ آلفا از دو پروتون و دو نوترون تشکیل می‌شود ، یک واپاشی آلفا هر یک از N و Z هستهٔ اصلی را به اندازهٔ ۲ کاهش می‌دهد . اگر هستهٔ دختر حاصل یک نسبت $\frac{\text{نوترون}}{\text{پروتون}}$ خیلی کوچک یا خیلی بزرگ برای پایداری داشته باشد این هسته ممکن است با واپاشی بتا به سمت آرایش مناسبتری میل کند . در واپاشی بتای منفی ، یک نوترون به یک پروتون و یک الکترون تبدیل می‌شود :

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^-$$

الکترون هسته را ترک می‌کند و به صورت یک "ذرهٔ بتا" مشاهده می‌شود . در واپاشی بتای مثبت ، یک پروتون به نوترون تبدیل می‌شود و یک پوزیترون گسیل می‌شود :

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+$$

بدین ترتیب ، واپاشی بتای منفی نسبت نوترونها را کاهش و واپاشی بتای مثبت آن را افزایش می‌دهد . فرآیندی که با گسیل پوزیترون رقابت می‌کند ، گیر اندازی یک الکترون توسط یک هسته از داخلی‌ترین لایهٔ هسته‌ای آن هسته است . الکترون توسط پروتون هسته‌ای جذب می‌شود و سپس به یک نوترون تبدیل می‌شود .

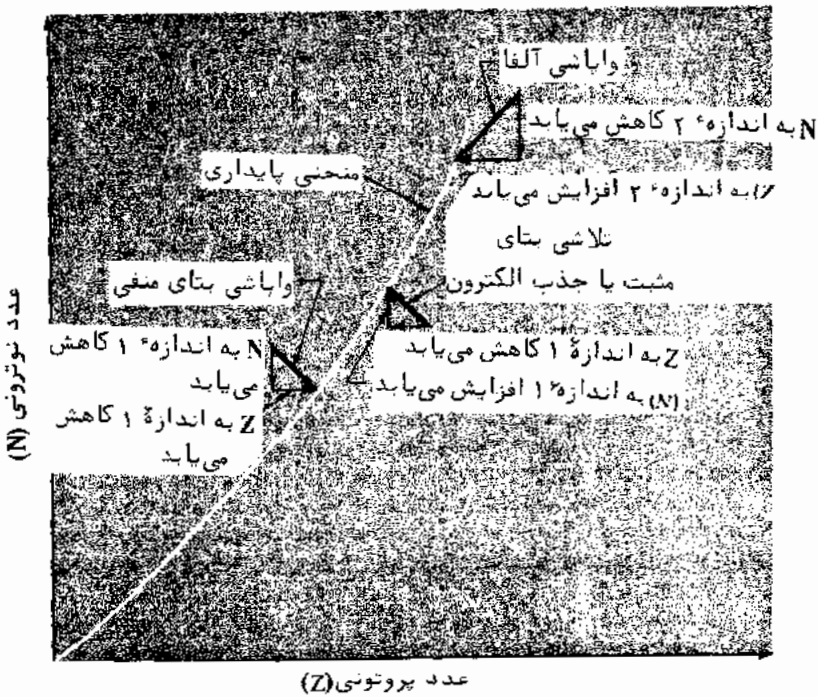
$$p^+ + e^- \rightarrow n^0$$

شکل ۱۱–۵ نشان می‌دهد که چگونه واپاشیهای آلفا و بتاحصول به پایداری را امکان‌پذیر می‌سازد . در فصل ۱۲ رادیوآکتیویته مفصلتر بررسی می‌شود .

۱۱–۴ اندازه‌ها و شکلهای هسته‌ای

آزمایش پراکندگی راترفورد نشان داد که هسته‌ها اندازهٔ محدودی دارند . در آن آزمایش ، همان‌گونه که در فصل ۴ دیدیم ، یک ذرهٔ آلفای فرودی توسط یک هستهٔ هدف در حالتی مطابق با قانون کولن منحرف می‌شود ، مشروط بر آن که فاصلهٔ بین آنها از حدود 10^{-14} m تجاوز کند . برای فاصله‌های کمتر پیش‌بینی‌های قانون کولن قابل قبول نیستند ، زیرا هسته ، دیگر بصورت یک بار نقطه‌ای برای ذرهٔ آلفا ظاهر نمی‌شود .

از زمان راترفورد آزمایشهای بسیاری برای تعیین ابعاد هسته‌ای انجام شده است که در آنها از پراکندگی ذره‌ای که هنوز هم روش مطلوبی است ، استفاده می‌شود . الکترونها و



شکل (۱۱–۵) واپاشیهای آلفا و بتا به یک هستهٔ ناپایدار اجازه می‌دهند تا به آرایش پایداری برسد.

نوترونهای سریع برای این هدف مناسبند، زیرا یک الکترون فقط از طریق نیروهای الکتریکی با یک هسته برهمکنش دارد، ضمن این که یک نوترون فقط از طریق نیروهای هسته‌ای ویژه برهمکنش دارد. بدین ترتیب، پراکندگی الکترون اطلاعاتی در مورد توزیع بار در یک هسته و پراکندگی نوترون اطلاعاتی در مورد توزیع مادهٔ هسته‌ای فراهم می‌کند. در هر دو مورد، طول موج دبروی ذره باید از شعاع هستهٔ در دست مطالعه کوچکتر باشد.

در آزمایشهای واقعی در بارهٔ اندازه‌های هسته‌ها از الکترونهایی با انرژی چند صد MeV تا ۱ GeV ($1\,GeV = 1000\,MeV = 10^3\,eV$) و نوترونهایی با انرژی ۲۰ MeV و بیشتر استفاده شده است. در هر مورد مشاهده شده است که حجم یک هسته نسبت مستقیم با تعداد نوکلئونهای آن دارد که این تعداد مساوی عدد جرمیش A است. این امر می‌رساند که چگالی نوکلئونها در درون تمام هسته‌ها با تقریب خیلی خوبی با یکدیگر برابر است.

اگر یک شعاع هسته‌ای R باشد، حجم مربوطه $\frac{4}{3}\pi R^3$ است و بنابراین R^3 متناسب با A می‌باشد. این رابطه معمولاً به شکل معکوس بصورت زیر بیان می‌شود.

شعاعهای هسته‌ای $R = R_0 A^{1/3}$ (۱–۱۱)

مقدار R_0 عبارت است از :

$$R_0 = 1.2 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}$$

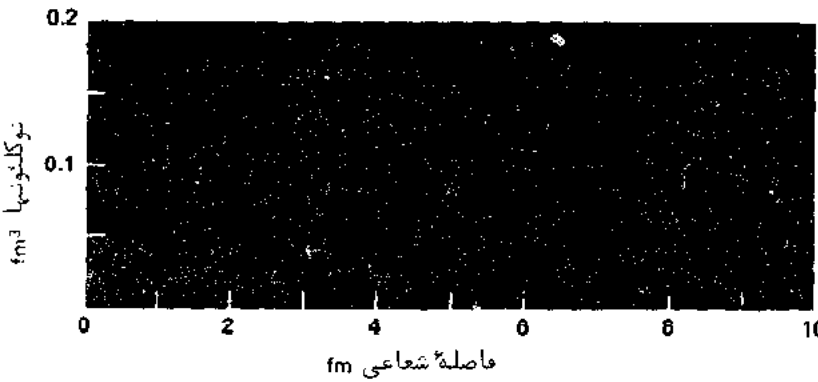
لازم است مقدار R_0 دقیقا" معین نباشد ، زیرا همان گونه که شکل ۱۱–۶ نشان می‌دهد هسته‌ها مرزهای مشخصی ندارند . با وجود این ، مقادیر به دست آمدهٔ R از معادلهٔ ۱۱–۱ نمونهٔ آشکاری از اندازه‌های مؤثر هسته‌ای است . مقدار R_0 وقتی که از پراکندگی الکترون استنتاج شود کمی کوچکتر است که مبین این می‌باشد که ماده و بار هسته‌ای درسرتاسر هسته مثل یکدیگر توزیع نمی‌شوند .

همان گونه که قبلا" در این کتاب دیدیم ، واحد آنگستروم ($1\text{Å} = 10^{-10}\ \mathrm{m}$) واحد مناسب طول برای بیان فاصله‌ها در حوزهٔ اتمی است . مثلا" شعاع اتم هیدروژن ۰/۵۳Å ، فاصلهٔ اتمهای C و O در مولکول CO ، ۱/۱۳Å و فاصلهٔ یونهای Na و Cl در خط بلور NaCl ، ۲/۸۱ Å است . هسته‌ها آن قدر کوچکند که برای تعریفشان استفاده از واحد طولی بنام فمتومتر (*femtometer*) که فقط 10^{-5} آنگستروم است ، مناسب‌تر است . فمتومتر را معمولا" فرمی می‌نامند :

$$1\ \text{femtometer} = 1\ \text{فرمی} = 1\ \mathrm{fm} = 10^{-15}\ \mathrm{m}$$

از این رو برای شعاعهای هسته‌ای می‌توان نوشت .

$$R = 1.2A^{1/3}\ \mathrm{fm} \qquad (۲–۱۱)$$



شکل (۱۱–۶) چگالی نوکلئونها در هسته‌های $^{59}_{27}Co$ (کبالت) و $^{197}_{79}Au$ (طلا) در مقابل فاصلهٔ شعاعی از مرکز رسم شده‌اند . مقادیر شعاع هسته‌ای به دست آمده از $1/24 A^{\frac{1}{3}}$ fm نشان داده شده‌اند .

یکسان است . بعضی ستارگان که به ستارگان نوترونی معروفند از اتمهایی تشکیل می‌شوند که آن قدر به هم فشرده‌اند که پروتونها و الکترونهایشان به نوترونها تبدیل شده‌اند که پایدارترین شکل ماده را می‌سازند . نوترونها در این ترکیب ، مانند نوترونهای داخل هسته ، برخلاف نوترونهای آزاد ، از مرحلهٔ واپاشی رادیوآکتیو نمی‌گذرند . چگالیهای ستارگان نوترونی با چگالی مادهٔ هسته‌ای قابل مقایسه‌اند : یک ستارهٔ نوترونی جرم یک یا دو خورشید را در کره‌ای به شعاع فقط ۱۰ کیلومتر جای داده است . ستارگان نوترونی بقایای انفجارات ابر نو اختر هستند . پولسارها که در انفجارهایی در فاصله‌های زمانی معمولا" یک ثانیه ، تابش الکترومغناطیسی گسیل می‌کنند به نظر می‌رسد ستارگان نوترونی دوار باشند .

فرض کرده‌ایم که هسته‌ها کروی هستند . چگونه می‌توان شکلهای هسته‌ای را مشخص کرد ؟ اگر توزیع بار در یک هسته متقارن کروی نباشد ، هسته یک گشتاور چهار قطبی الکتریکی خواهد داشت . گشتاور چهار قطبی‌هسته‌ای با الکترونهای مداری اتم برهمکنش خواهد داشت و جابجایی های منتجه در ترازهای انرژی‌اتمی به شکافتگیهای بسیار ریز خطوط طیفی منجر خواهد شد . البته ، این منبع ساختار بسیار ریز باید از منبع ساختار بسیار ریزی که از گشتاور مغناطیسی هسته حاصل می‌شود . تمیز داده شود اما وقتی که این کار انجام شود مشاهده می‌شود که انحرافات از کرویت واقعا" در هسته‌هایی روی می‌دهد که اعداد کوانتمی اسپین آنها ۱ یا بیشتر از یک است . ممکن است چنین هسته‌هایی کره‌های کشیده یا کره‌های پخت باشند ، ولی اختلاف بین محورهای اصلی و فرعی معمولا" از ۲۰٪ درصد کمتر است . تقریبا" برای تمامی‌اهداف کافی است که هسته‌ها کروی در نظر گرفته شوند ؛ با وجود این انحرافات از کرویت ، گر چه کم است ، اطلاعات با ارزشی در مورد ساختار هسته‌ای به ما می‌دهد .

۱۱ـ۵ انرژی پیوندی

یک اتم پایدار همواره جرمی دارد که از مجموع جرمهای ذرات تشکیل دهنده‌اش کمتر است . مثلا" جرم اتم دوتریوم $^{2}_{1}H$ ، ۲/۰۱۴۱۰۲ u است در حالی که جرم اتم هیدروژن ($^{1}_{1}H$) بعلاوهٔ جرم نوترون عبارت است از :

$$m_{hydrogen} + m_n = 1.007825\ u + 1.008665\ u = 2.016490\ u$$

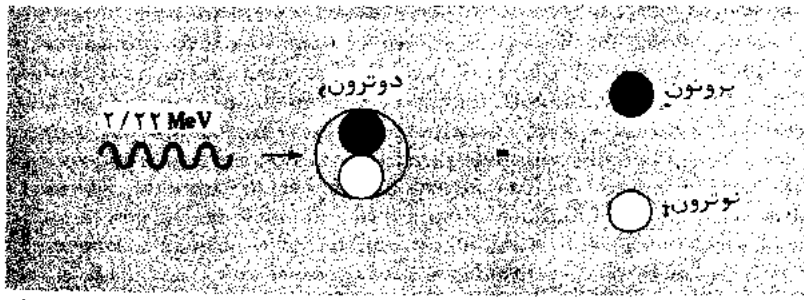
که به اندازهٔ ۰/۰۰۲۳۸۸ u بزرگتر است . چون یک هستهٔ دوتریوم ـ موسوم به دوترون ـ از یک پروتون و یک نوترون ساخته می‌شود و هر دو اتم $^{1}_{1}H$ و $^{2}_{1}H$ دارای یک الکترون منفرد

هستند ، بدیهی است که کاهش جرم u ۰/۰۰۲۳۸۸ به واسطهٔ پیوند یک پروتون و یک نوترون برای تشکیل یک دوترون است . جرم u ۰/۰۰۲۳۸۸ معادل است با

$$0.002388\ u \times 931\ MeV/u = 2.22\ MeV$$

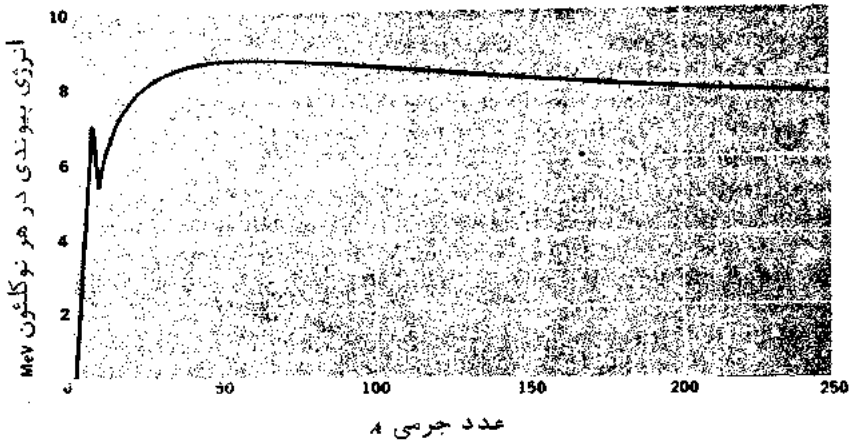
وقتی دوترونی از یک پروتون و نوترون آزاد تشکیل می‌شود ، MeV ۲/۲۲ انرژی آزاد می‌شود . از طرف دیگر ، MeV ۲/۲۲ انرژی‌بایدازیک‌منبع خارجی تهیه شود تا دوترونی را به یک پروتون و یک نوترون تقسیم کند . این‌استنباط‌با آزمایشهایی در مورد واپاشی نوری دوترون تأیید شده است که نشان می‌دهند یک فوتون پرتو گاما برای شکستن یک دوترون باید دست کم انرژی MeV ۲/۲۲ داشته باشد (شکل ۱۱–۷) .

انرژی معادل کاهش جرم در یک هسته را انرژی پیوندی آن می‌نامند و مقیاس پایداری هسته است . انرژیهای پیوندی از عمل نیروهایی حاصل می‌شوندکه نوکلئونها را به هم پیوند می‌دهند تا هسته‌ها تشکیل شوند ، درست همان گونه که انرژیهای یونش اتمها ، که باید برای حذف الکترونها از اتمها تهیه شوند ، از عمل نیروهای الکتریکی ناشی می‌شوند. انرژیهای پیوندی از MeV ۲/۲۲ برای دوترون ، که کوچکترین هستهٔ مرکب است تا MeV ۱/۶۴۰ برای $^{209}_{83}Bi$ که سنگین‌ترین هستهٔ پایدار است ، تغییر می‌کنند .



شکل (۱۱–۷) انرژی پیوندی دوترون MeV ۲/۲۲ است که از طریق آزمایش تأیید شده است که این آزمایشها نشان می‌دهند یک فوتون پرتوگاما با انرژی کمینه MeV ۲/۲۲ می‌تواند یک دوترون را به یک پروتون و یک نوترون آزاد تقسیم کند .

انرژی پیوندی هر نوکلئون که از تقسیم انرژی پیوندی کل یک هسته بر تعداد نوکلئونهای موجود در هسته به دست می‌آید جالبترین کمیت است . در شکل ۱۱–۸ انرژی پیوندی هر نوکلئون بصورت تابعی از عدد جرمی A رسم شده است . در آغاز منحنی با شیب زیاد صعود می‌کند و سپس بتدریج شیب کمتر می‌شود تا این که منحنی در $A = ۵۶$ به مقدار بیشینه MeV ۸/۷۹ می‌رسد که مطابق با هسته آهن $^{56}_{26}Fe$ است ، و سپس در بالاترین اعداد جرمی به



شکل (۱۱ــ۸) انرژی پیوندی در هر نوکلئون بصورت تابعی از عدد جرمی . تیزی در $A = 4$ مربوط به هستهٔ $^{4}_{2}He$ که بطور استثنایی پایدار است که همان ذرهٔ آلفا می‌باشد .

آهستگی به حدود MeV ۷/۶ نزول می‌کند . بدیهی است که هسته‌هایی که جرم بینابین دارند پایدارترین هسته‌ها هستند زیرا برای آزاد کردن هر یک از نوکلئونهایشان بیشترین مقدار انرژی باید فراهم شود . این حقیقت می‌رساند که اگر هسته‌های سنگین بتوانند بنوعی به هسته‌های سبکتر تقسیم شوند یا اگر هسته‌های سبک بتوانند بنوعی با هم یکی شوند و هسته‌های سنگین‌تر را تشکیل دهند ، در این رویدادها انرژی دخالت خواهد داشت . فرآیند اولی را شکافت[1] هسته‌ای و فرآیند دومی را همجوشی[2] هسته‌ای می‌نامند .

در حقیقت هر دو فرآیند در شرایط خاصی روی می‌دهند و آن گونه که پیش‌بینی شده در این رویدادها انرژی دخالت خواهد داشت .

می‌توان ادعا کرد که نمودار شکل ۱۱ــ۸ در میان تمام علوم مهمترین نمودار است . این حقیقت که چنین ارتباطی احیاناً روی می‌دهد ، بدان معنی است که هسته‌های پیچیده‌تر از پروتون منفرد ئیدروژن می‌توانند پایدار باشند که بنوبهٔ خود علت وجود عناصر مختلف و نیز علت وجود شکلهای گوناگون مادهٔ‌ای‌راکه‌اطراف خود می‌بینیم ، توجیه می‌کند . چون منحنی در وسط به نقطهٔ اوج خود می‌رسد ، برای انرژی که بطور مستقیم یا غیر مستقیم به سیر تکاملی جهان کمک می‌کند ، توجیه معینی داریم : منبع نهاییش همجوشی نوکلئونهای

---

1. Fission

2. Fusion

اولیه برای تشکیل هسته‌های سنگین‌تر است ، فرآیندی که معمولا " در درونه‌های ستاره‌ای روی می‌دهد .

مسأله : گرمای تبخیر آب ۵۴۰ kcal/kg و گرمای احتراق بنزین 1.13×10^4 kcal/kg است . این ارقام را با انرژی پیوند هسته‌های بیان شده برحسب کیلوکالری بر کیلوگرم مقایسه کنید .

حل : چون $1\ eV = 1/60 \times 10^{-19}\ J$ و $1\ J = 2/39 \times 10^{-4}\ kcal$ است ، پی می‌بریم که $1\ MeV = 3/83 \times 10^{-17}\ kcal$. یکواحد جرم معادل $1/66 \times 10^{-27}\ kg$ می‌باشد و هر نوکلئون موجود در یک هسته تقریبا " دارای جرم $1\ u$ است ، از این رو

$$1\ \frac{\text{MeV}}{\text{nucleon}} = \frac{3.83 \times 10^{-17}\ \text{kcal}}{1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg}} = 2.31 \times 10^{10}\ \text{kcal/kg}$$

بنابراین ، انرژی پیوندی نوکلئون / ۸ MeV ، یک مقدار نوعی ، معادل $1/85 \times 10^{11}$ kcal/kg است که ۳۴۳ میلیون برابر گرمای تبخیر آب و ۱۶ میلیون برابر گرمای احتراق بنزین است .

۱۱ـ۶ : مدل قطره‌ای

نیروی کوتاهبردی که نوکلئونها را محکم به هستها پیوند می‌دهد تا این جا قویترین نوع نیروی شناخته شده را تشکیل می‌دهد . متأسفانه ، نیروی هسته‌ای در هیچ کجا به اندازهٔ نیروی الکترومغناطیسی شناخته نشده است و در نتیجه نظریهٔ ساختار هسته‌ای در مقایسه با نظریهٔ ساختاراتمی در مرحلهٔ ابتدایی است . لکن ، حتی بدون درک کامل نیروی هسته‌ای ، در سالهای اخیر در ارائهٔ مدلهای هسته‌ای که اثبات درستی آنها از توانایی‌شان برای توجیه جنبه‌های برجستهٔ خواص و رفتار هسته‌ای ناشی می‌شود پیشرفت قابل ملاحظه‌ای حاصل شده است و ما بعضی از جنبه‌های نشان داده شده در این مدلها را در این بخش و بخش بعدی بررسی خواهیم کرد .

گر چه نیروهای جاذبه‌ای که نوکلئونها بر یکدیگر اعمال می‌کنند خیلی قوی هستند ، ولی برد آنها آن قدر کم است که می‌توان تصور کرد هر ذره در هسته فقط با نزدیکترین ذرات مجاورش برهمکنش دارد . این وضعیت ، همانند وضعیت اتمهای موجود در یک اتم است که به گونه‌ای ایده‌آل حول مواضع ثابت در یک شبکهٔ بلور در نوسانند یا همانند وضعیت مولکولها

در مایعی است که ضمن ثابت نگهداشتن فاصلهٔ بین مولکولی به گونهٔ ایده‌آلی آزادند تا جای خود را پیوسته تغییر دهند. این وضعیت را نمی‌توان با وضعیت یک جسم جامد قیاس کرد زیرا محاسبه نشان می‌دهد که ارتعاشات نوکلئونها حول موقعیتهای متوسطشان برای این که هسته پایدار باشد بیش از حد بزرگ خواهند بود. از سوی دیگر، قیاس با یک مایع در درک بعضی جنبه‌های رفتار هسته‌ای فوق‌العاده مفید است.

حال ببینیم چگونه تصویر یک هسته، بصورت قطره‌ای مایع، علت تغییر مشاهده شدهٔ انرژی پیوندی هر نوکلئون با عدد جرمی را توضیح می‌دهد. با این فرض شروع می‌کنیم که انرژی همراه با هر پیوند نوکلئون، نوکلئون دارای مقدار U است؛ این انرژی واقعاً منفی است زیرا نیروهای جاذبه درگیرند ولی معمولاً بصورت مثبت نوشته می‌شود چون برای سهولت کار. انرژی پیوندی یک کمیت مثبت در نظر گرفته می‌شود. از آنجا که در هر انرژی پیوندی U دو نوکلئون سهیم است، هر نوکلئون انرژی پیوندی $\frac{1}{2}U$ دارد. وقتی که مجموعه‌ای از کره‌های هم اندازه بصورت کوچکترین حجم فشرده می‌شود، همان‌گونه که در مورد نوکلئونها در درون یک هسته چنین تصوری داریم، هر کرهٔ داخلی با ۱۲ کرهٔ دیگر در تماس است (شکل ۱۱-۹). از این رو هر نوکلئون داخلی موجود در یک هسته انرژی پیوندی $\frac{1}{2}U \times 12$ یا $6U$ دارد. اگر تمام نوکلئونهای A موجود در یک هسته در درونش می‌بودند، انرژی پیوندی کل هسته عبارت بود از:

$$E_v = 6AU \qquad (۱۱-۳)$$

معادلهٔ ۱۱-۳ اغلب بصورت سادهٔ زیر نوشته می‌شود.

$$E_v = a_1 A \qquad \text{انرژی حجمی} \qquad (۱۱-۴)$$

انرژی E_v انرژی حجمی یک هسته نامیده می‌شود و با A نسبت مستقیم دارد.

البته، بعضی نوکلئونها واقعاً در سطح هر هسته هستند و بنابراین از ۱۲ نوکلئون مجاور تعداد کمتری دارند (شکل ۱۱-۱۰) تعداد چنین نوکلئونهایی به مساحت سطح هستهٔ مورد بحث بستگی دارد. مساحت هسته‌ای بشعاع R عبارت است از:

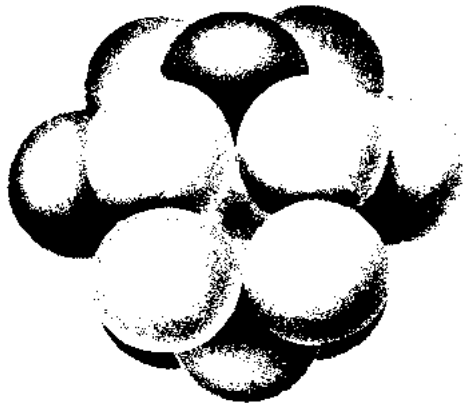
$$4\pi R^2 = 4\pi R_0^2 A^{2/3}$$

از این رو تعداد نوکلئونهایی با تعداد پیوندهایی کمتر از تعداد بیشینهٔ پیوندها با $A^{\frac{2}{3}}$ متناسب است که انرژی پیوندی کل را به اندازهٔ مقدار زیر کاهش می‌دهد.

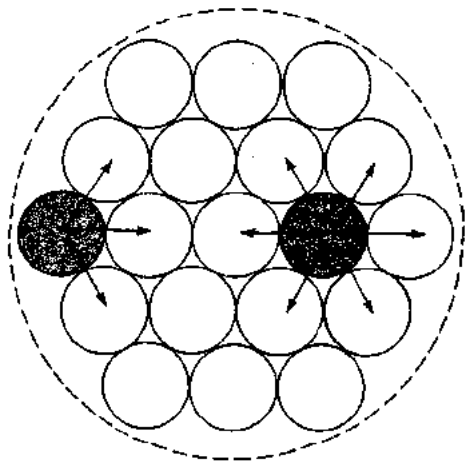
$$E_s = -a_2 A^{2/3} \qquad \text{انرژی سطحی} \qquad (۱۱-۵)$$

انرژی منفی E_s را انرژی سطحی هسته می‌نامند؛ این انرژی برای هسته‌های سبکتر مهمترین انرژی است زیرا کسر بزرگتری از نوکلئونهای آنها در سطح هستند. چون سیستم‌های طبیعی همیشه بسوی آرایشهای با کمینه انرژی پتانسیل میل به تکامل دارند، هسته‌ها بسوی آرایشهایی

با انرژی پیوندی بیشینه متمـایلند . از این رو یک هسته باید همان اثرات کشش سطحی یک قطره مایع را به نمایش گذارد و در نبودن نیروهای خارجی باید کروی باشد زیرا یک کره برای حجم معینی کمترین مساحت سطح را دارد .



شکل (۱۱ـ۹) در مجموعهٔ سخت پکیده‌ای از کره‌های یکسان ، هر کرهٔ داخلی با ۱۲ کرهٔ دیگر در تماس است



شکل (۱۱ـ۱۰) نوکلئونی در سطح یک هسته در مقایسه با نوکلئونی در درون هسته با نوکلئونهای کمتری برخورد دارد و از این رو انرژی پیوندیش کمتر است . هر چه هسته بزرگتر باشد ، نسبت نوکلئونها در سطح کوچکتر است .

نیروی رانشی بین هر زوج از پروتونهای موجود در یک هسته نیز به کاهش انرژی پیوندیش کمک می‌کند . انرژی کولنی E_c یک هسته عبارت است از کاری که باید انجام شود تا Z پروتون را از بینهایت بصورت یک مجموعهٔ کروی اندازهٔ هسته جمع کند . انرژی پتانسیل یک زوج از پروتونها به فاصلهٔ r برابر است با

$$V = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

چون $Z(Z-1)/2$ زوج پروتون وجود دارد .

$$E_c = \frac{Z(Z-1)}{2} V = -\frac{Z(Z-1)e^2}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r}\right)_{av} \qquad (۶-۱۱)$$

که در آن $(1/r)_{av}$ مقدار $1/r$ میانگین گرفته شده روی تمام زوجهای پروتونی است . اگر پروتونها بطور یکنواخت در سرتاسر هسته‌ای بشعاع R توزیع شوند ، $(1/r)_{av}$ متناسب با $1/R$ و در نتیجه متناسب با $1/A^{\frac{1}{3}}$ است ، به گونه‌ای که

$$E_c = -a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \qquad \text{انرژی کولنی} \qquad (۷-۱۱)$$

انرژی کولنی منفی است زیرا از پدیده‌ای ناشی می‌شود که مخالف پایداری هسته‌ای است .

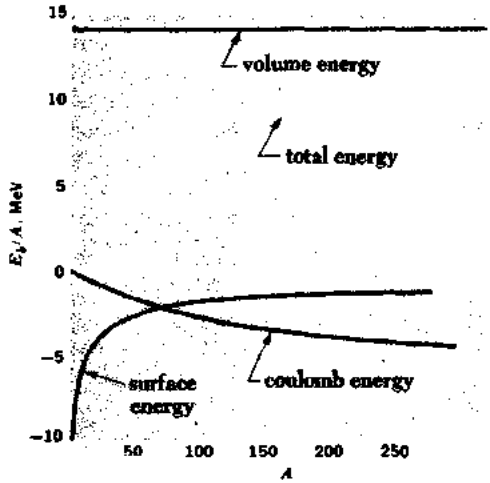
تا این جاست که مدل قطره‌ای می‌تواند پیش برود . حال ببینیم چگونه نتیجهٔ حاصل با واقعیت مقایسه می‌شود . انرژی پیوندی کل E_b یک هسته باید مجموع انرژیهای حجمی ، سطحی و کولنی به آن هسته باشد :

$$E_b = E_v + E_s + E_c = a_1 A - a_2 A^{2/3} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \qquad (۸-۱۱)$$

بنابراین ، انرژی پیوندی هر نوکلئون عبارت است از

$$\frac{E_b}{A} = a_1 - \frac{a_2}{A^{1/3}} - a_3 \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} \qquad (۹-۱۱)$$

در شکل ۱۱-۱۱ هر یک از عبارتهای معادلهٔ ۱۱-۹ در مقابل A ، همراه با مجموع آنها یعنی E_b/A رسم شده است . این ضرایب به این سبب انتخاب شدند که منحنی E_b/A را تا حدامکان با منحنی تجربی انرژی پیوندی در هر نوکلئون شکل ۱۱-۸ همانند کنند . این حقیقت که منحنی نظری می‌تواند به گونه‌ای رسم شود که با منحنی تجربی بخوبی سازگاری داشته باشد مبین این است که تشابه بین یک هسته و یک قطره مایع دست کم از اعتباری چند برخوردار است و ما ممکن است سعی کنیم که ببینیم چه جلوه‌های دیگری از رفتار هسته‌ای را می‌تواند روشن کند . این کار را در فصل ۱۲ ضمن بحث از واکنشهای هسته‌ای انجام

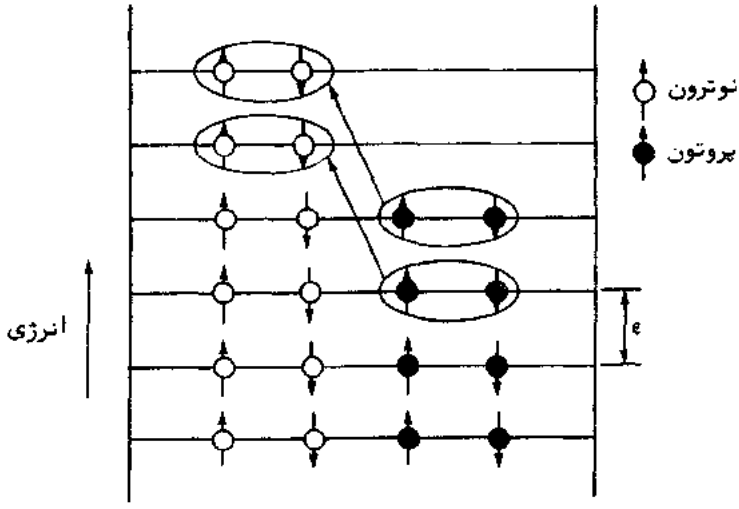


شکل (۱۱–۱۱) انرژی پیوندی هر نوکلئون عبارت است از مجموع انرژیهای حجمی، سطحی، کولنی.

خواهیم داد.

فرمولهای انرژی پیوندی بالا را می‌توان بدین طریق اصلاح کرد: با در نظر گرفتن دو پدیده که مناسب مدل قطره‌ای ساده نیستند ولی برحسب مدلی که برای ترازهای انرژی هسته‌ای تهیه می‌شوند بسهولت قابل بیان هستند. (در بخش بعد خواهیم دید چگونه این دو مدل با مشی‌های بظاهر متفاوت را می‌توان هماهنگ کرد). یکی از این پدیده‌ها زمانی روی می‌دهد که تعداد نوترونهای موجود در هسته از تعداد پروتونها بیشتر باشد (یا بالعکس) و این بدان معنی است که نسبت به حالتی که به فرض N و Z مساوی می‌بودند، باید ترازهای انرژی بالاتری اشغال شوند. همان‌گونه که در شکل ۱۱–۱۲ مشاهده می‌شود فرض می‌کنیم که فوقانی‌ترین ترازهای انرژی نوترون و پروتون، که اصل انحصار هر کدام را به دو ذره محدود می‌کند، فاصلهٔ یکسان ε دارند. برای تولید نوترونی مازاد، مثلاً $N-Z=8$ بدون تغییر A $(N-Z)=4$ $\frac{1}{2}$ پروتون جای خود را به نوترونهای موجود در یک هستهٔ اصلی می‌دهند که در آن $N=Z$ است. نوترونهای جدید به اندازهٔ $\varepsilon/2$ $2\times 4=8$ ترازهای انرژی بالاتری را نسبت به ترازهای انرژی پروتونهای جایگزین شده توسط این نوترونها اشغال خواهند کرد. در حالت کلی که $\frac{1}{2}(N-Z)$ پروتون جابجا می‌شود، انرژی هر یک باید به اندازهٔ $\frac{1}{2}(N-Z)\varepsilon/2$ افزایش یابد و کل کار مورد نیاز عبارت است از:

$$\Delta E = \text{تعداد نوترونهای جدید} \times \frac{\text{افزایش انرژی}}{\text{نوترون جدید}}$$



شکل (۱۱–۱۲) برای جایگزینی ۴ پروتون در هسته‌ای با $N = Z$ با ۴ نوترون، کار انجام شده باید ۲/ ε ۴/۴ باشد. تعداد نوترونهای هستهٔ حاصل از تعداد پروتونها ۸ عدد بیشتر است.

$$= \frac{1}{2}(N-Z) \times \frac{1}{2}(N-Z)\,\frac{\varepsilon}{2} = \frac{\varepsilon}{8}(N-Z)^2$$

اگر $Z > N$ باشد همین فرمول صادق است زیرا $(N-Z)^2$ همیشه مثبت است، چون $N = AZ$، و $(N-Z)^2 = (A-2Z)^2$

$$\Delta E = \frac{\varepsilon}{8}(A-2Z)^2 \qquad (۱۰–۱۱)$$

اتفاقاً" هر چه تعداد نوکلئونها در یک هسته بیشتر باشد، فاصلهٔ ترازهای انرژی ε کوچکتر است یعنی e متناسب با $1/A$ می‌باشد. این مبین آن است که انرژی نامتقارن E_a حاصل از اختلاف بین N و Z را می‌توان بصورت زیر بیان کرد.

$$E_a = -\Delta E = -a_4\frac{(A-2Z)^2}{A} \qquad \text{انرژی نامتقارن} \qquad (۱۱–۱۱)$$

انرژی نامتقارن منفی است زیرا انرژی پیوندی هسته را کاهش می‌دهد.

آخرین عبارت اصلاحی از تمایل رویداد زوجهای پروتونی و نوترونی ناشی می‌شود (بخش ۱۱–۳) به گونه‌ای که هسته‌های زوج ــ زوج پایدارترین هسته‌ها هستند و از این رو انرژیهای پیوندی بالاتری نسبت‌به‌آنچه که در غیر این صورت انتظار می‌رود، دارند. بدین ترتیب، هسته‌هایی نظیر $^{4}_{2}He$، $^{12}_{6}C$ و $^{16}_{8}O$ بصورت قله‌هایی روی منحنی تجربی انرژی پیوندی

هر نوکلئون ظاهر می‌شوند . از سوی دیگر ، هسته‌های فرد ــ فرد هم دارای پروتونهای غیر زوج و هم دارای نوترونهای غیر زوج هستند و انرژیهای پیوندی نسبةً پایین دارند . انرژی تزویج[1] E_p برای هسته‌های زوج ــ زوج مثبت ، برای هسته‌های فرد ــ زوج و زوج ــ فرد صفر و برای هسته‌های فرد ــ فرد منفی است و به نظر می‌رسد بصورت $A^{-\frac{3}{4}}$ با A تغییر می‌کند. از این رو

$$E_p = (\pm, 0)\frac{a_5}{A^{3/4}} \qquad \text{انرژی تزویج} \qquad (۱۲-۱۱)$$

فرمول نهایی برای انرژی پیوندی یک هسته با عدد اتمی Z و عدد جرمی A که اولین بار توسط سی . اف . وان وایتس ساکر[2] در سال ۱۹۳۵ م . به دست آمد عبارت است از :

$$E_b = a_1A - a_2A^{2/3} - a_3\frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} - a_4\frac{(A-2Z)^2}{A}(\pm, 0)\frac{a_5}{A^{3/4}} \qquad (۱۳-۱۱)$$

فرمول انرژی پیوندی نیمه تجربی

یک مجموعه از ضرایب که با داده‌های تجربی بخوبی سازگار است عبارت است از :

$a_1 = 14$ MeV $\quad a_2 = 13$ MeV $\quad a_3 = 0.60$ MeV
$a_4 = 19$ MeV $\quad a_5 = 34$ MeV

مجموعه‌های دیگری با مقادیر کمی متفاوت نیز پیشنهاد شده‌اند . معادلهٔ ۱۱ــ۱۳ بهتر از معادلهٔ ۱۱ــ۸ با تجربه سازگار است ، که نشان می‌دهد مدل هسته‌ای قطره‌ای گر چه بعنوان اولین تقریب مناسب است ولی آخرین مطلب دراین موضوع نیست .

۱۱ــ۷ مدل لایه‌ای

فرض اساسی مدل قطره‌ای این است که هر نوکلئون موجود در یک هسته ، مانند مولکولی در یک مایع ، فقط با نزدیکترین نوکلئونهای مجاورش برهمکنش دارد . از سوی دیگر ، این فرضیه که هر نوکلئون عمدةً با یک میدان نیروی کلی که به وسیلهٔ نوکلئونهای دیگر ایجاد شده است نیز برهمکنش دارد ، اعتبار تجربی زیادی دارد . وضعیت اخیر شبیه وضعیت الکترونها در یک اتم است که در آن فقط حالتهای کوانتمی معینی مجازند و بیشتر از دو الکترون که ذرات فرمی هستند نمی‌توانند هر یک از حالتها را اشغال کنند . نوکلئونها نیز ذرات فرمی می‌باشند و تعدادی از خصوصیات هسته‌ای متناوبا" با Z و N به نحوی تغییر می‌کنند که تغییر تناوبی خصوصیات اتمی با Z را به یاد می‌آورند .

---

1. Pairing Energy
2. C. F. Von Weizsäcker

می‌توان چنین تصور کرد که الکترونها در یک اتم مواضعی را در لایه‌ها اشغال می‌کنند که با اعداد کوانتمی اصلی مختلف معین شده‌اند و میزان اشغال بیرونی‌ترین لایه آن چیزی است که بعضی از جلوه‌های مهم رفتار یک اتم را مشخص می‌کند. مثلاً، اتمهایی با ۲، ۱۰، ۱۸، ۳۶، ۵۴ و ۸۶ الکترون تمام لایه‌های الکترونیشان را کاملاً پر کرده‌اند. چنین ساختارهای الکترونی انرژیهای پیوندی زیادی دارند و بطور استثنایی پایدارند، در نتیجه علت بی‌اثری شیمیایی گازهای نادر را بیان می‌کنند. همین پدیده نسبت به هسته‌ها مشاهده می‌شود؛ هسته‌هایی که ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶ نوترون یا پروتون دارند، از هسته‌های دیگری که اعداد جرمی مشابه دارند فراوانترند و این می‌رساند که ساختارهای آنها پایدارتر است. چون هسته‌های پیچیده از واکنشهای میان هسته‌های سبکتر ناشی می‌شوند، وقتی که هر هستهٔ نسبةً بی‌اثر تشکیل می‌شود تکامل تدریجی هسته‌های سنگین‌تر و سنگین‌تر کند می‌شود و این علت فراوانی هسته‌های پیچیده را توجیه می‌کند.

دلیل دیگری نیز به اهمیت اعداد ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ و ۱۲۶ اشاره می‌کند که در ساختار هسته‌ای بنام اعداد جادویی[1] شناخته شده‌اند. یک نمونه، الگوی مشاهده شدهٔ گشتاورهای چهار قطبی الکتریکی هسته‌ای است که مقیاس انحرافات توزیعهای بار هسته‌ای از شکل کروی هستند. یک هستهٔ کروی گشتاور چهار قطبی ندارد، در حالی که یک هسته به شکل توپ فوتبال گشتاور مثبت و یک هسته بشکل کدو تنبل گشتاور منفی دارد. مشاهده می‌شود هسته‌هایی که دارای N و Z جادویی هستند گشتاورهای چهار قطبی صفر دارند و ازاین رو کروی می‌باشند در حالی که هسته‌های دیگر دارای شکل واپیچیده‌اند.

مدل لایه‌ای هسته کوششی است برای بیان علت وجودی اعداد جادویی و بعضی خصوصیات دیگر هسته‌ای برحسب رفتار نوکلئون در یک میدان نیروی مشترک. چون شکل دقیق تابع انرژی پتانسیل برای یک هسته، برخلاف حالت اتمی، ناشناخته است، یک تابع مناسب $V(r)$ را باید فرض کرد و درستی نهایی این تابع را با سازگاری نتایج حاصل از آن با داده‌های تجربی می‌توان تحقیق کرد. یک حدس منطقی براساس منحنیهای چگالی هسته‌ای شکل ۱۱ـ۶ چاه مربعی با گوشه‌های گرد است. بنابراین معادلهٔ شرودینگر برای ذره‌ای در یک چاه پتانسیل از این نوع حل می‌شود و مشاهده می‌شود که حالتهای ایستای سیستم روی می‌دهند با سه صفت مشخصهٔ اعداد کوانتمی n، l و m که اهمیت این اعداد به همان اندازهٔ مورد مشابه حالتهای ایستای الکترونهای اتمی است. نوترونها و پروتونها مجموعهٔ حالتهای مجزا در یک هسته را اشغال می‌کنند، زیرا پروتونها بطور الکتریکی و

---

1. Magic Numbers

نیز از طریق بار هسته‌ای ویژه برهمکنش می‌کنند. لکن، سری ترازهای انرژی که از چنین محاسبه‌ای نتیجه می‌شود با ترتیب مشاهده شده اعداد جادویی سازگاری ندارد. به کار بردن توابع انرژی پتانسیل دیگری، مثلاً تابعی که‌مطابق با نوسان کننده هماهنگ باشد، نتایج بهتری نمی‌دهد. این بررسی یک چیز اساسی را فاقد است.

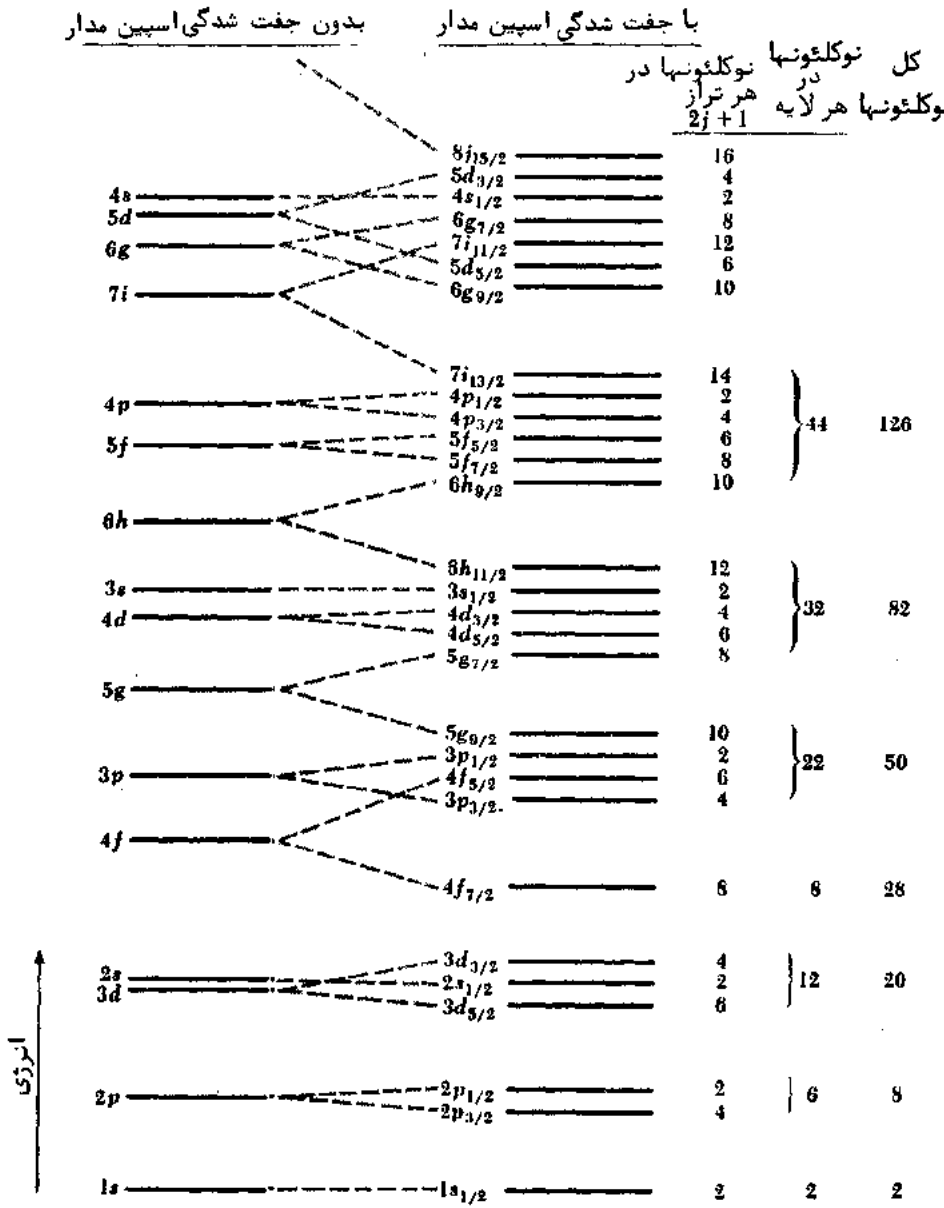
این مسأله سرانجام توسط‌ماریامایر[1] و ج. اچ. دی جنسن[2] در سال ۱۹۴۹ م. بصورت جداگانه حل شد. آنها دریافتند که لازم است یک برهمکنش اسپین ـ مداری تشکیل شود و بزرگی این برهمکنش آن چنان باشد که شکافتگی ترازهای انرژی حاصل به زیر ترازها چندین برابر شکافتگی مشابه ترازهای انرژی اتمی باشد. شکل دقیق تابع انرژی پتانسیل معلوم می‌شود که در این صورت بحرانی نباشد، به شرطی که کم و بیش به چاه مربعی شباهت داشته باشد. فرض‌براین‌است‌که جفت‌شدگی LS فقط برای سبک‌ترین هسته‌ها که در آنها مقادیر l لزوماً در آرایشهای هنجار خود کوچکند صدق می‌کند. در این طرح همان‌گونه که در فصل ۷ دیدیم، اندازه حرکتهای زاویه‌ای اسپین ذاتی S_i ذرات مربوطه (یک گروه را نوترونها و گروه دیگر را پروتونها تشکیل می‌دهند) بصورت یک اندازه حرکت اسپین کل S و اندازه حرکتهای زاویه‌ای مداری L_i جداگانه بصورت یک اندازه حرکت مداری کل L با هم جفت می‌شوند؛ سپس L و S جفت می‌شوند تا یک اندازه‌حرکت‌زاویه‌ای کل J با بزرگی $\sqrt{J(J+1)}\,\hbar$ تشکیل دهند. بعد از یک ناحیهٔ گذار که در آن یک طرح جفت شدگی بینابینی وجود دارد، هسته‌های سنگین‌تر جفت شدگی jj را به نمایش می‌گذارند. در این حالت نخست S_i و L_i هر ذره جفت می‌شوند تا یک J_i برای آن ذره با بزرگی $\sqrt{j(j+1)}\,\hbar$ تشکیل دهند و سپس J_i های مختلف با هم جفت می‌شوند تا اندازه حرکت زاویه‌ای کل J را تشکیل دهند. طرح جفت شدگی jj برای اکثریت قریب به اتفاق هسته‌ها وجود دارد.

وقتی که برای برهمکنش اسپین ـ مدار قدرت مناسبی فرض می‌شود، ترازهای انرژی هر طبقهٔ نوکلئونها در ردیف نشان داده شده در شکل ۱۱ـ۱۳ واقع می‌شود. ترازها به وسیلهٔ پیشوندی معادل عدد کوانتمی n، حرفی که بر طبق الگوی معمولی (s، p، d، f، g بترتیب مربوط به ۰، ۱، ۲، ۳، ۴، ...، l است) نشانگر l در آن تراز است و زیر نویسی مساوی با j مشخص می‌شوند. برهمکنش اسپین ـ مدار هر یک از حالتهای مفروض j را به $2j+1$ زیر حالت تقسیم می‌کند، زیرا $2j+1$ سمتگیری مجاز J_i وجود دارد. شکافهای بزرگ انرژی در فاصله‌گذاری ترازها که با مفهوم لایه‌های مجزا مطابقت دارند ظاهر می‌شوند. تعداد حالتهای

---

1. Maria Mayer

2. J. H. D. Jensen



شکل (۱۱ـ۱۳) ترتیب ترازهای انرژی نوکلئون بر طبق مدل لایه‌ای (مقیاس رعایت نشده است.)

هسته‌ای موجود در هر لایهٔ هسته‌ای بترتیب صعود انرژی ۲، ۶، ۱۲، ۸، ۲۲، ۳۲، ۴۴ است؛ از این رو، لایه‌ها زمانی پر می‌شوند که ۲، ۸، ۲۰، ۲۸، ۵۰، ۸۲ یا ۱۲۶ نوترون یا پروتون در یک هسته باشد.

مدل لایه‌ای قادر است علاوه بر اعداد جادویی چندین پدیدهٔ هسته‌ای را بیان کند. اولا"، وجود زیر ترازهای انرژی که هر یک می‌تواند به وسیلهٔ دو ذره با اسپین مخالف اشغال شود قادر است تمایل فراوانیهای هسته‌ای Z زوج و N زوج را توضیح دهد، همان گونه که در بخش ۱۱ـ۳ بحث شده است. مدل لایه‌ای می‌تواند اندازه حرکتهای زاویه‌ای را نیز پیش‌بینی کند. در هسته‌های زوج ـ زوج همهٔ پروتونها و نوترونها باید برای خنثی کردن اسپین یکدیگر و اندازه حرکتهای زاویه‌ای مداری جفت شوند. بدین ترتیب، همان گونه که مشاهده می‌شود، هسته‌های زوج ـ زوج باید اندازه حرکتهای زاویه‌ای هسته‌ای صفر داشته باشند. در هسته‌های زوج ـ فرد و فرد ـ زوج، اسپین با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ نوکلئون "اضافی" منفرد برای تشکیل یک اندازه حرکت زاویه‌ای کل با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ باید با یک عدد صحیح اندازه حرکت زاویه‌ای بقیهٔ هسته ترکیب شود و هسته‌های فرد ـ فرد هر کدام یک نوترون و یک پروتون اضافی دارند که اسپینها با مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ آنها باید اندازه‌های حرکت زاویه‌ای کل یک عدد صحیح را به دست دهند. این پیش‌بینی‌ها هر دو از لحاظ تجربی تأیید شده‌اند.

اگر نوکلئونهای موجود در یک هسته آن قدر به یکدیگر نزدیک باشند و آن قدر بطور قوی برهمکنش داشته باشند که بتوان هسته را مشابه یک قطره در نظر گرفت، چگونه می‌توان، آن گونه که مدل لایه‌ای ایجاب می‌کند، تصور کرد که همین نوکلئونها در یک میدان نیروی مشترک مستقل از یکدیگر در حرکتند؟ به نظر می‌رسد که نظریات متقابلا" منحصر بفردند، زیرا یک نوکلئون که در یک هستهٔ قطره‌ای در حال حرکت است باید مطمئنا" برخوردهای مکرر با سایر نوکلئونها را تحمل کند.

یک نگاه دقیق‌تر نشان می‌دهد که تضادی وجود ندارد. در حالت پایدار یک هسته، نوترونها و پروتونها ترازهای انرژیی را که در دسترس دارند بترتیب افزایش انرژی به شیوه‌ای پر می‌کنند که از اصل انحصار پیروی کرده باشند (شکل ۱۱ـ۴ را ببینید). در یک برخورد، انرژی از یک نوکلئون به نوکلئون دیگر منتقل می‌شود و نوکلئون اولی‌را در حالتی از انرژی کاهش یافته و دومی را در حالتی از انرژی افزایش یافته باقی می‌گذارد. ولی تمام ترازهای موجود با انرژی پایین‌تر قبلا" پر شده‌اند، بنابراین چنین گذار انرژی در صورتی می‌تواند روی دهد که اصل انحصار نقض شود. البته، برای دو نوکلئون غیرقابل تمیز از هم که از یک نوع باشند این امکان فراهم است تا صرفا" انرژیهای مربوط به خود را مبادله کنند، ولی چنین برخوردی از اهمیت چندانی برخوردار نیست زیرا سیستم دقیقا" در همان

حالتی که در آغاز بود باقی می‌ماند. بنابراین، اصل انحصار اساساً" از برخوردهای نوکلئون ـ نوکلئون حتی در یک هستهٔ کاملاً "پکیده جلوگیری می‌کند و بدین وسیله یک روش ذره‌ای مستقل به ساختار هسته‌ای را تأیید می‌کند.

مدلهای قطره‌ای و لایه‌ای هسته هر دو، به روشهای مختلف خاص خود، قادرند بیشتر آنچه را که در مورد رفتار هسته‌ای شناخته شده است، بیان کنند. مدل جمعی[1] ا. بوهر (پسر نیلز بوهر) و ب. ماتلسون[2] شکلهای هر دو مدل را بصورت طرح ثابتی که موفقیت کامل آن به اثبات رسیده است، ترکیب می‌کند. مدل جمعی سازه‌هایی از قبیل شکل غیرکروی تمام هسته‌ها بجز هسته‌های زوج ـ زوج و واپیچیدگی گریز از مرکزی تجربه شده توسط یک هستهٔ دوار را در نظر می‌گیرد؛ نظریه با جزئیات کامل قادر است فاصله گذاری ترازهای هسته‌ای برانگیخته را که از طیفهای پرتو گامای هسته‌ها استنباط شده‌اند، بیان کند.

۱۱ـ۸ نظریهٔ مزون در بارهٔ نیروهای هسته‌ای

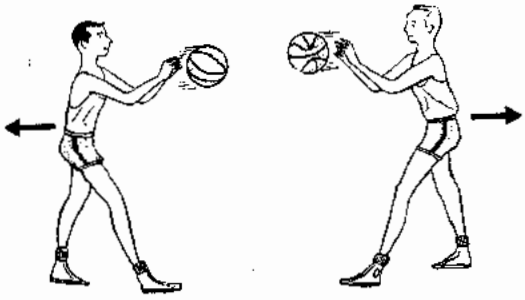
در فصل ۸ دیدیم که چگونه یک مولکول از راه تعویض الکترون بین اتمهای تشکیل دهندهٔ مولکول پایدار می‌ماند. آیا ممکن است مکانیسم مشابهی از داخل یک هسته عمل کند، یعنی نوکلئونهای تشکیل دهندهٔ هسته در اثر تعویض نوعی ذرات بین خودشان پایدار بمانند؟

هایزنبرگ در سال ۱۹۳۲ م. اولین کسی بود که به بررسی این سؤال پرداخت، او اظهار نظر کرد که الکترونها و پوزیترونها بین نوکلئونها به جلو و عقب حرکت می‌کنند. مثلاً"، یک نوترون ممکن است یک الکترون گسیل دارد و به یک پروتون تبدیل شود، در صورتی که یک پروتون با جذب الکترون به یک نوترون تبدیل خواهد شد. لکن، محاسبات انجام شده براساس داده‌های واپاشی بتا نشان داد که نیروهای منتج از تعویض الکترون و پوزیترون توسط نوکلئونها با ضریب 10^{14} خیلی کوچکتر از مقداری خواهد بود که در ساختار هسته‌ای مهم باشد. فیزیکدان ژاپنی بنام هیدیکی یوکاوا[3] در سال ۱۹۳۵ م. نظریهٔ موجه‌تری ارائه داد مبنی بر این که ذراتی که جرم بینابین الکترونی و نوکلئونها دارند موجد نیروهای هسته‌ای می‌باشند. امروزه این ذرات را پیون[4] می‌نامند. پیونها ممکن است باردار (π^+, π^-) یا خنثی (π^0) باشند و اعضای یک طبقه از ذرات بنیادی هستند که این طبقه جمعاً" مزونها[5] نامیده می‌شوند؛ کلمهٔ پیون مخفف نام اصلی π مزون است.

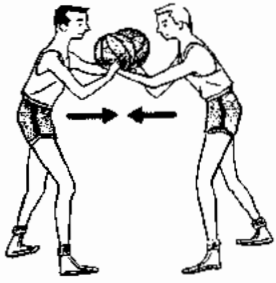
---

1. Collective Model
2. B. Mottelson
3. Hideki Yukawa
4. Pion
5. Mesons

طبق نظریهٔ یوکاوا، هر نوکلئون دائما "پیوندها را گسیل و دوباره جذب می‌کند. اگر نوکلئون دیگری در مجاورت باشد، یک پیون گسیل شده به جای این که به سوی نوکلئون مادرش برگردد، ممکن است به سوی آن نوکلئون مجاور تغییر مسیر دهد؛ انتقال اندازه حرکت وابسته معادل عمل یک نیرو است. نیروهای هسته‌ای در فاصله‌های کوتاه رانشی ودر فاصله‌های زیاد نوکلئون ـ نوکلئون جاذبه هستند، زیرا در غیر این صورت نوکلئونهای موجود در یک هسته در هم ادغام می‌شوند. یکی از نقاط قوت نظریهٔ مزون با چنین نیروهایی این است که می‌تواند هر دو جنبه را پاسخگو باشد. راه ساده‌ای وجود ندارد که رسما" جنبهٔ دومی را نشان دهد ولی یک قیاس تقریبی ممکن است این تصور را کمتر پوشیده نگه دارد. دو پسر بچه را که در حال رد و بدل کردن توپهای بسکتبال هستند مجسم می‌کنیم (شکل ۱۱-۱۴). اگر این دو پسر بچه توپها را به طرف یکدیگر پرتاب کنند، پسر بچه‌ها به عقب حرکت می‌کنند و وقتی توپهایی را که به طرف آنها پرتاب شده می‌گیرند، اندازه حرکت آنها در جهت عقب افزایش می‌یابد. بدین ترتیب این روش رد و بدل کردن توپها همان اثر یک نیروی رانشی بین دو پسر را ایجاب می‌کند. با وجود این اگر پسر بچه‌ها سعی کنند توپها را از دست یکدیگر بربایند، نتیجهٔ حاصل معادل یک نیروی جاذبهٔ عمل کننده بین آنها خواهد بود.



نیروی رانشی به علت تعویض ذره‌ای



نیروی جاذبه به علت تعویض ذره‌ای

شکل (۱۱-۱۴) نیروهای جاذبه و رانشی هر دو می‌توانند از تعویض ذره‌ای ناشی شوند.

مسألهٔ اساسی خود را در این جا نشان می‌دهد . اگر نوکلئونها دائما" پیونها را گسیل و جذب می‌کنند ، چرا نوترونها و پروتونها هرگز با جرمهایی بغیر از جرمهای معمولی خود پیدا نمی‌شوند ؟ پاسخ براساس اصل عدم قطعیت است . قوانین فیزیک فقط به کمیتهای قابل اندازه‌گیری اشاره می‌کنندواصل عدم قطعیت دقتی را که باآن بعضی ترکیبات اندازه‌گیریها را می‌توان انجام داد ، محدود می‌کند . گسیل یک پیون توسط یک نوکلئون که در آن جرم نوکلئون تغییر نکند ــ تخلف آشکاری از قانون پایستگی ، انرژی ــ می‌تواند روی دهد مشروط بر این که نوکلئون آن پیون را دوباره جذب کند یا پیون دیگری را که توسط نوکلئون مجاوری گسیل شده به حدی سریع جذب کند که حتی اصولا" تعیین این که تغییر جرمی واقعا" صورت گرفته است یا نه غیر ممکن باشد . از اصل عدم قطعیت در قالب

$$\Delta E\,\Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

رویدادی که در آن مقداری انرژی ΔE پایسته نیست ، غیر مجاز نیست به شرطی که مدت رویداد از $\hbar/2\Delta E$ تجاوز نکند . این شرط ما را قادر می‌سازد تا جرم پیون را برآورد کنیم .

فرض می‌کنیم که یک پیون با تندی $v \sim c$ (البته ، در واقع $v < c$) فاصلهٔ بین نوکلئونها را طی می‌کند و فرض می‌کنیم که یک پیون به جرم m_π یک اختلاف انرژی موقتی $\Delta E \sim m_\pi c^2$ را (این انرژی جنبشی پیون را در بر نمی‌گیرد) نشان می‌دهد و فرض می‌کنیم $\Delta E\ \Delta t \sim \hbar$ نیروهای هسته‌ای دارای یک برد بیشینه r حدود ۱/۷ fm هستند و زمان لازم Δt برای این که پیون این فاصله را طی کند (شکل ۱۱ــ۱۵) عبارت است از

$$\Delta t = \frac{r}{v} \sim \frac{r}{c}$$

بنابراین داریم :

$$\Delta E\ \Delta t \sim \hbar$$

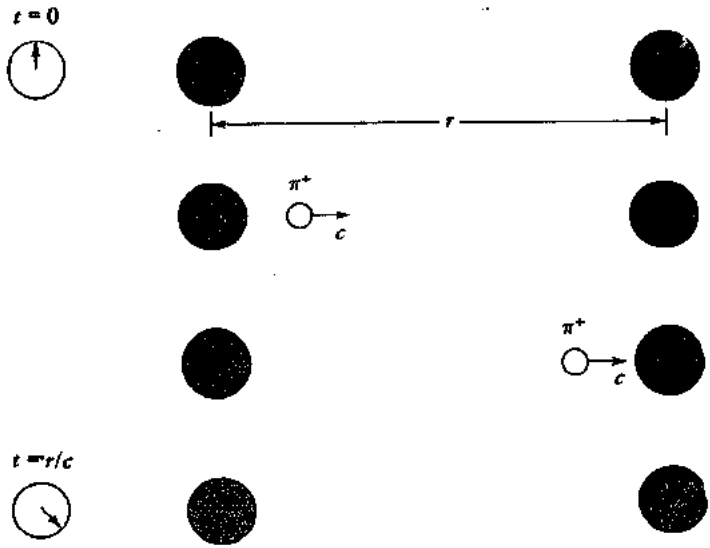
$$(m_\pi c^2)\left(\frac{r}{c}\right) \sim \hbar$$

$$m_\pi \sim \frac{\hbar}{rc} \qquad (۴\text{ــ}۱۱)$$

که برای m_π مستلزم مقدار ذیل است :

$$m_\pi \sim \frac{1.05 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}}{(1.7 \times 10^{-15}\ \mathrm{m}) \times (3 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})} \sim 2.1 \times 10^{-28}\ \mathrm{kg}$$

این در حدود ۲۳۰ برابر جرم سکون m_e الکترون است . همان گونه که در فصل ۱۳ شرح داده شده است ، دوازده سال پس از اظهار نظر یوکاوا ذرات با خواصی که او پیش‌بینی کرده



شکل(۱۱–۱۵) اصل عدم‌قطعیت پیدایش، گذار و ناپدیدی یک پیون را مجاز می‌دارد تا بدون تخلف از پایستگی انرژی به وقوع بپیوندد، مشروط بر این که این ترتیب به‌قدرکافی سریع‌روی دهد. در این جا یک پیون مثبت گسیل شده توسط یک پروتون به وسیلهٔ یک نوترون جذب می‌شود؛ در نتیجه، پروتون به یک نوترون و نوترون به یک پروتون تبدیل می‌شود.

بود واقعاً" کشف شدند. جرم سکون پیونهای باردار $۲۷۳ m_e$ و جرم سکون پیونهای خنثی $۲۶۴ m_e$ است که با برآورد بالا اختلاف چندانی ندارد.

دو عامل به‌کشف دیر هنگام پیون‌آزاد منجر شدند. نخست، برای یک نوکلئون انرژی‌کافی باید فراهم شود به‌گونه‌ای که‌گسیل‌یک‌پیون از آن انرژی را پایسته کند. بدین ترتیب، حداقل $m_\pi c^2$ انرژی، تقریبا" ۱۴۰MeV، لازم است. برای دادن این مقدار انرژی به یک نوکلئون ساکن در یک برخورد، ذرهٔ فرودی برای پایستگی اندازه حرکت و انرژی باید به مقدار قابل ملاحظه‌ای از $m_\pi c^2$ انرژی جنبشی بیشتری داشته باشد (بخش ۱۲–۹ را ببینید). بنابراین، ذراتی که چند صدMeVانرژی جنبشی دارند برای تولید پیونهای آزاد لازمند و این قبیل ذرات در طبیعت فقط در جریانهای منتشر شدهٔ تابش کیهانی که زمین را بمباردمان می‌کند، پیدا می‌شوند. از این رو کشف پیون اجبارا" تا پیشرفت روشهای کاملا" حساس و دقیق تحقیق برهمکنشهای پرتو کیهانی به تأخیر افتاد. شتاب دهنده‌های پر انرژی جدیدی به کار افتادند؛ آنها انرژیهای ذره‌ای لازم را به دست دادند و فراوانی پیونها که با کمک

آنها ایجاد شدند به‌آسانی مورد مطالعه قرار گرفتند.

دومین دلیل تأخیر بین پیش‌بینی و کشف تجربی پیون ناپایداری آن است؛ عمر متوسط پیون باردار فقط $2/6\times10^{-8}$ s و عمر متوسط پیون خنثی $8/4\times10^{-17}$ s است. درحقیقت، عمر π^0 آن قدر کوتاه است که تا سال ۱۹۵۰ م. وجودش به اثبات نرسید. مدهای واپاشی π^+, π^- و π^0 در بخش ۱۳ـ۶ شرح داده می‌شود.

گر چه نظریهٔ مزون نیروهای هسته‌ای به تشریح کاملی برای خواص هسته‌ای آن چنان که نظریهٔ کوانتمی اتم برای خواص اتمی بدان رسیده است دست نیافته است، ولی تعدادی مشاهدات شگفت دیگری را روشن ساخته است. مثلاً، به وسیلهٔ قیاس با گشتاور مغناطیسی الکترون (بخش ۷ـ۱)، ممکن است انتظار داشته باشیم که گشتاور مغناطیسی پروتون $e\hbar/2m_p$ و گشتاور مغناطیسی نوترون که غیر بار دار است صفر باشد. در واقع، گشتاور مغناطیسی پروتون $2/8\ e\hbar/2m_p$ و از آن نوترون $-1/9\ e\hbar/2m_p$ است. منطقی به نظر می‌رسد که این یافته‌ها را به پیوندهای باردار که دائماً به وسیلهٔ نوکلئونها گسیل و جذب می‌شوند و در نتیجه همیشه در حومه‌های نزدیکشان حضور دارند، نسبت دهیم. همان گونه که مشاهده شده است، چون پیونهایی که توسط پروتون گسیل می‌شوند π^0 و π^+ هستند، گشتاور مغناطیسی پروتون باید از گشتاوری که در غیر این صورت به وجود می‌آید بزرگتر باشد همان گونه که مشاهده شده است، چون پیونهایی که از یک نوترون گسیل می‌شوند π^0 و π^- هستند، گشتاور مغناطیسی نوترون باید از نظر علامت مخالف گشتاور مغناطیسی پروتون باشد، باز همان‌گونه که مشاهده شده است.

مزونهای سنگین‌تر از پیون نیز کشف شده‌اند، جرم بعضی از آنها بیش از هزار برابر جرم الکترون است. سهم این مزونها در نیروهای هسته‌ای بنابر معادلهٔ ۱۱ـ۱۴ نسبت به فواصلی که مشخصهٔ پیونها هستند به فواصل کوتاهتر محدود می‌شود.

چند سال قبل از کار یوکاوا، تعویض ذره‌ای به عنوان ساز و کار یک نوع مختلف برخورد که عهده‌دار نیروهای الکترو مغناطیسی است، پیشنهاد شده بود. در این حالت ذرات فوتونها هستند که بدون جرم می‌باشند و از نظر برد به وسیلهٔ معادلهٔ ۱۱ـ۱۴ محدود نمی‌شوند. لکن، هر چه فاصلهٔ بین دو بار الکتریکی بیشتر باشد به منظور این که اصل عدم قطعیت نقض نشود، انرژیهای فوتونهایی که میان آنها رد و بدل می‌شوند باید کوچکتر باشند (و از این رو اندازه حرکتهای فوتونها کمتر و نیروی منتجه ضعیفتر خواهد بود). به این دلیل نیروهای الکتریکی با افزایش فاصله کاهش می‌یابند. چون فوتونهای مبادله شده در برهمکنشهای بارهای الکتریکی قابل آشکارشدن نیستند، آنها را فوتونهای مجازی[1] می‌نامند؛

1. Virtual Photons

مثل مورد پیونها ، اگر انرژی کافی به نوعی فراهم شود که فوتونها را از قید پایستگی انرژی آزاد کند ، این فوتونها می‌توانند به فوتونهای واقعی تبدیل شوند . این اندیشه که فوتونها حاملین نیروهای الکترو مغناطیسی هستند از جهات بسیاری جالب توجه است ، یک جنبهٔ واضح آن توضیح می‌دهد چرا این قبیل نیروها با تندی نور انتقال می‌یابند و نه آنـا". نظریهٔ کامل آن ، آن گونه که بعدا" گسترش یافت ، الکترودینامیک کوانتمی [1] نامیده می‌شود ونتایج حاصل از آن با داده‌های تجربی در مورد پدیده‌هایی نظیر اثر فتوالکتریک و کامپتون، تولید [2] و نابودی زوج [3] ، تابش ترمزی [4] و گسیل فوتون توسط اتمهای برانگیخته در سازگاری فوق‌العاده دقیق بوده است . متأسفانه جزئیات این نظریه از نظر ریاضی بیش از حد پیچیده است تا بتوان در این جا آنها را مورد بررسی قرار داد .

مسائل

۱ــ چه چیزی اندازهٔ یک‌هستهٔ پایدار را محدود می‌کند ؟

۲ــ نیروهای واندروالس به بردهای خیلی کوتاه محدود می‌شوند و وابستگی عکس مجذوری به فاصله ندارند ، با وجود این هیچ کس پیشنهاد نمی‌کند که تعویض یک ذره شبیه مزون موجب چنین نیروهایی است ، چرا ؟

۳ــ کدام هسته را انتظار دارید پایدارتر باشد ، $^{7}_{3}Li$ یا $^{8}_{3}Li$ ؟ $^{9}_{4}Be$ یا $^{10}_{4}Be$ ؟

۴ــ $^{14}_{8}O$ و $^{19}_{8}O$ هر دو واپاشی بتا را تحمل می‌کنند . انتظار دارید کدام یک پوزیترون و کدام یک الکترون گسیل کند ؟ به چه دلیل ؟

۵ــ بر معمولی ترکیبی است که از ایزوتوپهای $^{10}_{5}B$ و $^{11}_{5}B$ و یک جرم اتمی مرکب ۱۰/۸۲u را دارد ، در بر معمولی چه درصدی از هر ایزوتوپ حضور دارد ؟

۶ــ نشان دهید که چگالی هسته‌ای $^{1}_{1}H$ بیش از 10^{14} برابر بزرگتر از چگالی اتمیش است . (فرض کنید که اتم دارای شعاعی مساوی شعاع اولین مدار بوهر است)

۷ــ براساس مدل لایه‌ای این امکان وجود دارد که نوکلیدی با $Z=110$ و $A=294$ ممکن است بطور استثنایی دیر پا باشد . شعاع هسته‌ای آن را برآورد کنید .

۸ــ یک مدل ساده‌شدهٔ دوترون از یک نوترون و یک پروتون در چاه پتانسیل مربعی به شعاع ۲ fm و عمق ۳۵ MeV تشکیل می‌شود . آیا این مدل با اصل عدم قطعیت سازگار است ؟

۹ــ جرم اتمی $^{4}_{2}He$ ، ۱۶۰/۶۴MeV است . انرژی پیوندی آن و انرژی پیوندی در هر

---

1. Quantum Electrodynamics
2. Pair Production
3. Annihilation
4. Bremsstrahlung

نوکلئون را پیدا کنید .

۱۰ــ انرژی پیوندی $^{20}_{10}Ne$ ، ۱۶۰/۶۴ Mev است جرم اتمی آن را پیدا کنید .

۱۱ــ جرمهای اتمی $^{15}_{7}N$ ، $^{15}_{8}O$ و $^{16}_{8}O$ بترتیب عبارتند از ۱۵/۰۰۰۱ u ، ۱۵/۰۰۳۰ u و ۱۵/۹۹۴۹u . (الف) انرژی پیوندی متوسط هر نوکلئون در $^{16}_{8}O$ را پیدا کنید . (ب) چه مقدار انرژی برای حذف یک پروتون از $^{16}_{8}O$ لازم است ؟ (ج) چه مقدار انرژی برای جذف یک نوترون از $^{16}_{8}O$ لازم است ؟ (د) چرا این اعداد با یکدیگر فرق دارند .

۱۲ــ نشان دهید که انرژی پتانسیل دو پروتون با فاصلهٔ ۱/۷fm دارای بزرگی کافی است تا اختلاف انرژی پیوندی بین $^{3}_{2}He$ و $^{3}_{1}H$ را بیان کند . این نتیجه چگونه به وابستگی نیروهای هسته‌ای به بار الکتریکی مربوط است ؟ جرم اتمی $^{3}_{1}He$ ، ۳/۰۱۶۰۵۰u و جرم اتمی $^{3}_{2}He$ ، ۳/۰۱۶۰۳۰u است

۱۳ــ جرمهای ^{80}Kr ، ^{81}Kr ، ^{82}Kr و ^{83}Kr بترتیب عبارتند از : ۷۹/۹۱۶۳۸۰u ، ۸۰/۹۱۶۶۱۰ u ، ۸۱/۹۱۳۴۸۲u و ۸۲/۹۱۴۱۳۱ u . انرژی لازم برای حذف یک نوترون از ^{81}Kr ، ^{82}Kr و ^{83}Kr را پیدا کنید . چرا عدد به دست آمده برای ^{82}Kr با اعداد دیگر زیاد متفاوت است ؟

۱۴ــ برای محاسبهٔ انرژی پیوندی $^{40}_{20}Ca$ از فرمول انرژی پیوندی نیمه تجربی استفاده کنید . درصد اختلاف بین این مقدار و انرژی پیوندی واقعی چقدر است ؟ جرم اتمی $^{40}_{20}Ca$ ، ۳۹/۹۶۳۷۱ u می‌باشد .

۱۵ــ انرژی کولنی با Z پروتون که به طور یکنواخت در سرتاسر یک هستهٔ کروی به شعاع R توزیع شده باشند از فرمول زیر حاصل می‌شود .

$$E_c = \frac{3}{5}\frac{Z(Z-1)e^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

اعداد جرمی هسته‌های "قرینه"[1] با هم مساوی هستند ولی اختلاف اعداد اتمی آنها ۱ است مثلاً "، $^{15}_{7}N$ و $^{15}_{8}O$. (الف) با فرض این که اختلاف جرمی ΔM بین یک زوج از هسته‌های قرینه کلاً "به‌واسطهٔ اختلاف Δm بین $^{1}_{1}H$ و جرم نوترونی و به واسطهٔ اختلاف بین انرژیهای کولنی هسته‌های قرینه باشد ، برای R فرمولی برحسب ΔM ، Δm و Z استخراج کنید که در آن Z عدد اتمی هستهٔ با تعداد کمتری پروتون است . (ب) از این فرمول برای پیدا کردن شعاعهای هسته‌های قرینهٔ $^{15}_{7}N$ و $^{15}_{8}O$ که اختلاف جرم آنها ۰/۰۰۲۹۶ u است استفاده کنید .

---

1. Mirror Nuclei

۱۶ــ فرمول مسألهٔ ۱۵ برای E_c را به کار ببرید تا در معادلهٔ ۱۱ــ۷، a_3 را محاسبه کنید. اگر این عدد مساوی مقدار ۰/۶۰MeV ذکر شده در بخش ۱۱ــ۶ نباشد، آیا می‌توانید دلیل این تفاوت را توضیح دهید؟

۱۷ــ ایزوبارها [1] نوکلیدهایی هستند با عدد جرمی یکسان A ولی اعداد اتمی متفاوت Z. پایدارترین عضو یک گروه از ایزوبارها آن عضوی است که بیشترین انرژی پیوندی E_b را دارد. با کمک معادلهٔ ۱۱ــ۱۳ پایدارترین ایزوبار با $A=۶۵$ را با این‌شرط که چنانچه E_b بیشینه باشد، $dE_b/dZ = 0$ است، پیدا کنید. نتیجه را با رسم E_b در مقابل Z برای $A=۶۵$ ثابت کنید.

۱۸ــ برطبق مدل گازی فرمی هسته، پروتونها و نوترونهای هسته در جعبه‌ای با ابعاد هسته‌ای وجوددارند و پایین‌ترین حالتهای کوانتمی موجود را به میزانی که توسط اصل انحصار مجاز اعلام شده است پر می‌کنند. چون پروتونها و نوترونها هر دو اسپینهای $\frac{1}{2}$ دارند، فرمیون هستند و از آمار فرمی ــ دیراک تبعیت می‌کنند. (الف) برای انرژی فرمی موجود در یک هسته با این فرض که $A=2Z$ باشد معادله‌ای پیدا کنید. توجه داشته باشید که پروتونها و نوترونها را باید جداگانه بررسی کرد. (ب) انرژی فرمی موجود در چنین هسته‌ای برای $R_0=1/2\text{fm}$ چقدر است؟ (ج) در هسته‌های سنگین‌تر $A > 2Z$ است. این چه تأثیری بر انرژیهای فرمی برای هر نوع ذره خواهد داشت؟

---

1. Isobars

تبدیلهای هسته‌ای

۱۲ـ۱ واپاشی رادیواکتیو
۱۲ـ۲ زمان سنجی تابشی
۱۲ـ۳ سری رادیواکتیو
۱۲ـ۴ واپاشی آلفا
۱۲ـ۵ نظریه واپاشی آلفا
۱۲ـ۶ واپاشی بتا
۱۲ـ۷ واپاشی گاما
۱۲ـ۸ سطح مقطع
۱۲ـ۹ واکنشهای هسته‌ای
۱۲ـ۱۰ شکافت هسته‌ای
۱۲ـ۱۱ رآکتورهای هسته‌ای
۱۲ـ۱۲ انرژی حرارتی هسته‌ای

تبدلیهای هسته‌ای

علی‌رغم توانایی نیروهایی‌که نوکلئونهای‌تشکیل‌دهندهٔ‌هسته‌ها را متحد نگه می‌دارند، این هسته‌ها تغییر ناپذیر نیستند. بسیاری از هسته‌ها ناپایدارند و ترکیباتشان را خودبخود از طریق واپاشی رادیواکتیو تغییر می‌دهند. و تمام هسته‌ها می‌توانند در اثـر واکنشهایی با نوکلئونها یا هسته‌های دیگری که با آنها برخورد می‌کنند، تغییر شکل دهند. در حقیقت، هسته‌های پیچیده در ابتدا از طریق واکنشهای‌هسته‌ای پی‌درپی به وجود آمدند و این عمل احتمالا" در درون ستارگان‌صورت‌می‌گرفت. جنبه‌های‌اصلی‌رادیواکتیویته و واکنشهای‌هسته‌ای در این فصل بررسی می‌شوند.

۱۲ـ۱ واپاشی رادیواکتیو

هیچ پدیدهٔ منفردی در گسترش فیزیک هسته‌ای به اندازهٔ رادیواکتیویتـه نقش مهمی ایفا نکرده است. یک هستهٔ ناپایدار واپاشیده می‌شود تا به آرایش جدیدی برسد که یا خود پایداراست یا به آرایش‌دیگری منجرمی‌شود که پایدار است. شکل ۱۲ـ۱ انواع‌مختلف‌واپاشی رادیواکتیو را نشان می‌دهد.

فعالیت یک نمونه از هر نوکلید رادیواکتیو عبارت است از سرعت واپاشی هسته‌های اتمهای تشکیل دهندهٔ‌آن.اگر Nتعداد هسته‌های موجود در نمونه در یک لحظهٔ معین باشد، فعالیت آن Rاز فرمول زیر حاصل می‌شود،

$$R = -\frac{dN}{dt} \qquad \text{فعالیت} \qquad (۱ـ۱۲)$$

علامت منفـی بدین منـظور به کـار بـرده می‌شود که Rرا یک کمیت مثبت کند چون dN/dt ذاتا" منفی است. واحد فعالیت در دستگاه SI بنام هنری بکورل که در سال ۱۸۹۶ م. رادیواکتیویته را کشف کرد نامیده می‌شود.

۱ بکورل = 1 Bq = ۱ رویداد در هر ثانیه

فعالیتهای‌مواجه‌شده‌درعمل‌معمولا "آن‌قدرزیادندکه MBq (10^6 Bq) و GBq (10^9 Bq)

هسته‌ٔ دختر	رویداد واپاشی	هسته‌ٔ مادر
	گسیل پرتو گاما	واپاشی گاما
	گسیل ذرهٔ آلفا	واپاشی آلفا
	گسیل الکترون توسط نوترون هسته‌ای	واپاشی بتا
	جذب الکترون توسط پروتون هسته‌ای	جذب الکترونی
	گسیل پوزیترون توسط پروتون هسته‌ای	گسیل پوزیترون

($-e$ = بار) الکترون ● ($+e$ = بار) پروتون ●

($+e$ = بار) پوزیترون ○ (۰ = بار) نوترون ○

شکل(۱۲-۱) پنج نوع واپاشی رادیواکتیو

اغلب مناسبترند. واحد سنتی فعالیت کوری[1] است (Ci) که در ابتدا چنین تعریف شد: فعالیت ۱ گرم رادیوم، $^{226}_{88}R$ ، رادیوم توسط پیر و ماری کوری درسال ۱۸۹۸ م. کشف شد. چون با پیشرفت روشهای اندازه‌گیری مقدار دقیق کوری تغییر کرد اکنون بطور قراردادی بصورت ذیل تعریف می‌شود.

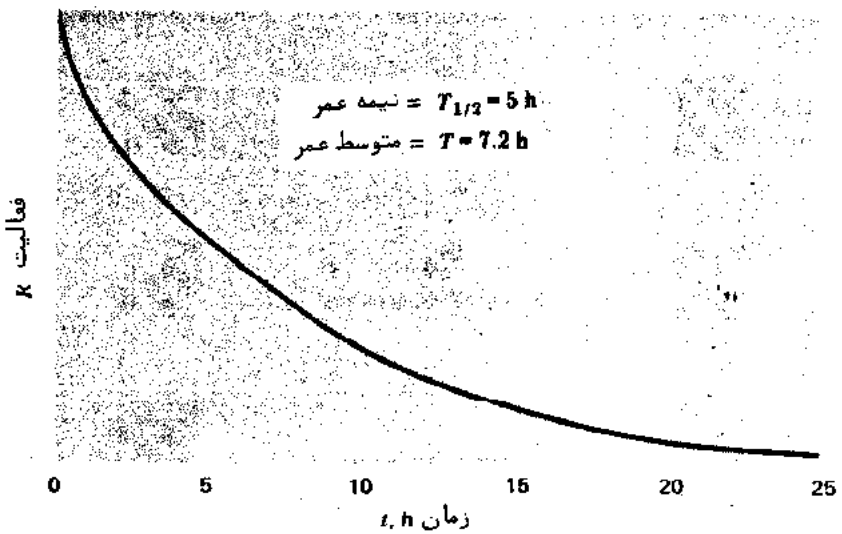
۱ کوری = ۱ Ci = ۳/۷۰ × $۱۰^{۱۰}$ رویداد در هر ثانیه = ۳۷ GBq

1. Curie

فعالیت ۱ گرم رادیوم چند درصد کوچکتر است. یک صفحهٔ ساعت‌شب‌نما ممکن است چندین میکروکوری ($1\ \mu Ci = 10^{-6}\ Ci$) رادیوم داشته باشد؛ پتاسیم معمولی فعالیتی در حدود ۱ میلی کوری ($1\ mCi = 10^{-3}\ Ci$) در هر کیلوگرم دارد که این مقدار ناشی از وجود درصد کوچکی از رادیوایزوتوپ $^{40}_{19}K$ است.

اندازه‌گیریهای تجربی در مورد فعالیتهای نمونه‌های رادیواکتیو نشان می‌دهند که در هرمورد این نمونه‌ها به گونه‌ای نمایی بازمان افت‌می‌کنند. شکل ۱۲ـ۲ نموداری از R برحسب t برای یک رادیوایزوتوپ معمولی است. ما توجه داریم‌که در هر دورهٔ تناوب ۵ ساعته، صرف‌نظر از زمان شروع تناوب، فعالیت به نصف آنچه که در آغاز دورهٔ تناوب بود کاهش می‌یابد. بنابراین، نیمه عمر $T_{\frac{1}{2}}$ ایزوتوپ ۵ ساعت است. هر رادیوایزوتوپ یک نیمه عمر مشخصه دارد، بعضی از آنها نیمه عمرهای یک میلیونیم ثانیه دارند، دیگران نیمه عمرهایی تا بیلیونها سال دارند. وقتی که مشاهدات رسم شده در شکل ۱۲ـ۲ شروع شدند، فعالیت نمونه مقدار R_0 بود. پنج ساعت بعد از آن به $0/5\ R_0$ کاهش یافت. بعد از ۵ ساعت دیگر، R دوباره با سازهٔ ۲ به $0/25\ R_0$ کاهش یافت، یعنی فعالیت نمونه بعد از یک فاصلهٔ $2T_{\frac{1}{2}}$، فقط ۰/۲۵ مقدار اولیه‌اش بود. باگذشت نیمه عمر دیگری به اندازهٔ ۵ ساعت، مطابق با فاصلهٔ زمانی کل $3T$، $R=\frac{1}{2}(0/25R)$ یا $0/125\ R_0$ شد.

رفتار توصیف شده در شکل ۱۲ـ۲ نشان می‌دهد که ما می‌توانیم اطلاعات تجربی خود



شکل (۱۲ـ۲) فعالیت رادیوایزوتوپ بطور نمایی بازمان کاهش می‌یابد.

را دربارهٔ تغییرات زمانی فعالیت بصورت ذیل بیان کنیم .

$$R = R_0 e^{-\lambda t} \qquad (۲-۱۲)$$

که در آن λ ،بنام ثابت واپاشی ، برای هر رادیوایزوتوپ مقدار متفاوتی دارد . رابطهٔ بین ثابت‌واپاشی λ و نیمه‌عمر $T_{\frac{1}{2}}$ را بسادگی می‌توان به دست آورد . پس ازگذشت یک نیمه‌عمر ، یعنی وقتی که $t = T_{\frac{1}{2}}$ ، فعالیت R طبق تعریف به مقدار $\frac{1}{2}R_0$ کاهش می‌یابد . از این رو

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$
$$\tfrac{1}{2}R_0 = R_0 e^{-\lambda T_{1/2}}$$
$$e^{\lambda T_{1/2}} = 2$$

با لگاریتم گرفتن از هر دو طرف این معادله ، معادلهٔ زیر حاصل می‌شود .

$$\lambda T_{1/2} = \ln 2$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} \qquad \text{نیمه عمر} \qquad (۳-۱۲)$$

بنابراین ، ثابت واپاشی رادیوایزوتوپ که نیمه عمرش ۵ ساعت است عبارت است از

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{5\ \text{h} \times 3{,}600\ \text{s/h}} = 3.85 \times 10^{-5}\ \text{s}^{-1}$$

این واقعیت که واپاشی رادیواکتیو از قانون نهایی معادلهٔ ۱۲ـ۲ پیروی می‌کند دلیل محکمی است بر این که این پدیده در اصل یک پدیدهٔ آماری است : در هر هستهٔ موجود در یک نمونه از موادرادیواکتیو یک احتمال مشخص واپاشی وجود دارد ، ولی هیچ راهی وجود ندارد که از قبل بدانیم کدام هسته‌ها مطمئنا " در محدودهٔ زمانی خاصی واپاشیده خواهند شد . اگر نمونه به اندازهٔ کافی بزرگ باشد ــ یعنی ، اگر هسته‌های زیادی وجود داشته باشند ــ کسر واقعی آن که در محدودهٔ زمانی معینی واپاشیده می‌شود به احتمال واپاشی برای هر هستهٔ منفرد خیلی نزدیک خواهد بود . بنابراین ، بیان این مطلب که یک رادیو ایزوتوپ معین یک‌نیمهٔ‌عمر ۵ ساعته دارد بدین‌معنی است که هر هستهٔ این ایزوتوپ ۵۰ درصدشانس واپاشیده شدن در هر دورهٔ زمانی ۵ ساعته را دارد . این بدین معنی نیست که ۱۰۰ درصد احتمال واپاشیده شدن در ۱۰ ساعت وجود دارد ، یک هسته دارای حافظه نیست و احتمال واپاشیش در زمان واحد ثابت است تا وقتی که واقعا " واپاشیده شود . یک نیمهٔ عمر ۵ ساعته مبین ۷۵ درصد احتمال واپاشی در ۱۰ ساعت است که در ۱۵ ساعت تا ۸۷/۵ درصد ، در ۲۰ ساعت

تا ۹۳/۷۵ درصد و غیره افزایش می‌یابد، زیرا در هر فاصلهٔ ۵ ساعته احتمال ۵۰ درصد است.

قانون فعالیت‌تجربی معادلهٔ ۱۲–۲ مستقیما" از فرض یک احتمال ثابت λ در زمان‌واحد برای واپاشی هر یک از هسته‌های یک ایزوتوپ مفروض حاصل می‌شود. چون λ عبارت است از احتمال در زمان واحد، $\lambda\, dt$ احتمالی است که هر هسته در یک فاصلهٔ زمانی dt واپاشیده می‌شود. اگر یک نمونه، N هستهٔ واپاشیده نشده داشته باشد، تعداد dN که در یک زمان dt واپاشیده می‌شود عبارت است از حاصل ضرب تعداد هسته‌ها N و احتمال $\lambda\, dt$ که هر یک در زمان dt واپاشیده خواهند شد. یعنی،

$$dN = -N\lambda\, dt \qquad (۴–۱۲)$$

که علامت‌منفی درآن لازم‌است زیرا با افزایش t، N کاهش‌می‌یابد. معادلهٔ ۱۲–۴ را می‌توان دوباره بصورت ذیل نوشت

$$\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt$$

اکنون از هر دو طرف می‌توان انتگرال گرفت:

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_0^t dt$$

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda t$$

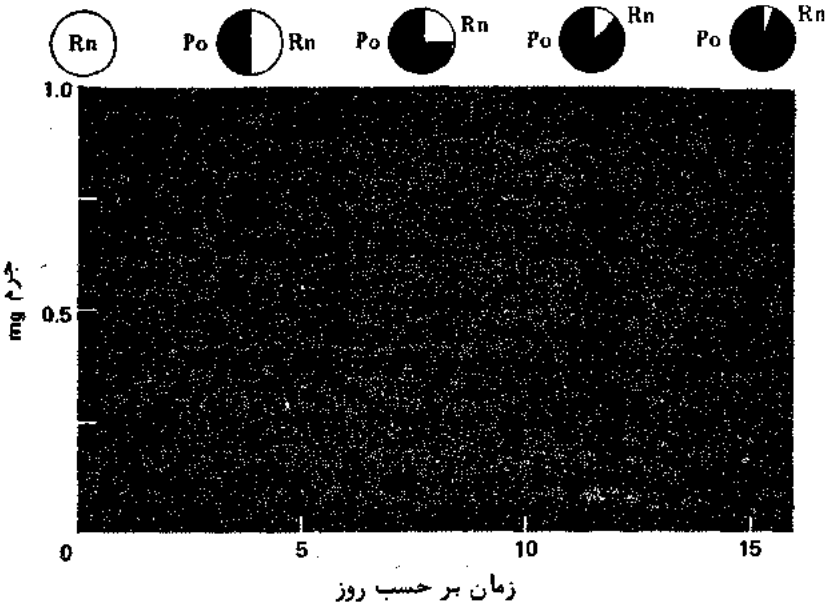
$$N = N_0 e^{-\lambda t} \qquad (۵–۱۲)$$

معادلهٔ ۱۲–۵ فرمولی است که تعداد N هسته‌های واپاشی نشده در زمان t را برحسب‌احتمال واپاشی در زمان واحد λ ایزوتوپ مورد نظر و تعداد N_0 هسته‌های واپاشی نشده در $t=0$ به دست‌می‌دهد. شکل ۱۲–۳، واپاشی آلفای گاز رادون $^{222}_{86}Rn$، را (نیمه عمر گاز رادون ۳۱۸ روز است) به ایزوتوپ پولونیم $^{218}_{84}Po$ نشان می‌دهد. اگر آزمایش را با ۱ mg رادون درظرف در بسته‌ای شروع کنیم، بعد از ۳/۸ روز ۰/۵ mg، بعد از ۷/۶ روز ۰/۲۵ mg و غیره باقی می‌ماند.

مسأله: چه مدت طول می‌کشد تا ۶۰ درصد یک نمونه از رادون واپاشیده شود؟

حل: با توجه به معادلهٔ ۱۲–۵ داریم

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$



شکل (۱۲–۳) واپاشی آلفای $^{222}_{86}Rn$ نسبت به $^{218}_{84}Po$ یک نیمه‌عمر ۳/۸ روزی دارد. جرم اولیهٔ رادون که در این جا واپاشیش رسم شده است 1 Mg بود.

$$-\lambda t = \ln \frac{N}{N_0}$$

$$\lambda t = \ln \frac{N_0}{N}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N}$$

در این‌جا $\lambda = 0/693/T_{\frac{1}{2}} = 0/693/3/8\,d$ روز و $N = (1-0/6)N_0 = 0/4N_0$، به گونه ای که

$$t = \frac{3.8\ d}{0.693} \ln \frac{1}{0.4} = 5.02 \text{ روز}$$

چون فعالیت یک نمونهٔ رادیواکتیو به طریق ذیل تعریف می‌شود

$$R = -\frac{dN}{dt}$$

از معادلهٔ ۱۲–۵ داریم.

$$R = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

این فرمول با قانون فعالیت تجربی سازگار است اگر

$$R_0 = \lambda N_0$$

یا بطور کلی اگر

$$R = \lambda N \qquad (۶-۱۲)$$

مسأله: فعالیت 1mg (10^{-6}kg) رادون را پیدا کنید.

حل: ثابت‌واپاشی رادون عبارت است از

$$\lambda = \frac{0.693}{T_{1/2}} = \frac{0.693}{3.8\ \text{d} \times 86{,}400\ \text{s/d}} = 2.1 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}$$

جرم یک اتم به عدد جرمیش که در واحدهای جرم اتمی بیان شده است خیلی نزدیک‌می‌باشد، بنابراین تعداد N اتمهای‌موجود در ۱ میلی‌گرم ^{222}Rn عبارت است از

$$N = \frac{10^{-6}\ \text{kg}}{222\ \text{u} \times (1.66 \times 10^{-27}\ \text{kg/u})} = 2.7 \times 10^{18}\ \text{اتم}$$

$$R = \lambda N = (2.1 \times 10^{-6}\ \text{s}^{-1}) \times (2.7 \times 10^{18}\ \text{هسته})$$
$$= 5.7 \times 10^{12}\ \text{رویداد در هر ثانیه}$$
$$= 5.7 \times 10^{3}\ \text{GBq} = 153\ \text{Ci}$$

در این حالت "رویدادها" واپاشیهای آلفا هستند.

درک این مسأله که نیمه عمر یک رادیوایزوتوپ همانند عمر متوسطش T نیست حائز اهمیت است. عمرمتوسط یک ایزوتوپ عکس‌احتمال واپاشیش در زمان واحد است:

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} \qquad (۷-۱۲)$$

از این رو

$$\bar{T} = \frac{1}{\lambda} = \frac{T_{1/2}}{0.693} = 1.44 T_{1/2} \qquad \text{عمر متوسط} \qquad (۸-۱۲)$$

$\bar{T}$ تقریبا" ۱/۵ برابر $T_{\frac{1}{2}}$ است. عمر متوسط $^{222}_{86}Rn$ عبارت است از

$$\bar{T} = 1.44 T_{1/2} = 1.44 \times 3.8\ \text{d} = 5.5\ \text{d}$$

سه جنبهٔ رادیواکتیویته از نظر فیزیک کلاسیک. (پیش نسبیتی و پیش کوانتمی) خارق‌العاده است.

۱ــ وقتی که هسته‌ای واپاشی آلفا یا بتارا تحمل می‌کند، عدد اتمیش Z تغییر می‌کند و هستهٔ یک عنصر متفاوت می‌شود. بدین ترتیب، عناصر تغییر ناپذیر نیستند، گرچه یک شیمی‌دان بسختی می‌تواند مکانیسم تبدیل آنها را تشخیص دهد.

۲ــ برخلاف حالت تابش اتمی، انرژی آزاد شده در حین واپاشی رادیواکتیو از درون هسته‌های منفرد بدون تحریک خارجی ناشی می‌شود. این امر چگونه اتفاق می‌افتد؟ تا زمانی که اینشتین هم ارزی جرم و انرژی را مطرح نکرد این معما قابل درک نبود.

۳ــ واپاشی رادیواکتیو یک فرآیند آماری است که تابع قانون شانس می‌باشد. هیچ‌گونه رابطهٔ علت و معلول در واپاشی یک هستهٔ خاص دخالت ندارد، بلکه یک احتمال معین در زمان واحد در آن دخیل است. فیزیک کلاسیک نمی‌تواند چنین رفتاری را توجیه کند، گرچه این رفتار بطور طبیعی در چهارچوب فیزیک کوانتمی جای می‌گیرد.

۱۲ــ۲ زمان سنجی‌تابشی

روشهای مبتنی بر واپاشی رادیواکتیو این امکان را فراهم می‌سازند که عمر بسیاری از سنگواره‌ها و اشیایی که منشاء بیولوژیکی دارند، تعیین‌شود. چون‌واپاشی هر نوکلیدرادیواکتیو خاص صرف نظر از شرایط خارجی با هماهنگی‌ثابتی انجام می‌شود، نسبت بین مقادیر آن نوکلید و مقادیر دختر پایدار این نوکلید در یک نمونه، عمر دختر را نشان می‌دهد. هر چه نسبت نوکلید دختر بزرگتر باشد، نمونه قدیمی‌تر است. حال ببینیم چگونه این روش با ایزوتوپ کربن فعال بتا $^{14}_{6}C$ که اغلب رادیوکربن[1] نامیده می‌شود، به کار می‌رود.

پرتوهای کیهانی، هسته‌های اتمی پر انرژی هستند ــ عمدهٔ "پروتونها ــ که در میان کهکشانها گردش می‌کنند. در هر ثانیه تقریبا "10^{18} پرتو کیهانی به زمین می‌رسند. وقتی که این پرتوها وارد جو می‌شوند با هسته‌های اتمهای موجود در مسیرشان برخورد می‌کنند تا آبشاری از ذرات ثانویه را تولید کنند. در میان این ذرات ثانویه نوترونهای‌هسته‌های هدف فرو پاشیده هستند که می‌توانند توسط هسته‌های $^{14}_{7}N$ جذب شوند تا رادیوکربن موجود در واکنش را تشکیل دهند

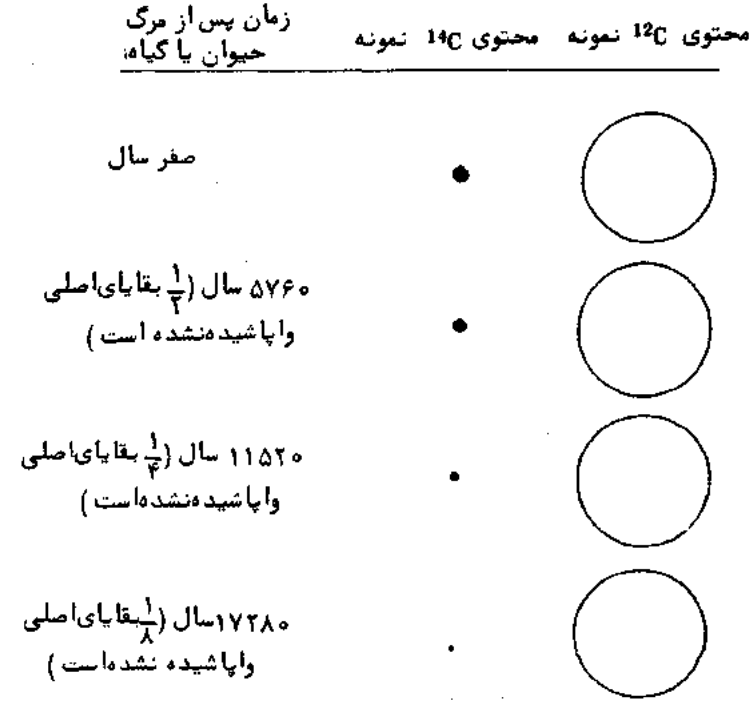
$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H$$

رادیوکربن با نیمه عمری حدود ۵۷۶۰ سال به $^{14}_{7}N$ واپاشیده می‌شود. گرچه ^{14}C روی زمین پیوسته کاهش می‌یابد، ولی بمباردمان پرتو کیهانی دائما" منبع ذخیره را پر می‌کند. شاید در حال حاضر کلا" ۹۰ تن ^{14}C در جهان توزیع شده باشد.

---

1. Radiocarbon

یک اتم ^{14}C ، اندکی پس از تولید در جو به یک مولکول اکسیژن ملحق می‌شود تا به Co_2 رادیواکتیو تبدیل شود . گیاهان سبز برای زنده ماندن دی‌اکسیدکربن را جذب می‌کنند وبنابراین هر گیاهی دارای کربن رادیواکتیوی است که همراه با جذب معمولی دی‌اکسیدکربن آن را جذب‌کرده است . حیوانات‌گیاهان را می‌خورند و بدین‌طریق‌خود رادیواکتیو می‌شوند . مخلوط شدن رادیوکربن خیلی پر بازده است و بنابراین گیاهان و حیوانات زنده همگی‌دارای نسبت‌یکسانی از ^{14}C و کربن‌معمولی ^{12}C هستند . لکن ، پس‌از مرگ ، بقایای موجودات زنده دیگر رادیوکربن‌جذب‌نمی‌کنند و رادیوکربنی‌که در آنها وجود دارد به ^{14}N واپاشیده‌می‌شود ، بنابراین پس‌از ۵۷۶۰ سال این بقایا فقط نصف آن مقدار رادیوکربنی را کـه در زمان حیات داشتند ــ نسبت به محتوی کل کربن آنها ــ دارا هستند ، پس‌از ۱۱۵۲۰ سال‌فقط یک‌چهارم رادیوکربن زمان‌حیات را دارند و غیره ، بنابراین ، با تعیین نسبت‌رادیوکربن‌به کربن‌معمولی محاسبهٔ عمراشیای باستانی و بقایای منشاء ارگانیک امکان پذیراست (شکل ۱۲ــ۴) . این‌روش



شکل(۱۲ــ۴)اصل عمر سنجی رادیوکربن . مقدار رادیوکربن ^{14}C از نمونه‌ای از حیوان یا گیاه مرده دائما" کاهش می‌یابد ، در حالی که مقدار ^{12}C تغییر نمی‌کند . از این رو ،نسبت ^{14}C به ^{12}C زمان سپری شده پس از مرگ موجود زنده را نشان می‌دهد .

یک مرحلهٔ نخستین در فرآیند عمر سنجی یک نمونه از منشاء آلی از طریق محتویات ^{14}C آن نمونه، حرارت دادن نمونه است برای حذف اجزای‌تشکیل‌دهندهٔ فرار آن تا کربن تقریبا" خالصی بر جا می‌گذارد که همان‌طورکه در شکل نشان‌داده می‌شود از لوله‌ای که‌کاهش در آن صورت گرفت برداشته می‌شود. سپس نمونه در یک حمام اسید، خالصتر می‌شود.

زیبا، عمرسنجی اجساد مومیایی شده، وسایل چوبی، پارچه، چرم، زغال چوب آذرگاهها و مصنوعات‌مانده از تمدنهای‌باستان را به قدمت ۵۰۰۰۰ سال، که درحدود ۹ نیمهٔ عمر ^{14}C است میسر می‌سازد.

برای اندازه گرفتن مقدار ^{14}C، کربن موجود در یک نمونه از ارگانیسمی که t سال قبل مرده است معمولا" به گازی نظیر دی‌اکسیدکربن تبدیل می‌شود که سپس این گاز برای پرکردن یک آشکارساز خاص حساس بتا به کار برده می‌شود. اگر فعالیت مقداری کربن انتخاب شده از یک گیاه یا حیوانی که تا کنون زنده بود R_0 باشد و فعالیت همان مقدار از کربن انتخاب شده از نمونه‌ای که باید عمر سنجی شود R باشد، آن‌گاه از معادلهٔ ۱۲ـ۲ داریم.

$$R = R_0 e^{-\lambda t}$$

برای به دست آوردن عمر t به طریق ذیل عمل می‌کنیم

$$\frac{R}{R_0} = e^{-\lambda t}$$

$$e^{\lambda t} = \frac{R_0}{R}$$

$$\lambda t = \ln \frac{R_0}{R}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_0}{R} \qquad (۹-۱۲)$$

عمرسنجی رادیوکربن به حدود ۵۰۰۰۰ سال محدودمی‌شود درحالی که تاریخچهٔ زمین به ۴/۵ بیلیون سال یا چیزی‌در این‌حدود برمی‌گردد . بنابراین ، زمین‌شناسان از نوکلیدهای رادیواکتیو که نیمه‌عمرهای‌طولانی‌تری دارند برای‌سنجش عمرسنگواره‌هایی‌نظیر ^{۴۰}K ، ^{۸۷}Rb ، و ^{۲۳۸}U استفاده می‌کنند (جدول ۱۲–۱) . درهرمورد فرض براین است که تمام نوکلید دختر پایدار موجود در یک نمونهٔ سنگوارهٔ خاص از واپاشی‌نوکلید مادر سرچشمه گرفته است . گرچه ^{۲۳۸}U در یک سری ۱۴ مرحله‌ای به ^{۲۰۶}Pb واپاشیده می‌شود (شکل ۱۲–۷ در بخش بعدی را ملاحظه‌کنید) و نه فقط دریک‌مرحله آن‌گونه که ^{۴۰}K و ^{۸۷}Rb واپاشیده‌می‌شود ،ولی‌نیمه‌عمرهای محصولات بینابین ، در مقایسه بانیمه‌عمر ۴/۵ بیلیون سالی خود ^{۲۳۸}U آن قدر کوتاهند که فقط محتویات ^{۲۳۸}U و ^{۲۰۶}Pb یک نمونهٔ خاص باید بررسی شوند . اگر تعداد اتمهای یک نوکلید مادر در یک نمونه N و تعداد اتمهای هر دو نوکلیدمادر ودختر N_0 باشد، سپس ازاین‌جا معادلهٔ ۱۲–۵ داریم

$$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

$$t = \frac{1}{\lambda} \ln \frac{N_0}{N} \qquad ۱۰-۱۲$$

مفهوم دقیق زمان به ماهیت سنگوارهٔ مورد نظر بستگی دارد؛ مثلاً ، این مفهوم ممکن‌است به زمانی اشاره‌کندکه‌درآن‌زمان مواد معدنی سنگواره متبلور می‌شوند یا به آخرین‌زمانی اشاره کندکه‌درآن‌زمان‌دمای سنگواره به پایین‌تر از یک دمای مشخص می‌رسد . سنگواره‌های ماهیها و سنگهای‌آسمانی و نیز سنگواره‌های‌زمینی به روشهای‌مندرج درجدول ۱۲–۱ عمرسنجی‌شده‌اند .

جدول ۱۲–۱ . روشهای سنجش عمر زمین‌شناسی

روش	نوکلید مادر	نوکلید دختر	نیمهٔ عمر به سال
پتاسیم ــ آرگون	^{۴۰}K	^{۴۰}Ar	$۱/۳ \times ۱۰^{۹}$
روبیدیم ــ استرنسیم [1]	^{۸۷}Rb	^{۸۷}Sr	$۴/۷ \times ۱۰^{۱۰}$
اورانیوم ــ سرب	^{۲۳۸}U	^{۲۰۶}Pb	$۴/۵ \times ۱۰^{۹}$

1. Strontium

۱۲–۳ سری رادیواکتیو

اکثر عناصر رادیواکتیو موجود در طبیعت عضوهای چهار سری رادیواکتیو هستند که هر یک از سریها شامل تعدادی‌از محصولات دختر هستندکه تمام‌آنها نهایتا" از یک نوکلیدمادر به دست آمده‌اند. دلیل این که دقیقا" این چهار سری وجود دارد از این واقعیت ناشی می‌شود که واپاشی آلفا عدد جرمی یک هسته را به اندازهٔ ۴ کاهش می‌دهد. بدین ترتیب، نوکلیدهایی که اعداد جرمی همگی آنها ازرابطهٔ زیر به دست می‌آید

$$A = 4n \qquad ۱۱–۱۲$$

که درآن n یک‌عددصحیح‌است، می‌توانند در یک ترکیب‌کاهش عددجرمی به یکدیگر واپاشیده شوند. گفته می‌شود نوکلیدهای رادیواکتیوی که اعدادجرمی آنها تابع معادلهٔ ۱۲–۱۱ است عضوهای سری $4n$ نامیده می‌شوند. عضوهای سری $4n+1$ اعداد جرمی دارند که به وسیلهٔ فرمول ذیل مشخص می‌شوند.

$$A = 4n + 1 \qquad ۱۲–۱۲$$

وعضوهای سری $4n+2$ و $4n+3$ دارای اعداد جرمی هستند که بترتیب به وسیلهٔ فرمولهای ذیل مشخص می‌گردند.

$$A = 4n + 2 \qquad ۱۳–۱۲$$

$$A = 4n + 3 \qquad ۱۴–۱۲$$

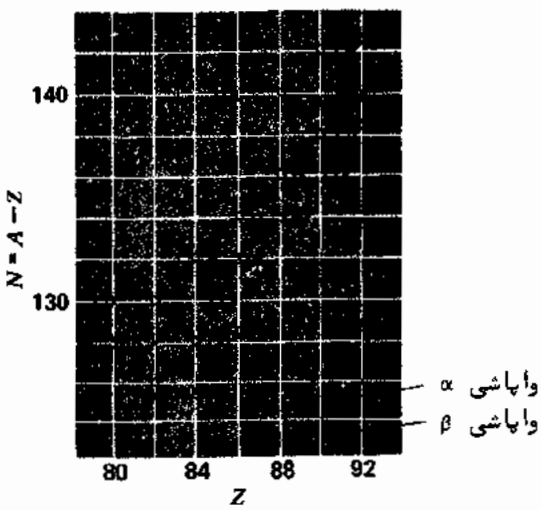
عضوهای هریک از این سریها نیزمی‌توانند دریک‌ترتیب کاهش عددجرمی به یکدیگر واپاشیده شوند.

جدول ۱۲–۲. چهار سری رادیواکتیو

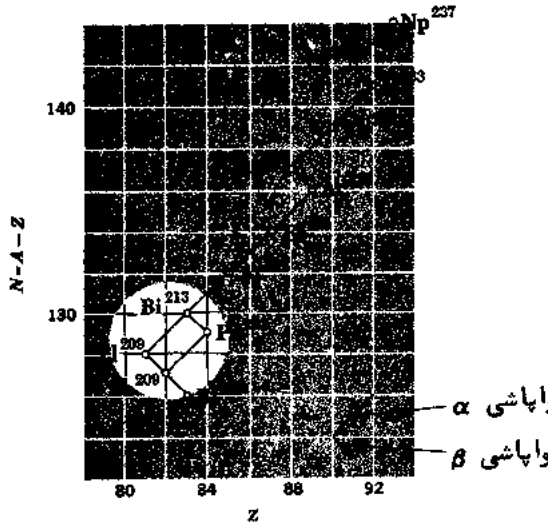
اعداد جرمی	سری	مادر	نیمهٔ عمر به سال	محصول نهایی پایدار
$4n$	توریوم	$^{۲۳۲}_{۹۰}Th$	$۱/۳۹\times۱۰^{۱۰}$	$^{۲۰۸}_{۸۲}Pb$
$4n+1$	نپتونیم	$^{۲۳۷}_{۹۳}Np$	$۲/۲۵\times۱۰^{۶}$	$^{۲۰۹}_{۸۳}Bi$
$4n+2$	اورانیوم	$^{۲۳۸}_{۹۲}U$	$۴/۵۱\times۱۰^{۹}$	$^{۲۰۶}_{۸۲}Pb$
$4n+3$	آکتینیوم	$^{۲۳۵}_{۹۲}U$	$۷/۰۷\times۱۰^{۸}$	$^{۲۰۷}_{۸۲}Pb$

جدول ۱۲ـ۲ فهرستی است از نامهای چهار سری رادیواکتیوفوق ،نوکلیدهای مادرآنها و نیمه‌عمرهای این نوکلیدهای‌مادر و نوکلیدهای‌دختر پایدار که محصولات‌نهایی‌سری‌هستند . نیمهٔ عمر نپتونیم در مقایسه با عمر تخمینی جهان (تقریبا " 10^{10} سال) آن قدر کوتاه‌است که عضوهای این سری امروزه درطبیعت یافت نمی‌شوند . لکن ، آنها را در آزمایشگاه به‌وسیلهٔ بمباردمان نوترونی هسته‌های سنگین دیگر تولید کرده‌اند . در بخش ۱۲ـ۱۱ در این خصوص بطور اختصار بحث شده است . تسلسل واپاشیهای آلفا و بتا که در هر سری از نوکلید مادر به محصول نهایی پایدار منجر می‌شوند در شکلهای ۱۲ـ۵ تا ۱۲ـ۸ نشان داده شده‌اند . بعضی از نوکلیدها ممکن است توسط‌گسیل بتا یا گسیل آلفا واپاشیده شوند ، به گونه‌ای که تسلسل واپاشی از آنها منشعب شود . بدین ترتیب $^{212}_{83}Bi$ ، عضوی از سری توریوم ، ۶۶/۳ درصد شانس واپاشی بتا و تبدیل به $^{212}_{84}Po$ و ۳۳/۷ درصد شانس‌واپاشی آلفا و تبدیل‌به $^{208}_{81}Tl$ را دارد . متعاقب واپاشی بتا یک واپاشی آلفا و متعاقب واپاشی آلفا یک واپاشی بتا صورت می‌گیرد به گونه‌ای که هر دو شاخه به $^{208}_{82}Pb$ منجر می‌شوند .

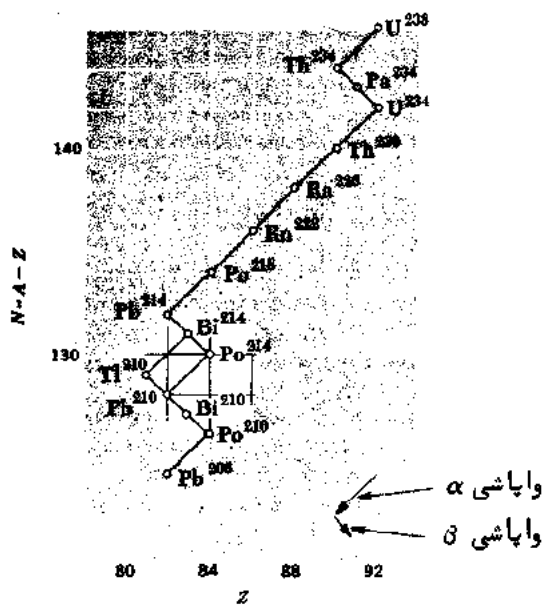
چندین نوکلید رادیواکتیو آلفا که اعداد اتمی‌شان از ۸۲ کمتر است در طبیعت یافت می‌شوند ، گرچه خیلی فراوان نیستند .



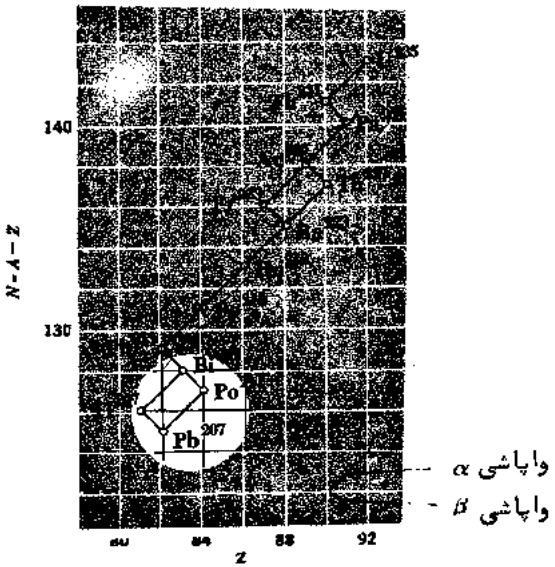
شکل(۱۲ـ۵)سری واپاشی‌توریوم ($A = 4n$) .واپاشی $^{212}_{83}Bi$ ممکن است در اثرگسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود .



شکل (۱۲–۶) سری واپاشی نپتونیم (A =۴ n +۱) . واپاشی $^{۲۱۳}_{۸۳}Bi$ ممکن است در اثر گسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود .



شکل (۱۲–۷) سری واپاشی اورانیوم (A =۴ n +۲) . واپاشی $^{۲۱۴}_{۸۳}Bi$ ممکن‌است در اثر گسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود .



شکل (۱۲–۸) سری واپاشی آکتینیوم (۳+ n ۴ = A) . واپاشیهای $^{227}_{89}Ac$ و $^{211}_{83}Bi$ ممکن است در اثر گسیل آلفا و سپس گسیل بتا یا بالعکس واقع شود .

۱۲–۴ واپاشی آلفا

چون نیروهای جاذبهٔ بین نوکلئونها برد کوتاهی دارند ، انرژی پیوندی کل در یک هسته تقریبا" با عدد جرمیش A ، تعداد نوکلئونهایی را که شامل می‌شود ، متناسب است . لکن ، نیروهای الکتریکی رانشی بین پروتونها برد نامحدودی دارند و انرژی گسیختگی کل در یک هسته تقریبا" با Z^2 متناسب است (معادلهٔ ۱۱–۷) . هسته‌هایی که ۲۱۰ نوکلئون یا بیشتر دارند آن قدر بزرگ هستند که نیروهای هسته‌ای با برد کوتاهی که آنها را متحد نگه‌می‌دارند بزحمت قادرند نیروی رانشی متقابل پروتونهای آنها را موازنه کنند . واپاشی آلفا در چنین هسته‌هایی به عنوان وسیلهٔ افزایش پایداری آنها از طریق کاهش اندازهٔ آنها روی می‌دهد .

چرا ، مثلا" به‌جای پروتونهای منفرد یا هسته‌های $^{3}_{2}He$ تقریبا" همواره ذرات آلفا گسیل می‌شوند ؟ پاسخ آن از انرژی پیوندی زیاد ذرهٔ آلفا حاصل می‌شود . یک ذره برای فرار از یک هسته باید انرژی جنبشی داشته باشد و جرم ذرهٔ آن از جرم نوکلئونهای تشکیل دهنده‌اش آن قدر کوچکتر هست تا یک چنین انرژی دردسترس باشد . برای‌نشان دادن این نکته می‌توانیم با استفاده از جرمهای‌هر ذره و جرمهای هسته‌های مادر و دختر انرژی Q آزاد شده را وقتی که ذرات مختلف توسط یک هستهٔ سنگین گسیل می‌شوند محاسبه کنیم . این مقدار

انرژی از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$Q = (m_i - m_f - m_x)c^2$$

که در آن m_i جرم هستهٔ اولیه، m_f جرم هستهٔ نهایی و m_x جرم ذره است. با توجه به میزان انرژی پی می‌بریم که فقط گسیل یک ذرهٔ آلفا امکان پذیر است؛ سایر مدهای واپاشی نیازمند انرژی از خارج هسته‌اند. بدین‌ترتیب، واپاشی آلفا در $^{232}_{92}U$ با آزاد سازی ۵/۴ MeV همراه است درحالی‌که اگر قرار است پروتونی گسیل شود ۶/۱ MeV و اگر یک هستهٔ $^{3}_{2}He$ گسیل‌شود ۹/۶ MeV باید از خارج تأمین شود. انرژیهای فروپاشی[1] مشاهده شده در واپاشی آلفا با مقادیر پیش‌بینی شدهٔ مشابه بر اساس‌جرمهای هسته‌ای مطابقت دارند.

انرژی‌جنبشی K_α ذرهٔ آلفا گسیل شده هرگز با انرژی فروپاشی Q کاملا" معادل‌نیست، زیرا، چون اندازه‌حرکت باید پایسته‌شود، وقتی که ذرهٔ‌آلفا پدیدار شد، هسته با مقدارکمی انرژی جنبشی پس زده می‌شود. به وسیلهٔ فرمول زیر بسادگی می‌توان نشان‌دادکه، به‌عنوان نتیجه‌ای از پایستگی اندازه حرکت و انرژی، K_α توسط‌فرمول زیر به Q و عدد جرمی A هستهٔ اصلی مربوط می‌شود.

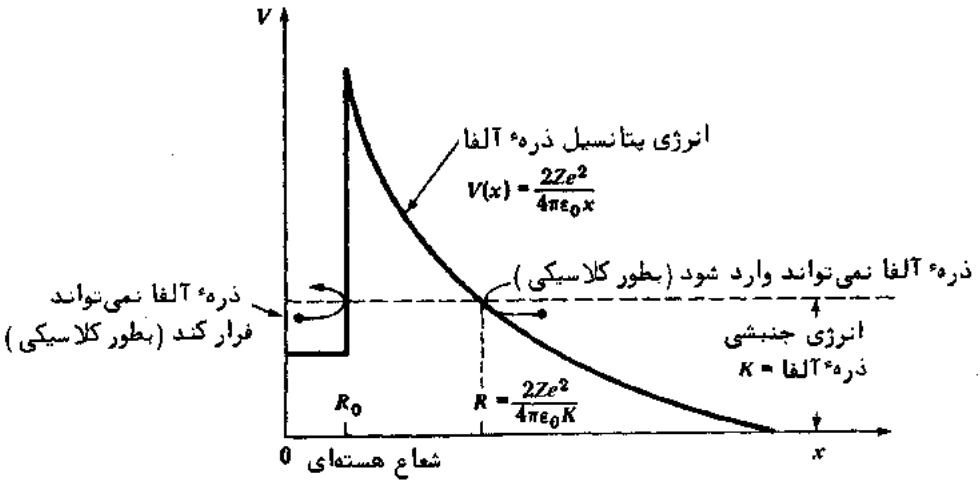
$$K_\alpha \approx \frac{A-4}{A} Q$$

اعداد جرمی تقریبا" تمامی گسیل کننده‌های آلفا از ۲۱۰ بیشترند و بنابراین بیشتر انرژی فروپاشی‌بصورت‌انرژی‌جنبشی ذرهٔ‌آلفا ظاهرمی‌شود. در واپاشی $^{222}_{86}Rn$، $Q = ۵/۵۸۷$ MeV در حالی که $K_\alpha = ۵/۴۸۶$ MeV.

در حالی که یک‌هستهٔ سنگین می‌تواند در اصل خودبخود حجمش‌را در اثر واپاشی‌آلفا کاهش دهد، این سؤال‌باقی می‌ماند که چگونه یک ذرهٔ آلفا واقعا" می‌تواند از هسته فرار کند. شکل ۱۲ـ۹ نموداری است از انرژی پتانسیل V یک ذرهٔ آلفا بصورت‌تابعی ازفاصله‌اش r ازمرکز یک هستهٔ سنگین. ارتفاع سد پتانسیل حدود ۲۵ MeV است که مساویست با کاری که باید در برابر نیروی الکتریکی رانشی انجام شود تا یک ذرهٔ آلفا را از بینهایت به مکانی نزدیک هسته ولی درست خارج از برد نیروهای جاذبه‌اش بیاورد. بنابراین، ذرهٔ آلفا را در چنین‌هسته‌ای می‌توان درون جعبه‌ای درنظر گرفت که برای فائق‌آمدن بردیوارهایش به انرژی ۲۵ MeV نیاز است. لکن، ذرات آلفای واپاشی انرژیهایی دارند که به توکلید ویژهٔ دیگر بستگی دارند و محدودهٔ این انرژیها از ۴ تا ۹ MeV است ـ ۱۶ تا ۲۱ MeV انرژی برای فرار کسر است.

---

1. Disintegration Energies



شکل (۱۲ ــ ۹) انرژی پتانسیل یک‌ذرهٔ‌آلفا بصورت تابعی از فاصله‌اش از مرکز یک هسته.

گرچه واپاشی آلفا بر اساس بحثهای کلاسیکی غیر قابل بیان است ولی مکانیک کوانتمی توضیح روشنی ارائه می‌دهد. درحقیقت، از نظریهٔ واپاشی که در سال ۱۹۲۸م. توسط گاموا[1] و توسط گورنی[2] و کاندون[3] بطورمستقل تکمیل شد، به‌عنوان تأیید برجستهٔ مکانیک کوانتمی استقبال شد. در بخش بعدی پی خواهیم برد که حتی طرح ساده شده‌ای از مسألهٔ فرار یک ذرهٔ آلفا از یک هسته نتایجی منطبق با تجربه در پی دارد.

مفاهیم اساسی این نظریه عبارتند از:

۱ــ یک ذرهٔ آلفا ممکن است بصورت یک نهاد در درون یک هستهٔ سنگین‌وجود داشته باشد.

۲ــ چنین ذره‌ای در حرکت ثابت است و توسط سد پتانسیل فراگیر در هسته نگاه‌داشته می‌شود.

۳ــ احتمالی ضعیف ــ ولی معین ــ وجود دارد که ذره ممکن است در هر بار برخورد با سد (علیرغم ارتفاعش) از آن بگذرد.

---

1. Gamow

2. Gurney

3. Condon فیزیکدان و استاد دانشگاههای امریکا (۱۹۰۲ــ۱۹۵۵)

بدین ترتیب ، احتمال واپاشی در زمان واحد λ را بصورت فرمول زیر می‌توان بیان‌کرد .

$$\lambda = \nu T \qquad ۱۵-۱۲$$

که در آن ν تعداد دفعات درهر ثانیه است که یک‌ذرهٔ آلفا در داخل یک هسته به سدپتانسیل اطراف هسته برخورد می‌کند و T احتمالی است که ذره از میان سد عبور خواهد کرد . اگرفرض کنیم که در هرلحظه فقط یک ذرهٔ آلفا بدین‌گونه در یک‌هسته وجود داردو این‌ذره در امتداد یک قطر هسته‌ای به جلو و عقب حرکت می‌کند

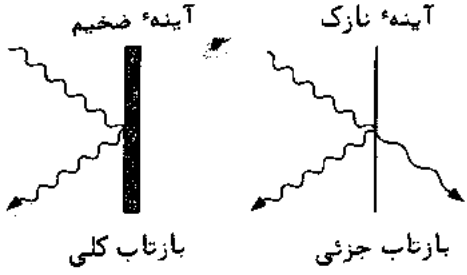
$$\nu = \frac{v}{2R_0} \qquad ۱۶-۱۲$$

که درآن v سرعت ذرهٔ‌آلفاست وقتی که سرانجام هسته را ترک می‌کند و R_0 یک شعاع هسته‌ای است . مقادیر واقعی برای v و R_0 ممکن است بترتیب 2×10^{7} m/s و 10^{-14} m باشند ، به گونه‌ای که

$$\nu \approx 10^{21}\ s^{-1}$$

ذرهٔ آلفا در هر ثانیه 10^{21} بار به دیوار محصور کننده‌اش برخوردمی‌کند و باوجوداین‌ممکن است مجبور شود بطور متوسط 10^{10} سال صبر کند . تا از بعضی هسته‌ها فرار کند!

چون $K > V$ است، احتمال تراگسیل T در فیزیک کلاسیک صفر است . در مکانیک‌کوانتمی یک ذرهٔ آلفای متحرک بصورت موج در نظر گرفته می‌شود و نتیجهٔ حاصل برای T یک مقدار کوچک ولی معین است . تشابه نوری این اثر بخوبی معلوم است . یک موج نوری که‌حتی دریک آینهٔ کامل بازتابیده می‌شود قبل از تغییر جهت با یک دامنهٔ کاهندهٔ نمایی در آینه نفوذ می‌کند (شکل ۱۲-۱۰).



شکل(۱۲-۱۰) یک موج‌فرودی‌حتی به سطح یک صفحهٔ بازتابندهٔ کامل برای یک بازتاب کلی مسافت کوتاهی نفوذ می‌کند واگر صفحه بحد کافی نازک باشد ممکن است از آن عبور کند.

۱۲ـ۵ نظریهٔ واپاشی آلفا

در مبحث اثر تونل در بخش ۵ـ۸ باریکه‌ای از ذرات با انرژی جنبشی K بررسی شد که روی یک سد پتانسیل مستطیلی که ارتفاعش V بزرگتر از K بود فرود می‌آمد. مقدار تقریبی احتمال تراگسیل ــ نسبت بین تعداد ذراتی که از سد عبور می‌کنند و تعداد ذراتی که به آن وارد می‌شوند ــ از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$T = e^{-2k_2L} \qquad \text{احتمال تراگسیل} \qquad (۱۲ــ۷)$$

که در آن

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-K)}}{\hbar}$$

و L عرض سد است. معادلهٔ ۱۲ـ۷ برای یک سد پتانسیل مستطیلی استخراج شد، درحالی‌که یک ذرهٔ آلفای داخل یک هسته باسدی مواجه می‌شود که ارتفاع متغیری دارد، همان‌گونه که در شکل ۱۲ـ۹ مشاهده می‌شود. اکنون کار ماست که معادلهٔ ۱۲ـ۱۷ را با حالت ذرهٔ آلفای هسته‌ای وفق دهیم.

اولین گام دوباره نوشتن معادلهٔ ۱۲ـ۱۷ بشکل زیر است.

$$\ln T = -2k_2L \qquad (۱۲ــ۱۸)$$

و سپس بیان کردن آن بصورت انتگرال

$$\ln T = -2\int_0^L k_2(x)\,dx = -2\int_{R_0}^{R} k_2(x)\,dx \qquad (۱۲ــ۱۹)$$

که درآن R_0 شعاع هسته و R فاصله از مرکز است که دراین فاصله $V=K$ می‌باشد. انرژی جنبشی K از انرژی پتانسیل بیشتر است زیرا $x > R$ می‌باشد، بنابراین اگر ذره بتواند R را پشت سر گذارد بطور دائم از هسته فرار خواهد کرد. انرژی پتانسیل الکتریکی یک ذرهٔ آلفا درفاصلهٔ x از مرکز هسته‌ای با بار Ze (در این جا Ze عبارت است از بار هسته‌ای منهای بار ذرهٔ آلفای $2e$؛ بدین ترتیب Z عدد اتمی هستهٔ دختر است) از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$V(x) = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 x}$$

بنابراین، داریم

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(V-K)}}{\hbar} = \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{1/2}\left(\frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 x} - K\right)^{1/2}$$

چون وقتی که $x=R$ باشد، $V=K$ است،

$$K = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad (۱۲ــ۲۰)$$

و ما می‌توانیم k_2 را بصورت زیر بیان کنیم

$$k_2 = \left(\frac{2mK}{\hbar^2}\right)^{1/2}\left(\frac{R}{x} - 1\right)^{1/2} \qquad (۲۱-۱۲)$$

از این رو

$$\begin{aligned}\ln T &= -2\int_{R_0}^{R} k_2(x)\,dx \\ &= -2\left(\frac{2mK}{\hbar^2}\right)^{1/2}\int_{R_0}^{R}\left(\frac{R}{x} - 1\right)^{1/2} dx \\ &= -2\left(\frac{2mK}{\hbar^2}\right)^{1/2} R\left[\cos^{-1}\left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}\left(1 - \frac{R_0}{R}\right)^{1/2}\right] \qquad (۲۲-۱۲)\end{aligned}$$

چون سد پتانسیل نسبتاً " عریض است ، $R \gg R_0$ و

$$\cos^{-1}\left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2} \approx \frac{\pi}{2} - \left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}$$

$$\left(1 - \frac{R_0}{R}\right)^{1/2} \approx 1$$

با نتیجه‌ای که

$$\ln T = -2\left(\frac{2mK}{\hbar^2}\right)^{1/2} R\left[\frac{\pi}{2} - 2\left(\frac{R_0}{R}\right)^{1/2}\right]$$

از معادلهٔ (۱۲—۲۰)

$$R = \frac{2Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 K}$$

و بنابراین

$$\ln T = \frac{4e}{\hbar}\left(\frac{m}{\pi\varepsilon_0}\right)^{1/2} Z^{1/2}R_0^{1/2} - \frac{e^2}{\hbar\varepsilon_0}\left(\frac{m}{2}\right)^{1/2} ZK^{-1/2} \qquad (۲۳-۱۲)$$

نتیجهٔ محاسبهٔ ثابتهای مختلف در معادلهٔ ۱۲—۲۳ عبارت است از

$$\ln T = 2.97Z^{1/2}R_0^{1/2} - 3.95ZK^{-1/2}$$

که در آن K (انرژی جنبشی ذرهٔ آلفا) بر حسب MeV ، R_0 (شعاع هسته‌ای) بر حسب fm ($1\,fm = 10^{-15}\,m$) بیان می‌شود و Z عدد اتمی هسته منهای عدد اتمی ذرهٔ آلفا است .

از معادله‌های ۱۲—۱۵ و ۱۲—۱۶ ثابت واپاشی λ به وسیلهٔ فرمول زیر به دست می‌آید

$$\lambda = \nu T = \frac{v}{2R_0}\,T$$

با لگاریتم معمولی گرفتن از طرفین و جانشین کردن احتمال تراگسیل T فرمول زیر حاصل

می‌شود :

$$\ln \lambda = \ln\left(\frac{v}{2R_0}\right) + 2.97\ Z^{1/2}R_0^{1/2} - 3.95\ ZK^{-1/2} \qquad \text{واپاشی آلفا} \qquad (۲۴-۱۲)$$

برای بیان کردن معادلهٔ ۱۲–۲۴ بر حسب لگاریتمهای معمولی ، توجه داریم که

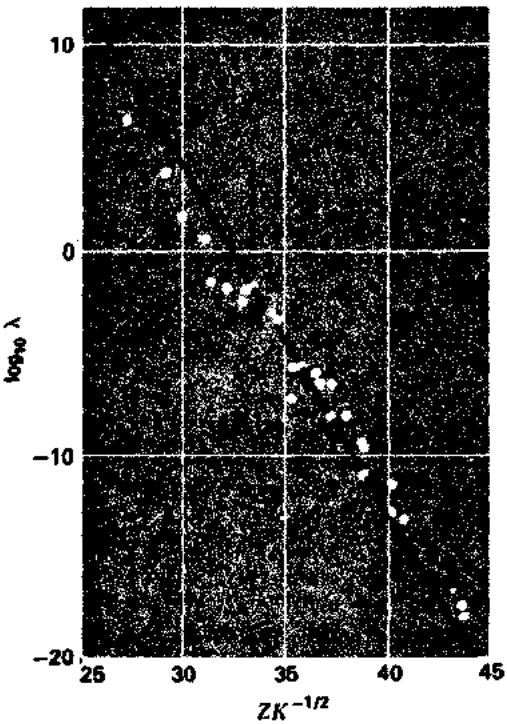
$$\ln A = \frac{\log_{10} A}{\log_{10} e} = \frac{\log_{10} A}{0.4343}$$

و بنابراین

$$\log_{10} \lambda = \log_{10}\left(\frac{v}{2R_0}\right) + 0.4343(2.97Z^{1/2}\ R_0^{1/2} - 3.95ZK^{-1/2})$$

$$= \log_{10}\left(\frac{v}{2R_0}\right) + 1.29Z^{1/2}\ R_0^{1/2} - 1.72ZK^{-1/2} \qquad (۲۵-۱۲)$$

شکل ۱۲–۱۱ نموداری است از $\log_{10}\lambda$ در مقابل $ZK^{-\frac{1}{2}}$ برای تعدادی از نوکلیدهای رادیواکتیوآلفا . با برازش‌داده‌های‌تجربی بصورت یک‌خط‌مستقیم شیب ۱/۷۲–به‌دست می‌آید



شکل (۱۲–۱۱) تأیید تجربی نظریهٔ واپاشی آلفا

که در سرتاسر تمامی حدود ثابتهای واپاشی پیش بینی شده است. برای تعیین R_0 ، شعاع هسته‌ای، می‌توانیم از موقعیت خط استفاده کنیم. نتیجهٔ حاصل دقیقاً" در حدود آن‌چیزی است که از آزمایشهای پراکندگی هسته‌ای به دست می‌آید؛ این نگرش برای تعیین اندازه‌های هسته‌ای وسیلهٔ مستقلی را ارائه می‌دهد.

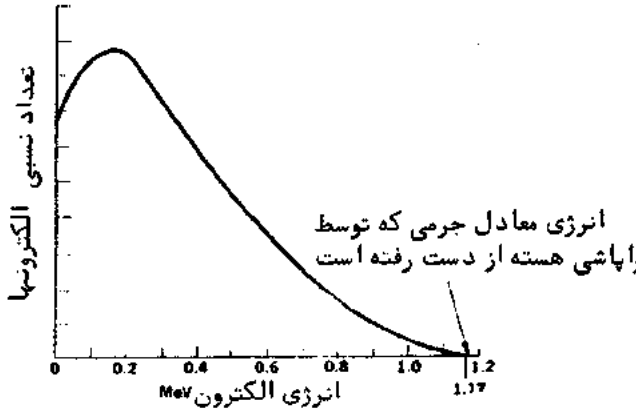
تحلیل‌کوانتم مکانیکی گسیل ذرهٔ آلفا، که در تطابق کامل با داده‌های مشاهده شده است، در دو زمینه قابل توجه است. نخست، تغییر زیادی در نیمه عمر با انرژی فروپاشی را قابل درک می‌سازد. کندترین واپاشی، واپاشی $^{232}_{90}Th$ است‌که‌نیمه عمرش $1/3\times10^{10}$ سال است و سریعترین‌واپاشی، واپاشی $^{212}_{84}pn$ است که نیمه‌عمرش 3×10^{-7} ثانیه می‌باشد. ضمن این که نیمه عمر $^{224}_{90}Th$ ، 10^{24} برابر بزرگتر از نیمه عمر $^{212}_{84}Po$ است، انرژی فروپاشی‌آن (۴/۰۵MeV) فقط حدود نصف انرژی فروپاشی $^{212}_{84}Po$ (۸/۹۵MeV) است ــ رفتاری که به وسیلهٔ معادلهٔ ۱۲ــ۲۵ پیش بینی می‌شود.

دومین‌خصوصیت مهم نظریهٔ واپاشی‌آلفا عبارت‌است از بیان این پدیده بر حسب‌نفوذ یک سد پتانسیل توسط ذره‌ای که برای فائق آمدن بر این سد، انرژی کافی ندارد. در فیزیک کلاسیک چنین نفوذی نمی‌تواند روی‌دهد؛ پرتاب کردن یک گوی به دیوار بزرگ چین، ازنظر کلاسیکی، دارای یک احتمال صفر است که از آن بگذرد. در مکانیک کوانتمی این احتمال بینهایت کوچک است ولی کاملاً" صفر نیست.

۱۲ــ۶ واپاشی بتا

واپاشی بتا، مانند واپاشی آلفا، وسیله‌ای است که به موجب آن یک هسته می‌تواندبرای رسیدن به پایداری بیشتر ترکیبش را تغییر دهد. لکن واپاشی بتا نوع نسبةً" مختلفی از معما را به فیزیکدان نشان می‌دهد. واضحترین مشکل این است که در واپاشی بتا یک هسته یک الکترون‌گسیل‌می‌کند، درحالی که همان‌گونه که در بخش ۱۱ــ۱ دیدیم، می‌توان علیه حضور الکترونها در هسته‌ها بحثی جدی مطرح کرد. چون واپاشی بتا اساساً" تبدیل خود بخود یک نوترون‌هسته‌ای به یک پروتون و یک الکترون است، این مشکل برطرف‌می‌شود اگر ما فقط‌فرض کنیم که الکترون پس از پیدایشش بلافاصله هسته را ترک می‌کند و یک مسألهٔ‌جدی‌تر این‌است که اصول‌سه گانهٔ پایستگی، اصول‌انرژی، اندازه حرکت خطی و اندازه حرکت زاویه‌ای، همگی ظاهراً" در حین واپاشی بتا نقض می‌شوند.

انرژیهای الکترونی مشاهده شده در واپاشی بتای یک نوکلید خاص دائماً" از صفر تا یک مقدار بیشینهٔ K مشخصهٔ نوکلید تغییرمی‌کنند. شکل ۱۲ــ۱۲ طیف انرژی الکترونهای‌گسیل شده در واپاشی‌بتای $^{210}_{83}Bi$ را نشان می‌دهد؛ در این جا K = 1/17 MeV (بیشینه) است.



شکل (۱۲–۱۲) طیف انرژی الکترونها از واپاشی بتای $^{210}_{83}Bi$.

در هر مورد بیشینه انرژی

$$E_{(\text{بیشینه})} = m_0c^2 + K_{(\text{بیشینه})}$$

حمل شده توسط الکترون واپاشی مساوی است با معادل انرژی اختلاف جرمی بین هسته‌های مادر و هسته‌های دختر، لکن، بندرت یک الکترون گسیل شده با یک‌انرژی (بیشینه) K دیده می‌شود.

زمانی گمان می‌رفت که انرژی "گمشده" در حین برخوردهای بین الکترون گسیل شده و الکترونهای‌اتمی‌اطراف هسته از بین می‌رود. آزمایشی‌که اولین بار در سال ۱۹۲۷ م. انجام شد نادرستی این فرضیه را نشان داد. در این آزمایش نمونه‌ای از یک نوکلید رادیواکتیو بتا در یک گرماسنج گذاشته‌می‌شود و پس‌از تعداد معینی واپاشی گرمای‌حاصل اندازه‌گیری‌می‌شود. از تقسیم گرمای حاصل بر تعداد واپاشیها انرژی متوسط در هر واپاشی به دست می‌آید. در مورد $^{210}_{83}Bi$ میانگین‌انرژی‌حاصل ۰/۳۵ MeV به دست‌آمد که به انرژی‌میانگین ۰/۳۹ MeV طیف در شکل ۱۲–۱۲ خیلی نزدیک است ولی در حقیقت از مقدار K (بیشینه) با ۱/۱۷ MeV خیلی دوراست. نتیجه‌این که طیفهای‌پیوسته مشاهده‌شده، توزیعهای‌انرژی واقعی‌الکترونهای گسیل شده توسط هسته‌های رادیواکتیو بتا را نشان می‌دهند.

مشاهده‌شده است که اندازه‌حرکتهای‌خطی و زاویه‌ای نیز در واپاشی‌بتا پایسته نیستند. در واپاشی‌بتای بعضی نوکلیدها، جهتهای‌الکترونهای‌گسیل‌شده و جهتهای هسته‌های پسزنی را می‌توان دید. آنها آن‌گونه که برای پایستگی اندازه حرکت خطی لازمند هرگز دقیقاً "در دو جهت مخالف نیستند. عدم پایستگی اندازه حرکت زاویه‌ای را می‌توان از روی اسپینهای

شناخته‌شدهٔ $\frac{1}{2}$ برای الکترون ، پروتون ونوترون تحقیق‌کرد . واپاشی بتا در تبدیل یک‌نوترون هسته‌ای به یک پروتون دخالت دارد :

$$n \rightarrow p + e^-$$

چون اسپین هر یک از ذرات درگیر $\frac{1}{2}$ است ، اگر قرار است اسپین (و از این رو اندازه حرکت زاویه‌ای) پایسته شود ، این واکنش نمی‌تواند به وقوع بپیوندد .

در سال ۱۹۳۰ م . پاولی اظهار نظر کرد که اگر یک ذرهٔ غیر باردار با جرم سکون کم یا صفر واسپین $\frac{1}{2}$ در واپاشی بتا همراه با الکترون گسیل شود ، احتمالهای انرژی ، اندازه‌حرکت خطی و اندازه حرکت‌زاویه‌ای مطرح شدهٔ فوق برطرف خواهند شد . فرض بر ایـــن بود که این ذره ، که بعدا" نوترینو[1] نامیده شد ، انرژیی معادل اختلاف بین K_{max} یعنی انرژی‌جنبشی الکترون‌و انرژی جنبشی واقعی الکترون را حمل می‌کند (هستهٔ پسزده انرژی جنبشی ناچیزی حمل‌می‌کند) و درچنین صورتی دارای اندازه حرکتی دقیقا "معادل اندازه حرکتهای الکترون و هستهٔ دختر پسزنی است . در نتیجه مشاهده شد که در واپاشی بتا دو نوع نوترینو دست در کارند ، خود نوترینو(نماد ν) و پاد نوترینو (نماد $\bar{\nu}$) . در فصل ۱۳ تمایز بیـــن آنها را بررسی خواهیم کرد . در واپاشی بتای معمولی یک پاد نوترینو است‌که گسیل می‌شود :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu} \qquad \text{واپاشی بتا} \qquad (۲۶-۱۲)$$

فرضیهٔ نوترینو بر حسب اتفاق کاملا" موفق بوده است . انتظار نمی‌رود جرم نوترینو از درصد خیلی کوچکی از جرم الکترون بیشتر باشد زیرا مشاهده می‌شود که T_{max} (بیشینه انرژی‌جنبشی)مساوی(در محدودهٔ خطای آزمایشی) مقداری است که از اختلاف جرم مادر ـ دختر محاسبه شده است . اکنون گمان می‌رودکه‌جرم نوترینو صفر یا حداکثر معادل‌جرمی چند الکترون ولت باشد . دلیلی که نوترینوها تاسنوات اخیر بطور تجربی آشکار نشدند این است که بر همکنش‌آنها با ماده‌فوق‌العاده‌ضعیف‌است . باوجودفقدان بار و جرم ، و الکترومغناطیسی نبودن در طبیعت برخلاف فوتون که الکترومغناطیسی است ، نوترینو می‌تواند بدون اشکال از مقادیر وسیعی از ماده عبور کند . یک نوترینو مجبور است بطور متوسط‌از داخل‌بیش از ۱۰۰ سال نوری آهن جامد قبل از برهمکنش بگذرد ! تنها بر همکنشی که یک نوترینو می‌تواندبا ماده تجربه کند از طریق فرآیندی بنام واپاشی بتای معکوس است که‌آن را بزودی بررسی خواهیم کرد .

الکترونهای مثبت ، معمولا" موسوم به پوزیترونها ، در سال ۱۹۳۲ م . کشف‌شدند و دو سال بعد مشاهده شد که توسط بعضی هسته‌ها خودبخود گسیل می‌شوند . خـــواص پوزیترون با

---

1. Neutrino

خواص‌الکترون یکسان‌است به استثنای این که پوزیترون به‌جای $-e$ بار $+e$ حمل می‌کند. گسیل پوزیترون مشابه تبدیل یک پروتون هسته‌ای به یک نوترون، یک پوزیترون و یک نوترینواست:

$$p \rightarrow n + e^{+} + \nu \qquad \text{گسیل پوزیترون} \qquad (۱۲-۲۷)$$

مادامی که یک نوترون در خارج یک هسته به دلیل این که جرمش از جرم پروتون بیشتر است واپاشی بتای‌منفی به یک پروتون را تحمل‌می‌کند، پروتون سبکتر نمی‌تواند به یک‌نوترون تبدیل شود، مگر در داخل یک هسته. گسیل پوزیترون منجر می‌شود به یک هستهٔ دختر با عدد اتمی کوچکتر Z، ضمن این که عدد جرمی A را بدون تغییر باقی‌می‌گذارد.

پدیدهٔ جذب الکترونی که در بخش ۱۱-۳ ذکر شد با گسیل پوزیترون رابطهٔ نزدیکی دارد. در جذب الکترونی، یک هسته یکی از الکترونهای مدار داخلیش را جذب می‌کند که نتیجهٔ‌حاصل تبدیل یک‌پروتون‌هسته‌ای به یک نوترون و گسیل‌یک نوترینواست. بدین‌ترتیب، واکنش بنیادی در جذب الکترون عبارت است از

$$p + e^{-} \rightarrow n + \nu \qquad \text{جذب الکترون} \qquad (۱۲-۲۸)$$

معمولا" الکترون جذب شده از لایهٔ K می‌آید و وقتی که یکی از الکترونهای مدار خارجی اتم به حالت اشغال نشدهٔ حاصل سقوط می‌کند یک فوتون پرتو ایکس گسیل می‌شود (بخش ۷-۱۲ را ببینید). طول موج فوتون یکی از ویژگیهای عنصر دختر خواهدبود، نه‌ویژگی‌عنصر اولیه، و فرآیند بر این مبنا می‌تواند شناخته شود. جذب الکترون با گسیل پوزیترون قابل رقابت است زیرا هر دو فرآیند به تبدیل هسته‌ای یکسانی منجر می‌شوند. در عناصر سنگین، جذب‌الکترون از گسیل‌پوزیترون، بیشتر روی‌می‌دهد زیرا مدارهای‌الکترونی در چنین‌عناصری شعاعهای کوچکتری دارند. نزدیکی بیشتر الکترونها، بر همکنش آنها را با هسته سریعتر می‌کند. چون تقریبا" تمام هسته‌های ناپایدار موجود در طبیعت، Z بزرگ دارند، گسیل پوزیترون چند دهه پس‌از اثبات گسیل الکترون کشف شد.

واپاشی بتای یک پروتون در داخل هسته از این طرح پیروی می‌کند:

$$p \rightarrow n + e^{+} + \nu$$

چون جذب یک الکترون توسط یک هسته معادل گسیل یک پوزیترون از سوی آن هسته است، واکنش جذب الکترونی اساسا" مانندواکنش بالاست.

$$p + e^{-} \rightarrow n + \nu$$

به همین ترتیب جذب یک پاد نوترینو معادل گسیل یک نوترینو است، بگونه‌ای که واکنش

$$p + \bar{\nu} \rightarrow n + e^{+} \qquad (۱۲-۲۹)$$

نیز روندی فیزیکی مشابه روند فیزیکی واپاشی بتا را طی می‌کند. واکنش دوم، بنام واپاشی بتای معکوس، جالب است زیرا این واکنش روشی را برای اثبات وجود واقعی نوترینوها ارائه

می‌دهد.

یک سلسله‌آزمایشها که درسال ۱۹۵۳ م. آغازشد توسط دانشمندانی چون اف. رینس[1]، سی. ال. کووان[2] و دیگران انجام شد تا شار قابل ملاحظهٔ نوترینوها از واپاشیهای‌بتارا که‌در یک رآکتور هسته‌ای روی می‌دهند، آشکار کنند. یک مخزن آب حاوی ترکیب کادمیم محلول پروتونهایی را که می‌بایست با نوترینوهای‌فرودی بر همکنش داشته باشند، فراهم می‌کرد. در اطراف مخزن آشکارسازهای پرتو گاما نصب شده بودند. بلافاصله پس از این که پروتونی یک نوترینو جذب می‌کرد تا حاصل آن یک پوزیترون و نوترون باشد، پوزیترون به یک الکترون برخورد می‌کرد و هر دو نابود می‌شدند. آشکارسازهای پرتو گاما زوج حاصل از فوتونهای ۰/۵۱ MeV را آشکارمی‌کردند. دراین‌اثنا نوترونی که تازگی تشکیل شده‌بود از میان محلول عبور می‌کرد تا این که، پس از چند میکروثانیه، توسط یک هستهٔ کادمیم جذب می‌شد. سپس هستهٔ کادمیم سنگین‌تر جدید حدود ۸MeV از انرژی برانگیختگی آزاد می‌کرد که میان سه یا چهار فوتون تقسیم می‌شد که این فوتونها چند میکروثانیه پس از فوتونهایی که از نابودی پوزیترون ــ الکترون حاصل می‌شدند توسط آشکارسازها جذب می‌شدند. بنابراین، در اصل ورود توالی فوتونهای فوق به آشکارساز یک‌علامت قطعی است که واکنش معادلهٔ ۱۲ــ۲۹ روی داده است. برای‌اجتناب از هرخطایی، آزمایش با رآکتوری که متناوبا "روشن و خاموش‌می‌شد انجام شد و تغییر مورد انتظار دو بسامد رویدادهای جذب نوترینو مشاهده شد. بدین‌طریق وجود نوترینو تأیید شد.

دو واکنش واپاشی بتای معکوس

$$p + \bar{\nu} \rightarrow n + e^{+}$$
$$n + \nu \rightarrow p + e^{-}$$

احتمالات فوق‌العاده کمی دارند که دلیلی است برای این که چرا نوترینوها قادرند مقادیر وسیعی از ماده را بپیمایند. شار وسیعی از نوترینوها در خورشید و دیگر ستارگان در ضمن واکنشهای هسته‌ای که در داخل آنها روی می‌دهند، تولید می‌شود و این شار ظاهرا" قادر است آزادانه درسرتاسرجهان حرکت‌کند. چند درصد از انرژی آزادشده در چنین‌واکنشهایی توسط نوترینوها حمل می‌شود. یک علامت دقیق شار نوترینوی خورشیدی این است که اندازه‌گیریهای انجام شده در طی یک دورهٔ چند ساله با یک آشکارساز ۶۰۰ تنی‌که‌درمعدنی به عمق ۱/۵ کیلومتری زیرزمین قرار داده شده بود (برای جلوگیری از تداخل با پرتوهای کیهانی) فقط حدود $\frac{1}{3}$ آن تعداد بر همکنشهای نوترینوی پیش‌بینی شده بر اساس یک مدل

1. F. Reines

2. C.L. Cowan

درون خورشیدی معقول را نشان داد. احتمالا" این‌مدل کاملا" اشتباه است؛ شاید خورشید موقتا" در حالتی است که مانع تولید انرژی‌معمولی خود می‌شود؛ احتمال دارد رفتار نوترینو آن گونه که تصور شده بود خوب درک نشده است.

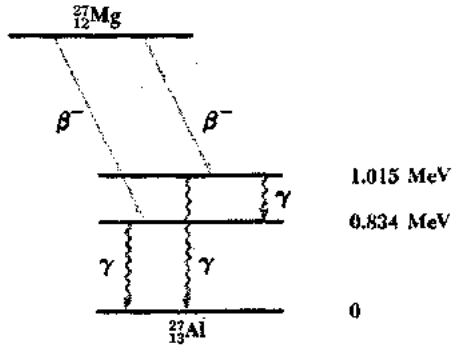
بر همکنش هسته‌ای قوی که برای تشکیل هسته‌ها نوکلئونها را به هم پیوند می‌دهد نمی‌تواند واپاشی‌بتا را بیان‌کند. معلوم می‌شود بر همکنش‌بنیادی دیگری با بردی کوتاه‌علت آن است؛ برهمکنش ضعیف، تا آن جا که به ساختار ماده مربوط می‌شود، به نظر می‌رسدنقش بر همکنش ضعیف به ایجاد واپاشیهای بتا در هسته‌هایی که نسبتهای نوترون به پروتون برای پایداری مناسب نیستند، منحصر شود. این بر همکنش‌بر ذرات بنیادی نیز که جزئی از یک هسته نیستند و می‌توانند منجربه تبدیل خود به ذرات دیگر شوند اثر می‌گذارد (فصل ۱۳). نام "برهمکنش ضعیف" از آن جا به وجودآمد که نیروی برد کوتاه دیگری که بر نوکلئونها اثر می‌گذارد بی‌نهایت قوی است، آن‌چنان که انرژیهای پیوندی زیاد هسته‌ها گواه این امرند. برهمکنش گرانشی از برهمکنش ضعیف در جاهایی که برهمکنش ضعیف محسوس است ضعیفتر می‌باشد.

بدین‌ترتیب چهاربرهمکنش بنیادی کافی‌هستند تا بر ساختار و رفتار کل جهان مادی، از اتمها تا کهکشانهای ستارگان حکومت کنند: گرانشی، الکترومغناطیسی، هسته‌ای قوی‌و هسته‌ای ضعیف. مطالعات نظری اخیر که با آزمایش تأیید شده‌اند نشان می‌دهند که بر همکنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی در واقع جنبه‌های مختلف یک پدیدهٔ اساسی را ارائه می‌دهد و علایمی وجود دارد دال بر آن که شاید ادغام بر همکنشهای قوی و گرانشی نیز به یک طرح واحد منفرد امکان پذیر باشد ــ که این خود پیش‌بینی واقعا" جالبی است.

۱۲ــ۷ واپاشی گاما

یک هسته‌می‌تواند، همانند یک اتم، در حالتهای مقید که انرژی این حالتها از انرژی حالت پایدار بزرگتر است، وجود داشته باشد. یک هستهٔ برانگیخته با یک نشان ستاره بعد از نماد معمولیش نشان داده می‌شود، مثلا" $^{87}_{38}Sr^{*}$. هسته‌های برانگیخته از طریق گسیل فوتونهایی که انرژیهایشان با اختلاف‌انرژی بین حالتهای‌مختلف اولیه و نهایی در گذارهای مربوطه هماهنگی دارند به حالتهای پایدار خود برمی‌گردند. کستره‌ٔ انرژی فوتونهای گسیل شده توسط هسته‌ها به چندین MeV می‌رسد و این فوتونها معمولا" **پرتوهای گاما** نامیده می‌شوند.

مثالی‌ساده از رابطهٔ‌بین ترازهای‌انرژی و طرحهای واپاشی در شکل ۱۲ــ۱۳ نشان‌داده شده است که‌واپاشی‌بتای $^{27}_{12}Mg$ را به $^{27}_{13}Al$ بطورترسیمی نشان می‌دهد. نیمهٔ عمرواپاشی



شکل (۱۲–۱۳) گسیل متوالی بتا و گاما در واپاشی $^{27}_{12}$Mg به $^{27}_{13}$Al .

۹/۵ دقیقه است و ممکن است به هر یک از دو حالت برانگیختهٔ $^{27}_{13}$Al روی دهد . سپس، هستهٔ* $^{27}_{13}$Al حاصل برای رسیدن به حالت پایدار منجر به یک یا دو واپاشی گاما می‌شود .

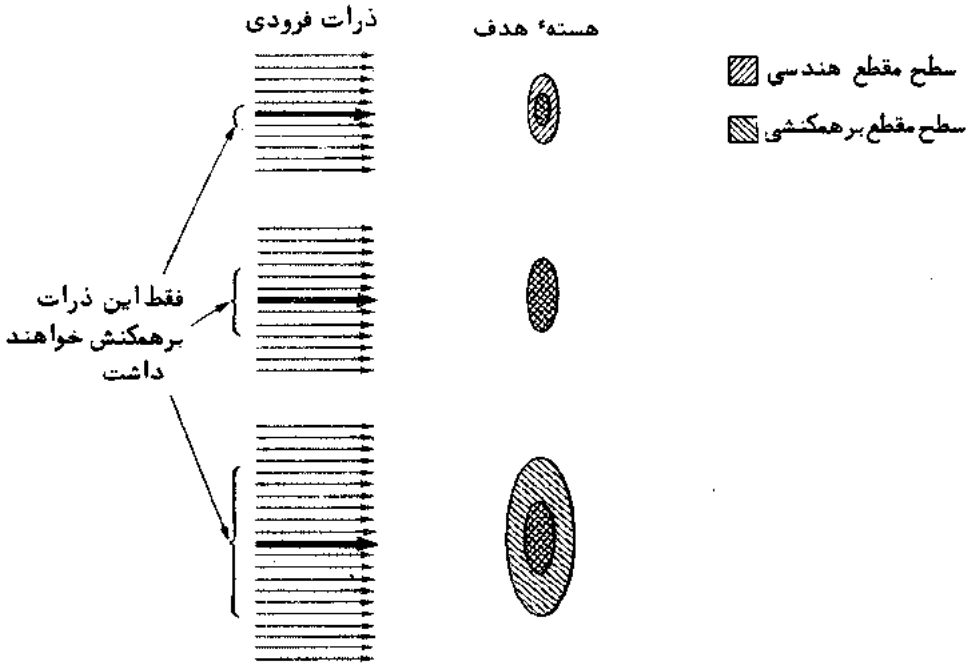
به جای واپاشی گاما ، یک هستهٔ برانگیخته ممکن است در بعضی موارد با دادن انرژی برانگیختگیش به یکی از الکترونهای مداری اطراف هسته به حالت پایدارش برگردد . می‌توانیم این فرآیند را ، که به عنوان تبدیل داخلی شناخته شده است ، نوعی اثر فوتوالکتریک تلقی کنیم که در آن یک فوتون هسته‌ای توسط یک الکترون اتمی جذب می‌شود ، ولی اگر تبدیل داخلی را نشان دهندهٔ یک گذار مستقیم انرژی برانگیختگی از یک هسته به یک الکترون در نظر بگیریم ، روند ما با تجربه هماهنگی بیشتری خواهد داشت . الکترون گسیل شده دارای یک انرژی جنبشی است که برابر است با انرژی برانگیختگی هسته‌ای از دست رفته منهای انرژی پیوندی الکترون در اتم .

اکثر هسته‌های برانگیخته در مقابل واپاشی گاما نیمه عمرهای خیلی کوتاه دارند ، ولی تعدادی از آنها تا چندین ساعت برانگیخته باقی می‌مانند . یک هستهٔ برانگیخته با عمر طولانی ایزومری از همان هسته درحالت پایدارش نامیده می‌شود . هستهٔ برانگیختهٔ* $^{87}_{38}$Sr یک نیمه عمر ۲/۸ ساعتی دارد و بنابراین ایزومری از $^{87}_{38}$Sr است .

۱۲–۸ سطح مقطع

واکنشهای هسته‌ای ، مانند واکنشهای شیمیایی ، هم اطلاعات و هم وسیله‌ای برای به‌کار بردن این اطلاعات به روشی عملی را فراهم می‌کنند . بیشتر آن چه‌که در مورد هسته‌های اتمی شناخته‌شده است از تجربیاتی به دست‌آمده است که در آنها ذرات بمباردمان‌کنندهٔ پرانرژی با هسته‌های هدف ساکن برخورد می‌کنند . یک روش خیلی مناسب برای بیان این احتمال که

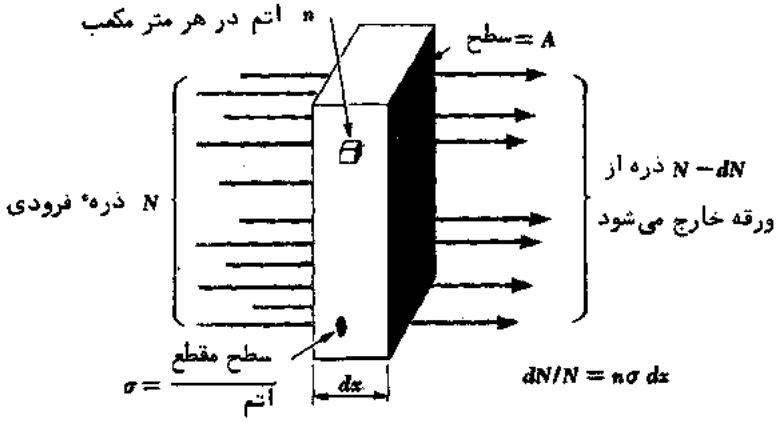
یک ذرهٔ بمباردمان‌کننده به نحوی با یک ذرهٔ هدف برهمکنش خواهد داشت ایدهٔ سطح‌مقطع را که در فصل ۴ در رابطه با تجربهٔ پراکندگی راترفورد عنوان شدبه کار می‌گیرد. کارماتصور این نکته است که هر ذرهٔ هدف منطقه‌ای به نام سطح مقطع، به ذرات فرودی عرضه می‌کند، همان‌گونه که درشکل ۱۲ـ۴ مشاهده می‌شود. هر ذرهٔ فرودی که به این ناحیه هدایت‌می‌شود با ذرهٔ هدف‌برهمکنش دارد. از این رو، هرچه‌سطح مقطع بزرگتر باشد، احتمال یک‌برهمکنش



شکل (۱۲ـ۱۴) یک تفسیر هندسی از مفهوم سطح مقطع. سطح مقطع برهمکنشی‌ممکن است از سطح مقطع هندسی کوچکتر، بزرگتر یا با آن مساوی باشد. سطح‌مقطع یک هسته برای یک برهمکنش‌خاص یک روش‌ریاضی است برای بیان این‌احتمال که برهمکنش زمانی روی‌خواهد داد که یک ذره بر هسته فرود آید؛ نمودار فوق چیزی بیش از یک تجسم سودمندنیست.

بیشتر است. سطح مقطع برهمکنش یک ذرهٔ هدف بنا بر ماهیت فرآیند درگیر و بنابر انرژی ذرهٔ فرودی تغییر می‌کند؛ که ممکن است از سطح مقطع هندسی ذره بزرگتر یا کوچکترباشد.

فرض کنید ورقه‌ای از ماده‌ای که سطحش Aو ضخامتش dx است در اختیار داریم (شکل ۱۲ـ۱۵). اگر این ماده درهرحجم واحد n اتم داشته‌باشد، تعداد کل $nA\,dx$ هسته در ورقه



شکل (۱۲–۱۵) رابطهٔ بین سطح مقطع و شدت باریکه.

وجود دارد، زیرا حجم ورقه A dx است. هر هسته دارای یک سطح مقطع σ برای هر برهمکنش خاص است، بگونه‌ای که سطح مقطع جمعی همهٔ هسته‌های موجود در ورقه $nA\sigma\, dx$ است. اگر N ذرهٔ فرودی در باریکهٔ بمباردمان کننده وجود داشته باشد، بنابراین تعداد dN که با هسته‌های موجود در ورقه برهمکنش دارند به وسیلهٔ رابطهٔ زیر مشخص می‌شود.

$$\frac{\text{ذرات برهمکنشی}}{\text{ذرات فرودی}} = \frac{\text{سطح مقطع جمعی}}{\text{سطح هدف}}$$

$$\frac{dN}{N} = \frac{nA\sigma\, dx}{A}$$

$$= n\sigma\, dx \qquad \text{سطح مقطع} \qquad (۱۲–۳۰)$$

اکنون همان باریکهٔ ذرات فرودی بر ورقه‌ای بضخامت معین x را در نظر می‌گیریم. اگر هر ذره فقط یک بار بتواند برهمکنش داشته باشد، می‌توان این‌گونه تصور کرد که dN ذره در هنگام گذشتن از اولین dx ورقه از باریکه جدا می‌شوند. از این رو ما باید به معادلهٔ ۱۲–۳۰ یک علامت منفی را بیفزائیم.

$$-\frac{dN}{N} = n\sigma\, dx$$

با نشان دادن تعداد اولیهٔ ذرات فرودی با N_0، داریم

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -n\sigma \int_0^x dx$$

$$\ln N - \ln N_0 = -n\sigma x$$

$$N = N_0 e^{-n\sigma x} \qquad (۱۲–۳۱)$$

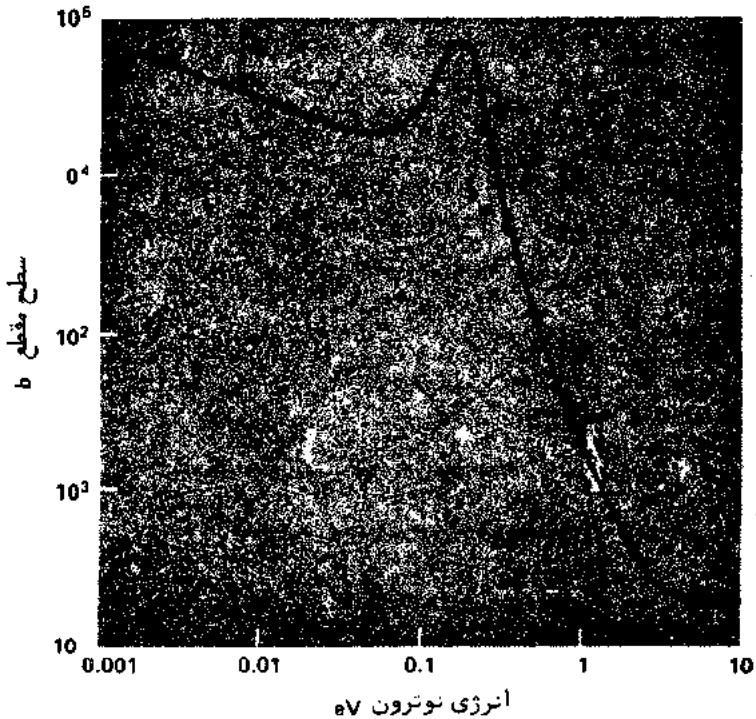
تعداد ذرات باقیمانده N با افزایش ضخامت ورقه x بطور نمایی کاهش می‌یابد.

واحد معمول برای سطوح مقطع هسته‌ای بارن[1] است که در آن

$$1 \text{ بارن} = 1\ \mathrm{b} = 10^{-28}\ \mathrm{m}^2 = 100\ \mathrm{fm}^2$$

گرچه بارن یک واحد SI نیست ولی بسهولت قابل‌استفاده است‌زیرا به همان‌بزرگی سطح‌مقطع هندسی یک هسته می‌باشد. این‌نام از یک سطح مقطع هدف آشناتری، ضلع یک بارن، ناشی می‌شود.

سطوح مقطع برای اکثر واکنشهای‌هسته‌ای به انرژی ذرهٔ فرودی بستگی دارند. شکل ۱۲ـ۱۶ نشان می‌دهد که چگونه سطح مقطع جذب نوترونی $^{113}_{48}Cd$ با انرژی نوترون تغییر می‌کند. این واکنش، که در آن جذب‌یک نوترون گسیل یک ذرهٔ‌گاما را در پی دارد، معمولا "



شکل (۱۲ـ۱۶) سطح‌مقطع برای‌واکنش $^{113}Cd\ (n, \gamma)\ ^{114}Cd$ قویا "با انرژی‌نوترون تغییر می‌کند. در این واکنش یک نوترون جذب و یک پرتو گاماگسیل می‌شود.

1. Barn

بشکل خلاصهٔ زیر بیان می‌شود .

$^{113}Cd(n, \gamma)^{114}Cd$

قلهٔ باریک در انرژی ۰/۱۷۶ eV اثر تشدیدی است که همراه با یک حالت برانگیخته در هستهٔ ^{114}Cd است . گرچه ایزوتوپ ^{113}Cd فقط حاوی ۱۲ درصد کادمیم طبیعی است ، ولی سطوح مقطع جذبی آن برای نوترونهای کند ، آن قدر بزرگ هستند که کادمیم در میله‌های کنترل برای رآکتورهای هسته‌ای بطور وسیعی به کار برده می‌شود .

مسأله: یک نوترون که جذب یک واکنش هسته‌ای نمی‌شود از داخل توده‌ای ماده عبور می‌کند ، درعین‌حال نوترون برخوردهای کشسان زیادی را تحمل می‌کند که طی آن مقداری از انرژی جنبشی آن به هسته‌های موجود در مسیرش منتقل می‌شود . بزودی نوترون به تعادل حرارتی می‌رسد که مبین این است که احتمال یکسانی در به دست آوردن یا از دست دادن انرژی در برخوردهای بیشتر وجود دارد . برطبق معادله‌های ۹–۱۳ و ۹–۱۶ ، دردمای اتاق یک‌چنین نوترون حرارتی دارای انرژی متوسط $\frac{3}{2}kT = 0/04\ eV$ و دارای محتمل‌ترین انرژی $kT = 0/025\ eV$ است ؛ عدد دومی معمولا "بعنوان انرژی چنین نوترونهایی ذکر می‌شود . سطح مقطع ^{113}Cd برای جذب نوترونهای حرارتی 2×10^{4} بارن ، جرم اتمی متوسط کادمیم طبیعی ۱۱۲ u و چگالی آن $8/64\ g/cm^3 = 8/64\times10^3\ kg/m^3$ است . (الف) چه کسری از یک باریکهٔ فرودی نوترونهای حرارتی توسط ورق کادمیمی بضخامت ۰/۱ mm جذب می‌شود ؟ (ب) چه ضخامتی از کادمیم لازم است تا ۹۹ درصد یک باریکهٔ فرودی از نوترونهای حرارتی را جذب کند ؟

حل: (الف) چون ۱۲ درصد ^{113}Cd را کادمیم طبیعی تشکیل می‌دهد ، تعداد اتمهای ^{113}Cd در هر مترمکعب عبارت است از

$$n = 0.12 \times \frac{8.64 \times 10^3\ kg/m^3}{112\ u/atom \times (1.66 \times 10^{-27}\ kg/u)}$$
$$= 5.58 \times 10^{27}\ \text{متر مکعب/اتم}$$

سطح مقطع جذبی عبارت است از $\sigma = 2 \times 10^4\ b = 2 \times 10^{-24}\ m^2$ ، بنابراین

$$n\sigma = (5.58 \times 10^{27}\ m^{-3}) \times (2 \times 10^{-24}\ m^2) = 1.12 \times 10^4\ m^{-1}$$

از معادلهٔ ۱۲–۳۱ داریم $N = N_0 e^{-n\sigma x}$ ، بنابراین کسری از نوترونهای فرودی که جذب می‌شود مساوی است با

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = \frac{N_0 - N_0 e^{-n\sigma x}}{N_0} = 1 - e^{-n\sigma x}$$

چون $x = 0.1\ \text{mm} = 10^{-4}\ \text{m}$

$$\frac{N_0 - N}{N_0} = 1 - e^{(-1.12 \times 10^4\ \text{m}^{-1}) \times (10^{-4}\ \text{m})} = 0.67$$

دو سوم نوترونهای فرودی جذب می‌شوند.

(ب) چون فرض بر این است که ۱ درصد نوترونهای فرودی از ورق‌کادمیم عبور می‌کنند، $N = 0.01N_0$

$$\frac{N}{N_0} = 0.01 = e^{-n\sigma x}$$

$$\ln 0.01 = -n\sigma x$$

$$x = \frac{-\ln 0.01}{n\sigma} = \frac{-\ln 0.01}{1.12 \times 10^4\ \text{m}^{-1}}$$

$$= 4.1 \times 10^{-4}\ \text{m} = 0.41\ \text{mm}$$

ظاهرا" کادمیم یک جذب کنندهٔ خیلی موٴثر نوترونهای حرارتی است.

پویش آزاد متوسط λ یک ذره در یک ماده عبارت است از میانگین فاصله‌ای که ذره قبل از برهمکنش در آن جا می‌تواند در ماده بپیماید. چون $e^{-n\sigma x}dx$ احتمالی است که یک ذره در فاصلهٔ dx در نقطهٔ x برهمکنش کند، با استفاده از همان دلیلی که در بخش ۵ـ۴ به کار بردیم، داریم

پویش آزاد متوسط

$$\lambda = \frac{\int_0^\infty x e^{-n\sigma x}\,dx}{\int_0^\infty e^{-n\sigma x}\,dx} = \frac{1}{n\sigma}$$

مسأله: پویش آزاد متوسط نوترونهای حرارتی در ^{113}Cd را پیدا کنید.

حل: چون در این جا $n\sigma = 1/12 \times 10^4\ \text{m}^{-1}$ است، پویش آزاد متوسط عبارت است از

$$\lambda = \frac{1}{n\sigma} = \frac{1}{1.12 \times 10^4\ \text{m}^{-1}} = 8.93 \times 10^{-5}\ \text{m} = 0.0893\ \text{mm}$$

گرچه نوترونها فقط از طریق نیروهای هسته‌ای بردکوتاه با هسته‌ها برهمکنش دارند، ولی سطوح مقطع واکنش برای نوترونهای کند می‌تواند بطور قابل ملاحظه‌ای از سطوح مقطع هندسی هسته‌های درگیر بزرگتر باشد. مثلا"، سطح مقطع هندسی ^{113}Cd، ۱/۰۶ بارن است ولی سطح

مقطع آن برای جذب نوترونهای حرارتی ۲۰۰۰۰ بارن می‌باشد . اما وقتی که ماهیت موجی یک نوترون متحرک را متذکر شویم وجود چنین اختلافهایی کمتر عجیب به‌نظرمی‌رسد . هرچه نوترونی‌کندترباشد ، طول‌موج دبروی‌آن λ بزرگتر و ناحیه‌ای‌از فضا که از طریق آن بایدنوترون را بصورت گسترده ملاحظه کنیم بزرگتر می‌شود . کمیتی که باید با شعاع هسته‌ای R مقایسه‌شود "طول موج کاهش یافته" $\lambda\!\!\!^{-} = \lambda/2\pi$ به جای خود λ است . برای یک نوترون با انرژی 1MeV ، $\lambda\!\!\!^{-} = 4.6\ f$ است که یک مقدار نوعی برای R است . نوترونهای پر انرژی‌تر از این دارای $\lambda\!\!\!^{-} < R$ هستند و بنابراین وقتی که با هسته‌ها برهمکنش دارند باید مانند ذرات رفتار کنند با سطوح مقطعی تقریبا "به اندازهٔ شکل‌هندسی آنها . از طرف دیگر ، نوترونهای کم انرژی باید دارای رفتار موجی باشند و در سطوح بزرگتری برهمکنش داشته باشند . گرچه‌سطوح‌مقطع دراین‌حالت اخیر که مساوی با $\pi\lambda\!\!\!^{-2}$ باشند (که برای یک نوترون حرارتی بیش از 10^7 بارن است) کمیاب هستند ، ولی سطوح مقطع برای واکنشهای هسته‌ای با نوترونهای کند از πR^2 خیلی تجاوز می‌کند ، آن چنان که تا کنون دیده‌ایم .

۱۲ـ۹ واکنشهای هسته‌ای

بسیاری از واکنشهای‌هسته‌ای درواقع شامل‌دومرحلهٔ مجزا هستند . در نخستین مرحله ، یک ذرهٔ فرودی به یک هستهٔ هدف برخورد می‌کند و هر دو با هم ترکیب می‌شوند تا هستهٔ جدیدی ، بنام هستهٔ‌مرکب ، را تشکیل دهند که اعداد اتمی و جرمیش بترتیب مجموع اعداد اتمی ذرات اصلی و مجموع اعداد جرمی آنها می‌باشند . هستهٔ مرکب هیچ "حافظه‌ای "از چگونگی تشکیل شدنش ندارد ، زیرا نوکلئونهایش بدون در نظر گرفتن منشاء اصلی آنها با هم ترکیب می‌شوند و انرژی آورده شده توسط ذرهٔ فرودی به داخل‌هستهٔ مرکب درمیان همهٔ نوکلئونها تقسیم می‌شود . بنابراین ، یک‌هستهٔ‌مرکب مفروض ممکن‌است به طرق گوناگون‌تشکیل شود . برای روشن ساختن این موضوع ،جدول ۱۲ـ۳ شش واکنش را نشان‌می‌دهد که حاصل‌آن هستهٔ‌مرکب $^{14}_{7}N^*$ است . (علامت ستاره‌حاکی از یک حالت‌برانگیخته است ؛ هسته‌های مرکب بطور ناوردایی به مقادیری که حداقل مساوی انرژیهای پیوندی ذرات فرودی در آنهاست برانگیخته‌می‌شوند .) درحالی‌که $^{13}_{7}N$ و $^{11}_{6}C$ رادیواکتیو بتا با چنان نیمه‌عمرهای کوتاه‌هستند که بررسی جزئیات واکنشهای آنها برای تشکیل $^{14}_{7}N^*$ راغیر ممکن می‌سازند ، شکی نیست که این واکنشها می‌توانند روی دهند .

هسته‌های مرکب طول عمرهایی با مرتبهٔ 10^{-16} ثانیه یا در این حدود دارند و گرچه این کوتاهی‌عمر درحدی است که در واقع از مشاهدهٔ چنین‌هسته‌هایی بطور مستقیم‌جلوگیری می‌کند ، در عین حال این زمان نسبت به 10^{-21} ثانیه یاچیزی در این حدود که برای یک

جدول ۱۲–۳ واکنشهای هسته‌ای که حاصل آنها هسته‌ٔ مرکب $^{14}_{7}N^*$ است. انرژیهای برانگیختگی داده شده، از جرمهای ذرات درگیر محاسبه می‌شوند؛ انرژی جنبشی یک ذرهٔ فرودی به مقداری که بستگی به دینامیک واکنش دارد به انرژی برانگیختگی آن واکنش اضافه خواهد شد.

$$^{13}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{7}N^* \ (10.5\ MeV)$$
$$^{13}_{6}C + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{14}_{7}N^* \ (7.5\ MeV)$$
$$^{12}_{6}C + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{14}_{7}N^* \ (10.3\ MeV)$$
$$^{14}_{6}C + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{14}_{7}N^* \ (22.7\ MeV)$$
$$^{11}_{5}B + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{14}_{7}N^* \ (20.7\ MeV)$$
$$^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He \rightarrow ^{14}_{7}N^* \ (11.6\ MeV)$$

ذرهٔ هسته‌ای با انرژی چندین MeV لازم است تا ازمیان یک هسته بگذرد، طولانی محسوب می‌شود. یک هستهٔ مرکب‌مفروض، بستگی به انرژی برانگیختگی که دارد، ممکن است به یک طریق یا به طرق مختلف واپاشیده شود. بدین ترتیب، $^{14}_{7}N^*$ با یک انرژی برانگیختگی مثلاً ۱۲ MeV می‌تواند از طریق واکنشهای ذیل واپاشیده شود.

$$^{14}_{7}N^* \rightarrow ^{13}_{7}N + ^{1}_{0}n$$
$$^{14}_{7}N^* \rightarrow ^{13}_{6}C + ^{1}_{1}H$$
$$^{14}_{7}N^* \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{2}_{1}H$$
$$^{14}_{7}N^* \rightarrow ^{10}_{5}B + ^{4}_{2}He$$

یا بسادگی، یک پرتوگاما یا پرتوهای‌گامای بیشتری گسیل می‌کند که کل انرژیهایشان ۱۲ MeV است، ولی هستهٔ مرکب نمی‌تواند با گسیل یک تریتون[1] ($^{3}_{1}H$) یا یک ذرهٔ هلیوم ($^{3}_{2}He$) ۳ واپاشیده شود زیرا انرژی کافی برای آزاد کردن آنها را ندارد. معمولاً یک مدواپاشی خاص توسط یک هستهٔ مرکب در یک حالت برانگیختهٔ ویژه ترجیح داده می‌شود.

شکل‌گیری و واپاشی یک هستهٔ‌مرکب توجیه‌جالبی براساس مدل هسته‌ای قطره‌ای‌توصیف شده در فصل ۱۱ دارد. بر حسب این مدل، یک هستهٔ برانگیخته مانند قطره‌ای از مایع داغ است که انرژی پیوندی ذرات گسیل شده مطابق با گرمای تبخیر مولکولهای مایع است. چنین قطره‌ای از مایع سرانجام یک مولکول یامولکولهای بیشتری را تبخیر خواهد کردو بدین طریق سرد خواهد شد. فرآیند تبخیر وقتی روی می‌دهد که اغتشاشات تصادفی در توزیع انرژی در داخل قطره سبب می‌شوند تا یک مولکول خاص برای فرار انرژی کافی داشته باشد. به گونه‌ای مشابه، یک‌هستهٔ‌مرکب درحالت برانگیخته‌اش ایستادگی‌می‌کند تا زمانی که یک نوکلئون‌خاص یا گروه نوکلئونها برحسب اتفاق برای یک‌لحظه، کسری بحد کافی بزرگ از انرژی برانگیختگی

1. Triton

برای ترک هسته داشته باشند. فاصلهٔ زمانی بین شکل‌گیری و واپاشی یک هستهٔ مرکب با این تصویر بخوبی مطابقت دارد.

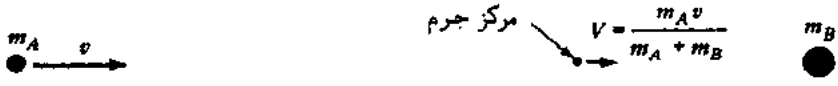
وقتی که یک نوکلئون یا هستهٔ متحرکی به نوکلئون یا هستهٔ ساکن دیگری برخورد می‌کند واکنشی روی می‌دهد که تحلیل آن با به کار بردن یک دستگاه مختصه که با مرکز جرم ذرات برخوردکننده درحرکت است به مقدار زیادی ساده می‌شود. برای ناظری که در مرکز جرم قرار دارد، ذرات دارای اندازه‌حرکتهای مساوی و درخلاف جهت یکدیگر هستند (شکل ۱۲–۱۷). از این رو اگر ذره‌ای به جرم m_A و تندی v بر ذرهٔ ساکنی به‌جرم m_B، آن چنان که توسط ناظری در آزمایشگاه مشاهده می‌شود، فرود آید، تندی V مرکز جرم با شرط ذیل تعریف می‌شود

$$m_A(v - V) = m_B V$$

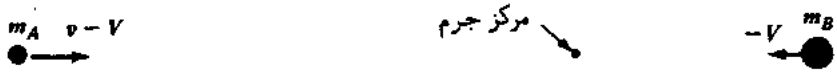
$$V = \left(\frac{m_A}{m_A + m_B}\right) v \qquad (۱۲–۳۲)$$

در اکثر واکنشهای هسته‌ای $v \ll c$ است و بنابراین تعبیر غیر نسبیتی کافی است.

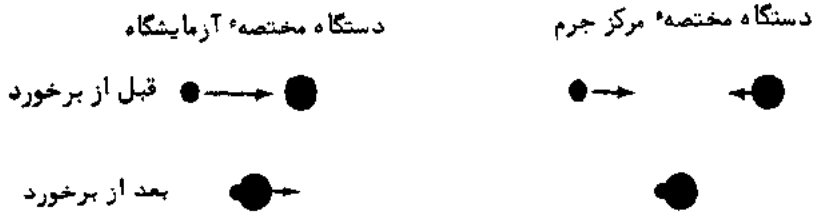
(الف) حرکت در دستگاه مختصهٔ آزمایشگاه قبل از برخورد



(ب) حرکت در دستگاه مختصهٔ مرکز جرم قبل از برخورد



(ج) یک برخورد کاملا "غیرکشسان آن‌گونه که در دستگاههای مختصهٔ آزمایشگاه و مرکز جرم مشاهده می‌شود.



شکل (۱۲–۱۷) دستگاههای مختصهٔ آزمایشگاه و مرکز جرم.

در دستگاه آزمایشگاهی انرژی جنبشی کل فقط انرژی جنبشی ذرهٔ فرودی است.

$$K_{lab} = \frac{1}{2} m_A v^2 \qquad (۳۳-۱۲)$$

در دستگاه مرکزجرم، هر دو ذره در حرکتند و در انرژی جنبشی کل سهیمند:

$$K_{cm} = \frac{1}{2} m_A (v - V)^2 + \frac{1}{2} m_B V^2 = \frac{1}{2} m_A v^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2$$
$$= K_{lab} - \frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2 \qquad (۳۴-۱۲)$$

$$= \left(\frac{m_A}{m_A + m_B}\right) K_{lab}$$ انرژی جنبشی در دستگاه مرکز جرم (Cm)

انرژی‌جنبشی کل ذرات نسبت به مرکزجرم عبارت است از انرژی جنبشی کل آنها در دستگاه آزمایشگاهی منهای انرژی جنبشی $\frac{1}{2}(m_A + m_B)V^2$ مرکز جرم متحرک. بدین ترتیب ما می‌توانیم K_{cm} را انرژی جنبشی حرکت نسبی ذرات تلقی کنیم. وقتی‌که ذرات به هم برخورد می‌کنند، مقدار بیشینه انرژی جنبشی که می‌تواند به انرژی برانگیختگی هستهٔ مرکب منتجه تبدیل شود، ضمن این که اندازه حرکت را پایسته نگه دارد، K_{cm} است که همیشه از K_{lab} کمتر است.

مقدار Q واکنش هسته‌ای

$$A + B \rightarrow C + D$$

بصورت اختلاف بین انرژیهای سکون A و B و انرژیهای سکون C و D تعریف می‌شود:

$$Q = [(m_A + m_B) - (m_C + m_D)]c^2$$
$$= (m_A + m_B - m_C - m_D)\, c^2 \qquad \text{مقدار Q واکنش هسته‌ای} \qquad (۳۵-۱۲)$$

اگر Q کمیتی مثبت باشد، انرژی به وسیلهٔ واکنش آزاد می‌شود. اگر Q کمیتی منفی باشد، انرژی جنبشی کافی K_{cm} در دستگاه مرکز جرم باید توسط ذرات واکنش پذیر فراهم شود بگونه‌ای‌که

$$K_{cm} + Q \geq 0$$

مسأله: کمینهٔ انرژی جنبشی در دستگاه آزمایشگاهی را که یک ذرهٔ آلفا لازم دارد تا سبب واکنش $^{14}N(\alpha, p)^{17}O$ شود پیدا کنید. جرمهای ^{14}N، ^{4}He، ^{1}H و ^{17}O بترتیب عبارتنداز ۱۴/۰۰۳۰۷ u، ۴/۰۰۲۶۰u، ۱/۰۰۷۸۳u و ۱۶/۹۹۹۱۳u.

حل: از آن جا که جرمها در واحدهای جرم اتمی داده شده‌اند. آسانترین راه، پیدا کردن اختلاف جرم بین ذرات برخورد کننده و ذرات حاصل از این برخورد در واحدهای یکسان است و سپس ضرب کردن آنها در ۹۳۱/۴۸ MeV / u. بدین ترتیب داریم

$$Q = (14.00307 + 4.00260 - 1.00783 - 16.99913)\ \mathrm{u} \times 931.48\ \mathrm{MeV/u} = -1.20\ \mathrm{MeV}$$

بنابراین ، کمینهٔ انرژی جنبشی K_{cm} در دستگاه مرکزجرم باید ۱/۲۰ MeV باشد تا واکنش روی دهد . از معادلهٔ ۱۲–۳۴ با در نظر گرفتن ذرهٔ آلفا بصورت A داریم

$$K_{lab} = \left(\frac{m_A + m_B}{m_B}\right) K_{cm} = \left(\frac{4.00260 + 14.00307}{14.00307}\right) \times 1.20\ \mathrm{MeV} = 1.54\ \mathrm{MeV}$$

سطح‌مقطع برای این واکنش موضوع دیگری‌است . چون هر دو ذرهٔ آلفا وهسته‌های ^{14}N بار مثبت دارند و بطورالکتریکی رانشی هستند ، هرچه K_{cm} بیشتر بالای آستانهٔ ۱/۲۰ MeV باشد ، سطح مقطع بزرگتر و احتمال روی دادن واکنش‌بیشتر خواهد بود .

اطلاعات دربارهٔ حالتهای برانگیختهٔ هسته‌ها را می‌توان از واکنشهای هسته‌ای و نیز از واپاشی رادیواکتیو به دست آورد . حضور یک حالت برانگیخته ممکن است بشکل یک قله‌در منحنی سطح مقطع بر حسب انرژی یک واکنش خاص آشکار شود ، همان گونه که در واکنش گیراندازی‌نوترون‌شکل ۱۲–۱۶ آشکارشده است . چنین قله‌ای درمقایسه باتشدیدهای‌اکوستیکی و تشدیدهای‌مدار ac یک "تشدید" نامیده می‌شود . یک هستهٔ‌مرکب‌وقتی که انرژی‌برانگیختگی فراهم‌شده دقیقا "با یکی از ترازهای انرژیش سازگار باشد ، احتمال بیشتری برای تشکیل‌شدن دارد در مقایسه با موقعی که انرژی برانگیختگی مقدار دیگری باشد .

واکنش‌شکل ۱۲–۱۶ در ۰/۱۷۶ eV تشدیدی‌داردکه‌عرضش (درنصف‌بیشینه) $\Gamma = 115$ eV است . این تشدیدمطابق با یک حالت برانگیخته در ^{114}Cd است که با گسیل یک پرتو گاما واپاشیده می‌شود . عمر متوسط τ یک حالت برانگیخته به وسیلهٔ فرمول ذیل به عرض ترازش Γ مربوط می‌شود .

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \qquad \text{عمر متوسط حالت برانگیخته} \qquad (۱۲–۳۶)$$

این نتیجه با اصل عدم قطعیت بصورت $\Delta E\,\Delta t \geq \hbar/2$ مطابقت دارد ، در صورتی که ما Γ را با خطای ΔE در انرژی برانگیختگی حالت و τ را با خطای Δt در زمانی که‌حالت‌واپاشیده‌خواهد شد ، مربوط سازیم . در مورد واکنش بالا ، عرض تراز ۰/۱۱۵ eV مبین عمرمتوسطی برای‌هستهٔ

مرکب بقرار ذیل است .

$$\tau = \frac{1.054 \times 10^{-34}\ J \cdot s}{0.115\ eV \times (1.60 \times 10^{-19}\ J/eV)} = 5.73 \times 10^{-15}\ s$$

۱۲–۱۰ شکافت هسته‌ای

نوع دیگری از پدیدهٔ واکنش هسته‌ای که می‌تواند با کمک مدل قطره‌ای تجزیه و تحلیل شود ، شکافت است که در آن یک هستهٔ سنگین ($A > ۲۰۰$) به دو هستهٔ سبکتر تقسیم می‌شود . وقتی که یک‌قطره مایع به گونه‌ای مناسب برانگیخته‌می‌شود ، ممکن است به طرق گوناگون‌نوسان کند . در شکل ۱۲–۱۸ ، یک قطرهٔ ساده نشان داده شده است . قطره‌پیاپی به یک کرهٔ‌کشیده کره ، کرهٔ پخت ، کره ، دوباره به یک کرهٔ‌کشیده و غیره تبدیل می‌شود . نیروی بازگردانندهٔ کشش سطحی قطره همیشه آن را بشکل کروی برمی‌گرداند ولی اینرسی مولکولهای مایع درحال حرکت سبب می‌شود تا قطره از کرویت خارج شود و به نقطهٔ مقابل که نهایت‌واپیچشی است ، برود .

شکل (۱۲–۱۸) نوسانهای یک قطره مایع .

در حالی که می‌توان تصورکرد که هسته‌ها کشش‌سطحی به نمایش می‌گذارند و بنابر این می‌توانند مانندیک قطرهٔ‌مایع وقتی‌که دریک‌حالت برانگیخته باشند نوسان کنند ، این‌هسته‌ها تحت تأثیر نیروهایی شکننده نیز قرار دارند که از نیروی رانشی الکترواستاتیکی متقابل پروتونهایشان ناشی می‌شوند .وقتی که هسته‌ای از یک شکل کروی واپیچیده می‌شود ، نیروی بازگردانندهٔ کوتاه‌برد کشش‌سطحی باید با نیروی‌رانشی درازبرد ونیزبا اینرسی‌مادهٔ‌هسته‌ای برابری کند . اگر میزان واپیچشی کم باشد ، کشش سطحی برای انجام هر دو کار کافی است و هسته به جلو و عقب نوسان می‌کند تا این که سرانجام انرژی برانگیختگی‌اش را دراثر واپاشی گاما از دست می‌دهد . لکن ، اگر میزان‌واپیچش بحد کافی زیاد باشد ، کشش سطحی برای برگرداندن گروههای جدا شدهٔ گسترده‌ٔ پروتونها اکنون کافی نیست و هسته به دو قسمت تقسیم می‌شود . این تصویر شکافت در شکل ۱۲–۱۹ ترسیم شده است .

شکل (۱۲–۱۹) شکافت هسته‌ای مطابق مدل قطره‌ای.

هسته‌های جدیدی که از شکافت ناشی می‌شوند، پاره‌های شکافت[1] نامیده می‌شوند. معمولا" پاره‌های شکافت، اندازهٔ یکسانی ندارند (شکل ۱۲–۲۰) و چون هسته‌های سنگین‌از هسته‌های‌سبک نسبت‌نوترون به پروتون بزرگتری‌دارند، این پاره‌های‌شکافت‌دارای نوترونهای اضافی‌اند. برای کاهش این افزونی، دو یا سه نوترون بمحض تشکیل شدن پاره‌ها توسط پاره‌ها گسیل می‌شوند و واپاشیهای بتای بعدی نسبتهای نوترون به پروتون آنها را به مقادیر پایدار می‌رساند. یک واکنش شکافت نوعی عبارت است از

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{236}_{92}U^{*} \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + ^{1}_{0}n + ^{1}_{0}n$$

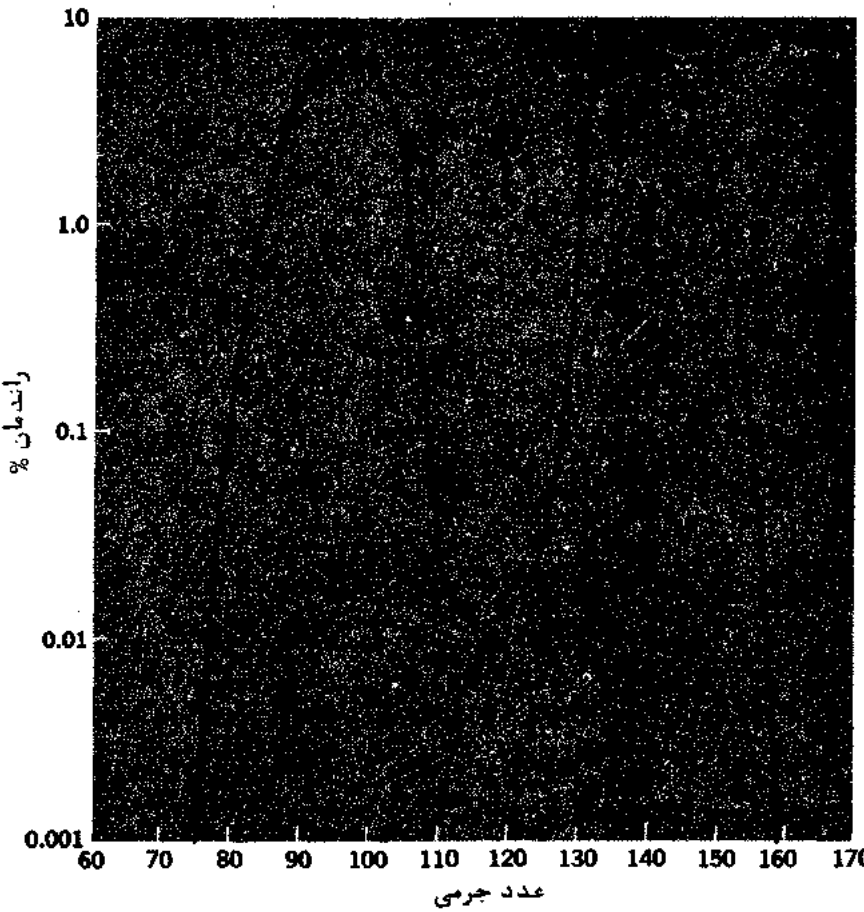
که در شکل ۱۲–۲۱ روشن شده است.

یک هستهٔ سنگین وقتی شکافت‌برمی‌دارد که انرژی برانگیختگی‌کافی (۵ MeV یا چیزی در این حدود) برای نوسان شدید به دست می‌آورد. تعدادی از هسته‌ها، بخصوص $^{235}_{92}U$، صرفا" با جذب یک‌نوترون‌اضافی بحدکافی برانگیخته می‌شوند تا به دو قسمت تقسیم می‌شوند. سایر هسته‌ها، بخصوص $^{238}_{92}U$ (که ۹۹/۳ درصد آن را اورانیوم طبیعی و باقیماندهٔ آن را $^{235}_{92}U$ تشکیل می‌دهد)، به انرژی برانگیختگی بیشتری از انرژی پیوندی آزاد شده وقتی که نوترون دیگری جذب می‌شود، برای شکافت نیاز دارند و این هسته‌ها فقط‌از طریق واکنش‌با نوترونهای سریع که انرژیهای جنبشی آنها‌تقریبا" از ۱MeV تجاوز می‌کند شکافت را ایجاد می‌کنند. شکافت می‌تواند پس‌از برانگیختگی علاوه بر گیراندازی نوترون‌به روش دیگری روی دهد، مثلا" با پرتوگاما یا بمباردمان پروتونی. بعضی نوکلیدها آن قدر ناپایدارند که‌قابلیت شکافت خودبخود دارند، ولی احتمال بیشتری وجود دارد که قبل از آن‌که‌این عمل روی‌دهد واپاشی آلفا ایجاد شود.

برجسته‌ترین‌جلوهٔ شکافت‌هسته‌ای، بزرگی انرژی‌حاصل از آن است. این انرژی‌بسهولت محاسبه‌می‌شود. نوکلیدهای قابل‌شکافت سنگین، که اعداد جرمی‌شان بین ۲۳۰ و ۲۴۰ است، انرژیهای پیوندی تقریبا" ۷/۶ MeV در هر نوکلئون دارند در حالی که پاره‌های شکافت، که اعدادجرمی آنها‌خیلی‌کوچکتر است، انرژیهای‌پیوندی آنها تقریبا" ۸/۵ MeV درهرنوکلئون است. از این رو، در حین شکافت از هرنوکلئون ۰/۹ MeV انرژی آزاد می‌شود ــ بیش از

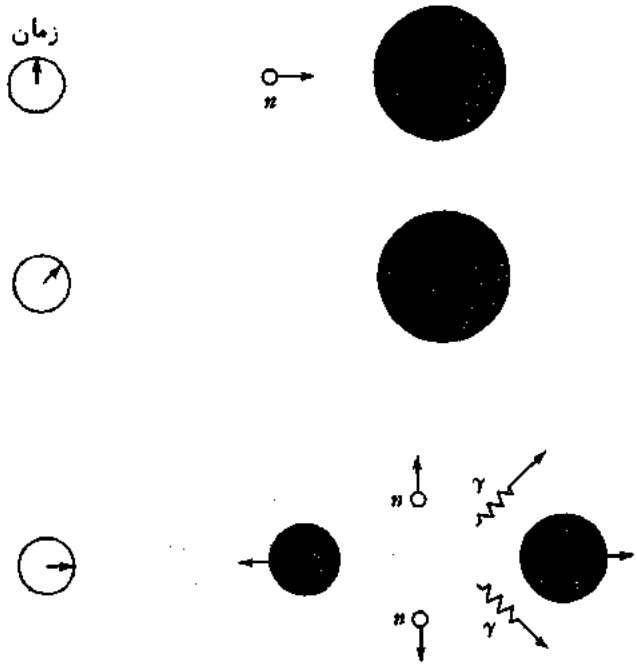
---

1. Fission fragments



شکل (۱۲-۲۰) توزیع اعداد جرمی موجود در پاره‌ها از شکافت $^{۲۳۵}_{۹۲}U$.

۲۰۰ MeV برای تمام نوکلئونهای درگیر! واکنشهای شیمیایی معمولی، نظیر آنهایی که در احتراق زغال‌سنگ و نفت شرکت می‌کنند، در هرواکنش منفرد فقط چند الکترون ولت انرژی آزاد می‌کنند و حتی واکنشهای هسته‌ای (به غیر از شکافت) بیش از چند میلیون الکترون ولت انرژی آزاد نمی‌کنند. بیشتر انرژیی که هنگام شکافت آزاد می‌شود به انرژی جنبشی پاره‌های شکافت تبدیل می‌شود: درمورد شکافت ^{۲۳۵}U، درحدود ۸۳ درصد انرژی بصورت انرژی جنبشی پاره‌ها، تقریبا" ۲/۵ درصد بصورت انرژی جنبشی نوترونها و در حدود ۳/۵ درصد بشکل پرتوهای گامای نوری گسیل شده ظاهر می‌شود، و ۱۱ درصد انرژی باقیمانده در واپاشیهای بتا و گامای بعدی پاره‌های شکافت آزاد می‌شود.



شکل(۱۲–۲۱) واکنش شکافت معمولی. هسته‌های حاصل هر دو رادیواکتیوند.

تقریبا" بلافاصله پس از کشف شکافت هسته‌ای در سال ۱۹۳۹ م. دانشمندان پی بردند که چون یک نوترون می‌تواند شکافت را در یک هستهٔ مناسب باتکامل افزایشی نوترونها القا کند، یک تسلسل خودنگهدار شکافت، در اصل، امکان پذیر است. شرط این که چنین واکنش زنجیری در توده‌ای از مادهٔ قابل‌شکافت روی‌دهد ساده است: حداقل یک نوترون تولیدشده در حین هر شکافت باید، بطور متوسط، شکافت دیگری را ایجاد کند. اگر نوترونهای بسیار کمی شکافتها را آغاز کنند، واکنش کند و متوقف خواهد شد؛ اگر در هر شکافت درست یک نوترون سبب شکافت دیگر شود، انرژی به میزانی ثابت آزاد خواهد شد (وضعیتی که در یک رآکتور هسته‌ای حکمفرماست). و اگر بسامد شکافتها افزایش یابد، آزاد سازی انرژی آن قدر سریع خواهد بود که یک انفجار روی خواهد داد (همان وضعیتی که در یک بمب اتمی وجود دارد). این وضعیتها بترتیب زیر بحرانی[1]، بحرانی[2] و ابر بحرانی[3] نامیده می‌شوند.

---

1. Subcritical
2. Critical
3. Supercritical

۱۲–۱۱ رآکتورهای هسته‌ای

یک رآکتور هسته‌ای وسیله‌ای است که در آن یک واکنش زنجیری شامل شکافت هسته‌ای می‌تواند آغاز و کنترل شود. یک رآکتور منبعی پر بازده از انرژی است: شکافت ۱ گرم از یک نوکلید مناسب در هر روز به میزان‌حدود ۱ MW (10^6 W) انرژی ایجاد می‌کند، در حالی که احتراق ۲/۶ تن زغال سنگ در هر روز لازم است تا چنین بازدهی حاصل شود. انرژی‌آزاد شده در یک رآکتور هسته‌ای بصورت گرما آشکار می‌شود و می‌توان این انرژی را با به گردش‌در آوردن یک مایع یا گاز خنک کننده‌ٔ مناسب در میان مجاری درونی رآکتور استخراج کرد.

رآکتور تحقیقاتی در آزمایشگاه ملی بروک هاون[1] واقع در لانگ آیلند، نیویورک، دارای قدرت بازده خروجی ۴۰ MW و یک شار $1/6 \times 10^{15}$ نوترون در هر سانتیمترمربع است.

دو مسأله‌ٔ مهم در طراحی یک رآکتور عبارتند از افت نوترونها در سطح رآکتور و افت آنها به وسیله‌ٔ جذب‌بدون ایجادشکافت. هرشکافت در ^{235}U بطور متوسط ۲/۵ نوترون‌آزاد می‌کند، بنابراین اگر قرار است یک واکنش زنجیری خود نگهدار روی دهد، بیشتر از ۱/۵ نوترون درهرشکافت‌نمی‌تواند ازدست‌بدهد. اولین مسأله را می‌توان با افزایش دادن اندازه‌ٔ رآکتور بسادگی حل‌کرد، زیرا یک شیء‌بزرگ نسبت به حجمش از یک شیء کوچک مساحت‌سطح کمتری دارد. احاطه کردن سوخت واکنش‌پذیر با ماده‌ای که نوترونها را بدون تمایل زیاد در

1. Brookhaven

جذب آنها پراکنده کند نیز سودمند است ، به گونه‌ای که بعضی از نوترونهای ظاهرشده منعکس خواهند شد .

برطرف‌کردن دومین مسأله مشکلتراست ، زیرا اورانیوم طبیعی فقط ۰/۷ درصد ایزوتوپ قابل شکست ^{235}U دارد . ^{238}U فراوانتر نوترونهای سریع را بفوریت جذب می‌کند ، ولی معمولا" با این عمل شکافته نمی‌شود . لکن ، ^{238}U برای گیراندازی نوترونهای کند سطح مقطع کوچکی دارد ، درصورتی که سطح مقطع ^{235}U برای شکافت القایی کند نوترونی به بزرگی ۵۸۲ بارن است . بدین‌ترتیب ، کندکردن نوترونهای سریع که در شکافت آزاد می‌شوند کمک خواهند کرد تا از جذب بی‌حاصل آنها توسط ^{238}U جلوگیری شود و بطور همزمان شکافتهای بیشتری را در ^{235}U ایجاد کنند .

برای اجرای عمل کندکردن نوترونهای شکافت ، اورانیوم موجود در یک رآکتور در یک ظرف[1] یک تعدیل‌کننده[2] پخش می‌شود ، یعنی ماده‌ای که هسته‌هایش انرژی را از نوترونهای سریع فرودی که با آنها برخورد می‌کنند جذب می‌کنند ، بدون آن که میل اضافی به گیراندازی نوترونها داشته باشند . در حالی که مقدار دقیق انرژی از دست رفته توسط یک جسم متحرک که بطورکشسان با جسم دیگری برخورد می‌کند به جزئیات برهمکنش بستگی دارد ، بطور کلی انتقال انرژی یک مقداربیشینه است وقتی ذرات شرکت‌کننده جرم یکسانی داشته باشند (بخش ۱۳–۲ را ببینید) . هر چه اختلاف بین جرمها بیشتر باشد ، تعداد برخوردهای مورد نیاز برای کند کردن یک نوترون بیشتر می‌شود و مدت زمانی که در آن خطر گیراندازی غیرتولیدی توسط یک هستهٔ ^{238}U وجود دارد طولانی‌تر می‌شود . سه تعدیل کننده که مصرف عمومی دارند عبارتند از : آب معمولی ("سبک") ، آب "سنگین" ، که مولکولهایش به جای داشتن اتمهای ئیدروژن معمولی اتمهای دوتریوم دارند ؛ و گرافیت ، نوعی کربن خالص . نوترونهای کندشده ، با انرژیهای کمتر از ۱eV در دماهای کارکرد رآکتورنوعی ، با تعدیل کننده درتعادل گرمایی هستند .

عمل واقعی یک رآکتور وقتی شروع می‌شود که مقدار کافی از مادهٔ قابل‌شکافت درحضور یک تعدیل کننده انباشته می‌شود . یک نوترون سرگردان منفرد ــ احتمالا" از تابش کیهانی یا از یک شکافت خودبخود ــ به یک هستهٔ ^{235}U برخورد می‌کند و سبب شکافتن آن می‌شود و دو یا سه نوترون آزاد می‌شوند . این نوترونها در اثر برخوردهایی با هسته‌های تعدیل کننده از انرژیهایی با چندین MeV به انرژیهای گرمایی کاهش می‌یابند . مدت‌زمان بین آزادی یک

---

1. Matrix

2. Moderator

نوترون شکافتی و جذب بعدیش زیر یک میلی‌ثانیه است . به منظورکنترل میزان‌واکنش‌زنجیری رآکتور میله‌های ساخته شده از ماده‌ای نظیر کادمیم یا بر را به کار می‌گیرد که نوترونهای کند را بسهولت جذب می‌کند . هرچه این میله‌ها بیشتر و بیشتر در رآکتور گذاشته شونـد ، میزان واکنش بطور تصاعدی میرا می‌شود .

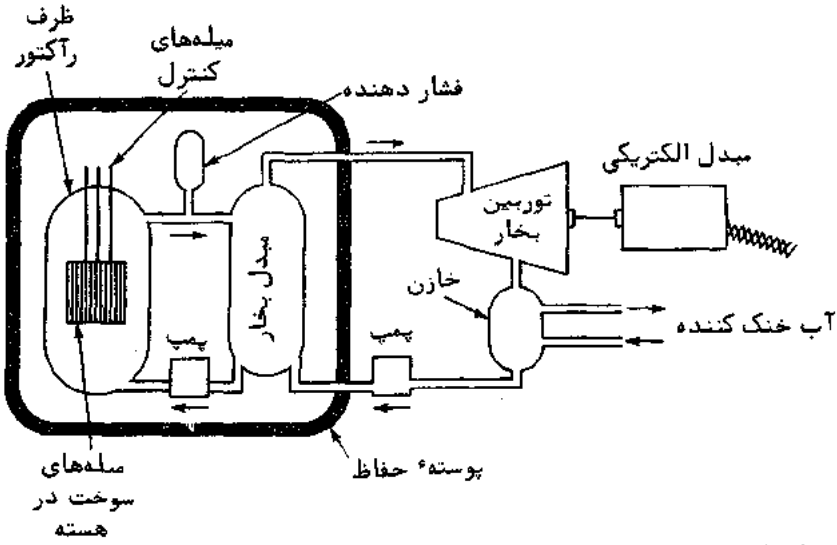
اکثریت رآکتورهای تجارتی امروزی از آب سبک هم به‌عنوان تعدیل‌کننده و هم به‌عنوان خنک‌کننده استفاده‌می‌کنند . هر مولکول‌آب حاوی دواتم ئیدروژن است که‌هسته‌های‌پروتونیش دارای جرمهای‌تقریبا "یکسان با جرم‌نوترون هستند ، بنابراین آب‌سبک تعدیل کننده‌ٔموٴثری است . لکن ،پروتونـهاتمایل‌به جذب‌نوترونـها دارند تا دوترونها را درواکنش $^{1}H(n,\gamma)^{2}H$ تشکیل دهند . بنابراین ، رآکتورهای آب سبک نمی‌توانند از اورانیوم طبیعی به جای سوخت استفاده کنند بلکه اورانیومی لازم دارند که محتوی ^{235}U آن چهاربرابر یعنی‌حدود ۳درصد افزایش داده شده است . چنین اورانیوم غنی شده[1] را به چندین طریق می‌توان تهیه‌کرد .تا کنون تقریبا " تمام اورانیوم غنی.شده به وسیلهٔ فرآیند نفوذ گازی ، با عبورگاز هگزافلوریدـ اورانیوم (UF_6)از میان حدود ۲۰۰۰ سد نفوذپذیر متوالی ، تولید شده است . مولکولهای $^{235}UF_6$ نسبت به $^{238}UF_6$ احتمال کمی بیشتر دارند تا به واسطهٔ جرم‌کوچکترشان ازمیان هر سد نفوذ کنند و بدین طریق می‌توان به هر درجه از غنی شدن که مورد نظر است رسید . چون نفوذ گازی به تاسیسات عظیم و انرژی زیادی نیاز دارد ، یک روش پرخـرج است و برای جدا کردن ایزوتوپ سعی شده است با روش موٴثرتر گریز مرکزپیشرفتهای زیادی به دست‌آید . با وجود این ، نگرشهای دیگری تحت بررسی است .

سوخت یک رآکتور آب سبک بشکل اکسید اورانیوم (UO_2) در لوله‌های نـازک و بلند ساخته شده از آلیاژ زیر کونیم جای گرفته‌است . این لوله‌ها به وسیلهٔ میله‌های کنترل‌متحرک در داخل یک محفظه انباشته می‌شوند ، محفظه خود در داخل یک مخزن فشار فولادی جای داده شده است . یک‌مخزن فشارمعمولی‌دارای ارتفاع ۱۰ متر ، قطرداخلی۳ متر و دیواره‌هایی با ضخامت ۲۰ سانتیمتر است . در یک رآکتور با فشار آب[2] (PWR) ، آبی که در کنار محفظه جریان دارد در فشار کاملا " بالایی ، در حدود ۱۵۰ آتمسفر نگه داشته می‌شودتا از جوشیدن آن جلوگیری شود . آب تقریبا " با دمای $280^{\circ}C$ وارد ظرف فشار می‌شود و با دمـای حدود $320^{\circ}C$ خارج می‌شود . و از یک مبدل حرارتی عبور می‌کند که این مبدل تولیدبخارمی‌کندو یک توربین را به کار می‌اندازد . (شکل ۱۲ـ۲۲) .

---

1. Enriched Uranium

2. Pressurized water reactor (PWR)



شکل (۱۲–۲۲) طرح اساسی یک رآکتور هسته‌ای با فشار آب ـ آب هم به عنوان تعدیل کننده و هم به عنوان خنک کنندهٔ هسته عمل می‌کند. در یک HTGR بخار در داخل ظرف رآکتور تشکیل می‌شود و سپس برای نیرو دادن به توربین مستقیماً مصرف می‌شود.

در یک رآکتور با آب جوشان (BWR[1]) فشار پایینتری در حدود ۶۸ آتمسفر در داخل ظرف رآکتور اجازه می‌دهد تا بخارتشکیل شود و این بخارجداگانه از مخزن خارج می‌شود و بدون‌استفاده از یک مولد بخار مستقل مستقیماً به یک توربین فرستاده می‌شود. BWR ازنظر سادگی بر PWR مزیت بیشتری دارد ولی این عیب را دارد که درصورت آلودگی سردکننده‌به واسطهٔ فرارمواد حاصل‌از شکافت هسته‌ای از یک میلهٔ سوخت نشت کننده، یا به واسطهٔ مواد زنگ‌زدگی که به علت بمباردمان‌نوترونی رادیواکتیوشده‌اند، یک مانع کمتر در مقابل آلودگی ممکن دنیای‌خارج وجود دارد. چند صد BWR و PWR برای‌تولیدالکتریکی و برای راندن‌کشتی در سراسر جهان به کار می‌روند. گرچه هزینه‌های آنها از هزینه‌های تأسیسات سوخت فسیلی بیشتر است ولی هزینه‌های عملکرد آنها کمتر است.

چون دوترونها نسبت به پروتونها احتمال کمتری دارند تا نوترونها را گیر بیندازند، آب‌سنگین (H_2O)، علی‌رغم جرم‌دوترونی بیشتر، نسبت به آب‌سبک، تعدیل‌کنندهٔ‌بهتری است. وقتی که آب سنگین به عنوان تعدیل کننده در یک رآکتور به کار می‌رود، از اورانیوم طبیعی به جای اورانیوم غنی شده به عنوان سوخت می‌توان استفاده کرد. رآکتور CANDU کانادا از این نوع است و از موٴثرترین رآکتورهای غیر زاینده می‌باشد.

1. Boiling Water Reactor (BWR)

رآکتورهای اولیه از جمله درست اولین رآکتور (که درسال ۱۹۴۲ م . در دانشگاه‌شیکاگو توسط انریکوفرمی ، والترزین[1] و همکارانشان‌ساخته‌شد) اورانیوم‌طبیعی با گرافیت را به‌عنوان تعدیل‌کننده به کار می‌بردند . گرافیت چندین خاصیت دارد که این خواص‌عدم کارآیی‌نسبی آن را در کند کردن نوترونها جبران می‌کنند : ^{12}C فقط یک سطح مقطع کوچکی برای درگیری نوترون دارد ، گرافیت خصوصیات مکانیکی خوبی دارد و بسهولت فراهم می‌شود . اخیرا" گرافیت به عنوان تعدیل‌کننده در یک HTGR (رآکتورگازی) در دمای بالا به کـار برده شده است . یک HTGR از گازی نظیر هلیوم برای انتقال حرارت استفاده می‌کند و نسبت به یک رآکتور آبی می‌تواند دردماهای خیلی بالاتر کار کند ، که مبین بازده حرارتی بالاتری است . یک HTGR در دمای بالا ممکن است در مقایسه با ۳۲ تا ۳۳ درصد برای یک PWR یا BWR ، یک بازده کل ۳۹ درصد داشته باشد . ساختن HTGR مشکلتر است ولی تعدادی از آنهـا در کشورهای مختلف دایرند .

بعضی نوکلیدها که قابل شکافت‌نیستند می‌توانند پس از جذب نوترونها به نوکلیدهای قابل شکافت تبدیل شوند . یک نمونهٔ قابل توجه ^{238}U است ، که‌هرگاه یک نوترون جذب‌کند به ^{239}U تبدیل‌می‌شود . ^{239}U به $^{239}_{93}Np$ ، یک‌ایزوتوپ‌نپتونیم عنصرفوق‌اورانیوم ($Z > 92$) ، واپاشی‌بتامی‌یابدو ^{239}Np به نوبت به $^{239}_{94}Pu$ ، یک ایزوتوپ پلوتونیم ، واپاشـی بتا می‌یابد . بدین ترتیب ، سری کامل واپاشی عبارت است از

$$^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{239}_{92}U \xrightarrow[24\ min]{\beta} ^{239}_{93}Np \xrightarrow[2.3\ d]{\beta} ^{239}_{94}Pu$$

ایزوتوپ پلوتونیم ^{239}Pu قابل شکافت‌است و می‌تواند به عنوان یک سوخت رآکتـور و برای سلاحها به کار برده شود ؛ ایزوتوپ پلوتونیم به ^{235}U با یک نیمه عمر ۲۴۰۰۰ سال واپاشی آلفا می‌یابد . پلوتونیم از نظر شیمیایی با اورانیوم فرق دارد و جداسـازی آن از باقیماندهٔ ^{238}U پس از تابش نوترون با سهولت بیشتری انجام می‌شود تا جدا سازی ^{235}U از ^{238}U خیلی فراوانتر موجود در اورانیوم طبیعی . عناصر فوق اورانیوم نظیر نپتونیم و پلوتونیم به واسطهٔ نیمه عمرهای نسبتهٔ " کوتاه خود در زمین دیده نمی‌شوند حتی اگر این‌عناصردر۴/۵ بیلیون سال پیش که زمین به وجود آمد حضورمی‌داشتند ، از واپاشی آنها مدتها گذشته بود . عناصرفوق‌اورانیوم تا $Z = 106$ به وسیلهٔ بمباردمان‌نوترونی‌نوکلیدهای‌سبکترتولیدشده‌اند .

علاوه بر ^{238}U یک نوکلید "بارور" دیگر ایزوتوپ توریوم ^{232}Th است که تبدیلش به ^{233}U قابل شکافت از طریق ایزوتوپ پروتاکتینیوم ^{233}Pa روی می‌دهد :

---

1. Walter Zin

$$^{232}_{90}Th + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{233}_{90}Th \xrightarrow[22\,min]{\beta} ^{233}_{91}Pa \xrightarrow[27\,d]{\beta} ^{233}_{92}U$$

اگر ^{238}U و/یا ^{238}Th در یک آرایش رآکتوری مناسب با هم شرکت کنند تا نوترونهایی‌راکه مستقیما" در رویدادهای‌شکافت شرکت نمی‌کنند جذب کنند ، مادهٔ‌قابل‌شکافت‌جدید به‌همان مقدار که رآکتور مصرف می‌کند یا بیشتر از آن تولید خواهد شد . این اصلی است که اساس رآکتورهای‌زاینده رانشکیل‌می‌دهد . چون ^{238}U غیر مفید شامل ۹۹/۳ درصد اورانیوم‌طبیعی است و ^{232}Th فراوان‌است ، اهمیت رآکتورهای زایندهٔ موجود در دنیایی که منابع انرژی آن رو به زوال است بخوبی آشکار می‌شود . با استفادهٔ گسترده از رآکتورهای زاینده ، ذخائر شناخته شدهٔ سوخت هسته‌ای به جای دهها سال برای قرنها بعد کافی‌خواهد بود ، وقت‌کافی برای کامل کردن تکنولوژیهای انرژی جانشینی خواهد داد . از طرف دیگر ، کنترل سلاحهای هسته‌ای و دفع تفاله‌های بی‌مصرف مشکلتر خواهد شد .

چرخهٔ‌باروری‌توریوم با نوترونهای کند یک رآکتورگرمایی بیشترین‌اثر را خواهدداشت . لکن ، تبدیل‌موءثر ^{238}U به ^{239}Pu به نوترونهای‌سریع نیازدارد و یک رآکتور زایندهٔ‌سریع رآکتوری است که به گونه‌ای طراحی می‌شود تا با شکافتهای القا شده توسط‌نوترونهای سریع به جای نوترونهای کندکار کند . راکتورهای زایندهٔ موجود همگی از نوع سریع هستندوآمیخته‌ای از UO_2 و PuO_2 را برای سوخت به‌کارمی‌برند . خنک‌کنندهٔ آن سدیم مایع است . گرچه امکان به کاربردن هلیوم برای این‌منظور در رآکتورهای‌زایندهٔ آینده در دست بررسی است . سدیم مایع به عنوان یک محیط مادی برای انتقال‌حرارت موءثرتراست ولی واکنش پذیری شیمیاییش و رادیواکتیویته‌ای که در اثرتابش نوترونی درآن‌ایجادمی‌شود مسائل‌جدی را بوجود می‌آورد . (وقتی که ایزوتوپ‌سدیم ^{23}Na یک نوترون جذب می‌کند ، به ^{24}Na تبدیل می‌شود که‌بتای فعّال با یک نیمهٔ عمر ۱۴/۹h است .) برای جلوگیری از آلوده کردن سیستم مولد بخار در صورت نشت سدیم ، یک حلقهٔ خنک کنندهٔ سدیم مایع بینابین ، میان حلقهٔ اولیه‌ای که از هستهٔ رآکتور می‌گذرد و مولد بخار به کار برده می‌شود .

۱۲–۱۲ انرژی حرارتی هسته‌ای

واکنش انرژی‌زای[1] اساسی‌درستارگان ــ و از این رو منبع تقریبا" تمام انرژی در جهان ــ همجوشی هسته‌های غیدروژن به هسته‌های هلیوم است . این همجوشی می‌تواند در شرایط ستاره‌ای‌بصورت دوسری متفاوت از فرآیندها روی‌دهد . در یکی از آنها ، یعنی چرخهٔ‌پروتون ــ پروتون ، برخوردهای مستقیم پروتونها موجب تشکیل هسته‌های سنگینتر می‌شوند که این

1. Exotheric reaction

هسته‌های سنگین با هم به نوبهٔ خود هسته‌های هلیوم را به بار می‌آورند. دیگری، چرخهٔ کربن، یک سری از مراحلی است که در آنها هسته‌های کربن یک رشته از پروتونها را جذب می‌کنند تا این که سرانجام ذرات‌آلفایی را به بیرون پرتاب‌کنند و مجددا" به هسته‌های‌کربن تبدیل شوند.

واکنش اولیه در چرخهٔ پروتون ــ پروتون عبارت است از

$$^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H \rightarrow ^{2}_{1}H + e^{+} + \nu$$

شکل‌گیری دوترونها به وسیلهٔ ترکیب مستقیم دوپروتون همراه با گسیل یک پوزیترون. ازاین رو، یک دوترون ممکن است به یک پروتون ملحق شود تا یک هستهٔ $^{3}_{2}He$ را تشکیل دهند:

$$^{1}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + \gamma$$

سرانجام دو هستهٔ $^{3}_{2}He$ از خود واکنش نشان می‌دهند تا یک هستهٔ $^{4}_{2}He$ بعلاوهٔ دوپروتون تولید کنند:

$$^{3}_{2}He + ^{3}_{2}He \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{1}H + ^{1}_{1}H$$

انرژی‌ظاهرشدهٔ کل‌عبارت‌است از $(\Delta m)c^2$، که در آن Δm اختلاف جرم بین چهارپروتون و جرم یک ذرهٔ‌آلفا بعلاوهٔ دو پوزیترون‌است. معلوم شده‌است‌که‌این‌انرژی ۲۴/۷ MeV است. شکل ۱۲ــ۲۳ توالی کامل تبدیل را نشان می‌دهد.

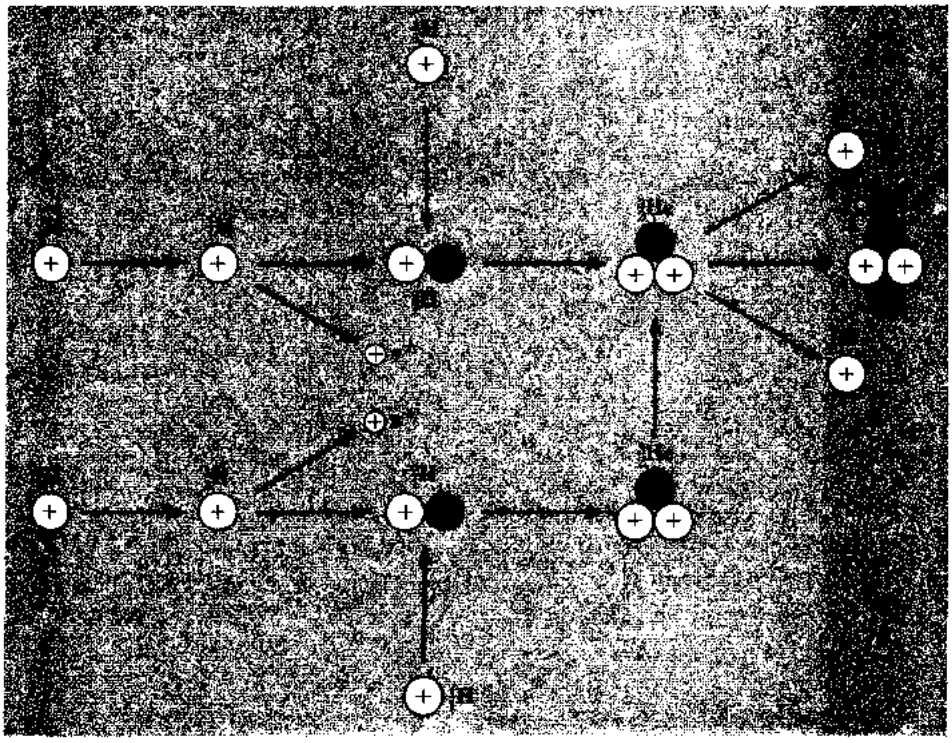
چرخهٔ کربن بطریق ذیل عمل می‌کند

چرخهٔ کربن

$$^{1}_{1}H + ^{12}_{6}C \rightarrow ^{13}_{7}N$$
$$^{13}_{7}N \rightarrow ^{13}_{6}C + e^{+} + \nu$$
$$^{1}_{1}H + ^{13}_{6}C \rightarrow ^{14}_{7}N + \gamma$$
$$^{1}_{1}H + ^{14}_{7}N \rightarrow ^{15}_{8}O + \gamma$$
$$^{15}_{8}O \rightarrow ^{15}_{7}N + e^{+} + \nu$$
$$^{1}_{1}H + ^{15}_{7}N \rightarrow ^{12}_{6}C + ^{4}_{2}He$$

نتیجهٔ‌دقیق یک باردیگر عبارت‌است از شکل‌گیری یک ذرهٔ‌آلفا و دو پوزیترون‌از چهارپروتون با ظاهر شدن ۲۴/۷۱MeV. $^{12}_{6}C$ اولیه به عنوان نوعی کاتالیزور برای فرآیند عمل می‌کند، زیرا که سرانجام دوباره ظاهر می‌شود (شکل ۱۲ــ۲۴).

واکنشهای همجوشی خودنگهدار می‌توانند فقط در دما و فشار خیلی زیاد روی دهند تا مطمئن‌سازند که هسته‌های شرکت‌کننده علی‌رغم نیروی رانشی الکتریکی متقابلشان انرژی‌کافی برای واکنش‌را دارند و همچنین مطمئن سازند که واکنشها بحد کافی مکررا" روی می‌دهند تا کاهشهای‌انرژی داده‌شده به محیط‌را متعادل‌کنند. درونهای‌ستاره‌ای این مشخصات رابرآورده می‌کنند. بازدهی‌های چرخه‌های پروتون ــ پروتون و کربن بطور مختلف با دما تغییرمی‌کنند، و چرخهٔ‌پروتون‌ــ پروتون بیشتردرستارگانی‌روی‌می‌دهد که دماهای‌داخلی‌شان‌زیر $1/6\times10^{7}$ K است. درحالی‌که ستارگان‌داغتر از این بیشتر انرژی‌شان را از چرخهٔ‌کربن به دست‌می‌آورند.

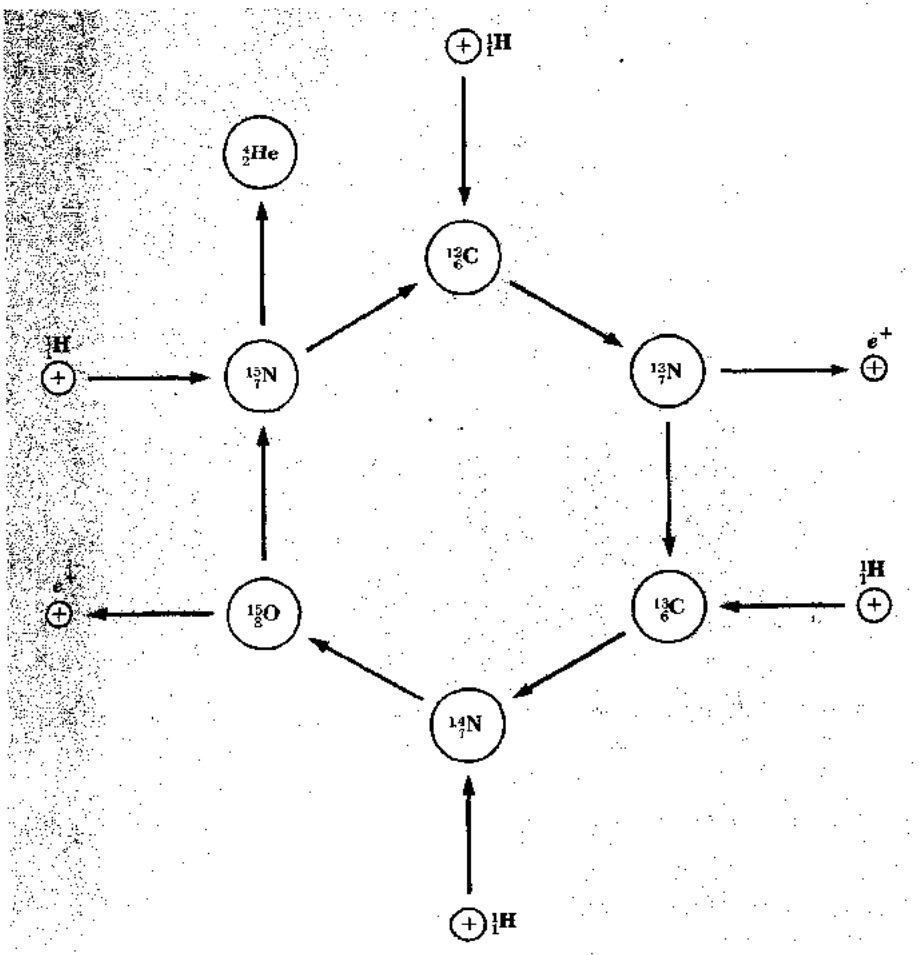


شکل(۱۲ـ۲۳) چرخهٔ پروتون ـ پروتون . این چرخه یکی از دو رشته واکنش هسته‌ای است که در ستارگانی روی می‌دهند که مستلزم چهار هستهٔ ئیدروژن هستند تا یک هستهٔ هلیوم همراه با ظهور مقداری انرژی را تشکیل دهند .

درخورشید ، که دمای مرکزیش گمان می‌رود $1/5\times10^{7}$ K باشد ، چرخهٔ پروتون ـ پروتون علت ۹۰ درصد انرژی تولید شده است .

انرژی آزاد شده در همجوشی هسته‌های سبک به هسته‌های سنگینتر اغلب انرژی حرارتی هسته‌ای نامیده می‌شود ، بویژه وقتی که همجوشی تحت کنترل انسان روی می‌دهد . در روی زمین چرخهٔ پروتون ـ پروتون وچرخهٔ کربن هیچکدام امیدی از کاربرد عملی را عرضه نمی‌کنند زیرا چندین مرحلهٔ آن حتی در دماها و چگالیهای بالا به وقت زیادی نیاز دارد . دو واکنش همجوشی که به نظر می‌رسند به عنوان منابع انرژی زمینی مایهٔ امیدواری باشند ، عبارتند از ترکیب مستقیم دو دوترون به یکی از دو راه ذیل

$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{2}He + ^{1}_{0}n + 3.3\ MeV$$
$$^{2}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{3}_{1}H + ^{1}_{1}H + 4.0\ MeV$$



شکل(۱۲–۲۴)چرخهٔ کربن نیز مستلزم ترکیب چهار هستهٔ ئیدروژن است تا یک‌هستهٔ هلیوم همراه با ظهور مقداری انرژی تشکیل دهد . هستهٔ $^{12}_{6}C$ به وسیلهٔ سری واکنشها عوض نمی‌شود .

راه دیگر . ترکیب مستقیم یک دوترون و یک تریتون برای تشکیل یک ذرهٔ آلفا است ،

$$^{3}_{1}H + ^{2}_{1}H \rightarrow ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n + 17.6\ MeV$$

واکنش اخیر نسبت به واکنشهای دیگر در دماهای نسبهٔ " پایین دارای‌مزیت‌بازده‌بالاتری‌است و بنابراین احتمالا " در اولین رآکتورهای همجوشی به کار برده خواهد شد .

سرمایه‌گذاری در زمینهٔ انرژی حرارتی هسته‌ای مستلزم داشتن منابع ارزان و فراوان

دوتریوم و تریتیوم است ، در مورد دوتریوم ، چنین منبعی آب دریا است که ۰/۰۱۵ درصد دوتریوم دارد ــ کلا" حدود 10^{15} تن در اقیانوسهای زمین . مقدار تریتیوم موجود در آب دریا آن قدر کم است که استخراج آن از لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه‌نیست‌ولی‌با‌بمباردمان نوترونی دو ایزوتوپ موجود در لیتیوم طبیعی می‌توان‌آن را تولید کرد :

$$^{6}_{3}Li + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{3}_{1}H + ^{4}_{2}He$$
$$^{7}_{3}Li + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{3}_{1}H + ^{4}_{2}He + ^{1}_{0}n$$

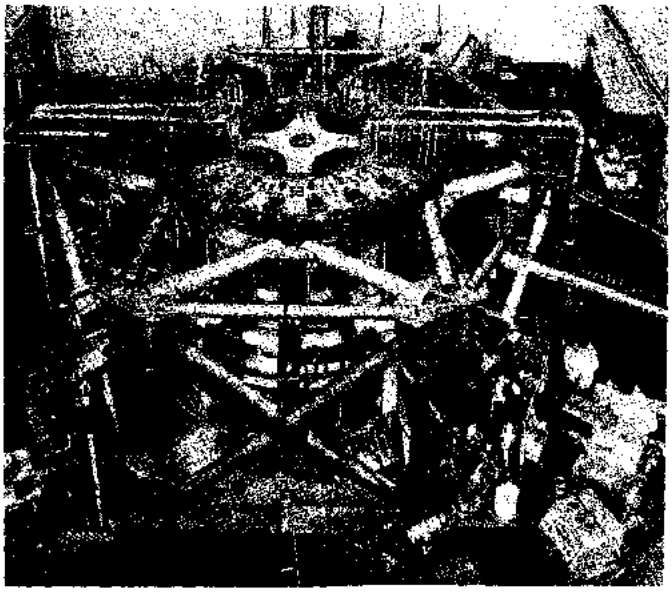
در حقیقت ، تریتیوم مورد نیاز می‌تواند به وسیلهٔ خود واکنش همجوشی ایجاد شود کـه این عمل با فراهم کردن یک پوشش لیتیومی برای‌جذب نوترونهای‌آزادشده در حین عمل رآکتور صورت می‌گیرد . با به‌گردش‌درآوردن لیتیوم مایع که توسط‌نوترونها گرم‌می‌شود ، بین‌رآکتور و یک مبدل بخار می‌توان از آن برای استخراج انرژی ایجاد شده نیز استفاده کرد .

مسألهٔ مهم دراستخراج انرژی‌حرارتی‌هسته‌ای یافتن یک‌وسیلهٔ موٴثرتر از روش‌بمباردمان یک هدف با ذراتی از یک شتاب دهنده برای پیشرفت واکنشهای همجوشی است ، زیرا مقدار انرژی که شتاب‌دهنده به هنگام کار مصرف‌می‌کند از مقدار انرژی که در اثر رویداد واکنشهای نسبة" کم در هدف آزاد می‌شود به مراتب بیشتر است . آنچه که باید انجام شود گرم کردن دوتریوم یا آمیزهٔ دوتریوم ــ تریتیوم تا دمای نسبة" زیاد برای هسته‌های منفرد است تا انرژی جنبشی کافی برای نزدیک شدن به یکدیگر را داشته باشند و علی‌رغم نیروی رانشی متقابل آنها بر یکدیگر اثر کنند . از آن جا که انرژیهای جنبشی متوسط ۱۰ keV یا چیزی در این حدود برای یک احتمال واکنش معقول ، لازم است ، یعنی دماهایی تقریبا" 10^{8} K ــ ۱۰۰،۰۰۰،۰۰۰ K . درچنین‌دماهایی موادواکنش‌را بشکل یک‌پلاسما (گاز کاملا "یونیزه شده) هستند و رسیدن به یک چگالی ذره‌ای n بقدر کافی بالا در یک مدت نسبة "طولانی τ دریک پلاسمای داغ برای به دست آوردن یک انرژی خالص ، کار مشکلی است . معیار شرط اخیر این است که $n\tau$ باید حداقل $10^{20}\ m^{-3}\ s$ باشد . علاوه بر درونهای ستاره‌ای ، ترکیب مورد نیاز دما ، چگالی و زمان منظور شده در انفجار یک بمب ("اتمی ") شکافتی روی می‌دهد و ادغام این اجزاء برای همجوشی درچنین بمبی به یک سلاح خیلی‌مخرب‌تر (بمب "ئیدروژنی ")منجر می‌شود .

یک راه آزادسازی کنترل‌شدهٔ انرژی‌همجوشی عبارت است از جا دادن پلاسمای‌واکنشی در یک میدان مغناطیسی قوی . یک ظرف جامد سودمند نخواهد بود زیرا تماس با آن پلاسما را آلوده خواهد کرد . یک میدان مغناطیسی به شکل یک چنبر (شکل تیوپ لاستیـک) به نظر می‌رسد بیشترین‌تضمین راداشته باشد ، با یک طرح روسی به نام توکامک[1] که به عنوان مدلی

1. Tokamak

در کوششهای جاری در حبس مغناطیسی به کار می‌رود . یک راه نسبةً " متفاوت که موردبررسی است ایجاب می‌کند که برای حرارت دادن و متراکم کردن قرصهای ریزدوتریوم ــ تریتیوم از باریکه‌های‌انرژی استفاده‌شود . دراثر ، نتیجهٔ‌حاصل عبارت‌است از یک انفجار بمب‌ئیدروژنی خیلی کوچک که تسلسل آنها یک جریان پایدار انرژی فراهم خواهدکرد . باریکه‌های‌لیزربرای این منظور بیشترین توجه را جلب کرده‌اند ولی باریکه‌های‌الکترون و پروتون‌نیز امیدبخشند . گرچه تکنولوژی‌رآکتورهمجوشی هنوز نسبت به تکنولوژی رآکتورهای شکافت در مراحل‌ابتدایی است ، ولی مزیتهای انرژی حرارتی هسته‌ای ــ سوخت سهل‌الوصول ،عدم امکان استفاده‌برای مقاصدنظامی ، تولید نسبةً " ناچیز تفاله‌های‌رادیواکتیو ــ آن‌چنان است که ممکن است‌بتواند بسیاری از نیازهای جهان در قرنهای بعد را بخوبی تأمین‌کند .



چنبر بزرگ پرینستون (PLT) وسیله‌ای است که برای تحقیق در انرژی‌حرارتی‌هسته‌ای به کار برده می‌شود . این‌وسیله بر اساس یک طرح روسی به نام توکامک در دانشگاه پرینستون قراردارد . در PLT یک گازیونیدهٔ خیلی‌داغ درمحفظه‌ای به قطر ۳/۶۵ متردور ازدیواره‌های آن نگهداشته‌می‌شود که در آن‌جا این گاز سرد می‌شود و ناخالصیهای آن به وسیلهٔ میدانهای مغناطیسی قوی گرفته‌می‌شود . گازیونیدهٔ موجود در یک رآکتورتوکامک باید بگونه‌ای الکتریکی تا حدود ۱۰۰ میلیون K حرارت داده شود تا واکنشهای همجوشی هسته‌ای کافی‌برای ایجاد یک بازده انرژی با ارزش روی دهد .

مسائل

(جرمها در واحدهای جرم اتمی‌اتمهای‌خنثای نوکلیدهای ذکر شدهٔ ذیل عبارتنداز:

$^{1}_{1}H$, 1.007825; $^{3}_{1}H$, 3.016050; $^{3}_{2}He$, 3.016030; $^{4}_{2}He$, 4.002603; $^{7}_{3}Li$, 7.0160; $^{7}_{4}Be$, 7.0169; $^{10}_{5}B$, 10.0129; $^{12}_{5}B$, 12.0144; $^{12}_{6}C$, 12.0000; $^{13}_{6}C$, 13.0034; $^{14}_{7}N$, 14.0031; $^{15}_{7}N$, 15.0001; $^{15}_{8}O$, 15.0031; $^{16}_{8}O$, 15.9949; $^{17}_{8}O$, 16.9994.

جرم نوترون ۱/۰۰۸۶۶۵ u است. جرمهای اتمی عناصر در جدول ۷ـ۱ نوشته‌شده‌اند.)

۱ـ تریتیوم ($^{3}_{1}H$) درمقابل واپاشی بتا دارای یک نیمه‌عمر ۱۲/۵ سال است. چه‌کسری از یک نمونهٔ تریتیوم پس از ۲۵ سال بصورت واپاشی نشده باقی خواهد ماند؟

۲ـ محتملترین انرژی یک نوترون حرارتی در دمای اتاق ۰/۰۲۵ eV است. در طی چه فاصله‌ای نصف یک باریکه با نوترونهایی به انرژی ۰/۲۵ eV واپاشیده خواهد شد؟ نیمه‌عمر نوترون ۱۰/۸ دقیقه است.

۳ـ نیمه عمر ^{24}Na ۱۵ ساعت است. چه مدت طول می‌کشد تا ۸۰٪ یک نمونه از این نوکلید واپاشیده شود؟

۴ـ فعالیت یک رادیو نوکلید مشخص به ۱۵ درصد مقدار اولیه‌اش در ۱۰ روز کاهش می‌یابد. نیمه عمر آن را پیدا کنید.

۵ـ یک گرم ^{226}Ra دارای یک فعالیت تقریبا" ۱ Ci است. با توجه به این مسأله‌نیمه عمر ^{226}Ra را تعیین‌کنید. (فرض‌کنید جرم‌اتمی در واحدهای جرم‌اتمی مساوی با عددجرمی در مسائل ۵ تا ۱۰ است).

۶ـ جرم یک میلی‌کوری ^{214}Pb مساوی 3×10^{-14} kg است. ثابت واپاشی ^{214}Pb را پیدا کنید.

۷ـ نیمه‌عمر $^{238}_{92}U$ در مقابل واپاشی آلفا $4/5\times10^{9}$ سال است. فعالیت ۱ گرم $^{238}_{92}U$ را پیدا کنید.

۸ـ ایزوتوپ‌پتاسیم $^{40}_{19}K$ واپاشی بتا را با یک نیمه عمر $1/83\times10^{9}$ سال سپری‌می‌کند. تعداد واپاشیهای بتا که در هر ثانیه در یک گرم $^{40}_{19}K$ خالص روی می‌دهد پیدا کنید.

۹ـ نیمه عمر گسیل کنندهٔ آلفا برای ^{210}Po، ۱۳۸ روز است. چه جرمی از ^{210}Po برای یک چشمهٔ 10^{-10} mCi لازم است؟

۱۰ـ انرژی ذرات آلفای‌گسیل‌شده توسط ^{210}Po، ۵/۳۰ MeV است. (الف) چه‌جرمی از ^{210}Po لازم‌است تا یک سلول ترموالکتریک با توان خروجی ۱ W را تقویت‌کند، اگربازده تبدیل انرژی ۸ درصد باشد؟ (ب) توان خروجی پس از یک سال چه قدر خواهد بود؟

۱۱ـ فعالیت رادیوکربن نسبی در یک قطعه ذغال از بقایای یک آذرگاه قدیمی ۰/۱۸

فعالیت رادیوکربن نوع فعلی می‌باشد. چند سال پیش در این آذرگاه آتش بوده‌است؟

۱۲ــ جرم اتمی $^{226}_{88}Ra$ ، ۲۲۶/۰۲۵۳۶ u و انرژی آزاد شده در واپاشی آلفای آن ۴/۸۷ MeV است. (الف) نوکلید دختر را مشخص و جرم‌اتمی آن را پیداکنید. (ب) انرژی ذرهٔ آلفا و انرژی پس‌زنی هستهٔ دختر را پیدا کنید. (ج) اگر ذرهٔ آلفا دارای انرژی حالت (ب) در درون‌هسته باشد، چه‌تعداد ازطول‌موجهای‌دبروی آن درداخل‌هسته جای می‌گیرند؟ (د) ذرهٔ آلفا در هر ثانیه چند بار به مرز هسته‌ای برخورد می‌کند؟

۱۳ــ چرا $^{7}_{4}Be$ به جای این که به وسیلهٔ گسیل پوزیترون واپاشیده شود، بطورثابت‌به وسیلهٔ گیراندازی‌الکترون واپاشیده‌می‌شود؟ توجه داشته باشید که $^{7}_{4}Be$ از $^{7}_{3}Li$ یک‌الکترون اتمی بیشتر دارد.

۱۴ــ بیشینهٔ انرژی الکترونهای گسیل شده در واپاشی بتای $^{12}_{5}B$ را محاسبه کنید.

۱۵ــ در تمام‌موارد، گسیل پوزیترون شبیه گسیل الکترون است، بجز این که شکلهای طیفهای انرژی مربوطه‌شان متفاوت است. تعداد الکترونهای گسیل شده با انرژی کم، زیاد است ولی‌تعداد اندکی‌پوزیترون با انرژی‌کم وجود دارد. بدین‌ترتیب، میانگین‌انرژی‌الکترون در واپاشی‌بتا حدود $0/3\ K_{max}$ است، درصورتی‌که میانگین انرژی‌پوزیترون حدود $0/4K_{max}$ می‌باشد. آیا می‌توانید دلیل ساده‌ای برای این اختلاف پیشنهاد کنید؟

۱۶ــ وقتی که یک هستهٔ برانگیخته یک فوتون پرتو گاما گسیل می‌کند، مقداری‌از انرژی برانگیختگی به انرژی جنبشی پس‌زنی هسته تبدیل می‌شود. (الف) با کمک حل مسألهٔ ۲۳ فصل ۴، نسبت بین انرژی‌پس‌زنی و انرژی فوتون راوقتی که هستهٔ یک اتم به‌جرم ۲۰۰ u یک پرتو گامای ۲ MeV گسیل می‌کند، پیدا کنید. (ب) طول عمر یک حالت هسته‌ای برانگیخته عملاً در حدود 10^{-14} ثانیه است. عدم قطعیت مطابق با انرژی حالت برانگیخته را با انرژی پس‌زنی مقایسه کنید. (مسألهٔ ۲۷ فصل ۲ را نگاه کنید تا ببینید چگونه اثر موسباثر می‌تواند پس‌زنی هسته‌ای را به حداقل برساند.)

۱۷ــ با کمک‌شکل ۱۱ــ۱۳، حالت‌پایدار وپایینترین حالت‌برانگیختهٔ سی‌ونهمین‌پروتون موجود در $^{89}_{39}Y$ را پیداکنید. این‌اطلاعات را به کاربرید تاایزومری $^{89}_{39}Y$ رابعلاوهٔ واقعیت ذکر شده در بخش ۶ــ۱۰ که تحولات تابشی بین حالتها با اندازه حرکتهای زاویه‌ای خیلی متفاوت بی‌نهایت غیر محتملند، را بیان کنید.

۱۸ــ یک تیغهٔ جذب‌کننده دقیقاً یک پویش‌آزاد متوسط برای باریکه‌ای از ذرات‌فرودی ضخامت دارد. چند درصد از ذرات از تیغه خارج خواهند شد؟

۱۹ــ سطوح مقطع برای واکنشهای هسته‌ای القایی پروتونی و نوترونی قابل مقایسه، تقریباً به روش نشان‌داده شده درشکل ۱۲ــ۲۵ با انرژی تغییر می‌کنند. چرا با افزایش انرژی

سطح مقطع نوترون کاهش می‌یابد در حالی که سطح مقطع پروتون افزایش می‌یابد؟

۲۰ــ تقریبا" در هر متر مکعب آلومینیم جامد ۶×۱۰^{۲۸} اتم وجود دارد. باریکه‌ای از نوترونهای با انرژی $۰/۵\ MeV$ بر یک ورقهٔ آلومینیم بضخامت $۰/۱\ mm$ فرود می‌آیند. اگر سطح مقطع گیراندازی برای نوترونهای این انرژی در آلومینیم $۲\times۱۰^{-۳۱}\ m^2$ باشد، کسر نوترونهای فرودی گیر انداخته را پیدا کنید.

۲۱ــ سطح مقطع گیراندازی ^{۵۹}Co برای نوترونهای حرارتی ۳۷ بارن است. (الف) چه درصدی از یک باریکهٔ نوترونهای حرارتی به یک ورقهٔ ۱ میلی‌متری ^{۵۹}Co نفوذ خواهدکرد؟ چگالی ^{۵۹}Co عبارت است از $۸/۹\times۱۰^{۳}\ kg/m^3$. (ب) پویش آزاد متوسط نوترونهای حرارتی در ^{۵۹}Co چیست؟

۲۲ــ سطح مقطع برای اندرکنش یک نوترینو با مادهٔ $۱۰^{-۴۷}\ m^2$ است. پویش آزاد متوسط نوترینوها در آهن جامد را پیداکنید، چگالی آهن $۷/۸\times۱۰^{۳}\ kg/m^3$ و جرم اتمی متوسط آن $۵۵/۹\ u$ است. جواب را بر حسب سال نوری بیان کنید، یعنی بر حسب مسافتی که نور در فضای آزاد در یک سال می‌پیماید.

۲۳ــ ایزوتوپ بر ^{۱۰}B نوترونها را در یک واکنش (n, α) ــ نوترون‌فرودی، ذرهٔ آلفای خروجی ــ که سطح مقطع آن برای نوترونهای حرارتی $۴\times۱۰^{۳}\ b$ است، گیر می‌اندازد. چگالی ^{۱۰}B عبارت است از $۲/۲\times۱۰^{۳}\ kg/m^3$. ضخامت ^{۱۰}B چقدر باید باشد تا ۹۹ درصد یک باریکهٔ فرودی نوترونهای حرارتی را گیر اندازد؟

۲۴ــ کمینهٔ انرژی در سیستم آزمایشگاهی را که یک نوترون باید داشته باشد تا واکنش زیر را شروع کند پیدا کنید.

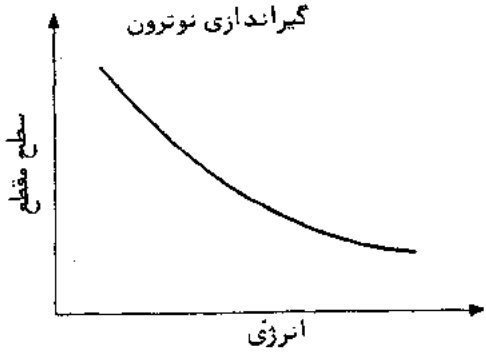
$$_{0}n + {}^{16}_{8}O + 2.20\ MeV \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{4}_{2}He$$

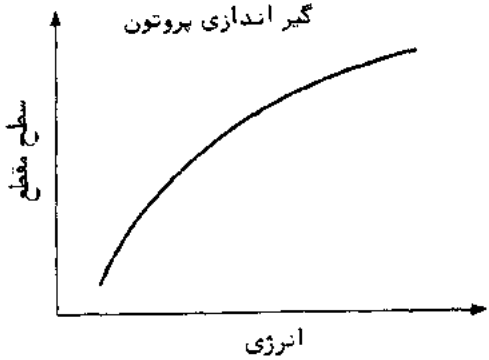
۲۵ــ کمینهٔ انرژی در سیستم آزمایشگاهی را که یک پروتون باید داشته باشد تا واکنش زیر را شروع کند، پیدا کنید.

$$p + d + 2.22\ MeV \rightarrow p + p + n$$

۲۶ــ کمینهٔ انرژی جنبشی در سیستم آزمایشگاهی را که یک پروتون باید داشته باشدتا واکنش $^{15}N(p, n)^{15}O$ روی دهد پیدا کنید.

۲۷ــ (الف) ذره‌ای به جرم m_A و انرژی‌جنبشی K_A به هستهٔ ساکنی به جرم m_B برخورد می‌کند تا یک هستهٔ مرکب به جرم m_C تولید کند. انرژی‌برانگیختگی هستهٔ مرکب را برحسب m_A، m، K_A و مقدار Q واکنش بیان‌کنید. (ب) یک‌حالت برانگیخته در ^{16}O دریک‌انرژی $۱۶/۲\ MeV$ روی می‌دهد. انرژی جنبشی مورد نیاز یک پروتون برای تولید یک هستهٔ ^{16}O در این حالت انرژی توسط واکنش با یک هستهٔ ^{15}N ساکن را پیدا کنید.





شکل (۱۲ــ۲۵) سطوح مقطع گیراندازی پروتون و نوترون به‌گونه‌ای متفاوت با انرژی ذره تغییر می‌کنند.

۲۸ــ ستارگان قدیمی بخشی از انرژیشان را از راه همجوشی سه ذرهٔ آلفا به‌دست می‌آورند تا یک هستهٔ ^{12}C تشکیل دهند. یک چنین واکنشی چه مقدار انرژی می‌دهد؟

۲۹ــ نیروی رانشی الکتریکی بین دوترونها وقتی بیشینه است که فاصلهٔ آنها 5fm باشد. (الف) دمایی را پیدا کنید که در آن دوترونهای موجود در یک پلاسما دارای انرژیهای متوسط کافی برای فرار از چنین سد پتانسیلی باشند. (ب) واکنشهای حرارتی هسته‌ای بین دوترونها می‌توانند در دماهایی روی دهند که بطور قابل ملاحظه‌ای زیر دمای فوق است. آیا می‌توانید دو دلیل برای آن بیان کنید؟

۳۰ــ نشان دهید که انرژی موجود در دوتریوم مقدار معینی از آب دریا ۱۰ برابر بیشتر از انرژی آزاد شده در اثر احتراق همان مقدار بنزین است، که حرارت احتراقش 11300 kcal/kg می‌باشد. درحدود ۰/۰۱۵ درصد ئیدروژن آب دریا دوتریوم است.

۱۳

فیزیک ذره‌ای

۱۳ـ۱ برهمکنشهای ذرات باردار
۱۳ـ۲ تعادل گرمایی نوترون
۱۳ـ۳ جذب پرتو گاما
۱۳ـ۴ آشکارسازهای ذره
۱۳ـ۵ ردیاب‌ها
۱۳ـ۶ لپتونها
۱۳ـ۷ هادرونها
۱۳ـ۸ اعداد کوانتمی ذرهٔ بنیادی
۱۳ـ۹ اسپین ایزوتوپی
۱۳ـ۱۰ تقارنها و اصول پایستگی
۱۳ـ۱۱ کوارکها
۱۳ـ۱۲ برهمکنشهای بنیادی

(مادهٔ معمولی از پروتونها ، نوترونها و الکترونها تشکیل شده است و در نگاه اول این ذرات برای توجیه ساختار جهان اطراف ماکافی به نظر می‌رسند . ولی تمام نوکلیدها پایدار نیستند و برای آن که واپاشی بتا صورت گیرد وجود نوترینوها ضروری است ــ در حقیقت ، بدون نوترینوها ، توالیهای واکنش که به ستارگان قدرت می‌دهند و به پیدایش عناصر سنگینتر از ئیدروژن منجر می‌شوند نمی‌توانستند روی دهند . به علاوه ، همان گونه که درفصل ۱۱ بحث شد ، برهمکنش الکترومغناطیسی بین ذرات باردار به فوتونهایی به عنوان حامل برهمکنش نیاز داردو برهمکنش بویژه هسته‌ای بین نوکلئونها برای همان منظورنیاز به پیونها دارد . تا این جا مطلب درست است جز این که ، اضافه بر این فهرست که به نظر می‌رسد وظایف تمام اعضایش بروشنی معین شده است ، چند صد ذرهٔ "بنیادی" دیگر درسالهای اخیر کشف شده‌اند که همهٔ آنها پس ازایجاد شدن در برخوردهای پر انرژی بین ذرات دیگر سریعا " واپاشیده می‌شوند . روشن شده است که بعضی از این ذرات از ذرات دیگر بنیادی‌ترند و این که ذرات دوم احتمالا " ترکیباتی از یک تعداد خیلی کوچکتر از ذرات نسبةً " غیرمعمولی بنام کوارکها هستند که تا کنون بصورت جداگانه آشکار نشده‌اند (و ممکن است هرگز آشکارنشوند) .

ذرات متفاوت به طرق مختلف با ماده برهمکنش دارند . این برهمکنشها که در اولین بخش این فصل بررسی می‌شوند از یک دیدگاه عملی مهم هستند زیرا آنها اساس کاربردانواع مختلف تابش در تحقیق ، صنعت و داروسازی می‌باشند . پس از کسب دانشی در مورد این که چگونه ذرات و فوتونها انرژی از دست می‌دهند ، می‌توان روشهای آشکار کردن آنها را که‌درک فعلی ما از پدیده‌های ذرهٔ بنیادی را امکان پذیر ساخته‌اند ، بررسی کرد.)

۱۳ــ۱ برهمکنشهای ذرات باردار

ذرات باردارسنگین ، نظیر پروتونها ، دوترونها و ذرات آلفا درحین عبور از ماده عمدةً " در اثر برهمکنشهای الکتریکی با الکترونهای اتمی انرژی از دست می‌دهند . الکترونها یا به حالتهای برانگیخته برده می‌شوند یا بیشتر اوقات کلا " از اتمهای مادرشان جدا می‌شوند . بسیاری از الکترونهای پس زده شده انرژی کافی دارند تا اتمهایی را در طول مسیرهای خود

یونیزه کنند . چون جرم ذرهٔ فرودی از جرم یک الکترون خیلی بزرگتر است ، ذرهٔ فرودی در واقع در اثر برهمکنشها منحرف نمی‌شود و بتدریج کند می‌شود تا این که متوقف می‌گردد (یا در یک واکنش هسته‌ای با یک هسته در مسیرش درگیر می‌شود ، همان‌گونه که درفصل ۱۲ بحث شد) .

میزان dE/dx ــ از فرمول زیر به دست می‌آید که در این فرمول یک ذرهٔ سنگین با بار ze و تندی v در یک جذب کننده با عدد اتمی Z که در حجم واحد N اتم دارد و انرژی یونیزاسیون متوسط آن I است انرژی از دست می‌دهد .

$$-\frac{dE}{dx}=\frac{z^2e^4NZ}{4\pi\varepsilon_0^2m_0v^2}\left[\ln\left(\frac{2m_0v^2}{I}\right)-\ln\left(1-\frac{v^2}{c^2}\right)-\frac{v^2}{c^2}\right] \qquad (۱-۱۳)$$

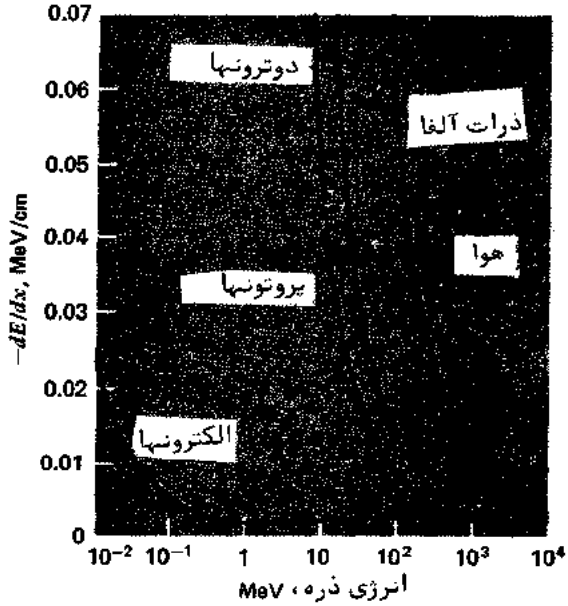
افت انرژی در جذب‌کننده

در این فرمول m_0 جرم در حال سکون الکترون است . جرم ذرهٔ فرودی ظاهر نمی‌شود . برای ذراتی با تندیهایی کمتر از حدود $0/6\,c$ ، عبارتهای نسبیتی شامل v/c تقریبا " حذف می‌شوند و می‌توانند نادیده گرفته شوند . چون سازهٔ $1/v^2$ با v سریعتر از $\ln(2m_0v^2/I)$ تغییر می‌کند ، میزان افت انرژی $-dE/dx$ نخست با افزایش انرژی تقریبا "بصورت $1/E$ کاهش می‌یابد ، بتدریج که v به c نزدیک می‌شود ، عبارتهای نسبیتی مهمتر می‌شوند و از این رو میزان افت انرژی با زیاد شدن انرژی افزایش می‌یابد . dE/dx ــ کمینه‌ای در حدود $3M_0c^2$ دارد ، که در آن M_0c^2 انرژی سکون ذرهٔ فرودی است . این کمینه در شکل ۱۳ــ۱ آشکار است که میزان افت انرژی را بر حسب واحد MeV/cm در مقابل انرژی برحسب واحد MeV برای ذرات مختلف در هوا نشان می‌دهد . (منحنی برای الکترونها از معادلهٔ ۱۳ــ۱ متابعت نمی‌کند ، همان‌گونه که بعدا "بحث خواهد شد .) میزان کمینهٔ افت انرژی برای ذرات آلفا چهار برابر بزرگتر ازمیزان کمینهٔ افت انرژی برای ذرات باردار تک‌بار است زیرا $-dE/dx$ با مجذور بار ذره متناسب است .

یک ذرهٔ باردار که انرژی اولیه‌اش E می‌باشد ، دارای بردی در یک مادهٔ خاص بصورت ذیل است

$$R=\int_E^0\frac{dE}{-dE/dx} \qquad (۲-۱۳)$$

انتگرال‌گیری باید بصورت عددی انجام شود . شکل ۱۳ــ۲ نتیجهٔ حاصل برای پروتونها در هوا را نشان می‌دهد . اغلب برد ذره برحسب جرم در مساحت واحد جذب‌کنندهٔ مورد نیاز برای متوقف‌کردن ذره مشخص می‌شود که معادل ρR است که درآن ρ چگالی جذب‌کننده است . مثلا "برد یک پروتون ۴ MeV در مس ۰/۰۰۵۶ سانتیمتر است . چون چگالی مس ۸/۹۳ g/cm³ است ، این برد همچنین می‌تواند بصورت ضخامت زیر بیان شود .

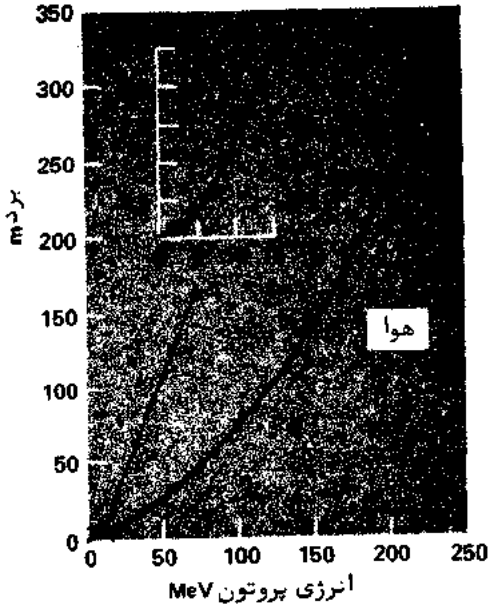


شکل (۱۳–۱) میزان افت‌انرژی درهوای سطح دریابرای‌ذرات باردارمختلف‌با انرژیهایی تا 10^4 MeV.

$$\rho R = 8.93\ \mathrm{g/cm^3} \times 0.0056\ \mathrm{cm} = 0.05\ \mathrm{g/cm^2} = 50\ \mathrm{mg/cm^2}$$

امتیاز بیان برد به این روش این است که، عملاً اندازه گرفتن جرم و مساحت یک ورق نازک آسانتر از اندازه‌گرفتن ضخامتِ آن است.

جرم کوچک یک الکترون یعنی این که اثرهای مشخصی که در مسیرحرکتش از داخل‌ماده روی می‌دهند مهم هستند گرچه این اثرها در مورد ذرات سنگین نظیر پروتونها ناچیزند. مثلاً، یک ذرهٔ سنگین فقط درصد خیلی کوچکی از انرژیش را در هر اندرکنش با یک الکترون اتمی در مسیرش از دست می‌دهد، نوعاً چند صد eV برای یک ذره که انرژیش ممکن است میلیونها eV باشد. افت و خیزهای تصادفی در مقدار انرژی ازدست‌رفته در هر برهمکنش‌روی هزاران برهمکنشی که در حین کند کردن ذره روی می‌دهند مقدار متوسط‌گرفته می‌شود و در نتیجه تمام عضوهای یک باریکه از چنین ذرات تک انرژی تقریباً دارای یک برد هستند. با وجود این، وقتی‌که ذرهٔ فرودی یک الکترون است، کسر بزرگی از انرژیش می‌تواند در یک برهمکنش واحد با الکترون دیگری تلف شود. (یک توپ بیلیارد درحال‌حرکت می‌تواندحتی انرژی جنبشی کل خود را به یک توپ ساکن با همان‌جرم منتقل‌کند، اما اگر جرم توپ‌درحال



شکل(۱۳ـ۲) برد پروتونها با انرژیهای اولیه تا ۲۵۰ MeV در هوای سطح دریا .

حرکت ۲۰۰۰ برابر بزرگتر باشد ، همچون برخورد یک پروتون با یک الکترون ، بیشینهٔ انرژی که انتقال می‌یابد فقط ۰/۲ درصد است .) بدین‌ترتیب طول مسیر الکترونها با انرژیهای اولیهٔ یکسان ممکن است به مقدار قابل توجهی تغییر کند . بعلاوه ، الکترونها نسبت به ذرات سنگین با سهولت خیلی بیشتری پراکنده می‌شوند که خطای بیشتری را درضخامت یک جذب‌کنندهٔ مورد نیاز برای متوقف کردن الکترونها با یک انرژی مفروض وارد می‌کند .

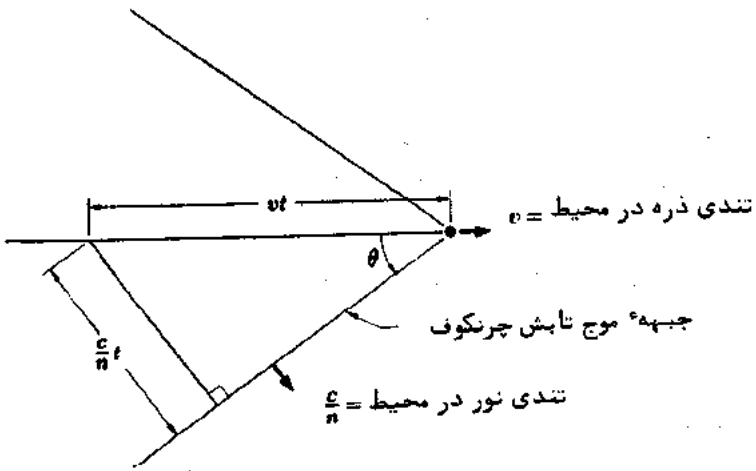
همان گونه که در بخش ۲ـ۴ ذکر شد ، هر وقت یک بار الکتریکی شتاب‌داده شود تابش الکترومغناطیسی بنام "تابش ترمزی" ایجاد می‌شود . افت انرژی در نتیجهٔ تابش‌ترمزی‌برای الکترونها مهمتر است تا برای ذرات سنگینتر زیرا الکترونها وقتی که از نزدیک هسته‌ها در مسیرشان‌عبورمی‌کنند شتاب بیشتری‌می‌گیرند .هرچه انرژی یک الکترون و عدداتمی‌هسته‌هایی که با آنها مواجه می‌شود بیشتر باشد افت انرژی آن از این منبع سریعتر خواهدبود . در سرب برای یک الکترون با انرژی‌حدود ۱۰ MeV میزان افت انرژی توسط تابش ترمزی با افت‌انرژی توسط یونیزاسیون برابر می‌شود ، در صورتی که در هوا تا انرژی الکترونی حدود ۱۰۰ MeV ، تابش ترمزی سازهٔ کوچکتری باقی می‌ماند .

یک ذره گرچه نمی‌تواند از c ، تندی نور در فضای تهی ، سریعتر حرکت کند ، ولی

می‌تواند از c/n ، تندی نور در مادهای که ضریب شکست آن n است ، سریعترحرکت‌کند . وقتی که یک ذرهٔ باردار با تندی بیش‌از c/n ازمیان یک ماده می‌گذرد ، مخروطی از نور ساطع می‌شود که فرآیند آن تا حدی شبیه فرآیندی است که طی آن یک کشتی بهنگام‌حرکت از میان آب با تندی بیش‌از تندی امواج آب ، یک موج کمانی ایجاد می‌کند . این امواج نوری "تابش چرنکوف"[1] را می‌سازند . چون الکترونها نسبت به ذرات سنگین در انرژیهای خیلی‌پایینتر به تندیهای c/n می‌رسند ، افت انرژی به وسیلهٔ تابش چرنکوف برای آنها مهمتراست‌ولی‌همیشه این افت در مقایسه با افت انرژی در اثر یونیزاسیون یا تابش ترمزی جزئی‌است . همان‌گونه‌که شکل ۱۳–۳ نشان می‌دهد ، پوش تابش ، مخروطی با نیم زاویهٔ θ و ذره‌ای در رأس آن است ، که در آن

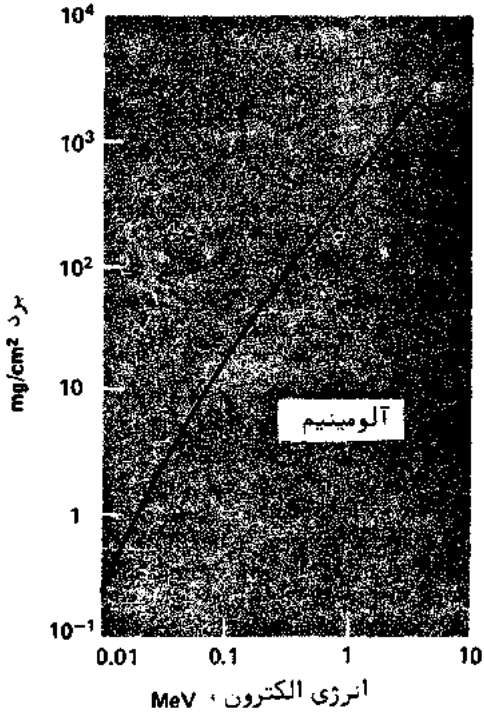
$$\sin\theta = \frac{(c/n)t}{vt} = \frac{c}{nv} \qquad \text{تابش چرنکوف} \qquad (۱۳–۳)$$

وقتی که یک باریکه از ذرات‌باردار سریع‌از میان محیطی نظیر شیشه‌یاپلاستیک‌شفاف‌می‌گذرد ، تابش را می‌توان آشکار کرد و زاویهٔ θ را اندازه‌گرفت ، که تعیین تندی نور را امکان‌پذیر می‌سازد . وقتی که یک باریکهٔ شدید ذرات درگیر است ، تابش چرنکوف مانند یک درخشش مایل به‌آبی مرئی است .



شکل(۱۳–۳) اثر چرنکوف . زاویهٔ θ مخروط تابش به تندی ذره بستگی‌دارد و می‌تواند برای تعیین آن به کار برده شود .

1. Cerenkov radiation



شکل(۱۳ــ۴) ارتباط برد ــ انرژی برای الکترونهای موجود در آلومینیم .

تغییر dE/dx ــ با E برای الکترونهای موجود در هوا در شکل ۱۳ــ۱ گنجانده شده‌است. چون افت انرژی در اثر یونیزاسیون تقریبا" متناسب با $1/v^2$ است ، dE/dxــ برای‌الکترونها (که سرعت‌آنها برای یک انرژی‌مفروض بالاتراست) در انرژیهای پایین و متوسط خیلی‌کوچکتر است تا برای ذرات سنگین در این انرژیها . لکن در انرژیهای بالاتر ، افت‌انرژی‌توسط تابش ترمزی مهمتر می‌شود و از این رو الکترونها سریعتر از ذرات تک بار سنگینتر انرژی از دست می‌دهند . ارتباط برد ــ انرژی برای الکترونها با انرژیهایی‌تا ۱۰ MeV در آلومینیم در شکل ۱۳ــ۴ نشان داده شده‌است. برد مذکور برحسب میلی‌گرم بر سانتیمتر مربع بیان شده است .

۱۳ــ۲ تعادل گرمایی نوترون

از آن‌جا که نوترونها غیربارداراند و گشتاورهای مغناطیسی آنها کاملا" کوچک است ، در مسیرهای خود با الکترونهای اتمی برهمکنش ندارند بلکه فقط با هسته‌ها برهمکنش‌دارند . یک نوترون ممکن‌است به‌گونه‌ای کشسان (انرژی‌جنبشی پایسته) یا غیر کشسان به یک‌هسته برخورد

کند . اگر برخورد غیر کشسان باشد ، هسته یک انرژی برانگیختگی کسب می‌کند که بـزودی بر اثر واپاشی گاما این انرژی را از دست می‌دهد . برخوردهای غیرکشسان‌که‌گیراندازی ندارند ، فقط برای نوترونهای نسبةً سریع ($E > 1$ MeV) فرودی برهسته‌های دارای Z بینابین یا Z بزرگ اهمیت دارند . در هسته‌های سبک و برای نوترونهای کم انرژی موجود در تمـام مواد ، پراکندگی بطور کشسان ، مد اصلی افت انرژی است .

یک نوترون در یک برخورد کشسان با یک هسته بیشترین انرژی را ازدست‌می‌دهد وقتی که برخورد شاخ بشاخ است تا غیر شاخ بشاخ . همان گونه که در شکل ۱۳ـ۵ مشاهده می‌شود ، یک‌شیء به جرم m_1 و تندی‌اولیه v_1 را که بطورمستقیم با شیء ساکنی به جرم m_2 برخوردمی‌کند ، بررسی می‌کنیم . بعد از برخورد تندیهای اشیاء بترتیب v و v_2 هستند . از پایستگـی اندازه حرکت خطی داریم

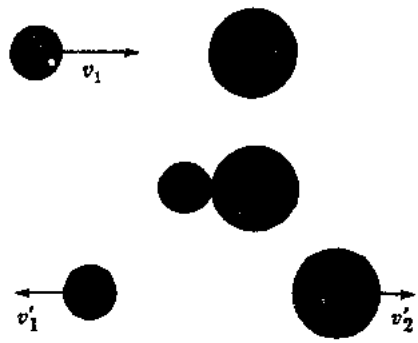
$$m_1 v_1 = m_2 v_2' - m_1 v_1'$$
$$m_1(v_1 + v_1') = m_2 v_2' \qquad (۴-۱۳)$$

از پایستگی انرژی جنبشی داریم

$$\tfrac{1}{2} m_1 v_1^2 = \tfrac{1}{2} m_1 v_1'^2 + \tfrac{1}{2} m_2 v_2'^2$$
$$m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2 v_2'^2$$
$$m_1(v_1 + v_1')(v_1 - v_1') = m_2 v_2'^2 \qquad (۵-۱۳)$$

از تقسیم معادلهٔ ۱۳ـ۴ برمعادلهٔ ۱۳ـ۵ معادلهٔ زیر به دست می‌آید .

$$v_1 - v_1' = v_2'$$
$$v_1' = v_1 - v_2' \qquad (۶-۱۳)$$



شکل (۱۳ـ۵) یک برخورد شاخ بشاخ کشسان بین یک شیء متحرک و یک شیء ساکن . مقدار نسبی انرژی جنبشی که منتقل می‌شود به نسبت جرمها بستگی دارد .

با جانشین کردن این عبارت به جای v_1' در معادلهٔ ۱۳–۴، تندی نهایی m_2 به دست می‌آید

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \qquad (۷–۱۳)$$

از این رو نسبت بین انرژی جنبشی K_2' از دست داده توسط شیء ۱ در برخورد و انرژی جنبشی اولیهٔ آن K_1 عبارت است از

$$\frac{K_2'}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2}m_1 v_1^2} = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} = \frac{4(m_2/m_1)}{(1 + m_2/m_1)^2} \qquad (۸–۱۳)$$

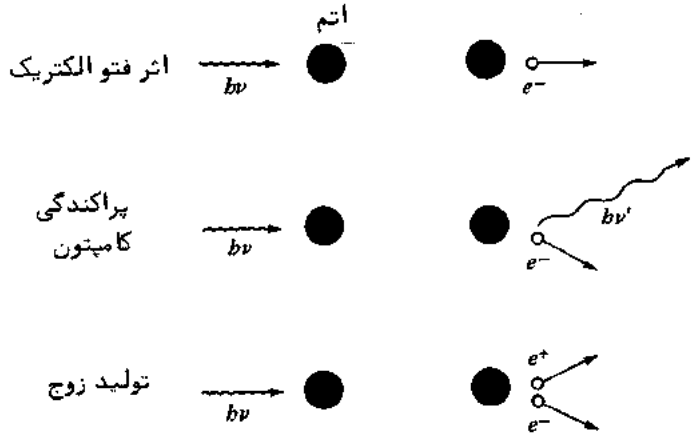
تحلیل کلاسیکی فوق را می‌توان در مورد نوترونهایی که از میان یک جسم مادی عبور می‌کنند، به کار برد زیرا اثرات نسبیتی برای انرژیهای جنبشی زیر حدود ۲۰۰ MeV بی‌اهمیت هستند. وقتی که یک نوترون بطور شاخ بشاخ به یک پروتون برخورد می‌کند، $m_2 = m_1$ و درواقع نوترون تمام انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهد. وقتی هدف یک دوترون است، $m_2 = 2m_1$ و نوترون ۸۹ درصد انرژی اولیه‌اش را از دست می‌دهد. یک نوترون که بطور شاخ بشاخ با یک هستهٔ ^{12}C برخورد می‌کند، ۲۸ درصد انرژیش را از دست می‌دهد و اگر برخورد با یک هستهٔ ^{238}U باشد، فقط ۱/۷ درصد انرژی از دست می‌دهد. البته، چون اکثر برخوردها غیرشاخ بشاخ هستند، ارقام بالا بیشینه ارقام را نشان می‌دهند ولی واضح است که یک نوترون وقتی که توسط هسته‌های سبکتر پراکنده شود، انرژی سریعتر از دست خواهد داد. همان‌گونه که در بخش ۱۲–۸ ذکر شد، یک نوترون سرانجام به تعادل گرمایی با مادهٔ اطراف خود می‌رسد. یک چنین نوترون حرارتی محتملترین انرژی مساوی kT را دارد که در دمای اتاق مساوی ۰/۰۲۵ eV است. اگر تمام زوایای پراکندگی را با احتمال یکسان در نظر بگیریم، میانگین برخوردها برای رسیدن به تعادل گرمایی یک نوترون به انرژی ۲ MeV، در ئیدروژن ۱۸، در دوتریوم ۲۵، در کربن ۱۱۴ و در اورانیوم ۲۱۵۰ خواهد بود. مفاهیم ضمنی این نتایج برای طرح رآکتور در بخش ۱۲–۱۱ بحث شده است.

۱۳–۳ جذب پرتو گاما

راههای سه گانهٔ اصلی که درآنها پرتوهای ایکس و گاما وقتی که از میان ماده می‌گذرند انرژی از دست می‌دهند در فصل ۲ شرح داده شدند. آنها عبارتند از (شکل ۱۳–۶):

۱– اثر فتوالکتریک. یک فوتون فرودی تمام انرژیش را به یک الکترون اتمی در مادهٔ جذب کننده منتقل می‌کند.

۲– پراکندگی کامپتون. یک فوتون فرودی بخشی از انرژیش را با دادن به یک الکترون اتمی از دست می‌دهد. فوتون جدیدی که خارج می‌شود بسامد پایینتری دارد.



شکل(۱۳ــ۶) پرتوهای ایکس و گاما عمدهٔ " از طریق اثر فتوالکتریک ، پراکندگی‌کامپتون و تولید زوج با ماده برهمکنش‌دارند . لازمهٔ تولید زوج یکانرژی‌فوتون با حداقل ۱/۰۲ MeV است .

۳ــ تولید زوج . یک فوتون فرودی که انرژیش حداقل ۱/۰۲ MeV (چون m_0c^2 برای الکترون ۰/۵۱MeV می‌باشد) است می‌تواند وقتی‌که از نزدیک یک هسته عبورمی‌کندبصورت یک زوج الکترون ــ پوزیترون درآید ؛ حضور هسته لازم است برای این که اندازه حرکت را پایسته کند .

در هر سه مورد انرژی فوتون به الکترونها منتقل می‌شود که به نوبهٔ خود این الکترونها با برانگیختن یا پوینده کردن اتمها در جذب کننده انرژی از دست می‌دهند .

در انرژیهای پایین فوتون ، اثر فتوالکتریک مکانیسم اصلی افت انرژی‌است . اهمیت‌اثر فتوالکتریک با افزایش انرژی کاهش می‌یابد تا پراکندگی کامپتون جانشین‌آن‌شود . هرچه عدد اتمی جذب کننده بزرگتر باشد ، انرژیی که در آن اثر فتوالکتریک مهم است بیشتر است . در عناصر سبکتر ، پراکندگی کامپتون با انرژیهای فوتون با مقادیر دهها keV مهم می‌شود ، در صورتی که در عناصر سنگینتر چنین نیست ، مگر این که انرژیهای فوتون تقریبا " به ۱ MeV برسند . هرچه انرژی فوتون از آستانهٔ ۱/۰۲ MeV بیشترتجاوزکند ، احتمال‌ایجاد زوج‌بیشتر می‌شود . هرچه عدد اتمی جذب کننده بزرگتر باشد ، انرژی که در آن تولید زوج به عنوان مکانیسم اصلی افت انرژی توسط پرتوهای گاما جانشین می‌شود ، پایین‌تراست . درسنگینترین عناصر ، این‌مرزانرژی درحدود ۴ MeV است ولی برای‌عناصرسبکتر بیش‌از ۱۰ MeV می‌باشد . بنابراین ، پرتوهای گاما در گسترهٔ انرژی مساوی انرژی پرتوهای گامای حاصل از واپاشی یک

رادیواکتیو نوعی بیشتر از طریق پراکندگی کامپتون با ماده برهمکنش دارند.

شدت I یک باریکهٔ پرتو ایکس یا گاما مساوی میزانی است که باریکه‌انرژی را درهر سطح مقطع واحد باریکه حمل می‌کند. کسر انرژی $-dI/I$ تلف شده توسط باریکه درحین‌عبور از یک ضخامت dx یک جذب کننده متناسب با dx خواهد بود:

$$-\frac{dI}{I} = \mu\, dx \qquad (۹-۱۳)$$

ضریب تناسب μ ضریب تضعیف‌خطی[1] نامیده می‌شود و مقدار آن به انرژی فوتونها و به‌ماهیت مـادهٔ جذب کننده بستگی دارد. با انتگرال گرفتن از معادلهٔ ۱۳ـ۹، معادلـهٔ زیر حاصل می‌شود

$$I = I_0 e^{-\mu x} \qquad (۱۰-۱۳)$$

شدت تابش بطور نمایی با ضخامت‌جذب کننده x کاهش می‌یابد. این‌رفتار بارفتاربارکه‌های ذرات باردار، که به ازای یک انرژی اولیهٔ مفروض برد کم و بیش معینی دارند، فرق می‌کند. این اختلاف ناشی‌از این است که انرژی یک ذرهٔ باردار بتدریج درتعدادزیادی‌از برهمکنشها از دست می‌رود، در صورتی که یک فوتون انرژی را در تعداد کمی از رویدادها، اغلب دریک رویداد، که وقوع آن درهرمسافت واحد در یک جذب کننده احتمال معینـی دارد، از دست می‌دهد. شکل ۱۳ـ۷ نموداری است ازضریب تضعیف خطی برای فوتونهـای موجود در سرب بصورت تابعی از انرژی فوتون. توزیعهای اثر فتوالکتریک، پراکندگی کامپتون و تولید زوج نسبت به μ نشان داده شده‌اند.

برای ارتباط دادن ضخامت x جذب کنندهٔ موردنیاز برای کاهش شدت یک باریکهٔ‌پرتو ایکس یا گاما، به ضریب تضعیف μ می‌توانیم از معادلهٔ ۱۳ـ۱۰ استفاده کنیم. اگر نسبت شدتهای نهایی و اولیه I/I_0 باشد،

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \qquad \text{شدت نسبی} \qquad (۱۱-۱۳)$$

$$\frac{I_0}{I} = e^{\mu x}$$

$$\ln\frac{I_0}{I} = \mu x$$

$$x = \frac{\ln (I_0/I)}{\mu} \qquad \text{ضخامت جذب کننده} \qquad (۱۲-۱۳)$$

---

1. Linear attenuation coefficient

مسأله: ضریب تضعیف خطی برای پرتوهای‌گاما با انرژی ۲ MeV درآب در حدود $5\ m^{-1}$ است. (الف) شدت‌نسبی یک باریکه ازپرتوهای‌گاما با انرژی ۲ MeV را پس‌از عبور از ۱۰cm آب پیدا کنید. (ب) چنین باریکه‌ای چه‌مسافتی درآب باید طی کند قبل از این که شدتش به ۱ درصد مقدار اولیه‌اش کاهش یابد؟

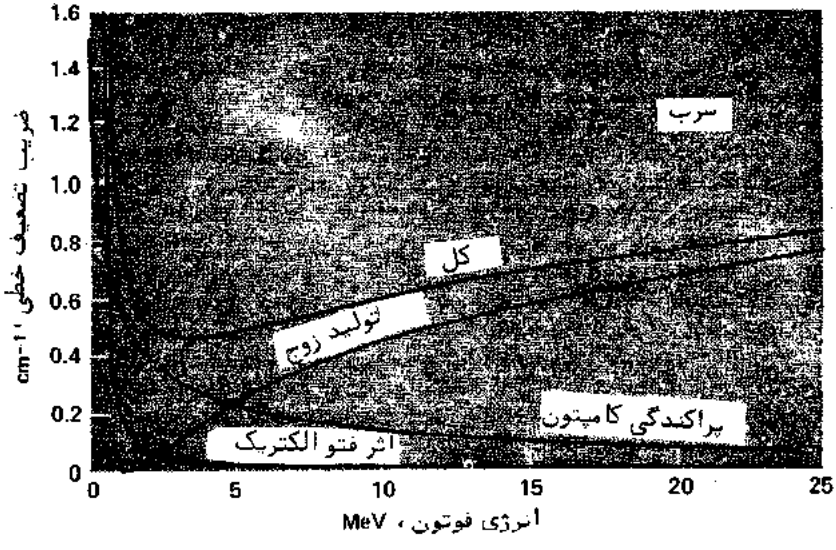
حل: (الف) در این جا $\mu x = 5\ m^{-1} \times 0/1 m = 0/5$ و بنابراین‌از معادلهٔ ۱۳–۱۱ داریم

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} = e^{-0.5} = 0.61$$

شدت‌باریکه پس‌از عبور از ۱۰ cm آب به ۶۱ درصد مقدار اولیه‌اش‌کاهش‌می‌یابد.

(ب) چون $I_0 / I = 100$ ، از این رومقدار زیر به دست می‌آید.

$$x = \frac{\ln (I_0/I)}{\mu} = \frac{\ln 100}{5\ m^{-1}} = 0.92\ m$$



شکل(۱۳–۷) ضریبهای تضعیف خطی برای فوتونهای سرب.

در خصوص ذرات باردار، گاهی اوقات ضخامت جذب کننده x برای پرتوهای گاما به جای این که بر حسب طول بیان شود بطور غیر مستقیم بر حسب جرم در مساحت سطح مقطع

واحد (مثلا" ،گرم‌برسانتیمترمربع)بیان می‌شود . وقتی که این کار انجام شود ، درمعادله‌های ۱۳–۹ تا ۱۳–۱۲ ، μ/ρ جایگزین μ می‌شود ، که در آن ρ چگالی‌جذب کننده است .

انرژی تلف شده توسط تابش یونی کننده درحین عبور از بافت زنده یک کمیت مهم در بیولوژی و داروسازی است . واحد SI مربوط به میزان پرتودهی‌گری[1] است ، که یک‌گری (Gy) برابر یک ژول انرژی جذب شده در هر کیلوگرم از مادهٔ هدف است . گری واحدبزرگی است‌و راد[2] ، معادل ۰/۰۱ گری ، بیشتر به کاربرده می‌شود . میزان پرتودهی بر حسب انرژی جذب شده به عنوان یک شاخص از نتایج بیولوژیکی یک تابش مشخص کافی نیست . در عین حال تابشهای نوعهای مختلف و انرژیهای مختلف بر روی یک بافت مفروض اثرات یکسان‌ندارند و بافتهای مختلف در برابر تابش یکسان به‌گونه‌ای متفاوت متأثر می‌شوند . بنابراین ، تأثیر بیولوژیکی نسبی (RBE)[3] یک تابش خاص مهم است ولواین‌که مشخص‌کردن دقیق آن‌مشکل باشد . تأثیربیولوژیکی نسبی پرتوهای‌ایکس با انرژی keV ۲۵۰ مساوی ۱ گرفته‌می‌شود ومیزان پرتودهی ۱ راد از چنین پرتوهای ایکس برای یک شخص یک رم[4] در نظر گرفته می‌شود . تاثیرات بیولوژیکی نسبی سایر پرتوهای ایکس و تاثیرات بیولوژیکی نسبی پرتوهای گاما و بتا به ۱ نزدیکند ، ولی تاثیربیولوژیکی نسبی نوترونهای‌سریع‌حدود ۱۰ و تاثیربیولوژیکی نسبی ذرات آلفا با انرژی MeV ۱ حدود ۲۵ است . بنابراین یک راد جذب شده از این قبیل‌ذرات آلفا به معنی میزان پرتودهی تقریبا" ۲۵ رم است .

تابش یونی کننده برای بافت زنده زیان‌آور است . هیچ میزان‌پرتودهی "سالمی" تاکنون تعیین‌نشده است و شاید هیچ میزان پرتودهی بدین گونه وجود ندارد . متاسفانه بسیاری از فرآیندهای مطلوب شامل چنین تابشهای زیان‌آوری هستند ، در میان آنها می‌توان از کاربرد پرتوهای ایکس در امور پزشکی و عملکرد رآکتورهای هسته‌ای نام برد . ناچیز شمردن خطرات تابش‌آسان است زیرا اغلب با تأخیر همراه است ، گاهی اوقات چندین سال بین یک تابش و بعضی از نتایج آن که شامل سرطان ، سرطان خون و تغییرات ژنتیک است و به نسلی ناقص منتهی می‌شوند ، فاصله می‌افتد . این روزها آشکار است که یک موازنهٔ‌محسوس بین خطر پنهان و سودآشکار همیشه وجود نداشته است و استفادهٔ نادرست از پرتوهای ایکس تشخیص دهنده بویژه مایهٔ تأسف بوده است . مثلا" ، مطالعات دقیق نشان داده است بچه‌هایی که مادرانشان در دوران بارداری در معرض تابش پرتوایکس قرار گرفته‌اند نسبت به سایر بچه‌ها ، آمادگی‌بیشتری برای‌ابتلابه سرطان‌داشته‌اند . برآورد می‌شود که به ازای هر ۵۰۰۰ تا ۶۰۰۰

---

1. Gray
2. Rad
3. Relative biological effectiveness
4. Rem

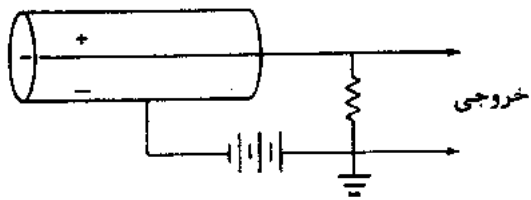
رم درمعرض تابش قرارگرفتن یک جمعیت یک بارسرطان‌کشنده روی می‌دهد ، در حالی که‌نقص ژنتیکی به میزان کمتری روی می‌دهد . منابع طبیعی غیر قابل اجتناب تابش نظیر پرتوهای کیهانی و نوکلیدهای رادیواکتیو در زمین و در خود بدن به میزان پرتودهی حدود ۰/۱۲۵ رم درسال در هر شخص منجرمی‌شوند . در جمعیت ایالات متحده میانگین از این مقداربیشتر است ، پرتوهای ایکس کمی بیش از نصف این مقدار به‌آن می‌افزایند ، نیروگاههای‌هسته‌ای‌در حدود $\frac{۱}{۳۰۰۰۰}$ این مقدار به‌آن می‌افزایند . برای‌کسانی که هنگام کار در معرض تابش هستند بیشینهٔ میزان پرتودهی ۵ رم در سال‌است و برای عموم ۰/۵ رم در سال است . لکن ، همهٔ صاحبنظران با این ارقام یا در حقیقت با این تصور که حد ایمنی وجود دارد موافق‌نیستند .

۱۳ـ۴ آشکارسازهای ذره

فوتونهای پر انرژی و ذرات باردار برای ایجاد زوجهای الکترون ـ یون که می‌توانند با ابزارگوناگون‌آشکارشوند ، ماده را در مسیرهایشان‌یونیزه‌می‌کنند ، هریک از این ابزار محسنات و نقایص خود را دارد . در این بخش اتاقکهای یونش ، شمارنده‌های متناسب[1] ، شمارنده‌های گایگر ، شمارنده‌های سوسوزن[2] و آشکارسازهای نیم رسانا شرح داده می‌شوند .

اتاقک یونش

یک اتاقک یونش از یک لولهٔ پر شده با یک گاز مناسب (نظیر آرگون) تشکیل می‌شود که این لوله دو الکترود دارد و این‌الکترودها معمولا" یا بصورت صفحات موازی یا بصورت یک استوانهٔ فلزی و یک سیم مرکزی می‌باشند ، همان گونه که در شکل ۱۳ـ۸ دیده می‌شود . سیم مرکزی در پتانسیل‌مثبت نسبتهٔ " زیادی نسبت به استوانه نگهداشته می‌شود . وقتی که یک‌ذره



شکل (۱۳ـ۸) یک آشکار ساز گازی ازاین نوع بر حسب ولتاژ به کار برده شده می‌تواند به عنوان یک اتاقک یونش ، شمارندهٔ متناسب یا یک شمارندهٔ گایگر به کار برده شود .

---

1. Proportional counters
2. Scintillation counters

یا فوتون گاز را یونیزه‌می‌کند ، الکترونها جذب آند می‌شوند و یونهای مثبت سنگین ، که به آهستگی حرکت می‌کنند ، جذب کاتد می‌شوند . (اگر ولتاژ بیش از حد پایین باشد ، بعضی از الکترونها و یونهای مثبت قبل از رسیدن به الکترودها دوباره به یکدیگر ملحق می‌شوند .) ارتفاع پالس ولتاژ حاصله ΔV در یک‌مقاومت خارجی به تعداد زوجهای یون n تولید شده در اتاقک و به ظرفیت اتاقک C بستگی دارد . یک ذره با انرژی $1\ MeV$ ممکن است در حین توقف 3×10^4 زوج یون تولید کند که در یک اتاقک یونیزاسیون که ظرفیتش $10\ pF$ است ، پالسی با ارتفاع ذیل تولید خواهد کرد .

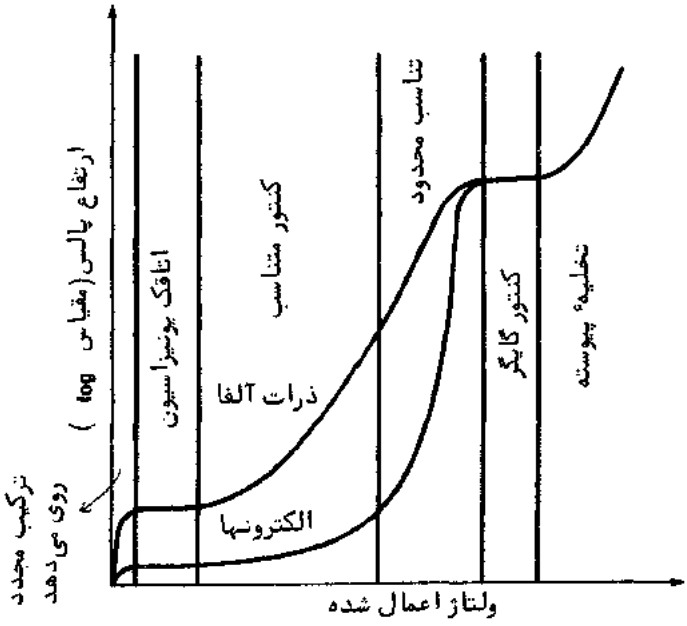
$$\Delta V = \frac{Q}{C} = \frac{ne}{C} = \frac{(3\times10^4)\times(1.6\times10^{-19}\ C)}{10\times10^{-12}\ F}$$
$$= 4.8\times10^{-4}\ V$$

شمارندهٔ متناسب

اگر ولتاژ اعمال‌شده در یک اتاقک یونش از یک مقدار معین تجاوز کند ، الکترونها در حین حرکت به سوی آند انرژی کافی به دست می‌آورند تا در طول مسیر زوجهای یون اضافی تولیدکنند . بهمن حاصله از الکترونهای ثانوی که به آند می‌رسد ممکن است ضریب تکثیری‌به اندازهٔ ۱۰۰۰ ، با یک پالس خروجی مطابق با آن ،نشان‌دهد . در یک برد معین از ولتاژهای به کار رفته (به شکل ۱۳ـ۹ رجوع کنید) ، اندازهٔ پالس متناسب با تعداد زوجهای یون اولیه است و دستگاه یک شمارندهٔ متناسب نامیده می‌شود . چون زمان تولید یک پالس در یک شمارندهٔ متناسب از زمان تولیدآن در یک اتاقک یونیزاسیون کوتاهتر است ، پالس قادر است با شدتهای تابشی‌زیاد بهتر مقاومت‌کند . همان گونه که خواهیم دید یک شمارندهٔ سوسوزنی هنوز از این سریعتر عمل می‌کند . قدرت تقویت یک شمارندهٔ متناسب در کاربردهایی نظیر تعیین طیف‌انرژی یک تابش با انرژی‌پایین مفیداست ، مثلا " در مورد الکترونهایی از واپاشی بتای تریتیوم که انرژی بیشینهٔ آنها فقط $18\ keV$ می‌باشد . روش عبارت‌است از استفاده‌از تریتیوم به‌عنوان گازپرکنندهٔ‌شمارنده و سپس ثبت بزرگیهای پالسهایی که تولید می‌شوند .

شمارنده‌های متناسب می‌توانند برای آشکار کردن نوترونها نیز به کار برده شوند ،گرچه نوترونها ماده‌ای را که از میان‌آن می‌گذرند یونیزه نمی‌کنند . لکن ، جذب یک نوترون توسط یک‌هسته معمولا " گسیل یک ذرهٔ باردار یا یک پرتو گاما را به دنبال دارد یا به‌عنوان نتیجهٔ یک واکنش‌هسته‌ای و یا ازطریق‌واپاشی‌رادیواکتیو هستهٔ‌تولیدی ، و این تابش ثانوی می‌تواند آشکار شود . یک شمارندهٔ متناسب پر شده با گاز تری فلورید بر[1] ، BF_3 ، به وسیلهٔ واکنش

1. Boron Trifluoride



شکل (۱۳ــ۹) ارتفاع پالس در مقابل ولتاژ اعمال شده برای یک شمارندهٔ گازی برای ذرات آلفا و الکترونهای سریع . ارتفاع پالس با تعداد زوجهای یون دریافت شده متناسب است .

$^{10}B(n,\alpha)^{7}Li$ نوترونها را آشکار می‌کند . بر طبیعی دارای ۱۹ درصد ایزوتوپ ^{10}B است و یک شمارندهٔ بویژه‌حساس را می‌توان با به کار بردن BF_3 که محتوی بر آن با استفاده از درصد بیشتری از ^{10}B غنی می‌شود ، ساخت . سطح مقطع برای واکنش $^{10}B(n,\alpha)^{7}Li$ با تندی نوترون نسبت عکس دارد ، بنابراین ، شمارنده‌های BF_3 نسبت به نوترونهای کند بویژه حساسند . ذرات آلفا با انرژی ۱/۴۷ MeV حاصل از واکنش ، سبب تولید پالسهای خیلی بزرگتر از سایرتابشها می‌شوند ، نظیر پالسهای حاصل از پرتوهای گاما که اغلب درمحیط حاضرند جایی که نوترونها باید شمارش شوند و بنابراین به وسیلهٔ مدارات مناسب بسهولت مشخص می‌شوند . یک شمارندهٔ متناسب پر شده با یک گاز هیدروژن می‌تواند برای آشکارکردن نوترونهای سریع از طریق یونیزاسیون تولید شده توسط پروتونها که پس ازبرخوردبا نوترونها پس‌زده می‌شوند ، به کار بـرده شود . تشخیص یک زمینهٔ گاما در این‌حالت نیز ساده‌است .

شمارندهٔ گایگر

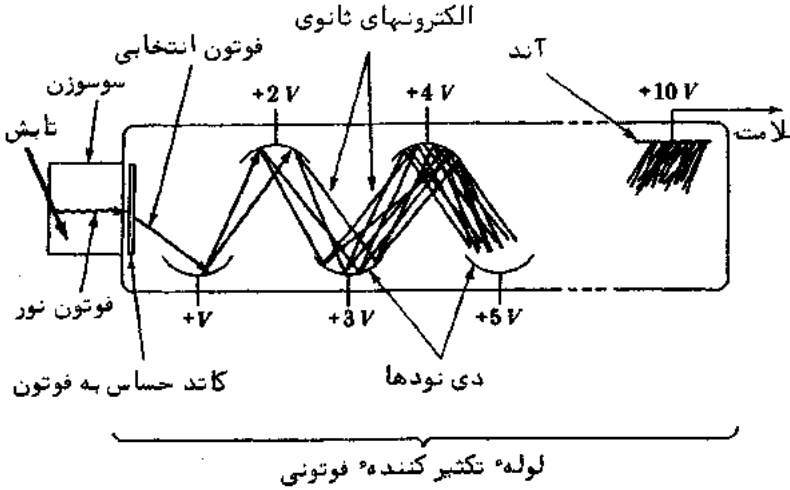
وقتی که ولتاژ داده شده به یک آشکار ساز پر از گاز بحد کافی برسد ، بهمن الکترونهای

ثانوی نزدیک سیم اصلی شدیدتر می‌شود و به جای این‌که مانند یک شمارندهٔ متناسب بطور موضعی‌متمرکزشود درامتداد تمام طول سیم گسترده می‌شود . دلیلش این است که الکترونهای اتمی داخلی و نیز خارجی اکنون در برخوردها برانگیخته می‌شوند و فوتونهای فرابنفش‌گسیل شده طی سقوط‌الکترونها به داخل ترازهای داخلی بحد کافی پرانرژی هستند تا سایراتمهای گازی نه چندان دور را یونیزه کنند . تخلیهٔ الکتریکی ظرف چند میکروثانیه متوقف می‌شود وقتی یونهای‌مثبت ، که خیلی کندتر از الکترونها حرکت می‌کنند ، آن قدر زیاد می‌شوند که میدان الکتریکی نزدیک سیم به کمتر از آن مقداری که برای یونیزاسیون بیشتر لازم است تا توسط‌الکترونها تولید شود ، کاهش می‌یابد . از آنجا که حتی یک زوج یون منفرد می‌تواندیک بهمن‌کامل به راه اندازد ، ارتفاع پالس ، بدون توجه به ماهیت یا انرژی ذره‌ای که از میان اتاقک‌می‌گذرد ، یکی‌است . یک آشکارساز پرشده از گاز که درچنین ولتاژهای‌زیادی کار می‌کند بنام مخترعین آن به شمارندهٔ گایگر ـ مولر موسوم است که معمولا" به شمارندهٔ‌گایگر خلاصه می‌شود . در ولتاژهای باز هم بالاتر ، یک تخلیهٔ الکتریکی پیوسته در لوله روی می‌دهد .

یک مزیت‌شمارندهٔ گایگر دراین است که ارتفاع پالس در گستره‌ای از ولتاژهای اعمال شده ثابت است ، همان‌گونه که در شکل ۱۳ـ۹ مشاهده می‌شود ، بنابراین ، به تنظیم دقیق منبع تغذیه‌آن گونه که برای یک شمارندهٔ متناسب لازم است ، نیاز نیست . بعلاوه ، پالسها چندین‌ولت ارتفاع‌دارند که نیازی به‌تقویت‌کننده‌ها نمی‌باشد . معایب‌شمارندهٔ گایگر عبارتند از : این شمارنده برای یک دورهٔ تناوب ۲۰۰ تا ۴۰۰ μs بعد از هر پالس غیر حساس است‌که این‌امر مانع به کاربردن آن در آهنگهای شمارشی خیلی زیاد می‌شود و این شمارنده‌نمی‌تواند در مورد ذره یا فوتونی‌که سبب تولید یک پالس می‌شود اطلاعاتی به ما بدهد .

شمارندهٔ سوسوزن

بعضی مواد وقتی که تابش یونی کننده به آنها برخورد می‌کند ، درخششهای نور گسیل می‌دارند . این قبیل مواد ، بنام فسفرها یا سوسوزنها ، بصورت لایه‌های نازک در لامپهای تصویر تلویزیون به کار برده می‌شوند که هرگاه باریکه‌های الکترون به آنها برخورد می‌کنند ، می‌درخشند . پرده‌های سوسوزن سولفید روی در آزمایشهای اولیه با رادیواکتیویته برای کشف ذرات‌آلفا به کار برده می‌شدند ، بویژه در کار گایگر و مارسدن که به مدل اتمی راترفورد منجر شد (بخش ۴ـ۱) . در یک شمارندهٔ سوسوزن ، یک فسفر بشکل جامد یا مایع که نسبت به نور تولید شده شفاف است به کار برده می‌شود . درخششهای نور به وسیلهٔ یک لولهٔ‌تکثیرکنندهٔ فوتونی‌آشکارمی‌شوند (شکل ۱۳ـ۱۰) که این لوله بازده اولیهٔ فتوالکترونها از یک‌کاتدمناسب



شکل(۱۳–۱۰) خصائص اساسی یک شمارندهٔ سوسوزن . سوسوزن ممکن است یک جسم جامد بلورین یا یک جسم پلاستیکی یا یک مایع باشد . تعداد دی‌نودها درلولهٔ تکثیرکنندهٔ فوتونی ممکن است ۱۰ یا بیشتر باشد ، در هر دی‌نود نسبت به دی‌نودقبلی آن‌چندصدولت اختلاف پتانسیل وجود دارد . یک سپر مناسب لازم است تا مانع منحرف ساختن الکترونهای ثانوی توسط میدانهای مغناطیسی شود .

را به وسیلهٔ گسیل‌ثانوی الکترونهای بیشتری از دی‌نودهای[1] متوالی تقویت‌می‌کند . یک‌لولهٔ تکثیرکنندهٔ‌فوتونی ممکن‌است ۱۰ دی‌نود یا بیشتر داشته باشد که هر دی‌نودبرای هرالکترون فرودی ۲ تا ۵ الکترون‌ثانوی برای‌کسب یک‌تعداد کلی‌الکترون‌به اندازهٔ 10^6 یا 10^7الکترون می‌دهد . کل فرآیند خیلی سریع است و ذرات در بعضی از شمارنده‌های سوسوزن که فقط با فاصلهٔ چند نانوسکند[2] ($1\,ns = 10^{-9}\,s$) وارد می‌شوند قابل تشخیصند ؛ که یک پیشرفت اساسی در مقایسه با شمارندهٔ گایگر در این خصوص است .

انرژی از دست رفته توسط یک ذرهٔ فرودی در سوسوزن ارتفاع پالس خروجی را تعیین می‌کند . اگر ذره در سوسوزن متوقف شود ، بنابراین انرژی آن را می‌توان تعیین کرد . دراین جا شمارنده‌های سوسوزن بر شمارنده‌های مشابه گازی که دارای چگالی‌بیشترحجم حساس‌هستند مزیت دارند ، بنابراین ذرات پر انرژی بیشتری می‌توانندمتوقف و انرژیهای آنها اندازه‌گیری شوند . پرتوهای گاما ، بخصوص ، به وسیلهٔ شمارنده‌های سوسوزن با سهولت بیشتری بررسی

1. Dynodes
2. Nanosecond

می‌شوند . بلورهای پدیدسدیم که با مقدار کمی از تالیم مخلوط می‌شوند برای‌شمارش پرتوگاما و اندازه‌گیری انرژی زیاد به کار برده می‌شوند. تالیم ، نور فرابنفش گسیل شده توسط NaI را جذب می‌کند و نور مرئی را که لوله‌های تکثیر کنندهٔ فوتونی به‌آن حساسند دوباره گسیل می‌کند . سوسوزنهای آلی که ممکن است بشکل بلور، پلاستیک یا مایع باشند نسبت به سوسوزنهای غیر آلی (NaI (Tl پالسهای‌کوتاهتر تولید می‌کنند ولی در تبدیل انرژی‌جذب شده به نور بازده کمتری دارند .

آشکارساز نیم رسانا

خصوصیات‌اتصالهای p-n اساس یک طبقه ازآشکارسازهای‌تابشی‌حالت‌جامد را که‌کاربرد زیادی دارد تشکیل می‌دهند . چنان که در فصل ۱۰ بحث‌شد ، رسانایی در یک‌نیم‌رسانای‌نوع n از طریق حرکت الکترونها و در یک نیم رسانای نوع p از طریق حرکت "حفره‌ها" (محلهای الکترونی اشغال نشده) که رفتار این حفره‌ها بگونه‌ای است که گویی بطورمثبت‌باردارشده‌اند ، روی می‌دهد . زوجهای الکترون ـ حفرهٔ ایجاد شده در اثر عبور یک ذرهٔ باردار یا یک فوتون از میان یک نیم رسانا از نظر تعداد نسبت به الکترونها و حفره‌هایی که قبلا" در آن جاوجود داشتند کم هستند و این مسأله آشکار کردن آنها را مشکل می‌سازد . لکن ،دریک‌اتصال p-n الکترونها از منطقهٔ n به منطقهٔ p مهاجرت می‌کنند ، جایی که این الکترونها با حفره‌هاترکیب می‌شوند تا یک‌لایه در دوطرف به جای‌گذارند که تهی از حاملین‌بار است . این لایه به‌واسطهٔ اختلاف پتانسیلی که نتیجهٔ " ایجاد می‌کندنازک است . اعمال یک ولتاژ خارجی برای تولید یک بایاس‌معکوس در بلور (یعنی ، دراین‌صورت انتهای pآن منفی و انتهای n آن مثبت‌است) عرض این ناحیهٔ تهی را به یک میلی‌متر یا چیزی در این حدود افزایش می‌دهد . افزایش بیشتر عرض‌این ناحیه با وارد کردن ناخالصی مناسب به بلور امکان‌پذیر است . ناحیهٔ تهی وقتی که تابش از میان آن بگذرد مانند یک اتاقک یونیزاسیون رفتار می‌کند ، با الکترونها و حفره‌های جدیدی که توسط‌این تابش تولید می‌شوند جذب دو انتهای‌کریستال‌می‌شوند جایی که می‌توانند یک پالس قابل اندازه‌گیری تولید کنند .

آشکارسازهای نیم رسانا بویژه برای اندازه‌گیریهای انرژی مناسبند زیرا عکس‌العمل‌آنها خطی است و قدرت تفکیک انرژی آنها خیلی خوب است ـ فقط ۲/۸ eV انرژی لازم‌است تا یک زوج‌الکترون ـ حفره در ژرمانیم تولید کند و ۳/۵ eV انرژی برای تولید یک زوج الکترون حفره در سیلیکون لازم است ، در حدود یک دهم انرژی لازم برای تولید یک زوج الکترون ـ یون در یک شمارندهٔ گازی یا شمارندهٔ سوسوزن . لکن ، چون ضخامت ناحیهٔ تهی حداکثر فقط چند میلی‌متر است ، آنها را نمی‌توان در طیف‌سنجها برای ذرات خیلی پرانرژی به‌کار

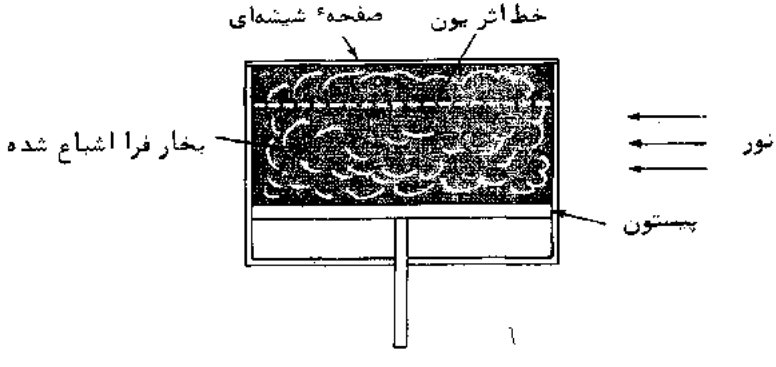
برد . آشکارسازهای‌نیم‌رسانا درمقایسه با شمارنده‌های‌سوسوزن نسبت‌به پرتوهای‌گاما حساسیت کمتری دارند .

۱۳ـ۵ ردیابها

انواع وسایلی که قبلا" ذکر شد وقتی مفیدند که نوع معینی از ذرات به محل معینی می‌رسند که قرار است شمرده یا انرژیهای آنها اندازه‌گیری شوند . اگر فرآیند در دست‌مطالعه یک فرآیند پیچیده باشد ، بویژه وقتی که برهمکنشها و واپاشیهای ذرهٔ بنیادی تحت بررسی است ، وسیله‌ای که مسیرهای ذرات مختلف را برای بازرسی بصری نمایش‌دهد ، مناسبتراست . اتاقکهای ابری ، اتاقکهای حبابی ، امولسیون‌های هسته‌ای[1] و اتاقکهای جرقه‌ای برای این‌منظور در دسترسند .

اتاقک ابری

اگر احیانا" یونهایی در یک بخار فرا اشباع شده حضور داشته باشند ، بخار به قطرات مایع در اطراف آنها تبدیل خواهد شد . این مشاهده اساس اتاقک‌ابری است که درسال ۱۹۰۷ م . توسط سی .تی .آر. ویلسون[2] اختراع شد . یک اتاقک ابری در ساده‌ترین شکل آن (شکل ۱۳ـ۱۱) تشکیل شده است از یک سیلندر با یک صفحهٔ شیشه‌ای در یک انتها و یک پیستون در انتهای دیگر که حاوی هوای اشباع شده بایخارآب است . وقتی پیستون سریعا "رو به‌پایین حرکت می‌کند ، بخار ، منبسط‌و سرد می‌شود و به یک حالت فرا اشباع‌شده‌می‌رسد . اگردقیقا "



شکل(۱۳ـ۱۱) یک اتاقک ابری

1. Nuclear Emulsions
2. C.T.R Wilson

در این هنگام یک ذرهٔ باردار از میان اتاقک عبور کند ، یونهای تشکیل شده در امتداد مسیر بصورت هسته‌های قطرات آبی که از بخار به وجود می‌آیند ، عمل می‌کنند. این آزمایش را می‌توان با افروزش اتاقک از یک طرف مشاهده یا از آن عکسبرداری کرد . انرژی اولیه و نوع یک ذره را که در اتاقک متوقف می‌شود می‌توان از طول رد ذره و از ضخامت آن بـــه دست آورد . چون چگالی مخلوط هوا ــ بخار پایین است ، یک ذره با انرژی زیاد معمولا " بطور مستقیم از میان آن می‌گذرد ، ولی اگر اتاقک در یک میدان مغناطیسی گذاشته شود ، انحنای رد ،اندازه حرکت یک چنین ذره و نیز علامت بار آن را مشخص خواهد کرد . تأثیر یک اتاقک ابری با به کار بردن یک شمارندهٔ گایگر خارجی به منظور شروع انبساط بخار وقتی شمارنـــده ورود یک ذره را علامت می‌دهد ، خیلی زیاد افزایش داده می‌شود . انبساط مدت کوتاهی طول می‌کشد تا روی دهد ولی ترکیب مجدد یونها در اتاقک نسبةً " کند است و رد یون آن قدر برجای می‌ماند تا این روش خوب عمل کند .

گرچه اکتشافات مهم بسیاری با اتاقکهای ابری نوع انبساطی انجام شد ، ولی این اتاقکها معایبی نیز دارند . یکی از آن معایب کوتاه بودن دوره‌های حساسیت است که همین نکته سبب پیدایش اتاقک ابری پخش شد . چنین اتاقکی یک مخزن مایع گرم درقسمت بالادارد درحالی که قسمت تحتانی آن سرد نگه داشته می‌شود که نتیجهٔ آن وجود یک لایهٔ دائمی بخار فراــ اشباع شده در قسمت تحتانی آن خواهد بود . متأسفانه اتاقک ابـــری پخش هم خود دارای نقائص جدی است ، مثلا " نازکی لایهٔ فعال و مداومت ردهای قدیمی که این ردها بایستی ،با به کار بردن یک میدان الکتریکی برای حذف یونها ، محو شوند که این کار زمان می‌خواهد .

اتاقک حباب

اشکال عمدهٔ هر اتاقک ابری برای تحقیق پیرامون ذرات با انرژی زیاد عبارت است از چگالی پایین حجم حساس: بیشتر ذرات فرودی بدون هیچگونه برهمکنشی جز تولید خطوط اثریونها مستقیما " عبورمی‌کنند . چون اتاقک‌حباب که درسال ۱۹۵۲ م . توسط دی.آ .گلاسر[1] اختراع شد به جای گاز با یک مایع پر می‌شود ، احتمال برهمکنش خیلی بالاتر است و چنین اتاقکهایی در تحقیق پدیده‌های ذرات بنیادی کاربرد وسیعی دارند .

روش مذکور عبارت است از حرارت دادن یک مایع مناسب بالای نقطهٔ جوش معمولی مادامی که تحت یک فشار نسبةً " زیاد آن را در حالت مایع نگه می‌دارد . آنگاه فشار ناگهان کاهش می‌یابد و مایع را در یک وضعیت فرا تافته باقی می‌گذارد . یک مایع فراتافته ناپایدار

---

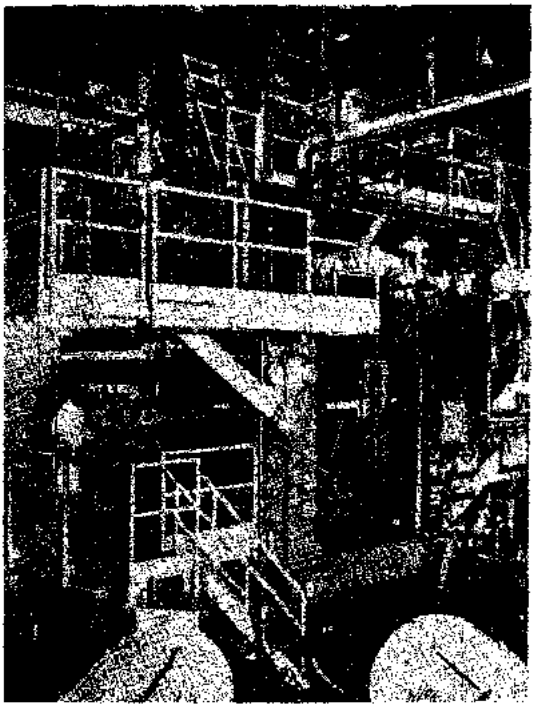
1. D.A. Glaser

است و حبابهای بخار در اطراف یونهای موجود تشکیل می‌شوند . یک ذرهٔ باردار که در این لحظه از مایع عبور می‌کند ردی از حبابها را بر جای می‌گذارد که اگر اتاقک افروزیده شود می‌توان از آن عکسبرداری‌کرد . یک اتاقک حباب کم و بیش عکس یک اتاقک‌ابری است . اتاقک حباب بطور پیوسته حساس نیست زیرامایع چند ثانیه پس‌از فراتافته شدن شروع به جوشیدن می‌کند و در این نقطه باید دوباره متراکم شود . ترکیب مجدد یونها و الکترونهادر یک‌اتاقک حباب‌نسبت به زمان موردنیاز برای‌این‌که تراکم روی‌دهد آن‌قدرسریع است که اجازه نمی‌دهد از یک شمارندهٔ خارجی به عنوان دادن علامت برای شروع تراکم استفاده کرد ، ولی وقتی‌که اتاقک با شتاب‌دهنده‌ای به‌کاربرده می‌شودکه پالسهای‌ذرات را درفواصل دقیق تولیدمی‌کند ، این محدودیت چندان جدی نیست . بر یک اتاقک حباب معمولا " یک میدان مغناطیسی‌اعمال می‌شود تا بارها و اندازه حرکتهای ذرات مختلف درگیر در یک رویداد را کـه در داخل آن اتفاق می‌افتد تعیین کند .

یکی از مسائل مربوط به یک اتاقک ابری شناسایی طبیعت هستهٔ هدف در یک‌برهمکنش است ، زیرا اتاقک با یک‌مخلوط‌گاز ــ بخار پرشده است . این‌مشکل با یک اتاقک‌حباب‌بسهولت

این سینکروترون‌در آزمایشگاه ملی بروک‌هاون در اثر القای الکترومغناطیسی پروتونها را تا ۳۳ GeV شتاب‌می‌دهد . پروتونهایی‌که‌دارای‌انرژیهای ۵۰ MeV هستند از یک‌شتاب‌دهندهٔ خطی در پشت دو نفری که در داخل آزمایشگاه ایستاده‌اند از طریق لوله‌ای در قسمت جلو تصویر واردسینکروترون‌می‌شوند و سپس به وسیلهٔ آهنرباهایی درسمت‌راست در یک‌مدارثابت نگه داشته می‌شوند در حالی که از یک میدان مغناطیسی متغیر انرژی می‌گیرند .

برطرف می‌شود. اتاقکهای حباب برای تحقیق ذرهٔ بنیادی معمولا" با ئیدروژن پرمی‌شوندکه پروتونها هسته‌هایشان هستند. چنین اتاقکی ممکن است حاوی ئیدروژن مایع (که نقطهٔ‌جوش آن در ۱ اتمسفر $-۲۵۳^\circ C$ است) در یک دمای $-۲۴۶^\circ C$ و فشار ۵ اتمسفرباشد؛ چگالی‌آن‌در این وضعیت $۰/۰۶ g/cm^3$ است، تقریبا" ۷۰۰ برابر چگالی گاز ئیدروژن در شرایط معمولی دما و فشار[1] سایر مایعات نیز به کار برده می‌شوند که به نوع کاربرد بستگی دارد.



اتاقک حباب ئیدروژنی به قطر ۱۸۰ اینچی در بروک هاون. فشار وارد بر ئیدروژن مایع در $-۲۴۷^\circ C$ در اتاقک ناگهان کاهش داده می‌شود، تا با ورود ذرات از سینکروترون‌جایی که ذرات به سرعتهایی نزدیک سرعت نور شتاب داده شده‌اند، مصادف شود. حبابهایی که درامتداد خطوط ردیونی ذرات باردار تشکیل می‌شوند برای‌این که بعدا" تحلیل شوند عکسبرداری می‌شوند. قسمت‌های عمدهٔ دستگاه عبارتند از: (۱) آهنربای الکتریکی برای منحرف کردن ذرات باردار که تعیین اندازه حرکتهای آنها را امکان پذیر می‌سازد؛ (۲) دریچهٔ باریکهٔ اتاقک حباب؛ (۳) پمپ خلاء؛ (۴) سیستم انبساط اتاقک؛ (۵) لولهٔ ئیدروژن مایع؛ (۶) سیستم دوربین و (۷) چرخ مخصوص برای حرکت دادن کل مجموعهٔ ۴۵۰ تنی.

امولسیونهای هسته‌ای

یک امولسیون‌هسته‌ای عبارت است از یک امولسیون عکاسی محتوی نقرهٔ زیاد که قشر ضخیمی از آن روی یک صفحهٔ شیشه‌ای را می‌پوشاند. یک ذرهٔ یونساز که از میان‌آن می‌گذرد تعدادی کریستال برومور نقره برجای می‌گذارد، که این‌کریستالها به گونه‌ای تغییر کرده‌اند که به هنگام ظهور بصورت‌یک‌ردیف دانه‌های‌سیاه نقرهٔ‌کلوئیدی در طول مسیرذره ظاهرمی‌شوند.

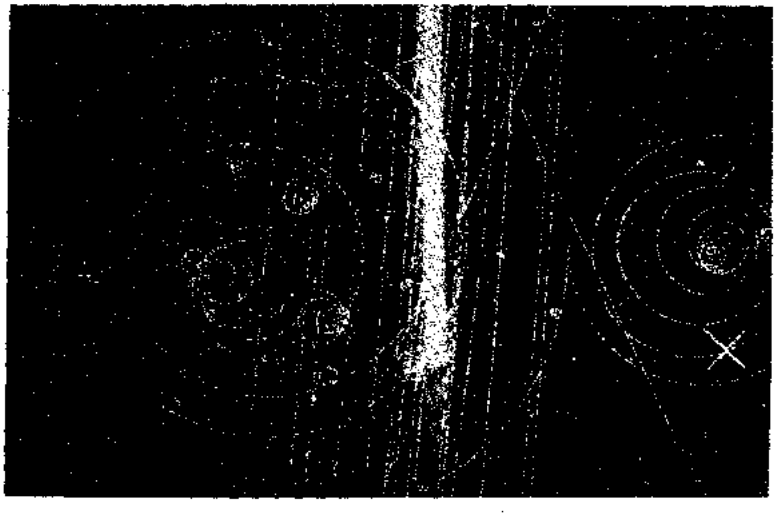
---

1. Standard temperature and pressure

از روی صفات مشخصهٔ رد، شناختن ذره و تعیین انرژی اولیهٔ آن امکان پذیر است. یک میکروسکوپ برای این منظور لازم است ـ مثلاً، یک پروتون با انرژی ۱۰ MeV ردی تقریباً بطول ۰/۶mm به جای می‌گذارد. چون این امولسیونها چگال، سخت، ارزان و ساده‌هستند، زمانی در تحقیق ذرات هسته‌ای و ذرات بنیادی زیاد به کار برده می‌شدند. بویژه، اکتشافات مهم زیادی در مورد برهمکنشها و واپاشیهای ذره‌بنیادی ـ ذره‌انجام شد و امولسیونها برای آن که در معرض تابش کیهانی ارتفاعات بالا در اتمسفر قرار گیرند، در بالونهایی به این ارتفاعات بالا برده می‌شدند. پیشرفتهای پی‌درپی شتاب دهنده‌های کاملاً قوی همراه با آشکارسازهایی نظیر اتاقکهای حباب که برای گردآوری و تنظیم اطلاعات مناسبترند امولسیونهای هسته‌ای را تا حد زیادی منسوخ کرده است.

اتاقک جرقه

یک اتاقک جرقه تشکیل شده است از تعدادی صفحات فلزی موازی در یک اتاقک پر شده



عکسی از شکل‌گیری زوج الکترون ـ پوزیترون در اتاقک حباب. باریکهٔ فرودی از پادـ پروتونها تشکیل می‌شد که یکی از آنها با یک هستهٔ ئیدروژن (که یک پروتون است) در ئیدروژن مایع اتاقک حباب برهمکنش داشت تا یک ذرهٔ غیربباردار تولید کند. این ذره که هیچ اثری به جای نگذاشت به یک الکترون و یک پوزیترون واپاشیده شد. یک میدان مغناطیسی سبب حرکت الکترون و پوزیترون در مسیرهای انحنا های مخالف که مارپیچی هستند، می‌شد زیرا ذرات در حین عبور از اتاقک انرژی از دست می‌دادند.

از یک گاز بی‌اثر نظیر نئون ، بین هرزوج از صفحات یک ولتاژ زیاد اعمال‌می‌شود . وقتی‌که‌یک ذرهٔ باردار از میان اتاقک می‌گذرد ، جرقه‌هایی در طول مسیر یونی که توسط ذره به جای می‌ماند روی می‌دهند که علت پیدایش این جرقه‌ها افزایش رسانایی گاز درآن جا است . رشته جرقه‌های حاصل بسهولت عکسبرداری می‌شوند و اگر اتاقک در یک میدان‌مغناطیسی‌قرارداشته باشد ، بار و اندازه حرکت ذره را می‌توان از انحنای مسیر تعیین کرد . یک اتاقک جرقه را می‌توان به یک شمارندهٔ خارجی برای تنظیم دقیق لحظهٔ عکسبرداری مجهز کرد و زمان حساسیت اتاقک را خیلی کوتاه کرد تا برقراری منشاء رویدادهای خاص و ارتباطات بین آنها را میسر سازد .

۱۳–۶ لپتونها

اینک به خود ذرات "بنیادی" مختلف برمی‌گردیم . ساده‌ترین آنها لپتونها هستند که به نظر می‌رسند در طبیعت واقعا" بنیادی باشند یعنی نشانه‌ای از ساختارهای داخلی‌یا حتی نشانه‌ای از داشتن ابعادی در فضا ندارند . آنها به همان اندازه به ذرات نقطه‌ای نزدیکندکه اندازه‌گیریهای حاضر می‌توانند ثابت کنند . از میان ذراتی که تا کنون با آنها آشنا شده‌ایم ، الکترون و نوترینولپتونها هستند .

الکترون اولین ذرهٔ بنیادی بود که برای آن یک نظریهٔ رضایتبخش توسعه یافت . این نظریه درسال ۱۹۲۸ م . توسط پی .آ .ام.دیراک[1] مطرح‌شد وی یک معادلهٔ موج برای یک ذرهٔ باردار در یک میدان‌الکترومغناطیسی که نتایج‌نسبیت خاص را در بر می‌گرفت ، به دست‌آورد . وقتی که جرم و بار مشاهده شدهٔ الکترون در جلهای مناسب این معادله گذاشته می‌شوند ، اندازه حرکت زاویه‌ای طبیعی الکترون $\frac{1}{2}\hbar$ (یعنی $\frac{1}{2}$ اسپین) و گشتاور مغناطیسی آن $e\hbar/2m$ ، یک ماگنتون بوهر ، می‌شوند . این پیش‌بینیها با تجربه سازگارند و این سازگاری گواه مستندی بر صحت نظریهٔ دیراک است .

یکی از نتایج غیر منتظرهٔ نظریهٔ دیراک این پیش بینی بود که الکترونهای‌مثبت و نیز منفی باید وجود داشته باشند . نخست چنین تصور می‌شد که علی‌رغم اختلاف جرم پروتون و الکترون ، پروتون برگردان مثبت الکترون است ولی در سال ۱۹۳۲ م . یک الکترون‌مثبت‌به گونه‌ای روشن در شار تابش کیهانی در سطح زمین پیدا شد . همان‌گونه که قبلا" ذکر شد الکترونهای مثبت را معمولا" "پوزیترونها" می‌نامند . تولید یک زوج الکترون ــ پوزیترون از یک فوتون با انرژی کافی ($>1/02$ MeV) و نابودی یک الکترون و یک پوزیترون که به هم

---

1. P.A.M Dirac

نزدیک می‌شوند در بخش ۲ـ۷ شرح داده شدند.

پوزیترون اغلب بصورت پاد ذرهٔ الکترون تعریف می‌شود، زیرا می‌تواندنابودی‌متقابل با یک الکترون را سبب شود. تقریبا" تمام ذرات بنیادی شناخته شدهٔ دیگر هم دارای پاد ذره هستند؛ فوتون و پیون خنثی مستثنا هستند. اگر پاد ذرهٔ یک‌ذره ناپایدارباشد، همان جرم اسپین و طول عمر را خواهد داشت ولی بار آن (اگر داشته باشد) علامت مخالف دارد و جهت‌گیری یا پاد جهت‌گیری بین اسپین‌و گشتاورمغناطیسی آن مخالف‌این پدیده بین اسپین و گشتاور مغناطیسی ذره است.

فرق بین نوترینو ν و پادنوترینو $\bar{\nu}$ بویژه جالب است. جهت اسپین نوترینو در خلاف جهت حرکتش می‌باشد؛ با نگاهی از پشت، همان‌گونه که در شکل ۱۳ـ۱۲ مشاهده می‌شود، نوترینو در جهت مخالف عقربهٔ ساعت می‌چرخد. از سوی دیگر، اسپین‌پادنوترینو هم‌جهت با حرکت آن است؛ با نگاهی از پشت، مشاهده می‌شود که در جهت حرکت عقربه‌های ساعت می‌چرخد. بدین ترتیب، نوترینو به طریقهٔ یک پیچ چپ گرد در فضاحرکت‌می‌کند، درحالی که پادنوترینو به طریقهٔ یک پیچ راست‌گرد حرکت می‌کند.

قبل‌ازسال۱۹۵۶م، بطورکلی‌تصور بر این بودکه نوترینوها می‌توانند چپ گرد یا راست گردباشند، که اشاره می‌کرد بر این که چون بین آنها تفاوتی‌جز تفاوت‌جهت اسپین‌نمی‌تواند

شکل(۱۳ـ۱۲) نوترینوها و پادنوترینوها دارای جهتهای مخالف اسپین هستند.

وجود داشته باشد، نوترینو و پادنوترینو یکی هستند. نخستین ارائه دهندهٔ این فرضیه لایب‌نیز[1]، معاصر نیوتن و یک مخترع مستقل حساب، بود. این بحث ممکن‌است به‌طریق ذیل بیان‌شود: اگر یک شیء یا یک فرآیندفیزیکی را هم بطور مستقیم و هم در آینه مشاهده‌کنیم، نمی‌توانیم بطورکامل تمیز دهیم که کدام شیء یا کدام فرآیند مستقیما" و کدام یک به‌وسیلهٔ بازتاب مشاهده می‌شود. بنابه تعریف، تفاوتها در واقعیت فیزیکی باید قابل تشخیص باشند وگرنه بی‌معنی هستند. حال تنها فرق بین چیزی که مستقیما" دیده می‌شود و همان چیزی‌که در آینه دیده می‌شود عبارت است از تعویض راست و چپ و بنابراین تمام اشیاء و فرآیندها باید با یک احتمال مساوی با تعویض راست و چپ روی دهند. این اصل پذیرفتنی براستی از لحاظ تجربی برای برهمکنشهای هسته‌ای و الکترومغناطیسی معتبر است ولی تا سال ۱۹۵۶م. کاربردآن درمورد نوترینوها هرگزآزمایش‌نشده‌بود. درآن‌سال‌تی.دی.لی[2] و سی.ان‌یانگ[3] اظهار داشتند که اگر نوترینوها و پادنوترینوها بترتیب چپ‌گرد و راست‌گرد باشند چندین تناقض نظری جدی برطرف خواهند شد، گرچه معنیش این بود که هیچ‌کدام از این دو نمی‌توانست در یک آینه بازتابیده شود. بلافاصله پس از این پیشنهادآزمایشهای انجام‌شده مشخصا" نشان داد که نوترینوها و پادنوترینوها قابل‌تمیزند و بترتیب اسپینهای چپ گردو راست گرد دارند.

دوعضو دیگر خانواده‌لپتون، میون، باعلامت μ^-، و نوترینوی‌وابستهٔ‌آن، با علامت ν_μ، هستند که بصورت فرآورده‌های واپاشی یک پیون باردار روی می‌دهند:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$
$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

پیون در بخش ۱۱ـ۸ در ارتباط با نیروی هسته‌ای قوی بحث شد. جرم آن بینابین جرم الکترون و پروتون است. پیون‌ناپایدار می‌باشد که عمر متوسط‌آن برای π^-، $2/6\times10^{-8}$ s و برای π^0، $8/4\times10^{-17}$ s است. نوترینوهای‌دخیل در واپاشیهای‌فوق‌همانندنوترینوهای‌دخیل در واپاشی بتا نیستند. وجود دو گروه نوترینو در سال ۱۹۶۲ م. به اثبات رسید. یک هدف فلزی با پروتونهای پر انرژی بمباردمان شد و پیوندهای فراوانی ایجاد شدند. واکنشهای قابل‌ردیابی به نوترینوها ازطریق‌واپاشی این پیونها، فقط میون‌تولیدمی‌کردند و نه‌الکترون. از این رو این نوترینوها باید به نوعی با نوترینوهای وابسته به واپاشی بتا فرق‌داشته‌باشند. پیون خنثی بصورت یک زوج از پرتوهای گاما واپاشیده می‌شود:

---

1. Leibniz
2. T.D. Lee
3. C.N. yang

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

گرچه وجود پیونها آن‌قدر بسهولت قابل درک است که چندین سال قبل از کشف واقعیشان پیش‌بینی می‌شدند ولی میونها حتی‌امروزه بصورت‌یک معما ظاهرمی‌شوند. خصوصیات فیزیکی آنها کاملا" دقیق شناخته شده‌اند. میونهای مثبت و منفی جرم در حال سکون‌یکسان $۲۰۷m_e$، و اسپین یکسان، $\frac{1}{2}$، دارند. هر دو با یک عمر متوسط $۲/۲\times۱۰^{-۶}s$ به الکترونها و زوجهای نوترینو ـ پاد نوترینو واپاشیده می‌شوند:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$
$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$$

نظیر مورد الکترونها، حالت مثبت ـ بار میون، پاد ذره را نشان می‌دهد. میون خنثی‌وجود ندارد. ازآن‌جاکه واپاشی‌میون نسبةً "کند است و چون، مانند تمام لپتونها، تابع برهمکنش هسته‌ای قوی‌نیست، میونها درمقادیر قابل‌ملاحظه‌ای از ماده بسهولت نفوذ می‌کنند. اکثریت بزرگی از ذرات ثانوی پرتو ـ کیهانی در سطح دریا میونها هستند. طول عمر میون برای یک میون منفی تا حدی بلند است که گاهی اوقات موقتا" جانشین یک الکترون‌اتمی می‌شود تایک اتم میونی تشکیل دهد (به مسائل ۲۶ و ۲۷ فصل ۴ مراجعه کنید).

با وجود این زوج دیگری از لپتونها که اخیرا" کشف شده‌اند عبارتنداز مزون(تائو) τ[1] و نوترینوی وابسته به آن که در بخش ۱۳ـ۱۱ بحث می‌شوند.

۱۳ـ۷ هادرونها

هادرونها ذرات بنیادی هستندکه، برخلاف لپتونها، تابع برهمکنشهای قوی و ضعیف می‌باشند. فرق دیگری که این دو با هم دارند آن است که هادرونها به جای آن‌که بی‌نهایت کوچک‌باشند فضا اشغال‌می‌کنند: به نظرمی‌رسد عرض هادرونها کمی بیش‌از $1\ fm\ (10^{-15}m)$ باشد. هادرونها ممکن است مزونها باشند، ذراتی با اسپین صفر که جرمهای در حال سکون آنها بین جرمهای میون و پروتون است، یا باریونها[2] باشند، ذراتی با اسپین $\frac{1}{2}$ یا $\frac{3}{2}$ که جرمهای در حال سکون آنها برابر جرم در حال‌سکون پروتون یا بیشتر از آن است.

ما قبلا" با پیون، یک مزون که ممکن است خنثی یا باردار باشد، سر و کار داشته‌ایم. سنگینتر از پیون، کائون[3] است که نوع باردار آن K^+ در واحدهای انرژی (واحدمعمولی‌برای بیان جرمهای ذرهٔ بنیادی) دارای یک جرم $۴۹۴\ MeV$ است و نوع خنثای آن K^0 یک جرم

---

1. Tau
2. Baryons
3. Kaon

MeV ۴۹۸ دارد. کائون باردار دارای یک طول عمر متوسط $1/2\times10^{-8}$ s است و ممکن است به روشهای گوناگون واپاشیده شود. در این جا برای کائون K^+ شش طرح واپاشی وجود دارد که بترتیب احتمال فهرست شده‌اند:

$$
\begin{aligned}
K^+ &\rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^0 \\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi \\
&\rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e \\
&\rightarrow \pi^0 + \mu^+ + \nu_\mu \\
&\rightarrow \pi^+ + \pi^0 + \pi^0
\end{aligned}
$$

جای شگفتی است که دو نوع مشخص از کائون خنثی شناخته شده است. یکی K^0 است که دارای یک طول عمر متوسط $8/8\times10^{-11}$ S می‌باشد و بصورت $\pi^+ + \pi^-$ یا $\pi^0 + \pi^0$ واپاشیده می‌شود. طول عمر K^0 دوم، $5/2\times10^{-8}$ s است و ممکن است بصورت یک پیون، یک الکترون و یک نوترینو؛ بصورت یک پیون، یک میون و یک مو ـ نوترینو یا بصورت سه پیون واپاشیده شود.

پروتون که بصورت یک بار یون طبقه‌بندی شده، برای مدتی طولانی تصور می‌شد که فقط هادرون پایدار است. همان‌گونه که قبلاً ذکر شد، نظریه‌های جاری بر همکنشهای بنیادی ایجاب می‌کنند که پروتونها باید به لپتونها واپاشیده شوند ولی از آن‌جا که انتظار می‌رود عمر متوسط پروتون 10^{30} سال باشد، تأیید ناپایداری پروتون ساده نخواهد بود. نوترون، گرچه در داخل یک هسته، پایدار است، در فضای آزاد با یک طول عمر متوسط حدود ۱۵ دقیقه واپاشی بنا می‌کند:

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e$$

بار یونهای سنگینتر از نوترون را هیپرون[1] می‌نامند و همگی ناپایدارند و طول عمر متوسط آنها کمتر از 10^{-9} s ثانیه است. چهار گروه دیرپاترین هیپرونها بترتیب زیاد شدن جرم عبارتند از: Λ (لامبدا)[2]، Σ (زیگما)[3]، Ξ (xi) و Ω (اومگا)[4]. جدول ۱۳ـ۱ دربرگیرندهٔ خواص این هیپرونهاست. این جدول فهرستی از ذرات بنیادی است که بلندترین طول عمرها را دارند. هیپرونهای گوناگون می‌توانند بطرق مختلف واپاشیده شوند ولی نتیجهٔ نهایی همیشه یک پروتون یا یک نوترون است. مثلاً، یک ترتیب که هیپرون Ω^- می‌تواند در واپاشیش دنبال کند بصورت ذیل است:

$$
\begin{aligned}
\Omega^- &\rightarrow \Xi^0 + \pi^- \\
&\quad\ \hookrightarrow \Lambda^0 + \pi^0 \\
&\qquad\ \hookrightarrow p^+ + \pi^-
\end{aligned}
$$

---

1. Hyperons
2. Lambda
3. Sigma
4. Omega

جدول ۱۳ــ۱ . ذرات بنیادی که در مقابل واپاشی توسط برهمکنش قوی پایدارند . مزونها و باریونها مشترکاً " هادرون محسوب می‌شوند و تصور می‌شود از کوارکها تشکیل شده باشند .

طبقه	نام		ذره	پادذره	جرم در حال سکون MeV	عمر متوسط s	اسپین	I	Y	S	B	M	L
							(پاد ذره‌ها دارای علامتهای مخالفند)						
بوزون بدون جرم	فوتون		γ	(γ)	0	پایدار							
لپتون	نوترینو e		ν_e	$\overline{\nu_e}$	0		½	+1	0	0			
	نوترینو μ		ν_μ	$\overline{\nu_\mu}$	0		½	0	+1	0			
	الکترون		e^-	e^+	0.51		½	+1	0	0			
	میون		μ^-	μ^+	106	2.2×10^{-6}	½	0	+1	0			
مزون	پیون		π^+	π^-	140	2.6×10^{-8}	0	0	0	0	0	0	1
			π^0	(π^0)	135	8×10^{-17}							
			π^-	π^+	140	2.6×10^{-8}							
	کائون		K^+	K^-	494	1.2×10^{-10}	0	0	0	0	+1	+1	½
			K^0	$\overline{K^0}$	498	9×10^{-11}; 5×10^{-8}							
	مزون η		η^0	(η^0)	549	2.5×10^{-19}	0	0	0	0	0	0	0
باریون	نوکلئون	پروتون	p	$\overline{p}$	938.3		½	0	0	+1	0	+1	½
		نوترون	n	$\overline{n}$	939.6	932							
	هیپرون Λ		Λ^0	$\overline{\Lambda^0}$	1,116	2.5×10^{-10}	½	0	0	+1	−1	0	0
	هیپرون Σ		Σ^+	$\overline{\Sigma^-}$	1,189	8.0×10^{-11}	½	0	0	+1	−1	0	1
			Σ^0	$\overline{\Sigma^0}$	1,192	10^{-14}							
			Σ^-	$\overline{\Sigma^+}$	1,197	1.5×10^{-10}							
	هیپرون Ξ		Ξ^0	$\overline{\Xi^0}$	1,315	3.0×10^{-10}	½	0	0	+1	−2	−1	½
			Ξ^-	$\overline{\Xi^+}$	1,321	1.7×10^{-10}							
	هیپرون Ω		Ω^-	$\overline{\Omega^+}$	1,672	1.3×10^{-10}	3/2	0	0	+1	−3	−2	0

ذرات مندرج درجدول ۱۳–۱ همگی بحد کافی عمر طولانی دارند تا بصورت نهادهای مجزا در امتداد مسیرهایی با طول قابل اندازه‌گیری حرکت کنند و مدهای واپاشی آنها در دستگاههایی نظیر اتاقکهای حباب مشاهده شوند. شواهد تجربی قابل ملاحظه‌ای به وجود چند صد هادرون مختلف اشاره دارد که طول عمر آنها فقط حدود 10^{-23} ثانیه است. از وجود ذره‌ای با عمری به این کوتاهی چه چیزی استنباط می‌شود؟ براستی، زمان 10^{-23} s را چگونه می‌توان اندازه گرفت؟ این قبیل ذرات را با مشاهدهٔ پیدایش واپاشی بعدی آنها در یک اتاقک حباب یا به وسیلهٔ دیگر نمی‌توان آشکار کرد زیرا مسافتی که آنها در 10^{-23} s طی می‌کنند حتی اگر با تندی نور حرکت کنند فقط 3×10^{-15} m است ــ طولی که مشخصهٔ ابعاد هادرون است. درعوض، ذراتی که عمربسیارکوتاه‌دارند بصورت حالتهای‌تشدید دربرهمکنشهای ذرات با طول‌عمربیشتر (و از این رو به آسانی قابل‌مشاهده) ظاهر می‌شوند. حالتهای‌تشدید در اتمها بصورت ترازهای‌انرژی روی‌می‌دهند. در فصل‌چهارم آزمایش فرانک ــ هرتز را مرور کردیم که وجود ترازهای انرژی اتمی از طریق رویداد پراکندگی غیر کشسان الکترون از اتمها فقط در انرژیهای مشخص را نشان می‌داد. یک اتم در یک حالت برانگیختهٔ خاص مانند آن اتم در حالت پایدارش یا در حالت برانگیختهٔ دیگری نیست، ولی چنین اتم برانگیخته‌ای معمولا" این چنین تصور نمی‌شود که‌گویی عضوی است از یک نوع خاص فقط به این دلیل که برهمکنشی که سبب‌حالت‌برانگیخته‌می‌شود ــ برهمکنش‌الکترومغناطیسی ــ بخوبی درک‌می‌شود. یک وضعیت نسبةً " متفاوت در مورد ذرات بنیادی وجود دارد که در آن برهمکنشهای‌مختلف درگیر، به استثنای یک برهمکنش الکترومغناطیسی، بطورجزئی درک‌می‌شوند و بیشتراطلاعات ما از خصوصیات تشدیدها سرچشمه می‌گیرد.

حال ببینیم در یک‌تشدید در مورد ذرات بنیادی چه چیزی دخیل است. یک آزمایش انجام می‌شود، مثلا" بمباردمان پروتونها توسط مزونهای π^+ پر انرژی، و یک واکنش بررسی می‌شود.

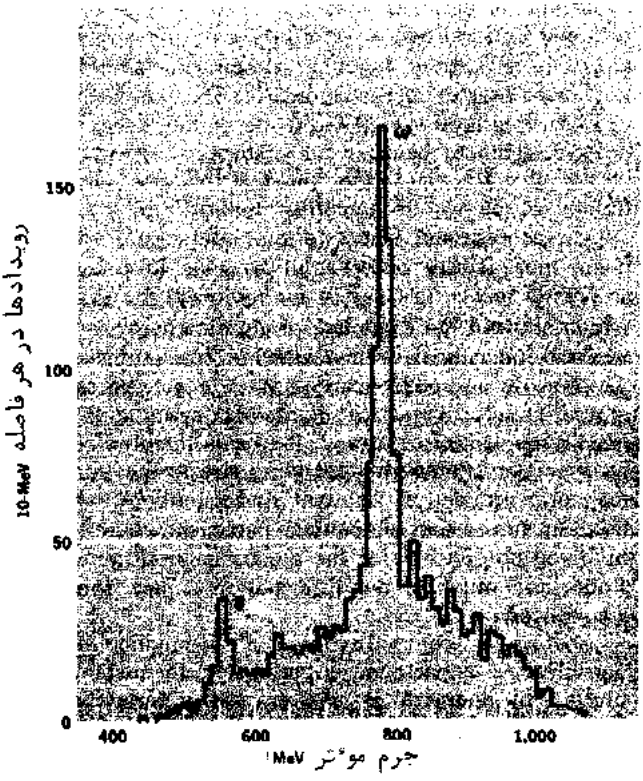
$$\pi^+ + p \rightarrow \pi^+ + p + \pi^+ + \pi^- + \pi^0$$

نتیجهٔ برهمکنش π^+ و پروتون عبارت است از پیدایش سه پیون جدید. در هر یک از چنین واکنشهایی مزونهای‌جدید دارای یک انرژی‌کل هستندکه‌تشکیل شده است از انرژیهای درحال سکون آنها بعلاوهٔ انرژیهای‌جنبشی نسبت به مرکزجرمشان. اگر تعدادرویدادهای مشاهده شده را در مقابل انرژی کل مزونهای جدید در هر رویداد ترسیم کنیم، نموداری‌مانند نمودارشکل ۱۳–۱۳ به دست‌می‌آید. ظاهرا "انرژی‌کل مزون نسبت به داشتن انرژی ۷۸۵ MeV یک تمایل شدید و نسبت به داشتن انرژی ۵۴۸ MeV تمایل کمتری دارد. می‌توانیم این‌گونه بیان‌کنیم که واکنش در ۵۴۸ و ۷۸۵MeV تشدیدهایی را به نمایش‌می‌گذارد یا این‌گونه بیان‌کنیم که این

واکنش از طریق ایجاد یک ذرهٔ بینابین روی می‌دهد که ممکن است ذره‌ای به جرم ۵۴۸ MeV یا ۷۸۵ MeV باشد. با کمک نمودار حتی می‌توانیم طول عمرهای متوسط این ذرات بینابین را، که بترتیب بصورت مزونهای η و ω شناخته شده‌اند، تخمین بزنیم. در بخش ۱۲–۹ فرمول ذیل را به کار بردیم

$$\tau = \frac{\hbar}{\Gamma} \qquad (۱۳–۱۳)$$

تا عمر متوسط τ یک حالت‌هسته‌ای برانگیخته را به عرض ایعنی عرض‌منحنی در نصف‌بیشینهٔ قلهٔ تشدید متناظر با حالت برانگیخته مربوط کنیم. در این جا به کار بردن همان فرمول یک طول عمر متوسط $۲/۵\times۱۰^{-۱۷}$ s برای مزون η و یک طول عمر متوسط $۱۰^{-۲۳}$ s برای مزون ω



شکل (۱۳–۱۳) حالتهای تشدید در واکنش $\pi^- + p \to \pi^- + p + \pi^+ + \pi^-$ در جرمهای مؤثر ۵۴۸ و ۷۸۵ MeV روی می‌دهند. جرم مؤثر یعنی انرژی کل، شامل انرژی جرمی، سه مزون جدید نسبت به مرکز جرم آنها.

به دست می‌دهد. مزون η دارای عمری نسبةً طولانی است که می‌تواند در جدول ۱۳–۱ گنجانده‌شود. دلیل‌دیگر نیز حاکی ازاین‌امر است که η، برخلاف ω، باید یک ذرهٔ "واقعی" در نظر گرفته شود، نه فقط یک تشدید.

۱۳–۸. اعداد کوانتمی ذرهٔ بنیادی

برهمکنشها و واپاشیهای صدها ذرهٔ بنیادی شناخته شده و تشدیدهایک آرایش ظاهرا" گیج کننده تشکیل می‌دهند. با اختصاص دادن برخی اعداد کوانتمی به هر یک از نهادها و تعیین این که کدام یک از این اعداد پایسته هستند و کدام یک در یک فرآیند معین تغییر می‌یابند، به این وضعیت می‌توان یک نظم قابل ملاحظه‌ای داد. ما با دو تا از این اعداد کوانتمی‌آشنایی قبلی‌داریم، یعنی اعداد کوانتمی که بار واسپین یک ذره را توصیف‌می‌کنند. این اعداد کوانتمی خواص فیزیکی قابل اندازه‌گیری را مشخص می‌کنند و همیشه پایسته‌اند. سایر اعداد انتزاعی‌ترند و همیشه دقیقا" مشخص نیست که به چه جنبه‌ای از واقعیت فیزیکی اشاره می‌کنند.

یک مجموعه از اعداد کوانتمی برای مشخص کردن بار یونها و گروههای لپتونها به کار می‌روند. عدد $B=1$ به تمام باریونها و $B=-1$ به تمام پاد باریونها اختصاص‌دارد؛ برای‌سایر ذرات $B=0$ است. عدد $L=1$ به الکترون و نوترینوی الکترون $L=-1$ به پاد ذرات آنها اختصاص‌دارد. برای تمام‌ذرات دیگر $L=0$ است. همچنین، عدد $M=1$ به میون و نوترینوی میون $M=-1$ به پاد ذرات آنها اختصاص‌دارد؛ برای‌تمام ذرات دیگر $M=0$ است. معنی‌این اعدادایناست که در هرفرآیندی از هرنوع که باشد، مقادیر کل L، M و B بطور جداگانه‌ثابت باقی‌می‌مانند. تعداد بار یونها و تعداد هر نوع لپتون با در نظر گرفتن ذره بصورت + و پاد ذرهٔ آن بصورت –، هرگز تغییر نمی‌کند.

یک‌مثال‌از پایستگی عدد – ذره‌ای واپاشی نوترون است که پیش ازآن و بعداز آن $B=1$ و $L=0$ می‌باشد.

$$
\begin{array}{lcccc}
 & n^0 \rightarrow & p^+ & + e^- & + \bar{\nu}_e \\
L: & 0 & 0 & +1 & -1 \\
B: & +1 & +1 & 0 & 0
\end{array}
$$

این تنها راهی است که نوترون‌می‌تواند بدین‌طریق واپاشیده شود و هنوز انرژی‌و تعداد باریون B را پایسته نگه دارد. پایداری پروتون هم نتیجهٔ نیازبه پایستگی این مقادیراست: بار یونهایی که‌جرم کمتری از پروتون داشته باشند وجود ندارند، بنابراین پروتون نمی‌تواند واپاشیده شود. (در بخش ۱۳–۱۲ خواهیم دید که احتمالا" پروتون کاملا" پایدار نیست.)

سه فرآیند در بردارندهٔ لپتونها که پایستگی L و M را نشان می‌دهند عبارتنداز واپاشی پیون، واپاشی میون و تولید زوج:

$$\begin{array}{lcccc} & \pi^- \rightarrow & \mu^- & + \bar{\nu} \\ M: & 0 & +1 & -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcccc} & \mu \rightarrow & e & + \nu_\mu & + \nu_e \\ L: & 0 & +1 & 0 & -1 \\ M: & +1 & 0 & +1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcccc} & \gamma \rightarrow & e^- & + e^+ \\ L: & 0 & +1 & -1 \end{array}$$

حتی با معرفی اعداد کوانتمی L، M و B، بعضی از جنبه‌های رفتار ذرهٔ بنیادی را نمی‌توان توجیه کرد. مثلاً، کائونها و هیپرونها هرگز بصورت منفرد به وجود نمی‌آیند، بلکه بصورت دو یا چند تا در هر بار تولید می‌شوند. این بررسی و سایر بررسیها به اندیشهٔ **عدد شگفتی** S منجر شدند که نسبت دادن این عدد به ذرات جدول ۱۳–۱ در آن‌جا نشان داده‌شده‌اند. توجه داریم که L، M، B و S برای پروتون و مزونهای π^0 و η^0 صفر هستند. ازآن‌جاکه این ذرات نیز غیر باردارند، راهی برای تشخیص بین آنها و پادذره‌های آنها وجود ندارد و آنها را بصورت پاد ذره‌های خودشان در نظر می‌گیرند.

مشخص‌شده است که S در تمام فرآیندهایی‌که دراثر برهمکنشهای‌قوی والکترومغناطیسی ایجاد می‌شوند، پایسته است. کائونها و هیپرونها، که در آنها $S \neq 0$، در برخوردهایی با انرژی زیاد که مستلزم برهمکنش قوی است ایجاد می‌شوند و ظاهر شدن چندتایی آنها از ضرورت پایستگی S ناشی می‌شود. یک مثال، برخورد پروتون ـ پروتون فوق است:

$$\begin{array}{lcccccc} & p^+ + p^+ \rightarrow & \Lambda^0 + & K^0 + & p^+ + & \pi^+ \\ S: & 0 \quad 0 & -1 + & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

از سوی دیگر، S درروبدادی‌که‌معلول برهمکنش ضعیف است می‌تواند تغییر یابد. واپاشیهای کائونها و هیپرونها ازطریق برهمکنش‌ضعیف صورت می‌گیرد و ازاین رو بی‌نهایت کندهستند، یک یا چندین بیلیون بار کندتر از واپاشیهای‌خویشاوندهای تشدیدآنها که از طریق‌برهمکنش قوی صورت می‌گیرد. با وجود این، حتی برهمکنش ضعیف نمی‌تواند اجازه دهد که S بیش از ± 1 در یک واپاشی تغییر یابد. بدین ترتیب هیپرون Ξ مستقیماً به یک نوترون واپاشیده نمی‌شود زیرا

$$\begin{array}{lcccc} & \Xi^- \rightarrow & n^0 + & \pi \\ S: & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

ولی در عوض، این عمل در دو مرحله صورت می‌گیرد.

$$\begin{array}{lcccc} & \Xi^- \rightarrow & \Lambda^0 + & \pi^- \\ S: & -2 & -1 & 0 \end{array}$$

$$\Lambda^0 \rightarrow n^0 + \pi^0$$
$$S: \quad -1 \quad 0 \quad 0$$

یک کمیت بنام فوق بار[1] ، Y ، برای مشخص‌کردن خانواده‌های ذره‌ای مفید تشخیص‌داده شده است. این کمیت در برهمکنشهای قوی پایسته است . فوق بار برابراست با مجموع اعداد شگفتی و اعداد بار یونی خانواده‌های ذره‌ای .

$$Y = S + B \qquad ۱۴-۱۳$$

برای مزونها ، فوق بار معادل عدد شگفتی است . فوق بارهای مختلف مربوط به ذرات مختلف در جدول ۱۳-۱ آمده است .

۱۳-۹ اسپین ایزوتوپی

از روی جدول ۱۳-۱ متوجه می‌شویم که تعدادی خانوادهٔ ذره‌ای وجود دارندکه‌هر عضو یک خانواده اساسا" دارای جرم و خواص برهمکنشی یکسان بابقیهٔ عضوهای آن خانواده ولی بار مختلف است . این خانواده‌ها را چندتایی‌ها می‌نامند و این امر طبیعی‌است‌که اعضای‌یک چندتایی را نشان دهندهٔ حالتهای باری مختلف یک نهاد بنیادی واحد در نظر بگیریم .اگر هر چندتایی را بر طبق تعداد حالتهای باری که به نمایش می‌گذارد با یک عدد I طبقه‌بندی کنیم ، بگونه‌ای‌که چندگانگی حالت چندتایی ازفرمول ۱+ ۲I حاصل شود ، بدون شک به‌کاری مفید دست زده‌ایم . بدین ترتیب چندتایی نوکلئون $I = \frac{1}{2}$ است‌و حالتهای ۲=۱+$\frac{1}{2}$۲ (دو گانهٔ) آن نوترون و پروتون هستند . چندتایی پیون ۱= I است و حالتهای ۳=۱+۱×۲ (سه گانهٔ) آن عبارتند از π^+ ، π^- و π^0 . در مزون η ، ۰= I ، زیرا این مزون فقط دریک‌حالت واحد ۱=۱+۰/۲ روی می‌دهد . در این جا ظاهرا" تشابهی با شکافتگی یک حالت اندازه حرکت زاویه‌ای با عدد کوانتمی l به ۱+ ۲l زیر حالت وجود دارد و این امر به‌نام غلط انداز"عدد کوانتمی اسپین ایزوتوپی برای I " منجر شده است .

متعاقب تشابه با اندازه‌حرکت زاویه‌ای ، اسپین ایزوتوپی می‌تواند به وسیلهٔ بردار I در "فضای‌اسپین ایزوتوپی" نشان داده شود که مؤلفهٔ آن در هر جهت مشخصی تابع یک عددکوانتمی است که معمولا" با I_3 نشان داده می‌شود . مقادیر ممکن I_3 به I ، ۱-I ، ... ، ۰ ، ... ، (۱-I)- ، I- محدودمی‌شوند بگونه‌ای که I_3 مضرب فردی از نیم است اگر I مضرب فردی‌ازنیم باشد ، و عددصحیح یاصفراست‌اگر I عددصحیح باشد . اسپین ایزوتوپی‌نوکلئون عبارت‌است از $I = \frac{1}{2}$ ، بدین‌معنی که I_3 می‌تواند $\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2}$ باشد . عدداولی برای نشان‌دادن

---

1. Hypercharge

پروتون و دومی برای نشان دادن نوترون است . در مورد پیون ، $I = 1$ و $I_3 = 1$ مطابق با π^+ است ، $I_3 = 0$ با π^0 و $I_3 = -1$ با π^- مطابقت دارد . مقادیر I_3 برای سایر مزونها و باریونها بطریقی مشابه تعیین می‌شوند .

بار یک مزون یا باریون به عدد باریونی آن ، B ، به عدد شگفتی آن S و به مؤلفهٔ اسپین ایزوتوپی آن I_3 با فرمول زیر مربوط می‌شود .

$$q = e\left(I_3 + \frac{B}{2} + \frac{S}{2}\right) \qquad (۱۵-۱۳)$$

ازاین‌رو هریک از سمتگیری مجاز بردار اسپین ایزوتوپی $\mathbf{I}$ مستقیما "به بارذره‌ای که بدین‌ترتیب نشان داده شده است مربوط می‌شود . در مورد چندتایی نوکلئون ، پروتون دارای $I_3 = \frac{1}{2}$ ، $B = 1$ و $S = 0$ است بگونه‌ای که $q = e$ ، در حالی‌که نوترون دارای $I_3 = -\frac{1}{1}$ ، $B = 1$ و $S = 0$ است بگونه‌ای که $q = 0$. در مورد چندتایی پیون $B = S = 0$ و برای سه مقدار I_3 ، ۱ ، ۰ ، و ۱- ، q بترتیب عبارت خواهدبود از e ، ۰ و $-e$. بار و عدد باریونی B در تمام برهمکنشها پایسته هستند . بدین‌ترتیب ، هر وقت‌که S پایسته می‌شود ، I_3 باید در برهمکنشهای قوی و الکترو-مغناطیسی پایسته شود . کل I_3 فقط در برهمکنشهای ضعیف می‌تواند تغییر یابد .

استقلال بارالکتریکی مشاهده‌شدهٔ نیروهای هسته‌ای که این نیروها ازبرهمکنش قوی ناشی می‌شوند یک قانون پایستگی اضافی رامطرح می‌کند . خصوصیات یک هسته نظیر انرژی پیوندی و طرح ترازهای انرژی آن تغییر می‌کنند وقتی که یک نوترون جایگزین یک پروتون شود و یا بالعکس ، فقط به اندازهٔ مقادیری که ملاحظات صرفا " الکترومغناطیسی اجازه می‌دهد که دال بر این است که برهمکنش قوی خود به بار الکتریکی بستگی ندارد . اکنون اختلاف بین یک پروتون و یک نوترون در فضای اسپین ایزوتوپی فقط در سمتگیری بردارهای اسپین ایزوتوپی آنهاست و بنابراین می‌توانیم بگوییم‌که استقلال بار برهمکنش قوی بدین معنی است که این برهمکنش‌مستقل از سمتگیری در فضای اسپین ایزوتوپی است . اندازه‌حرکت زاویه‌ای هم مستقل از سمتگیری در فضای واقعی است‌و در تمام برهمکنشها پایسته می‌شود که ممکن است این گونه تصور کنیم که اسپین ایزوتوپی در برهمکنشهای قوی پایسته می‌شود . اتفاقا " این تصورصحیح است ؛ عددکوانتمی اسپین ایزوتوپی $\mathbf{I}$ در برهمکنشهای‌قوی پایسته‌می‌شود ولی‌دربرهمکنشهای ضعیف یاالکترومغناطیسی پایسته نیست . ما در بخش بعدی به رابطهٔ بین اصول پایستگی و ناوردایی با توجه به عملهای تقارن خواهیم پرداخت .

توجه داریم که‌گرچه I_3 در برهمکنشهای الکترومغناطیسی پایسته است ، ولی $\mathbf{I}$ خودنیازی به پایسته شدن در این نوع برهمکنش ندارد . یک نمونه از فرآیندی که در آن $\mathbf{I}$ تغییرمی‌کند در حالی که I_3 تغییری نمی‌کند عبارت است از واپاشی π^0 به دو فوتون :

$$\pi^0 \to \gamma + \gamma$$

برای یک π^0 ، $I = 1$ و $I_3 = 0$ در حالی که برای فوتونها I تعریف‌نمی‌شود ؛ هیچ‌مؤلفهٔ I_3 اسپین ایزوتوپی در هر یک از طرفین معادله وجود ندارد ، که این امر با پایستگی آن سازگاری‌دارد ، گرچه I تغییر کرده است .

۱۳–۱۰ تقارنها و اصول پایستگی

در بخش قبلی استقلال بار برهمکنش قوی بر حسب همسانگردی فضای اسپین ایزوتوپی بیان شد . در اثر تشابه با اندازه حرکت زاویه‌ای ، گفته می‌شد که این تقارن‌پایستگی اسپین ایزوتوپی را در برهمکنشهای قوی می‌رساند . این یک‌واقعیت‌قابل‌ملاحظه است‌که‌تمام‌تقارنهای شناخته شده در دنیای فیزیک مستقیما " به‌قوانین‌پایستگی‌منتهی می‌شوند ، بگونه‌ای که رابطهٔ بین تقارن تحت چرخشهای I و پایستگی I کلا " قابل قبول است . حال قبل از ادامهٔ‌بحثمان در مورد ذرات بنیادی به بررسی بعضی ازاین روابط پایستگی تقارن می‌پردازیم .

معنی "تقارن " چیست ؟ رسما " ، گرچه تا حدی مبهم ، می‌توان‌گفت که یک تقارن‌ازنوعی خاص وقتی‌وجود دارد که یک عمل مشخص چیزی را بدون‌تغییر باقی‌گذارد . یک‌شمع حول‌محور عمودیش متقارن‌است‌زیرا حول آن محور می‌تواند بچرخد بدون این که در ظاهر یا شکل آن تغییری ایجاد شود ؛ شمع نسبت به بازتابیدن در یک‌آینه نیز متقارن است . جدول ۱۳–۲ عملهای تقارن اصلی را نشان می‌دهد که قوانین فیزیک را در بعضی یا همهٔ وضعیتها تغییر نمی‌دهند . ساده‌ترین عمل تقارن انتقال در فضاست که بدین معنی است که قوانین فیزیکی بستگی به محل انتخاب مبداء دستگاه مختصهٔ ما ندارند . با به‌کارگیری روشهایی پیشرفته‌تر از روشهایی که ما در این کتاب به کار گرفته‌ایم ، می‌توان نشان‌دادکه ناوردایی‌توصیف‌طبیعت به گذارهایی در فضا ، پایستگی اندازه حرکت خطی را نتیجه‌می‌دهد . عمل‌تقارن‌سادهٔ‌دیگری گذار در زمان است ،بدین معنی که قوانین فیزیک به انتخاب $t = 0$ بستگی ندارند و نتیجهٔ این ناوردایی پایستگی انرژی است . ناوردایی تحت چرخشهایی در فضا بدین معنی است که قوانین فیزیک به سمتگیری دستگاه مختصه‌ای که این قوانین درآن بیان‌می‌شوندبستگی‌ندارند و این ناوردایی یک نتیجه یعنی پایستگی اندازه حرکت زاویه‌ای را دربردارد .

پایستگی بارالکتریکی به تبدیلات‌پیمانه‌ای مربوط می‌شود ، این تبدیلات‌جابجایی‌هایی در صفرهای پتانسیل‌اسکالر V و صفرهای پتانسیل الکترومغناطیسی برداری $\mathbf{A}$ هستند (همان‌گونه که در نظریهٔ الکترومغناطیسی بدقت مطرح شده است ، میدان الکترومغناطیسی می‌تواند به جای $\mathbf{E}$ و $\mathbf{B}$ بر حسب پتانسیل‌های V و $\mathbf{A}$ توصیف شود ، جایی که دو عبارت به وسیلهٔ فرمولهای برداری $\mathbf{E} = -\nabla V$ و $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ بهم مربوط می‌شوند .) تبدیلات پیمانه‌ای ، روی $\mathbf{E}$

و B اثری‌ندارند ، زیرا این کمیتها با مشتق‌گرفتن از پتانسیل‌ها حاصل‌می‌شوندواین ناوردایی به پایستگی بار منجر می‌شود .

جدول ۱۳–۲ بعضی از عملهای تقارن و اصول پایستگی وابسته به آنها

عمل تقارن	کمیت پاینده
برهمکنشهای گرانشی ، الکترومغناطیسی ،	
قوی و ضعیف مستقلند از:	
گذار در فضا	اندازه حرکت خطی p
گذار در زمان	انرژی E
چرخش در فضا	اندازه حرکت زاویه‌ای L
تبدیل پیمانه‌ای الکترومغناطیسی	بار الکتریکی q
تعویض ذرات یکسان	نوع رفتار آماری
وارونی فضا ، زمان و بار	حاصل‌ضرب پاریتهٔ بار ، پاریتهٔ فضا
؟	و پاریتهٔ زمان CPT
؟	عدد باریونی B
؟	عدد لپتونی L
	عدد لپتونی M
برهمکنشهای قوی و الکترومغناطیسی	
فقط مستقلند از:	
وارونی فضا	پاریتهٔ P
بازتاب بار	پاریتهٔ بار C ، مؤلفهٔ اسپین ایزوتوپی I_3
	و شگفتی S
برهمکنش قوی فقط مستقل است از:	
بار	اسپین ایزوتوپی I

تعویض ذرات یکسان در یک سیستم نوعی عمل تقارن است که به پایداری مشخصهٔ تابع موج یک سیستم منجر می‌شود . تابع موج ممکن است در یک چنین تعویضی متقارن باشد که در آن صورت ذرات از اصل انحصار تبعیت نمی‌کنند و سیستم از آماربوز ــ اینشتین پیروی می‌کند ،

یا تابع موج ممکن‌است پاد متقارن‌باشد که در این صورت ذرات از اصل انحصار تبعیت‌می‌کنند و سیستم از آمار فرمی ــ دیراک پیروی می‌کند. پایستگی آمار (یا معادل آن پایستگی تابع موج متقارن یا پاد متقارن) دال بر این است که فرآیندی که در داخل یک سیستم منزوی روی می‌دهد نمی‌تواند رفتار آماری آن سیستم را تغییر دهد. سیستمی که رفتار بوز ــ اینشتین را به نمایش می‌گذارد نمی‌تواند خودبخود تغییر کند تارفتار آماری فرمی ــ دیراک را به نمایش گذارد یا بالعکس. این اصل پایستگی کاربردهایی در فیزیک هسته‌ای دارد، جایی که دیده می‌شود هسته‌هایی که تعداد نوکلئونهای آنها فرد است (عدد جرمی فرد A) از آمار فرمی ــ دیراک پیروی‌می‌کنند درحالی که هسته‌هایی که تعدادنوکلئونهای‌آنهازوج است ازآمار بوز ــ اینشتین تبعیت‌می‌کنند؛ ازاین‌رو، پایستگی آمار یک شرط‌اضافی‌لازم برای یک‌واکنش‌هسته‌ای است.

پایستگی‌های عدد بار یونی B و اعداد لپتونی L و M درمیان اصول‌اصلی‌پایستگی‌بخاطر نداشتن تقارن شناخته شده‌ای همراه با آنها یکتا هستند.

علاوه بر استقلال بار برهمکنش قوی و پایستگی اسپین ایزوتوپی‌وابسته به آن‌که ماقبلا" ذکر کردیم، عملهای تقارن باقیمانده در جدول ۱۳ــ۲ همگی شامل پاریته‌هایی[1] از یک نوع یا نوع دیگر هستند. واژهٔ پاریته بدون قید و شرط بر رفتار یک تابع موج‌تحت یک وارونی در فضا دلالت می‌کند. منظور از وارونی در فضا عبارت است ازبازتاب مختصات فضایی از مبداء با جانشینی. x ــ به جای x، y ــ به جای y و z ــ به جای z. اگر علامت تابع موج ψ در یک چنین وارونی تغییر نکند،

$$\psi(x, y, z) = \psi(-x, -y, -z)$$

و گفته می‌شود ψ پاریتهٔ زوج دارد. اگر علامت ψ تغییر کند،

$$\psi(x, y, z) = -\psi(-x, -y, -z)$$

وگفته‌می‌شود ψ پاریتهٔ‌فرد دارد. ازاین‌روتابع $\cos x$ پاریتهٔ‌زوج‌داردزیرا $\cos x = \cos(-x)$ در حالی که $\sin x$ پاریتهٔ فرد دارد زیرا $\sin x = -\sin(-x)$

اگر داشته باشیم

$$\psi(x, y, z) = P\psi(-x, -y, -x)$$

می‌توانیم P را یک عددکوانتمی برای توصیف ψ درنظر بگیریم که مقادیر ممکن آن ۱+ (پاریتهٔ زوج) و ۱ــ(پاریتهٔ فرد) است. هر ذرهٔ‌بنیادی یک پاریتهٔ‌مربوط به خود دارد و پاریتهٔ‌یک سیستم نظیر یک اتم یا یک هسته عبارت است از حاصل ضرب پاریتهٔ تابع موجی که مختصات

1. Parity

ذرات تشکیل دهندهٔ آن را توصیف می‌کند ، در پاریتهٔ ذاتی خود ذرات . از آنجا که $|\psi|^2$ مستقل از P است ، پاریتهٔ یک سیستم کمیتی نیست که نتیجهٔ فیزیکی مشخصی داشته باشد . با وجود این ، پی برده می‌شودکه پاریتهٔ اولیهٔ یک سیستم منزوی در حین رویدادی که در داخل آن سیستم روی می‌دهد تغییر نمی‌یابد که می‌توان این تغییر ناپذیری را با مقایسهٔ پاریته‌های حالتهای‌نهایی شناخته شدهٔ یک واکنش ، یا تبدیل ، با پاریته‌های‌حالتهای‌نهایی واکنشهایی که رویداد آنها مشاهده نمی‌شود ، تحقیق کرد . یک سیستم پاریتهٔ زوج ، پاریتهٔ زوج را و یک سیستم پاریتهٔ فرد ، پاریتهٔ فرد را نگه می‌دارد . این اصل به پایستگی پاریته معروف است .

پایستگی‌پاریته عبارت‌است‌از بیانی از تقارن‌وارونی فضا ، یعنی ، بیانی‌از عدم‌وابستگی قوانین فیزیک به این که یک سیستم مختصهٔ‌چپ گرد یا راست گرد برای توصیف پدیده‌ها به کار رود . در بخش ۱۳ــ۶ ملاحظه کردیم که نوترینویک‌اسپین چپ‌گرد و پاد نوترینویک‌اسپین راست‌گرد دارد ، بگونه‌ای که بین تصویر آینه‌ای هر یک از دو ذره و خود ذره تفاوتی واضح وجود دارد . این‌نامتقارنی‌بدین‌معنی‌است‌که‌برهمکنشهایی که‌درآنها نوترینوها و پادنوترینوها شرکت می‌کنند ــ **برهمکنشهای ضعیف** ــ نیازی به پایستگی پاریته ندارند وپایستگی پاریته‌در واقع فقط در برهمکنشهای قوی و الکترومغناطیسی صدق می‌کند . از لحاظ تاریخی این واقعیت که وارونی فضایی بطور ناوردایی یک عمل تقارن نیست به واسطهٔ عدم پایستگی پاریته در واپاشی کائون K^+ مطرح شد و چندی بعد به وسیلهٔ آزمایشهایی تأیید شد که نشان‌دهندهٔ یک اسپین چپ‌گرد برای ν و یک اسپین راست گرد برای $\bar{\nu}$ بودند .

دو پاریتهٔ دیگر در جدول ۱۳ــ۲ وجود دارند ، پاریتهٔ زمان T و پاریتهٔ بار C ، که بترتیب رفتار یک‌تابع موج را وقتی که به‌جای t ، t ــ و به‌جای q ، q ــ گذاشته‌می‌شود ، توصیف می‌کند . عمل تقارنی که با پایستگی پاریتهٔ زمان مطابقت می‌کند ، وارونی زمان است . تقارن وارونی زمان بدین مفهوم است که جهت زمان مهم نیست ، به گونه‌ای که عکس هر فرآیندی‌که بتواند روی دهد خود نیز فرآیندی است که می‌تواند روی دهد . به عبارت دیگر ، اگر تقارن تحت وارونی زمان درست باشد ، با نگاه کردن نمی‌توان تشخیص داد که آیا تصویرمتحرک‌یک رویداد به سوی جلو حرکت می‌کند یا عقب . گرچه مدتها ملاحظه می‌شد که پاریتهٔ زمان T در هر برهمکنشی پایسته است . ولی در سال ۱۹۶۴ م . کشف شد که یک شکل کائون K^0 می‌تواند به $\pi^- + \pi^+$ واپاشیده‌شود ، که این‌امر ناقض پایستگی T است . از این رو ، تقارن پدیده‌ها تحت وارونی زمان به نظر نمی‌رسند عمومی باشند . عمل تقارنی که با پایستگی پاریتهٔ بار C مطابقت دارد مزدوج بار است که عبارت است از جانشینی هر ذره در یک سیستم با پاد ذرهٔ آن . پاریتهٔ بار C ، مانند پاریتهٔ‌فضا P ، در برهمکنشهای ضعیف پایسته نیست . لکن ،

علی‌رغم محدود بودن اعتبارهای پایستگی C، P و T ، برای باور این مطلب که حاصل ضرب CPT پاریتهٔ بار، فضا و زمان یک سیستم بطور ناوردایی پایسته است ، دلایـل نظری خوبی وجود دارند . پایستگی CPT بدین معنی است که برای هر فرآیند یک پاد مادهٔ برگردان‌آینه ــ تصویری وجود دارد که برعکس این فرآیند اتفاق می‌افتد و این تقارن خاص به نظر درست می‌رسد حتی اگر تقارنهای موءلفه‌ای آن گاهی اوقات بطور انفرادی شکسته شوند .

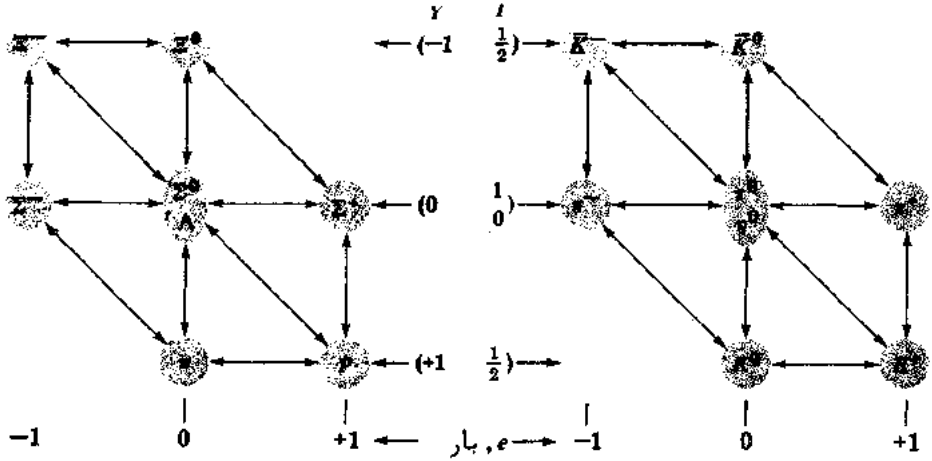
۱۳ــ۱۱ کوارکها

روش هشت‌لایه‌ای[1] ، یک سیستم طبقه‌بندی برای هادرونهاست که در سال ۱۹۶۱ م . به وسیلهٔ موری گلمان[2] و یووال نیمن[3] بطور جداگانه پیشنهاد شد که شامل ذرات تشدید کوتاه عمر زیادی به علاوهٔ هادرونهای نسبةً " پایدار جدول ۱۳ــ۱ است . روش هشت لایه‌ای ، چند تایی‌های اسپین ایزوتوپی را بصورت فراچند تایی‌هایی که عضوهای‌آنها اسپین‌و پاریتهٔ یکسان ولی بار و فوق بار متفاوت دارند ، جمع می‌کند . دو تا از فـرا چند تاییـهای هشت عضوی که در شکل ۱۳ــ۱۴ نشان داده شده‌اند بترتیب از اسپین $\frac{1}{2}$ باریون با پاریتهٔ زوج و اسپین‌صفر مزونها با پاریتهٔ فرد تشکیل‌می‌شوند که همگی‌آنها دربرابر واپاشی توسط برهمکنش قوی پایدارند . پیکانها تبدیلات‌مجاز را نشان‌می‌دهند . فراچندتایی ده عضوی شکل۱۳ــ۱۵ تشکیل شده است از اسپین $\frac{3}{2}$ بار یونها با پاریتهٔ زوج ، که بجز هیپرون Ω ، ذرات تشدید هستند . موقعی که این فرا چندتایی طرح ریزی می‌شد ، Ω^- ناشناخته بود و کشف آن در سال ۱۹۶۴ م . اعتبار روش هشت لایه‌ای را تأیید کرد .

عضوهای هر فراچندتایی همگی درغیاب هر برهمکنشی یکسانند که این برهمکنشها علت بروز اختلافات هستند . شکل ۱۳ــ۱۶ نشان می‌دهد که چگونه این ایده در مورد فراچندتایی بار یونی شکل ۱۳ــ۱۴ به کار می‌رود . برهمکنش قوی حالت بار یون اصلی را به چهار موءلفهٔ Ξ ، Σ ، Λ و N (برای نوکلئون) تقسیم می‌کند و بعلاوه برهمکنش‌الکترومغناطیسی موءلفه‌های Ξ ، Σ و N را به چندتایی‌های‌ایزوتوپی ــ اسپین‌می‌شکافد . اسپینهای‌ایزوتوپی (I) Ξ و N هردو $\frac{1}{2}$ هستند بنابراین هر یک دو موءلفه دارند . $I = 1$ برای Σ ، ازاین‌رو این‌ذره سه‌موءلفه دارد . و $I = 0$ برای Λ ، بنابراین این‌ذره نمی‌تواند به موءلفه‌هایی‌تقسیم‌شود . چون‌برهمکنش قوی از برهمکنش الکترومغناطیسی قویتر است ، اختلاف جرم بین چندتایی‌ها از اختلاف جرم بین عضوهای یک‌چندتایی بیشتر است . از این رو ، اختلاف بین جرمهای p و n فقط ۱/۳MeV

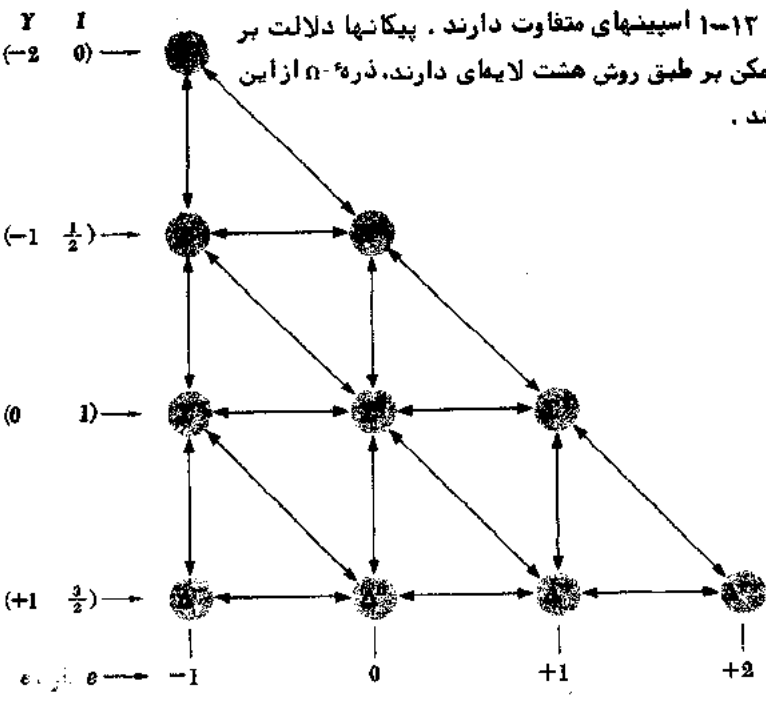
---

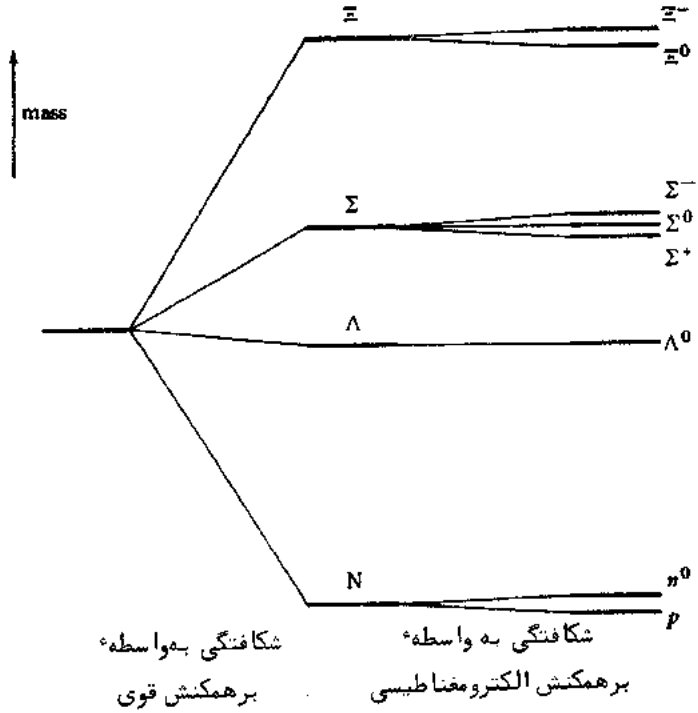
1. Eightfold way
2. Murray Gell – Mann
3. Yuval ne'eman



شکل(۱۳–۱۴)فراچندتایی‌های اسپین $\frac{1}{2}$ بار یونها و اسپین‌صفر مزونها دربرابر واپاشی توسط برهمکنشهای هسته‌ای قوی پایدارند . پیکانها دلالت بر وجود تبدیلات ممکن بر مبنای روش هشت لایه‌ای دارند .

شکل(۱۳–۱۵)چندتایی باریون که عضوهایش اسپین $\frac{3}{2}$ دارند و (بجز Ω) ذرات تشدید کوتاه عمر هستند ؛ ذرات Ξ و Σ در این‌جا سنگینترندونسبت به ذرات موجود در جدول ۱۲–۱ اسپینهای متفاوت دارند . پیکانها دلالت بر وجود تبدیلات ممکن بر طبق روش هشت لایه‌ای دارند. ذرهٔ Ω- از این طرح پیش بینی شد .





شکل (۱۳–۱۶) مبداء فراچندگانهٔ باریونی در شکل ۱۳–۱۴ نشان داده شده است.

است، اما ۱۷۶MeV اختلاف جرم بین آنها و جرم Λ وجود دارد.

روش هشت لایه‌ای نه تنها برای طبقه‌بندی هادرونها مفید است، بلکه در بارهٔ ماهیت آنها نیز ما را راهنمایی می‌کند. مبنای ریاضی برای روش هشت‌لایه‌ای از نظریهٔ گروههاناشی می‌شود، بویژه گروه‌لی[1] SU(۳) که مخفف "گروه‌واحدگونهٔ‌ماتریسهای۳×۳"[2] می‌باشد. تمام هادرونهای شناخته شده در خانواده‌های SU(۳) عضوهای ۱، ۸ یا ۱۰ تایی جای می‌گیرند، سایرخانواده‌های هادرونی که تعداد ذرات‌آنها باهم‌متفاوت است می‌توانندبه‌وسیلهٔ SU(۳) هماهنگ شوند، گرچه هنوز این ذرات شناخته نشده‌اند. یک تلاش برای توضیح این مطلب‌که چرا فقط بعضی از خانواده‌های هادرونی روی می‌دهند سبب شد که گلمان[3] و جورج‌زویگ[4]. بطور جداگانه در سال ۱۹۶۳ م. اظهار نظر کنند که تمام هادرونها ترکیباتی از سه ذرهٔ

1. Lie
2. "Special unitary group of 3x3 matrices"
3. Gell – Mann
4. George Zweig

بنیادی‌تر هستند که یک سه‌تایی SU(۳) را تشکیل می‌دهند. گلمان این ذرات را کوارکها نامید.

این‌گونه تصورمی‌شود که کوارکها به‌همان مفهومی‌که لپتونها بنیادی‌اند، بنیادی‌هستند، اساساً ذرات نقطه‌ای که ساختارهای داخلی ندارند ولی برخلاف لپتونها ــ براستی‌برخلاف هر چیز دیگری در طبیعت ــ تصور می‌رود بارهای الکتریکی کسری دارند. سه کوارک اصلی با u (برای بالا) d (برای "پایین") و s (برای‌شگفتی) مشخص شدند و این کوارکهاو پادذره‌های آنها $\bar{u}$، $\bar{d}$ و $\bar{s}$ بارهای معینی به قرار ذیل به آنها نسبت داده شد:

$$u:\ +\tfrac{2}{3}e \qquad \bar{u}:\ -\tfrac{2}{3}e$$
$$d:\ -\tfrac{1}{3}e \qquad \bar{d}:\ +\tfrac{1}{3}e$$
$$s:\ -\tfrac{1}{3}e \qquad \bar{s}:\ +\tfrac{1}{3}e$$

هر کوارک یک عدد بار یونی $B = \frac{1}{3}$ و هر پادکوارک یک‌عددباریونی $B = -\frac{1}{3}$دارد. یک‌باریون از سه کوارک تشکیل شده است بگونه‌ای که $B = +1$و یک پاد کوارک از سه پاد کوارک تشکیل‌شده است بگونه‌ای که $B = -1$. یک مزون از یک کوارک و یک پادکوارک تشکیل شده است، بگونه‌ای که $B = 0$. کوارکها همگی پاریتهٔ زوج و اسپینهای $\frac{1}{2}$ دارند که اسپینهای مضرب فردی از $\frac{1}{2}$ مشاهده شدهٔ باریونها و اسپینهای ۰ یا ۱ مزونها راتوضیح‌می‌دهد. کوارکهای u و d شگفتیهای $S = 0$ دارند درحالی‌که کوارک s دارای $S = -1$ است و پادکوارک $\bar{s}$، $S = +1$ دارد. از این‌رو، ذراتی که شگفتی صفر دارند فقط‌از کوارکها و پادکوارکهای u و d تشکیل می‌شوند و ذراتی که شگفتی آنها $S \neq 0$ است از یک، دو یا سه کوارک یا پاد کوارک s تشکیل می‌شوند.

تمام هادرونهایی را که تا این اواخر شناخته شده‌اند می‌توان برحسب کوارکهای u، d و s و پادکوارکهای آنها بیان کرد. جدول ۱۳ــ۳ محتوای کوارکی ۵ تا از هادرونهای جدول ۱۳ــ۱ همراه با بارهای مشاهده شده، اسپینها و اعداد شگفتی این ذرات رانشان می‌دهد.

مشکل‌جدی این که باریونها از کوارکها تشکیل‌می‌شوند این بود که حضور دو یا سه‌کوارک از یک نوع در یک ذرهٔ خاص (مثلاً، دو کوارک u در یک پروتون، سه کوارک s در یک‌هیپرون Ω^-) ناقض اصل انحصار است، که کوارکها بایستی تابع آنها باشند زیرا کوارکها فرمیونهایی با اسپینهای $\frac{1}{2}$ هستند. برای حل این مسأله، پیشنهاد شد که کوارکها و پادکوارکها یک نوع خاصیت اضافی دارند که این خصوصیت‌می‌تواند به‌شش طریق مختلف ظاهر شود، درمقایسه‌با بار الکتریکی که خاصیتی است که می‌تواند به دو فرم مختلف که مثبت‌ومنفی نامیده‌می‌شوند، ظاهر شود. در مورد کوارکها این خاصیت به "رنگ" معروف شد که سه امکان موجود آن قرمز، سبز و آبی نامیده شد: رنگهای پاد کوارک عبارتند از پاد قرمز، پاد سبز و پاد آبی. طبق فرضیهٔ رنگ، سه‌کوارک موجود در یک‌باریون رنگهای‌مختلف‌دارند که با اصل انحصار مطابقت

دارد زیرا همگی آنها در حالتهای مختلف قرار دارند ولو این که دو یا سه تا از این کوارکها در بقیهٔ خصوصیات یکسان باشند. یک چنین ترکیبی را می‌توان به سبب شباهت به روشی که طی آن نور قرمز، سبز و آبی ترکیب می‌شوند تا نور سفید حاصل شود، سفید به حساب آورد (ولی هیچگونه ارتباطی جز این مفهوم استعاری بین رنگهای کوارک و رنگهای بصری واقعی وجود ندارد). فرض بر این است که یک مزون از یک کوارک از یک رنگ و یک پاد کوارک پاد رنگ متناظر تشکیل شده است که دارای اثر خنثی کردن رنگ است. نتیجه این است که بار یونها و مزونها هر دو همیشه بی‌رنگ هستند. رنگ کوارک یک ویژگی است که در داخل هادرونها مفهوم دارد ولی در دنیای خارج هرگز مستقیما" مشاهده نمی‌شود.

تصور رنگ کوارک چیزی بیش از مطلبی پیرامون اصل انحصار است. مثلا"، عاملی است برای توضیح این مطلب که چرا پیون خنثی طول عمر مشاهده شده را دارد. در یک سطح عمیقتر، می‌توان بررسی برهمکنش قوی را بر اساس رنگ کوارک تصور کرد، درست همان‌گونه که برهمکنش الکترومغناطیسی بر اساس بار الکتریکی است، نظریه‌ای که در بخش بعدی بیشتر بررسی خواهد شد.

نه تنها کوارکها در سه رنگ هستند بلکه انواع اضافی (یا طعمها) کوارکها را باید جزو طرحی شمرد تا مکمل سه کوارک اصلی u، d و s باشند. اولین نوع از کوارکهای جدید، کوارک "افسونی" c، به واسطهٔ مقایسه باوجود چهارلپتون پیشنهاد شد. اگر کوارکها به همان مفهوم لپتونها ذرات بنیادی هستند، دراین صورت بایستی چهار تای آنها وجود داشته باشند. این مساله به نظر نمی‌رسد که یک بحث معقول باشد، ولی تقارنهای انواع مختلف که در فیزیک مشاهده شده‌اند آن‌قدر مهم هستند که این تصور کاملا" منطقی است. یک چنین کوارکی دارای بار $+\frac{2}{3}e$ و یک عدد کوانتمی افسونی[1] $+1$ است. سایر کوارکها افسونی صفر دارند. افسونی ظاهرا" براحتمال بعضی از واپاشیهای هادرون اثر می‌گذارد و دانشمندان معتقدند مزون سنگینی که اخیرا" کشف شده است متشکل از یک کوارک افسونی و یک کوارک پاد افسونی، $c\bar{c}$، است.

جدول ۱۳-۳. ترکیبات بعضی از هادرونها طبق مدل کوارک

هادرون	محتوای کوارک	بار، e	اسپین	شگفتی
π^+	$u\bar{d}$	$+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=+1$	$\uparrow\downarrow=0$	$0+0=0$
K^+	$u\bar{s}$	$+\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=+1$	$\uparrow\downarrow=0$	$0+1=+1$
p^+	uud	$+\frac{2}{3}+\frac{2}{3}-\frac{1}{3}=+1$	$\uparrow\uparrow\downarrow=\frac{1}{2}$	$0+0+0=0$
n^0	ddu	$-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=0$	$\downarrow\downarrow\uparrow=\frac{1}{2}$	$0+0+0=0$
Ω	sss	$-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=-1$	$\uparrow\uparrow\uparrow=\frac{3}{2}$	$-1-1-1=-3$

1. Charm

تمام ویژگیهای مادهٔ معمولی را می‌توان بر اساس فقط دو لپتون ،الکترون و نوترینوی وابسته به آن و دو کوارک u و d ، بررسی‌کرد . این یک‌عمل‌شگفت‌آوری است . خانوادهٔ دیگری از دو لپتون و دو کوارک ــ میون و نوترینوی آن ، کوارکهای s و c ــ علت اکثرذرات‌ناپایدار و تشدیدهای به وجودآمده در برخوردهای پرانرژی است که تمامی این‌ذرات به عضوهای‌اولین خانواده تجزیه می‌شوند . نشانه‌هایی وجود دارند که دلالت بر وجود خانوادهٔ دیگری از دو لپتون و دوکوارک‌می‌کند . دراین‌جا لپتونها مزون τ و نوترینوی آن هستند که جرم 1/78 GeV مزون آن تقریبا " دو برابر جرم پروتون است ، گرچه وجه تمایز نوترینوی‌آن بایدهنوزبه‌اثبات رسد . کوارکها "بالا " (بار $+\frac{2}{3}e$) و"پایین " (بار $-\frac{1}{3}e$) نامیده می‌شوند که تأیید تجربی‌فقط برای کوارک‌دومی تاکنون موجود است (این کوارکها زمانی به "حقیقت" و "زیبایی " نیزمعروف بودند .) آن‌چنان که تصورمی‌رود هنوزهم خانواده‌های لپتون ــ کوارک دیگری کشف خواهند شد ولی ارتباط‌آنها با مادهٔ معمولی غیر محتمل است که ارتباط نزدیکی باشد .

ولی به رغم تمام قدرت اقناع‌کنندگی مدل کوارک هادرونها و به رغم تمام تحقیقاتی‌که از سال ۱۹۶۳ م . ادامه داشته‌اند ، هیچ کوارکی تا کنون در یک آزمایش مجزا نشده است . وضعیت کنونی کوارکها تا اندازه‌ای مانند وضعیت نوترینوها در طی ۲۵ سال‌پس‌ازپیدایش‌آنها بوده است . شواهد غیر مستقیم بسیاری وجود کوارکها را تأیید می‌کنند ولی چیزی در سرشت اصلی آنها مانع کشف آنها می‌شود . لکن رویداد حالتی نظیر وضعیت نوترینو معلوم نیست برای کوارکها صحیح باشد ، زیرا گیراندازی مشکل نوترینو فقط به‌واسطهٔ برهمکنش ضعیف آن با ماده بود ، درصورتی‌که ممکن است به دلیلی‌اساسی برای کوارکها غیر ممکن باشد که‌بصورت نهادهایی مستقل در خارج از هادرونها روی دهند .

۱۳ــ۱۲ . برهمکنشهای بنیادی

چهار نوع برهمکنش این ذرات بنیادی می‌توانند علت تمامی فرآیندهای شناخته شده در جهان‌مادی در تمامی مقیاسهای حجم باشند . این برهمکنشها همراه با ذرات تحت تأثیر آنها ، گستـرهٔ عمل‌آنها ، قدرت نسبی آنها در شرایط قابل قیاس و طبیعت ذراتی که‌مبادلهٔ این‌ذرات ممکن‌است به عنوان واسطهٔ‌برهمکنشهاتلقی‌شود ، درجدول ۱۳ــ۴ آورده‌شده‌اند .

گرچه قدرتهای نسبی برهمکنشهای مختلف تا ده به توان ۴۰ را در برمی‌گیرند ، ولی فواصلی که از طریق آنها این قدرتها مؤثرند خیلی متفاوتند . در حالی که نیروی قوی بین نوکلئونهای مجاور بر نیروی گرانشی بین آنها کاملا " فائق می‌آید ، وقتی که فاصلهٔ آنها از هم یک‌میلی‌متر باشد عکس‌قضیه صدق‌می‌کند . ساختارهای‌هسته‌ها به وسیلهٔ خواص برهمکنش قوی مشخص‌می‌شوند درحالی که ساختارهای اتمها به وسیلهٔ خواص برهمکنش‌الکترومغناطیسی

مشخص می‌شوند . مادهٔ حجیم از لحاظ الکتریکی خنثی است و برهمکنشهای قوی و ضعیف از نظر گستردگی بشدت محدودند . از این رو برهمکنش گرانشی که در یک مقیاس کوچک کاملا" ناچیز است در یک مقیاس بزرگ یک برهمکنش غالب می‌شود . نقش نیروی ضعیف در ساختار ماده ظاهرا" نقش یک اختلال کوچک است که‌سبب می‌شود هسته‌هایی با نسبتهای نامتناسب نوترون / پروتون در واپاشیهای بتای اصلاحی قرار گیرند .

جدول ۱۳–۴. چهار برهمکنش بنیادی

برهمکنش الکترومغناطیسی همچنین بر ذرات غیرباردار اثر می‌گذارد که‌گشتاورهای الکتریکی یا مغناطیسی دارند . گراویتون[1] و بوزون بینابین تا کنون بطورتجربی آشکار نشده‌اند .

برهمکنش	ذرات متأثر	گستره	قدرت نسبی	ذرات تعویض شده
قوی	هادرونها	$1-10^{-15}$ m		مزونها
الکترومغناطیسی	ذرات باردار	∞	$\sim 10^{-2}$	فوتونها
ضعیف	هادرونها و لپتونها	$\sim 10^{-17}$ m	$\sim 10^{-13}$	بوزونهای میانی
گرانشی	همه	∞	$\sim 10^{-40}$	گراویتونها

گراویتون ذکر شده در جدول ۱۳–۴ حامل میدان گرانشی است . گراویتون باید بی‌جرم ، پایدار ، دارای اسپین ۲ باشد و با تندی نور حرکت‌کند . جرم صفر آن را می‌توان از گستره‌ٔ نامحدود نیروهای گرانشی استنتاج کرد . همان‌گونه که در بخش ۱۱–۸ دیدیم ، می‌توان این گونه تصورکرد که نیروهای متقابل بین‌دوجسم دراثر تعویض ذرات بین آنها انتقال‌می‌یابند . اگر انرژی باید پایسته شود ، اصل انحصار ایجاب می‌کند که‌گستره‌ٔ نیروها با جرم ذراتی که تعویض می‌شوند نسبت عکس داشته باشند و بنابراین در صورتی که‌جرم گراویتون صفر باشد ، برهمکنش گرانشی می‌تواند یک گستره‌ٔ بی‌نهایت داشته‌باشد . برهمکنش‌گراویتون‌با ماده‌کاملا" ضعیف است و آشکار کردن آن را بی‌نهایت مشکل می‌کند . شواهد عینی معینی له یا علیه

1. Graviton

2. Intermediate vector bosons

موجودیت گراویتون وجود ندارد.

حاملین برهمکنش ضعیف را بوزونهای برداری بینابین[1] می‌نامند که به نظر می‌رسد دو نوع از آن وجود دارند. از آنجا که برهمکنش ضعیف گستره‌ای کوتاه دارد، جرم در حال سکون این قبیل ذرات باید بزرگ باشد، یعنی ۳۰ برابر جرم پروتون. یک نوع آن، بنام W، یک اسپین ۱ و یک بار $\pm e$ دارد و مسؤول واپاشیهای بتای معمولی است. نوع دیگر آن، بنام Z، یک اسپین ۱ دارد ولی از لحاظ الکتریکی خنثی است و از W سنگینتر است. اثرات آن تا بحال فقط در بعضی از آزمایشهای پراکندگی پر انرژی آشکار شده‌اند. گرچه ذرهٔ W یک لازمهٔ طبیعی برهمکنش ضعیف است و سالها پیش عنوان شد، ولی اندیشهٔ ذرهٔ Z اخیراً از نظریه‌ای ناشی شد که برهمکنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را تلفیق می‌کند و کشف ذرهٔ Z در تأیید نظریه مؤثر بود. استیون وایتبرگ[2] و عبدالسلام[3] در دههٔ ۱۹۶۰ م. بطور جداگانه ارتباط بین برهمکنشهای ضعیف و الکترومغناطیسی را تکمیل کردند. مسأله‌ای که لازم بود در ساختن نظریه حل شود آن بود که حاملین نیروی ضعیف جرم دارند در حالی که حاملین نیروی الکترومغناطیسی، یعنی فوتونها، بی‌جرم هستند. کاری که وایتبرگ و عبدالسلام کردند این بود که نشان دهند، در یک سطح اولیه، هر دو نیرو جلوه‌های یک برهمکنش منحصربفرد هستند که واسطهٔ آن چهار بوزون بی جرم هستند. از طریق یک فرآیند دقیق بنام شکست تقارن خودبخود، سه تا از بوزونها جرم پیدا کردند و ذرات W و Z شدند با یک کاهش منتج در گسترهٔ برهمکنش که اکنون به عنوان قسمت ضعیف برهمکنش کل ظاهر می‌شود. یک راه نگرش به وضعیت آن است که جرمهای بوزونهای W و Z را خواص حالتهایی تصور کنیم که این ذرات برحسب اتفاق اشغال می‌کنند، نه خواص ذاتی این ذرات. چهارمین بوزون، فوتون، بی‌جرم باقی می‌ماند و از این رو گسترهٔ بخش الکترومغناطیسی برهمکنش کل بی‌نهایت باقی ماند.

از آن جا که خیلی محتمل است که هادرونها از کوارکها تشکیل شده باشند برهمکنش قوی بین هادرونها باید سرانجام به یک برهمکنش بین کوارکها منجر شود. ذراتی را که کوارکها مبادله می‌کنند تا این برهمکنش تولید شود، گلونها[4] می‌نامند که هشت‌تای آنها مشخص شده است. گلونها بی‌جرم هستند، باتندی نورحرکت می‌کنند و هریک حامل یک رنگ و یک پادرنگ هستند. گسیل یا جذب یک گلون توسط یک کوارک رنگ کوارک را تغییر می‌دهد. مثلاً، یک کوارک آبی که یک گلون آبی ــ پاد قرمز گسیل می‌کند، یک کوارک قرمز می‌شود و یک کوارک قرمز که این گلون راجذب می‌کند، یک کوارک آبی می‌شود. نظریه‌ای که چگونه کوارکها با یکدیگر

---

1. Intermediate Vector bosons
2. Steven weinberg
3. Abdus salam
4. Gluons

برهمکنش‌دارند به‌عنوان کرومودینامیک[1] کوانتمی شناخته‌شده است زیراکه‌از روی‌الکترودینامیک[2] کوانتمی طرح‌ریزی می‌شود ، نظریه‌ای که چگونه ذرات باردار با یکدیگر برهمکنش‌دارند ، که‌در این نظریه رنگ جای بار را می‌گیرد . گرچه به نظر می‌رسد کرومودینامیک کوانتمی می‌تواند رفتار کوارکها در داخل هادرونها را بیان کند و بعضی اثراتی را پیش‌بینی‌کرده است که در آزمایشهای پر انرژی مشاهده شده‌اند ، با وجود این در توضیح دادن برهمکنش با گسترهٔ بلندترین کوارکها که به نیروهای هادرون ــ هادرون منجر می‌شود ، بطور کامل موفق‌نبوده است .

تا حد قابل توجهی ــ یا شاید نه چندان جالب‌توجه ــ نظریهٔ برهمکنش قوی راظاهرا" می‌توان به‌نظریهٔ برهمکنشهای متحد ضعیف و الکترومغناطیسی پیوند داد تا یک تصویر منحصر بفرد درست شود . دریک‌چنین نظریهٔ متحد بزرگ ، نیروهای قوی ، ضعیف و الکترومغناطیسی بصورت جلوه‌های مختلف یک پدیدهٔ اساسی ظاهر می‌شوند با لپتونها وکوارکهایی که‌جای‌طبیعی در داخل‌نظریه‌پیدا می‌کنند. با توانایی برگنجاندن لپتونهاوکوارک‌ها داخل همان‌نظریه، توضیح این نکته در میان نکات دیگر ، میسر می‌شود که چرا الکترون (یک‌لپتون) و پروتون (ترکیبی‌از کوارکها) بارهای الکتریکی دقیقا" یکسان دارند . همچنین لازم می‌شود تا بین لپتونها و کوارکها برهمکنشی وارد کنیم که یک عضو از یک طبقه را قادر سازد به عضوی در طبقهٔ دیگر تبدیل کند . این بدین معنی است که پروتونها ، که تا کنون پایدار تصور می‌شدند ، بایستی سرانجام بصورت لپتونها واپاشیده شوند . یقینا" ، برهمکنش لپتون ــ کوارک که برای نظریه لازم است بی‌نهایت ضعیف است ، به گونه‌ای که عمر متوسط پروتون 10^{30} سال تخمین زده می‌شود ؛ با مقایسه ، عمر جهان کمتر از 10^{10} سال است .

در مورد گرانش چطور؟ گام نهایی برای فهم این موضوع که طبیعت چگونه عمل می‌کند نظریه‌ای است که تمام ذرات و برهمکنشهایی را که مشاهده می‌شوند به هم پیوند می‌دهد و نشانه‌هایی وجود دارند مبنی بر این که این هدف دست یافتنی است .

مسائل

۱ــ(الف) برای کمینهٔ انرژی جنبشی که لازم است تا یک ذره با جرم در حال سکون m_0 تابش‌چرنکوف دریک‌محیط با ضریب شکست n صورت دهد ، فرمولی بدست‌آورید . (راهنمایی : از معادله‌های ۱ــ۲۰ و ۱ــ۲۲ شروع‌کنید .) (ب) با استفاده‌از این فرمول کمینهٔ انرژی‌جنبشی

---

1. Chromodynamics

2. Electrodynamics

(K_{min}) را برای یک الکترون در یک محیط با $n = 1/5$ پیدا کنید .

۲ــ با استفاده از معادله‌های ۱۳ــ۱ و ۱۳ــ۲ نشان دهید که برد یک ذره به جرم M ، بار z و تندی اولیه v_0 را می‌توان بصورت $R = (M/z^2)\, f\,(v_0)$ بیان کرد . (این رابطه‌مفید است زیرا ساختار منحنی برد ــ انرژی را برای هر ذرهٔ باردار میسر می‌کند ، وقتی کـه چنین منحنی برای یک ذره با بار و جرم مفروض شناخته شده است .)

۳ــ چندبرخورد با هسته‌های ^{12}C لازم است تا یک‌نوترون را که انرژی اولیه‌اش 1 MeV است به انرژی حرارتی برساند ؟ فرض کنید برخوردها همگی شاخ‌بشاخ هستند .

۴ــ مطلوبست محاسبهٔ درصد بیشینهٔ انرژی جنبشی اولیه‌ای که یـک نوترون می‌تواند در یک برخورد غیر کشسان با یک هستهٔ ^{9}Be ساکن از دست بدهد .

۵ــ ضریب جذب خطی برای پرتوهای گاما با انرژی 1 MeV در سرب $78\ m^{-1}$ است . ضخامت سرب مورد نیاز برای کاهش شدت یک باریکه از چنین پرتوهای گاما به نصف را پیدا کنید .

۶ــ ضریب جذب خطی بـرای پرتوهای ایکس بـا انرژی 50 keV در هوای سطح دریـا $5\times10^{-3}\ m^{-1}$ است .شدت یک باریکه‌از چنین پرتوهای x به چه‌مقدار کاهش‌می‌یابد وقتی‌ازمیان 0/5 m هوا عبور می‌کند ؟ وقتی از میان 5 m هوا عبور کند ؟

۷ــ ضریبهای‌جذب‌جرمی برای پرتوهای‌ایکس با طول‌موج 0/5 Å در سرب و آهن‌بترتیب $53\ cm^2/g$ و $14\ cm^2/g$ است . یک سپر آهنی چقدر باید ضخیم باشد تا حفاظتی را که در مقابل پرتوهای ایکس فراهم می‌کند برابر حفاظت یک سانتیمتر سرب باشد ؟ چگالیهای سرب‌و آهن بترتیب 11 و $7/8\ g/cm^3$ هستند .

۸ــ ضریب جذب‌جرمی مس برای پرتوهای ایکس با انرژی 80 keV ، $53\ cm^2/g$ و چگالی مس $8/9\ g/cm^3$ است . (الف) چگالی نسبی یک باریکهٔ پرتوهای ایکس با انرژی 80 keV را پس از عبور از یک‌ورقهٔ مس بضخامت 0/1 mm پیدا کنید . (ب) چه ضخامتی از مس لازم است تا شدت یک چنین باریکه‌ای را به نصف کاهش دهد ؟

۹ــ (الف) ثابت‌کنید که انرژی‌کمینه‌ای که یک فوتون باید داشته‌باشد تا یک زوج الکترون ــ پوزیترون درحضور یک هستهٔ‌ساکن به جرم M ایجاد کند مساوی $2m_0c^2\,(1 + m_0/M)$ است . که در آن m_0 جرم در حال سکون الکترون است . (ب) انرژی کمینهٔ لازم فوتون بـرای تولید زوج در حضور یک پروتون را پیدا کنید .

۱۰ــ انرژی‌هر یک از فوتونهای‌پرتوگامای تولید شده در واپاشی یک پیون خنثی درحال سکون را پیدا کنید . چرا انرژی این فوتونها باید یکسان باشند ؟

۱۱ــ یک پیون خنثی که انرژی جنبشیش برابر با انرژی در حال سکـون آن است ضمن

حرکت واپاشیده می‌شود . زاویهٔ بین دو فوتون پرتو گاما را که تولید می‌شوند ، پیداکنید .

۱۲ــ مزون π^0 نه بار دارد و نه گشتاور مغناطیسی ، که این درک آن را مشکل می‌کند که چگونه می‌تواند به یک زوج کوانتای الکترومغناطیسی واپاشیده شود . یک راه برای بیان این فرآیند این فرض است که π^0 ابتدا به یک زوج نوکلئون ــ پاد نوکلئون " مجازی" تبدیل می‌شود که عضوهایش بعدا " بطور الکترومغناطیسی برهمکنش دارند و دو فوتون به دست می‌دهد که مجموع انرژیهای آنها مساوی انرژی درحال‌سکون π^0 است ، بر اساس اصل عدم قطعیت ، زوج‌نوکلئون ــ پادنوکلئون مجازی‌تا چه‌مدت می‌تواند وجود داشته‌باشد ؟ آیا این مدت برای‌این که‌فرآیند مشاهده شود بقدرکافی طولانی است ؟

۱۳ــ برهمکنش یک فوتون با فوتون دیگر را می‌توان با این فرض درک کرد که هر فوتون می‌تواند به یک زوج‌الکترون ــ پوزیترون "مجازی" در فضای آزاد تبدیل شود و سپس زوجهای مربوطه می‌توانند بطور الکترومغناطیسی برهمکنش داشته باشند . (الف) براساس اصل عدم قطعیت ، یک‌زوج الکترون ــ پوزیترون مجازی تا چه مدت می‌تواند وجود داشته باشد ، اگر $h\nu \ll 2m_0c^2$ ، که در آن m_0 جرم در حال سکون الکترون است ؟ (ب) اگر $h\nu > 2m_0c^2$ ، آیا می‌توانید با استفاده از مفهوم زوج الکترون ــ پوزیترون مجازی ، نقش یک هسته را علاوه بر کارکرد آن در اطمینان دادن پایستگی انرژی و اندازه حرکت در تولید یک زوج واقعی توضیح دهید ؟

۱۴ــ چرا یک نوترون آزاد به یک الکترون و یک پوزیترون تجزیه نمی‌شود ؟ چرا به یک زوج پروتون ــ پادپروتون تجزیه نمی‌شود ؟

۱۵ــ یک پروتون که انرژی جنبشی K_0 دارد به یک پروتون ساکن برخورد می‌کند و یک جفت پروتون ــ پاد پروتون تولید می‌شود . اگر اندازه حرکت پروتون بمباردمان کننده بطور مساوی بین چهارذره که از برخورد پدیدمی‌آیند تقسیم شود ، مقدارکمینهٔ K_0 راپیداکنید .

۱۶ــ یک مزون $-\mu$ به یک پروتون برخورد می‌کند و یک نوترون بعلاوهٔ ذرهٔ دیگری به وجود می‌آیند . ذرهٔ دیگر چیست ؟

۱۷ــ انرژی فوتون گسیل شده در واپاشی $\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$ را پیداکنید .

۱۸ــ یک نظریهٔ تکامل جهان فرضیه‌ای است به این صورت که ماده در فضای آزاد خودبخود به وجود می‌آید . اگر این ماده بشکل زوجهای نوترون ــ پادنوترون بود ، کدام‌یک از قوانین پایستگی نقض می‌شد ؟

۱۹ــ کدام یک از واکنشهای ذیل می‌توانند روی دهد ؟ قوانین پایستگی نقض شده در سایر واکنشها را ذکر کنید .

(الف) $p + p \to n + p + \pi^+$

(ب) $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + \Sigma^+$

(ج) $e^+ + e^- \rightarrow \mu^+ + \pi^-$

(د) $\Lambda^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$

(هـ) $\pi^- + p \rightarrow n + \pi^0$

۲۰ــ چه کوارکهایی پیون منفی ، پادپروتون و هیپرون را می‌سازند ؟

۲۱ــ چه ذراتی در جدول ۱۳ــ۱ مطابق با ترکیبات کوارکی فوق می‌باشند : uus . $d\bar{s}$. uds؟

I

عملگرها، توابع ویژه و مقادیر ویژه

در بخش ۵-۴ دیدیم چگونه یک مقدار مورد انتظار را می‌توان برای هرکمیتی که تابعی از وضعیت x یک ذره[۶] نشان داده شده توسط یک تابع موج ψ است به‌دست آورد. بدین‌ترتیب می‌توانیم مقادیر موردانتظار را در هر زمان t برای خود x و برای $V(x)$ ، انرژی پتانسیل ذره، که هر دو تای آنها بخشی از یک توصیف کامل حالت ذره هستند، پیدا کنیم. لکن، سایر کمیتهای دینامیکی نظیر اندازه حرکت ذره p و انرژی کل E را نمی‌توان بطورکامل به‌همین طریق پیدا کرد. مقادیر مورد انتظار p و E به‌نظر می‌رسند از فرمولهای ذیل به دست‌آیند.

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} p|\Psi|^2 \, dx$$

$$\langle E \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} E|\Psi|^2 \, dx$$

این فرمولها کاملا "روشن هستند تا وقتی‌که پی ببریم که چون $\Psi = \Psi(x, t)$، است، باید p و E را بصورت‌توابع x و t بیان کنیم تاانتگرال‌گیریها انجام شوند. اما اصل عدم قطعیت‌حاکی از این است که توابعی نظیر $p(x, t)$ و $E(x, t)$ نمی‌توانند وجود داشته باشند؛ وقتی که x و t مشخص باشند، رابطه‌های:

$$\Delta p \, \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \, \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

بدین‌معنی است که ما در اصل نمی‌توانیم p و E را دقیقا" مشخص کنیم. (یا اگر p و E مشخص هستند مثل مورد یک حالت ایستا، نظیر حالت ایستای نشان داده شده توسط یک ترازانرژی

اتمی ، x و t را نمی‌توان دقیقاً" مشخص کرد .)

درفیزیک کلاسیک چنین محدودیتی ایجاد نمی‌شود ، زیرااصل عدم‌قطعیت را دردنیای ماکروسکپی می‌توان نادیده گرفت . ما قانون دوم حرکت را در صورتی بر حرکت جسمی اعمال می‌کنیم که تحت‌تأثیر نیروهای مختلفی باشد ، و انتظار داریم $p(x,t)$ و $E(x,t)$ ونیز $x(t)$ را از طریق حل به دست آوریم . حل یک مسأله در مکانیک کلاسیک در اصل به معنی تعیین خط سیر کامل حرکت جسم است . در فیزیک کوانتمی ، از سوی دیگر ، همهٔ آنچه که ما با اعمال معادلهٔ شرودینگر بر حرکت یک ذره مستقیماً" به دست می‌آوریم عبارت‌است ازتابع موج ψ ، و خط سیر آیندهٔ حرکت ذره ــ مانند حالت اولیه‌اش ــ به‌جای‌آن‌که‌کاملاً" معین‌باشد یک موضوع احتمالات است .

راه مناسبی که برای تعیین $\langle p \rangle$ و $\langle E \rangle$ می‌توان پیشنهاد کرد آن است که از تابع موج ذرهٔ آزاد $\Psi = Ae^{-i(\omega t - kx)}$ نسبت به x و نسبت‌به t مشتق‌گیری شود . پی‌می‌بریم‌که

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{i}{\hbar} p\Psi$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{i}{\hbar} E\Psi$$

که می‌توان آن را به اشکال پیشنهادی ذیل نوشت

$$p\Psi = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\Psi \qquad (۱-I)$$

$$E\Psi = i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\Psi \qquad (۲-I)$$

بوضوح کمیت دینامیکی p به نحوی با عملگر دیفرانسیلی $(\hbar/i)\,\partial/\partial x$ و کمیت دینامیکی E به گونه‌ای مشابه با عملگر دیفرانسیلی $i\hbar\,\partial/\partial t$ مطابقت دارد . (یک عملگر به ما می‌گوید که چه عملی را روی کمیتی که در پی آن می‌آید ، انجام دهیم . عملگر $i\hbar\,\partial/\partial t$ به‌ما می‌آموزد که مشتق‌جزئی آنچه را که بعداز آن می‌آیدنسبت‌به t بگیریم‌وحاصل‌رادر $i\hbar$ ضرب‌کنیم .)

مرسوم است که عملگرها را با حروف سیاه درشت بی‌گوشه نشان دهیم ، بگونه‌ای که p عملگری است که با اندازه حرکت p مطابقت دارد و E عملگری است که با انرژی کل E مطابقت می‌کند . از معادله‌های I ــ۱ و I ــ۲ این عملگرها عبارتند از

$$\mathbf{p} = \frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x} \qquad \text{عملگر اندازه حرکت} \qquad (۳-I)$$

$$\mathbf{E} = i\hbar\frac{\partial}{\partial t} \qquad \text{عملگر کل انرژی} \qquad (۴-I)$$

گرچه ما فقط نشان داده‌ایم که تناظرهای بیان شده در معادله‌های I—۳ و I—۴ برای ذرات آزاد صدق می‌کنند، ولی اینها نتایج کلی هستند که اعتبار آنها با اعتبار معادلهٔ شرودینگر یکسان است. برای تأیید این مطلب، می‌توانیم به جای تساوی $E = T + V$ برای انرژی کل یک ذره از تابع عملگر فوق استفاده کنیم

$$E = T + V \qquad (I—۵)$$

از آن جا که انرژی جنبشی T بر حسب اندازه حرکت p با فرمول ذیل به دست می‌آید.

$$T = \frac{p^2}{2m}$$

داریم

$$T = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2m}\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)^2 = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} \quad \textbf{عملگر انرژی جنبشی} \qquad (I—۶)$$

بنابراین معادلهٔ I—۵ بصورت زیر در می‌آید.

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \qquad (I—۷)$$

اکنون تساوی $\psi = \psi$ را در معادلهٔ I—۷ ضرب می‌کنیم و معادلهٔ زیر را به دست می‌آوریم

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + V\Psi$$

که معادلهٔ شرودینگر است. فرض کردن معادله‌های I—۳ و I—۴ معادل فرض کردن معادلهٔ شرودینگر است.

ازآنجاکه p و E را می‌توان به وسیلهٔ عملگرهای متناظرشان در یک معادله جایگزین کرد، از این عملگرها می‌توانیم برای به دست‌آوردن مقادیر مورد انتظار برای p و E استفاده کنیم. بدین ترتیب مقدار مورد انتظار برای p عبارت است از

$$\langle p\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\Psi^* p\Psi\, dx = \int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\left(\frac{\hbar}{i}\frac{\partial}{\partial x}\right)\Psi\, dx = \frac{\hbar}{i}\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\frac{\partial\Psi}{\partial x}\, dx$$

و مقدار مورد انتظار برای E عبارت است از

$$\langle E\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\Psi^* E\Psi\, dx = \int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\left(i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\right)\Psi\, dx = i\hbar\int_{-\infty}^{\infty}\Psi^*\frac{\partial\Psi}{\partial t}\, dx$$

هر دو معادلهٔ I—۸ و I—۹ را می‌توان برای هر تابع موج قابل قبول $\Psi(x, t)$ محاسبه‌کرد. روشن است که چرا باید مقادیر مورد انتظار را که در عملگرها دخالت دارند بشکل زیر بیان کنیم

$$\langle p\rangle = \int_{-\infty}^{\infty}\Psi^* p\Psi\, dx$$

سایر شکلها عبارتند از

$$\int_{-\infty}^{\infty} p\Psi^*\Psi\, dx = \frac{\hbar}{i}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial}{\partial x}(\Psi^*\Psi)\, dx = \frac{\hbar}{i}\left[\Psi^*\Psi\right]_{-\infty}^{\infty} = 0$$

چون Ψ^* و Ψ بایستی در $x = \pm\infty$ صفر باشد، و

$$\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*\Psi\, p\, dx = \frac{\hbar}{i}\int_{-\infty}^{\infty} \Psi^*\Psi \frac{\partial}{\partial x}\, dx$$

که هیچ معنی نمی‌دهد. در موردکمیتهای‌جدی نظیر x و $V(x)$ ، ترتیب‌سازه‌ها در عبارت‌زیر انتگرال بی‌اهمیت است ولی وقتی که عملگرهای دیفرانسیل دخالت دارند، ترتیب‌صحیح سازه‌ها باید رعایت شود.

هر کمیت قابل مشاهدهٔ G که مشخصهٔ یک سیستم فیزیکی است ممکن‌است به وسیلهٔ یک عملگر کوانتم ــ مکانیکی G نشان داده شود. برای به دست آوردن این عملگر، تنها لازم‌است G را برحسب x و p بیان‌کنیم وسپس $(\hbar/i)\,\partial/\partial x$ راجایگزین p کنیم. اگر تابع موج ψ سیستم معلوم باشد، مقدار مورد انتظار $G(x, p)$ عبارت است از

$$\langle G(x, p)\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi^* G \Psi\, dx \qquad \text{مقدار مورد انتظار یک عملگر} \qquad (I-10)$$

این نتیجه گفتهٔ پیش را اثبات می‌کند که از ψ می‌توان تمام اطلاعات مربوط به یک سیستم را که توسط‌اصل عدم قطعیت مجاز است، به‌دست آورد.

شرط‌این که یک متغیر دینامیکی مشخص G به مقادیر مجزای G_n محدود شود ــ به‌عبارت دیگر G کوانتیزه شود ــ این است که توابع موج ψ_n سیستم بگونه‌ای باشد که

$$G\psi_n = G_n\psi_n \qquad \text{معادلهٔ مقدار ویژه} \qquad (I-11)$$

که درآن G عملگری است که با G_n مطابقت دارد وهر G_n یک عددحقیقی است. وقتی‌که‌معادلهٔ I ــ ۱۱ برای توابع موج یک سیستم صدق می‌کند، این معادله یک اصل‌اساسی مکانیک‌کوانتمی است که هر اندازه‌گیری G می‌تواند تنهایکی ازمقادیر G_n را به دست‌دهد. اگر اندازه‌گیریهای G روی تعدادی از سیستمهای یکسان که همگی در حالتهای توصیف‌شده توسط تابع ویژهٔ‌خاص ψ_k هستند، اعمال شود، هر اندازه‌گیری یک مقدار G_k را به دست خواهد داد.

عملگر کل ــ انرژی E معادلهٔ I ــ ۵ معمولاً بصورت زیر نوشته می‌شود.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2} + V \qquad \text{عملگرها میلتونی}^{1} \qquad (I-12)$$

---

1. Hamiltonian operator

و عملگر هامیلتونی نامیده می‌شود زیرا یادآور تابع هامیلتونی در مکانیک کلاسیک پیشرفته است که بیانی برای انرژی‌کل یک سیستم فقط برحسب مختصات و اندازه‌حرکتها است. بدیهی است معادلهٔ شرودینگر حالت پایدار را می‌توان صرفاً بصورت زیر نوشت.

$$E_n\psi_n = H\psi_n \qquad (۱۳-۱)$$

بنابراین می‌توانیم بگوییم که E_n های مختلف، مقادیر ویژهٔ عملگر هامیلتونی H هستند. این نوع ارتباط بین مقادیر ویژه و عملگرهای کوانتم ـ مکانیکی کاملاً عمومی است.

اجازه دهید مقدار مورد انتظار $\langle p \rangle$ اندازه حرکت یک ذرهٔ محبوس در یک جعبهٔ یک بعدی بخش ۵ـ۶ را به عنوان یک مثال محاسبه کنیم. از آنجا که

$$\psi^* = \psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin \frac{n\pi x}{L}$$

و

$$\frac{d\psi}{dx} = \sqrt{\frac{2}{L}} \frac{n\pi}{L} \cos \frac{n\pi x}{L}$$

داریم

$$\langle p \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* p \psi \, dx = \int_{-\infty}^{\infty} \psi^* \left(\frac{\hbar}{i} \frac{d}{dx}\right) \psi \, dx$$

$$= \frac{\hbar}{i} \frac{2}{L} \frac{n\pi}{L} \int_0^L \sin \frac{n\pi x}{L} \cos \frac{n\pi x}{L} \, dx$$

توجه داریم که

$$\int \sin ax \cos ax \, dx = \frac{1}{2a} \sin^2 ax$$

بطوری که در این جا، با داشتن $a = n\pi/L$،

$$\langle p \rangle = \frac{\hbar}{iL} \left[\sin^2 \frac{n\pi x}{L}\right]_0^L = 0$$

چون

$$\sin^2 0 = \sin^2 n\pi = 0 \qquad n = 1, 2, 3, \ldots$$

مقدار مورد انتظار $\langle p \rangle$ اندازه حرکت ذره صفر است.

در نظر اول این نتیجه عجیب به‌نظر می‌رسد. با وجود این، $E = p^2/2m$ و بنابر این باید پیش‌بینی کنیم که

$$p_n = \pm \sqrt{2mE_n} = \pm \frac{n\pi\hbar}{L} \qquad (۱۴-۱)$$

علامت $\pm$ چنین توضیح داده می‌شود. ذره در حال حرکت به سمت عقب و به سمت جلو است

و بنابر این میانگین اندازه حرکت آن به ازای هر مقدار n

$$p_{av} = \frac{(+ n\pi\hbar/L) + (- n\pi\hbar/L)}{2} = 0$$

با مقدار مورد انتظار سازگاری دارد .

برطبق معادلهٔ ۱ــ۱۴ برای هرتابع ویژهٔ انرژی باید دو تابع ویژهٔ اندازه حرکت‌وجود داشته باشند که مطابق با دو جهت ممکن حرکت هستند . روش کلی برای پیدا کسردن مقادیر ویژهٔ یک عملگر کوانتم ــ مکانیکی ، یعنی p ، شروع از معادلهٔ مقدار ویژه است .

$$p\,\psi_n = p_n\,\psi_n \qquad (۱۵\text{ــ}I)$$

که در آن هر p_n یک عددحقیقی‌است . این معادله فقط زمانی صدق می‌کند که توابع موج ψ_n ، توابع ویژهٔ عملگر اندازه حرکت p هستند . ازآنجا که

$$p = \frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}$$

در این جا بلافاصله می‌توانیم ببینیم که توابع ویژهٔ انرژی

$$\psi_n = \sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{n\pi x}{L}$$

توابع ویژهٔ اندازه حرکت نیستند ، زیرا

$$\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\left(\sqrt{\frac{2}{L}}\sin\frac{n\pi x}{L}\right) = \frac{\hbar}{i}\frac{n\pi}{L}\sqrt{\frac{2}{L}}\cos\frac{n\pi x}{L} \neq p_n\,\psi_n$$

برای پیدا کردن توابع‌ویژهٔ صحیح اندازه حرکت توجه داریم که

$$\sin\theta = \frac{e^{i\theta} - e^{-i\theta}}{2i} = \frac{1}{2i}e^{i\theta} - \frac{1}{2i}e^{-i\theta}$$

از این رو هر تابع ویژهٔ انرژی را می‌توان بصورت یک ترکیب خطی دو تابع موج بیان کرد

$$\psi_n^+ = \frac{1}{2i}\sqrt{\frac{2}{L}}\,e^{in\pi x/L} \qquad (۱۶\text{ــ}I)$$

$$\psi_n^- = \frac{1}{2i}\sqrt{\frac{2}{L}}\,e^{-in\pi x/L} \qquad (۱۷\text{ــ}I)$$

با قرار دادن اولین تابع موج از دو تابع فوق در معادلهٔ مقدار ویژهٔ ۱ــ۱۵ داریم

$$p\psi_n^+ = p_n^+\,\psi_n^+$$

$$\frac{\hbar}{i}\frac{d}{dx}\psi_n^+ = \frac{\hbar}{i}\frac{1}{2i}\sqrt{\frac{2}{L}}\frac{in\pi}{L}e^{in\pi x/L} = \frac{n\pi\hbar}{L}\psi_n^+ = p_n^+\,\psi_n^+$$

به‌گونه‌ای‌که

$$p_n^+ = +\frac{n\pi\hbar}{L} \qquad (۱۸-I)$$

به گونه‌ای مشابه تابع موج ψ_n^- توابع ویژهٔ اندازه حرکت را به دست می‌دهد

$$p_n^- = -\frac{n\pi\hbar}{L}$$

نتیجه می‌گیریم که ψ_n^+ و ψ_n^- در حقیقت توابع ویژهٔ اندازه حرکت برای یک ذره دریک‌جعبه هستند و معادلهٔ I ـ۱۴ مقادیر ویژهٔ اندازه حرکت متناظر را بطور صحیح بیان می‌کند .

II

نوسان کنندهٔ هماهنگ

در بخش ۵ـ۹ پی بردیم که معادلهٔ شرودینگر برای نوسان کنندهٔ هماهنگ می‌تواند بصورت زیر بیان شود

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} + (\alpha - y^2)\psi = 0 \qquad (\text{II}-۱)$$

که در آن y و α بترتیب از معادله های ۵ـ۷۱ و ۵ـ۷۲ حاصل می‌شوند. حال ببینیم چگونه این معادله حل می‌شود.

باپیدا کردن شکل مجانبی‌که ψ باید داشته‌باشد وقتی که $y \to \pm\infty$ کار را شروع می‌کنیم. اگر بنا باشد هر تابع موج ψ یک ذرهٔ واقعی جایگزیده در فضا را نشان دهد، مقدار آن باید به صفر نزدیک باشد وقتی که y به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، به منظور این که $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi|^2\, dy$ یک کمیت غیر صفر متناهی باشد. حال معادلهٔ II ـ۱ را دوباره بصورت ذیل می‌نویسیم:

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} - (y^2 - \alpha)\psi = 0$$

$$\frac{d^2\psi}{dy^2} = (y^2 - \alpha)\psi$$

$$\frac{d^2\psi/dy^2}{(y^2 - \alpha)\psi} = 1$$

وقتی $y \to \infty$، $y^2 \gg \alpha$ و لذا داریم

$$\lim_{y\to\infty} \frac{d^2\psi/dy^2}{y^2\psi} = 1 \qquad (\text{II}-۲)$$

یک تابع ψ_∞ که معادلهٔ II ـ۲ را ارضا می‌کند عبارت است از

$$\psi_\infty = e^{-y^2/2} \qquad (\text{II}-۳)$$

زیرا

$$\lim_{y\to\infty}\frac{d^2\psi_\infty}{dy^2}=\lim_{y\to\infty}(y^2-1)e^{-y^2/2}=y^2e^{-y^2/2}$$

معادلهٔ (II ــ ۳) شکل مجانبی مورد نیاز ψ است .

اکنون می‌توانیم بنویسیم

$$\psi=f(y)\psi_\infty=f(y)e^{-y^2/2} \qquad (\text{II}-۴)$$

که درآن $f(y)$ تابعی از y است‌که بایستی به دست آید . با قرار دادن ψ معادلهٔ II ــ ۴ در معادلهٔ II ــ ۱ معادلهٔ زیر به دست می‌آید .

$$\frac{d^2f}{dy^2}-2y\frac{df}{dy}+(\alpha-1)f=0 \qquad (\text{II}-۵)$$

که معادلهٔ دیفرانسیلی برای f است .

روش استاندارد برای حل معادله‌های دیفرانسیل نظیر معادلهٔ II ــ ۵ عبارت است از فرض این مطلب که $f(y)$ می‌تواند در یک سری توانی بر حسب y بیان شود ، یعنی

$$f(y)=A_0+A_1y+A_2y^2+A_3y^3+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}A_ny^n \qquad (\text{II}-۶)$$

و سپس تعیین مقادیر ضریبهای A_n . با دیفرانسیل گرفتن f معادلهٔ زیر به دست می‌آید

$$\frac{df}{dy}=A_1+2A_2y+3A_3y^2+\cdots=\sum_{n=1}^{\infty}nA_ny^{n-1}$$

با ضرب این معادله در y معادلهٔ زیر به دست می‌آید

$$y\frac{df}{dy}=A_1y+2A_2y^2+3A_3y^3+\cdots=\sum_{n=0}^{\infty}nA_ny^n \qquad (\text{II}-۷)$$

مشتق دوم f نسبت به y عبارت است از

$$\frac{d^2f}{dy^2}=1\cdot 2A_2+2\cdot 3A_3y+3\cdot 4A_4y^2+\cdots=\sum_{n=2}^{\infty}n(n-1)A_ny^{n-2}$$

که معادل است با

$$\frac{d^2f}{dy^2}=\sum_{n=0}^{\infty}(n+2)(n+1)A_{n+2}y^n \qquad (\text{II}-۸)$$

(این که دو سری اخیر براستی معادل هستند می‌تواند با به دست آوردن اولین جملهٔ هریک به اثبات‌رسد .) حال‌معادله‌های II ــ ۶ تا II ــ ۸ را درمعادلهٔ II ــ ۵ جایگزین می‌کنیم تامعادلهٔ زیر به دست آید

$$\sum_{n=0}^{\infty} [(n+2)(n+1)A_{n+2} - (2n+1-\alpha)A_n]y^n = 0 \qquad (\text{II}-۹)$$

برای این که این معادله به ازای تمام مقادیر y صحیح باشد، کمیت داخل کروشه باید به ازای تمام مقادیر n صفر باشد. از این رو شرط ذیل را داریم که

$$(n+2)(n+1)A_{n+2} = (2n+1-\alpha)A_n$$

و بنابراین

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n \qquad (\text{II}-۱۰)$$

با این فرمول بازگشتی می‌توانیم ضریبهای A_2، A_3، A_4 و . . . را بر حسب A_0 و A_1 پیدا کنیم. (ازآنجا که معادلهٔ II — ۵ یک معادلهٔ دیفرانسیل مرتبه دوم است، حل آن دو مقدار ثابت اختیاری دارد که در این جا A_0 و A_1 هستند.) چنانچه از A_0 شروع کنیم، ضرایب ترتیبی A_2، A_4، A_6 و . . . را به دست می‌آوریم و چنانچه از A_1 شروع کنیم، ضرایب ترتیبی دیگر A_3، A_5، A_7 . . . را به دست می‌آوریم.

لازم است تا رفتار تابع ذیل را وقتی که $y \to \infty$ تحقیق کنیم:

$$\psi = f(y)e^{-y^2/2}$$

فقط اگر $\psi \to 0$ میل کند وقتی که $y \to \infty$ میل می‌کند، ψ می‌تواند یک تابع موج قابل‌قبول فیزیکی باشد. چون $f(y)$ در $e^{-y^2/2}$ ضرب می‌شود، ψ این‌نیاز را برآورده می‌کند به شرط این‌که

$$\lim_{y\to\infty} f(y) < e^{y^2/2}$$

(همان گونه که خواهیم دید، لازم نیست مشخص کنیم که دقیقاً چقدر f باید در حد از $e^{y^2/2}$ کوچکتر باشد.)

یک راه مناسب برای مقایسهٔ رفتار مجانبی $f(y)$ و $e^{y^2/2}$ عبارت است از بیان دومی در یک سری‌توانی (f ازقبل بشکل یک‌سری توانی است) و بررسی نسبت بین ضریبهای‌متوالی هر سری وقتی که $n \to \infty$. با استفاده از فرمول بازگشتی معادلهٔ II — ۱۰ می‌توانیم تحقیق‌کنیم که

$$\lim_{n\to\infty} \frac{A_{n+2}}{A_n} = \frac{2}{n}$$

چون

$$e^z = 1 + z + \frac{z^2}{2!} + \frac{z^3}{3!} + \cdots$$

می‌توانیم $e^{y^2/2}$ را بصورت یک سری توانی بشکل زیر بیان کنیم

$$e^{y^2/2} = 1 + \frac{y^2}{2} + \frac{y^4}{2^2 \cdot 2!} + \frac{y^6}{2^3 \cdot 3!} + \cdots$$

$$= \sum_{n=0,2,4\ldots}^{\infty} \frac{1}{2^{n/2}\left(\frac{n}{2}\right)!} y^n = \sum_{n=0,2,4,}^{\infty} B_n y^n$$

در این جا نسبت بین ضریبهای متوالی y^n عبارت است از

$$\frac{B_{n+2}}{B_n} = \frac{2^{n/2}\left(\frac{n}{2}\right)!}{2^{(n+2)/2}\left(\frac{n+2}{2}\right)!} = \frac{2^{n/2}\left(\frac{n}{2}\right)!}{2 \cdot 2^{n/2}\left(\frac{n}{2}+1\right)\left(\frac{n}{2}\right)!}$$

$$= \frac{1}{2\left(\frac{n}{2}+1\right)} = \frac{1}{n+2}$$

در حد $n \to \infty$ این نسبت می‌شود

$$\lim_{n\to\infty} \frac{B_{n+2}}{B_n} = \frac{1}{n}$$

بنابراین ضریبهای متوالی A_n در سری توانی برای f به جای آن که در مقایسه با ضریبهای متوالی در سری توانی برای $e^{y^2/2}$ سریعتر کاهش یابند با سرعت کمتری نسبت به ضریب سری دومی کاهش پیدا می‌کنند، که بدین‌معنی است که $f(y)\, e^{-y^2/2}$ صفر نمی‌شود وقتی‌که $y \to \infty$ میل می‌کند.

برای خروج از این مشکل راه ساده‌ای وجود دارد. اگر سری که نشان دهندهٔ f است به مقداری از n منتهی شود، بگونه‌ای که تمام ضریبهای A_n به ازای مقادیر n بالاتر از این مقدار صفر باشند، وقتی $y \to \infty$ میل می‌کند ψ به علت سازهٔ $e^{-y^2/2}$ به سمت صفر میل خواهد کرد. بعبارت دیگر، f قابل‌قبول است اگر یک چند جمله‌ای باشد که به جای یک سری نامحدود چند جملهٔ محدود داشته باشد. از فرمول بازگشتی

$$A_{n+2} = \frac{2n+1-\alpha}{(n+2)(n+1)} A_n$$

واضح است که اگر

$$\alpha = 2n+1 \qquad (11-\mathrm{II})$$

به ازای هر مقدار n، در این صورت $A_{n+2} = A_{n+4} = A_{n+6} = \cdots = 0$، که آن چیزی است که ما می‌خواهیم.

(معادلهٔ II—۱۱ فقط یکی از دو ترتیب ضریبها را می‌دهد، خواه ترتیب n زوج که با A_0 شروع می‌شود خواه ترتیب n فرد که با A_1 شروع می‌شود. اگر n زوج باشد، صحیح است که $A_1 = 0$ باشد و فقط توانهای زوج y در چند جمله‌ای ظاهر می‌شوند، در حالی که اگر n فرد باشد، صحیح است که $A_0 = 0$ باشد و فقط توانهای فرد y ظاهر می‌شوند. نتیجه را ذیلاً خواهیم دید

که در آن چند جمله‌ای به ازای مقادیر مختلف n رده‌بندی می‌شود .)

شرط $\alpha = 2n + 1$ شرطی است لازم و کافی برای معادلهٔ موج II ـ۱ تا حلهایی داشته باشد که شرایط مختلفی را که ψ باید به انجام برساند ، برآورده کنند . ازمعادلهٔ ۵ـ۷۲ یعنی تعریف α داریم :

$$\alpha_n = \frac{2E}{h\nu} = 2n + 1$$

یا

$$E_n = (n + \tfrac{1}{2})h\nu \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \qquad (\text{II}-۱۲)$$

این فرمولی است که بصورت معادلهٔ ۵ـ۷۴ در بخش ۵ـ۹ داده می‌شود . توابع موج ψ_n مطابق با α_n های مختلف در پایان آن بخش توصیف شده‌اند .

III

قوانین توزیع آماری

قوانین توزیع ماکسول ــ بولتزمن ، بوز ــ اینشتین و فرمی ــ دیراک در این‌جا استخراج می‌شوند .

فضای فاز

اگر موقعیت و اندازه حرکت هر یک از ذرات تشکیل دهندهٔ یک سیستم معلوم باشند ، حالت یک سیستم ذرات دریک‌لحظهٔ‌خاص بطور کلاسیکی کاملا "مشخص می‌شود . چون موقعیت و اندازه‌حرکت بردارهایی هستند که هر یک سه مؤلفه دارند ، برای هر ذره باید شش کمیت ذیل را بدانیم .

$$x, y, z, p_x, p_y, p_z$$

موقعیت یک ذره ، نقطه‌ای‌است با مختصات x ، y ، z در فضای سه بعدی معمولی . بهتر است این مفهوم را باتصور کردن یک فضای شش بعدی که در آن یک نقطه دارای شش مختصهٔ x ، y ، z ، p_x ، p_y ، p_z است ، تعمیم دهیم . این فضای مرکب از اندازه حرکت و موقعیت را فضای فازمی‌نامند . پندارهٔ‌فضای‌فاز معرفی‌می‌شود تا بتوانیم مکانیک‌آماری رادریک‌چهارچوب هندسی بررسی کنیم و بدین طریق یک روش تحلیلی ساده‌تر و درست‌تر نسبت‌به روشی‌معادل که خصیصه‌ای کلا " التزامی است ،میسر شود . یک نقطه در فضای فاز به یک موقعیت و اندازه حرکت خاص مربوط می‌شود ، در حالی که یک نقطه در فضای معمولی فقط به یک موقعیت خاص مربوط می‌شود . بدین ترتیب ، هر ذره ، توسط نقطه‌ای در فضای فاز کاملا " مشخص می‌شود و حالت یک سیستم ذرات با یک توزیع نقاط در فضای فاز مطابقت دارد .

اصل عدم قطعیت ما را وا می‌دارد تا منظورمان از یک "نقطه" در فضای فاز را توضیح

دهیم . فضای‌فاز را به سلولهای شش‌بعدی خیلی کوچک که اندازه‌هایشان dx ، dy ، dz ، dp_x ، dp_y ، dp_z است ، تقسیم می‌کنیم . هر قدر اندازه‌های سلولها را کوچک کنیم ، به محدودهٔ یک نقطه در فضای فاز نزدیکتر می‌شویم . لکن ، حجم هر یک از این سلولها عبارت است از

$$\tau = dx\, dy\, dz\, dp_x\, dp_y\, dp_z$$

و طبق اصل عدم قطعیت ،

$$dx\, dp_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$dy\, dp_y \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$dz\, dp_z \geq \frac{\hbar}{2}$$

از این رو می‌بینیم که

$$\tau \geq \frac{\hbar^3}{8}$$

یک "نقطه" در فضای‌فاز در واقع سلولی است که کمینهٔ حجمش از مرتبهٔ $\hbar^3/8$ است . درمورد محل یک ذره در فضای فاز ، ذره رابايد جایگزیده در سلولی تصور کنیم که مرکز سلول دارای مختصه‌های x ، y ، z ، p_x ، p_y ، p_z است ، نه این که ذره دقیقا" درخود این نقطه است .

یک تحلیل‌دقیقتر نشان‌می‌دهد که هرسلول در فضای‌فاز در واقع حجم h^3 دارد که‌ناقض اصل عدم قطعیت نیست زیرا $h^3 > \hbar^3/8$. بطور کلی ، هر سلول در فضای فـازی که شامل k مختصهٔ مکانی و k مختصهٔ اندازه‌حرکت است یک حجم h^k را اشغال‌می‌کند . این وظیفهٔ مکانیک آماری است که با تحقیق پیرامون این مطلب که‌چگونه ذرات تشکیل دهندهٔ سیستم در میان سلولها در فضای فاز توزیع می‌شوند ، حالت یک سیستم را تعیین کند .

درحالی‌که تصور یک نقطه با ابعادبینهایت کوچک در فضای‌فاز نمی‌تواند اهمیت‌فیزیکی داشته‌باشد زیرا ناقض اصل عدم قطعیت است ، تصور یک نقطه با اندازهٔ‌بینهایت‌کوچک‌خواه در فضای موقعیت و خواه در فضای اندازه حرکت بتنهایی کاملا" قابل قبول است . ما دراصل می‌توانیم موقعیت یک ذره را با هردقتی که می‌خواهیم تعیین‌کنیم ، صرفا" با قبول یک‌خطای نامحدود در دانش ما از اندازه حرکت ذره ، و بالعکس.

توزیع ماکسول ــ بولتزمن

حال‌مجموعه‌ای‌از N مولکول‌ر درنظرمی‌گیریم که‌انرژیهای‌آنها به . . . ، ε_i ، . . . ، ε_2 ، ε_1 محدود می‌شوند . این انرژیها ممکن است حالتهای‌کوانتمی‌مجزا یا انرژیهـای متوسطی را در داخل یک سلسله فواصل انرژی نشان دهند و بیش از یک سلول در فضای فاز ممکن است بایک

انرژی مفروض مطابقت داشته باشد. آنچه ما می‌خواهیم بدانیم محتملترین توزیع مولکولها میان انرژیهای ممکن مختلف است.

مبحث بنیادی مکانیک آماری این است که هر چه تعداد W راههای مختلفی که مولکولها می‌توانند در میان سلولها در فضای فاز مرتب شوند تا یک توزیع خاص مولکولها را در میان ترازهای انرژی مختلف بدهند، بیشتر باشد، آن توزیع محتملتراست. بنابراین، محتملترین توزیع توزیعی است که برای آن W بیشینه باشد. از این‌رو اولین قدم پیدا کردن یک بیان کلی برای W است. فرض می‌کنیم که احتمال اشغال شدن هر سلول در فضای فاز یکسان است. این فرضیه قابل قبول است ولی توجیه نهایی برای آن (مانند معادلهٔ شرودینگر) این است که نتایجی که با کمک این فرضیه حاصل می‌شوند با نتایج آزمایش سازگاری دارند.

اگر g_i سلول با انرژی ε_i وجود داشته باشند، تعداد راههایی که درآنها یک مولکول می‌تواندانرژی ε_i داشته باشد g_i است. تعداد کل راههایی که دو مولکول می‌تواند انرژی ε_i داشته باشد، g_i^2 است و تعداد کل راههایی که n_i مولکول می‌تواند انرژی ε_i داشته باشد $(g_i)^{n_i}$ است. از این رو، تعداد راههایی که در آنها تمامی N مولکول می‌توانند در میان انرژیهای مختلف توزیع شوند عبارت است از حاصل ضرب سازه‌هایی بشکل $(g_i)^{n_i}$، یعنی

$$(g_1)^{n_1}(g_2)^{n_2}(g_3)^{n_3}\cdots \qquad (\text{III}-1)$$

به شرطی که

$$\Sigma n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots = N \qquad (\text{III}-2)$$

با وجود این، معادلهٔ III–1 مساوی W نیست، زیرا ما باید پس و پیش‌سازیهای ممکن مولکولها را در میان ترازهای مختلف انرژی به حساب آوریم. تعداد کل پس و پیش سازیهایی که برای N مولکول ممکن است، $N!$ می‌باشد؛ به‌عبارت‌دیگر، N مولکول را به $N!$ ترتیب مختلف می‌توان مرتب‌کرد. مثلاً، ممکن است چهار مولکول a، b، c و d داشته باشیم. مقدار $4!$ عبارت‌است از

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

در واقع چهار مولکول را به ۲۴ طریق می‌توان مرتب کرد:

abcd	bacd	cabd	dabc
abdc	badc	cadb	dacb
acbd	bcad	cbad	dbac
acdb	bcda	cbda	dbca
adbc	bdac	cdab	dcab
adcb	bdca	cdba	dcba

لکن، وقتی که در یک تراز انرژی بیش از یک مولکول وجود دارد، در این صورت پس و پیش سازی آنها در میان خودشان معنی ندارد. مثلاً، اگر مولکولهای a، b و c برحسب اتفاق در

تراز j باشند ، در این جا مهم نیست که آیا ما آنها را بصورت abc, acb ، bca ، bac ، cab یا cba مرتب کنیم . این شش نوع توزیع معادلند ، زیرا همهٔ آنچه که ما بدان توجه داریم این واقعیت است که $n_j = ۳$. بدین ترتیب n_j مولکول موجود در تراز j ام $n_j!$ پس و پیش سازی معادل خواهند داشت . اگر n_1 مولکول در تراز ۱ ، n_2 مولکول در تراز ۲ و غیره وجود داشته باشند ، $n_1!$ ، $n_2!$ ، $n_3!$ ، . . . پس و پیش سازی معادل وجود خواهند داشت . آنچه که ما می‌خواهیم تعداد کل پس و پیش سازیهای ممکن N! تقسیم بر تعداد کل پس و پیش سازیهای معادل است یا

$$\frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\cdots} \qquad (۳-\text{III})$$

تعداد کل راههایی که در آنها N مولکول می‌تواند در میان ترازهای ممکن انرژی توزیع شود عبارت است از حاصل ضرب معادله‌های III—۱ و III—۳ :

$$W = \frac{N!}{n_1!n_2!n_3!\cdots}(g_1)^{n_1}(g_2)^{n_2}(g_3)^{n_3}\cdots \qquad (۴-\text{III})$$

آنچه‌که اکنون باید انجام دهیم این است که تعیین کنیم کدام توزیع مولکولها محتملترین است ، یعنی ، کدام توزیع بیشترین مقدار W را به دست می‌دهد . اولین قدم ما به دست‌آوردن یک تقریب تحلیلی مناسب برای فاکتوریل یک عدد بزرگ است . توجه داریم که ، چون

$$n! = n(n-1)(n-2)\cdots(4)(3)(2)$$

لگاریتم طبیعی n! عبارت است از

$$\ln n! = \ln 2 + \ln 3 + \ln 4 + \cdots + \ln(n-1) + \ln n$$

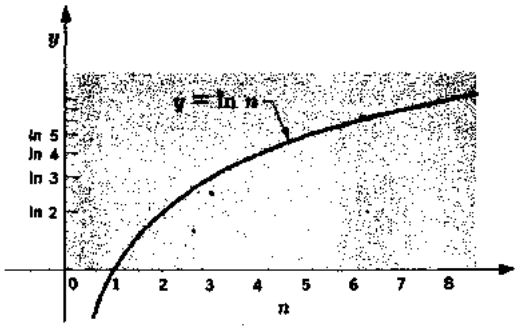
شکل III. —۱ رسم $\ln n$ بر حسب n است . سطح زیر منحنی پلکانی مساوی $\ln n!$ است . وقتی که n خیلی بزرگ است ، منحنی پلکانی و منحنی صاف $\ln n$ غیر قابل تشخیص می‌شوند و ما می‌توانیم $\ln n!$ را صرفاً با انتگرال‌گیری $\ln n$ از $n = ۱$ تا $n = n$ پیدا کنیم :

$$\ln n! = \int_1^n \ln n\, dn$$
$$= n \ln n - n + 1$$

چون فرض می‌کنیم که $n \gg ۱$ است ، می‌توانیم ۱ را در نتیجهٔ فوق نادیده بگیریم و بنابراین خواهیم داشت

$$\ln n! = n \ln n - n \qquad n \gg 1 \qquad \text{فرمول استرلینگ} \qquad (۵-\text{III})$$

معادلهٔ III —۵ به فرمول استرلینگ معروف است .



شکل (III ـ ۱) ناحیهٔ زیرمنحنی ln n! است. وقتی که n خیلی بزرگ است منحنی صاف یک تقریب خوب منحنی پلکانی است و ln n! را می‌توان با انتگرال گرفتن ln n از n=۱ تا n = n پیدا کرد.

لگاریتم طبیعی معادلهٔ III ـ ۴ عبارت است از

$$\ln W = \ln N! - \Sigma \ln n_i! + \Sigma n_i \ln g_i$$

با کمک فرمول استرلینگ این عبارت را می‌توانیم بصورت ذیل بنویسیم

$$\ln W = N \ln N - N - \Sigma n_i \ln n_i + \Sigma n_i + \Sigma n_i \ln g_i$$

چون $\Sigma n_i = N$

$$\ln W = N \ln N - \Sigma n_i \ln n_i + \Sigma n_i \ln g_i \qquad \text{III} - ۶$$

در حالی که به جای این که برای W معادله‌ای داشته باشیم برای $\ln W$ یک معادله داریم، ولی این اشکالی ایجاد نمی‌کند زیرا

$$(\ln W)_{max} = \ln W_{max}$$

شرط این که توزیعی محتملترین توزیع باشد این است که تغییرات کوچک δn_i درهریک از n_i ها برمقدار W تأثیری نگذارد. (اگر n_i ها به جای این که به مقادیر صحیح محدود شوند، متغیرهای پیوسته بودند، می‌توانستیم این شرط را بشیوهٔ معمولی بصورت $\partial W/\partial n = 0$ بیان کنیم.) اگر تغییر در $\ln W$ مربوط به یک تغییر در n_i، مساوی با $\delta \ln W$، δn_i باشد، از معادلهٔ III ـ ۶ پی می‌بریم که

$$\delta \ln W_{max} = -\Sigma n_i \delta \ln n_i - \Sigma \ln n_i \delta n_i + \Sigma \ln g_i \delta n_i = 0$$

زیرا $N \ln N$ ثابت است. حال

$$\delta \ln n_i = \frac{1}{n_i} \delta n_i$$

و بنابراین

$$\Sigma n_i \delta \ln n_i = \Sigma \delta n_i$$

چون تعداد کل مولکولها ثابت است، مقدار $\Sigma \delta n_i$ کل تغییرات در تعداد مولکولها در هرتراز

انرژی باید صفر باشد و این بدان معناست که

$$\Sigma\, n_i \delta \ln n_i = 0$$

از این رو معادلهٔ III ــ۷ می‌شود

$$-\Sigma \ln n_i \delta n_i + \Sigma \ln g_i \delta n_i = 0 \qquad (\text{III}-۸)$$

گرچه معادلهٔ III ــ۸ باید توسط محتملترین توزیع مولکولها در میان ترازهــای انرژی برآورده‌شود ولی این معادله به‌تنهایی این توزیع را کاملا "مشخص نمی‌کند . ما باید پایستگی ذرات را نیز در نظر بگیریم

$$\Sigma n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots = N \qquad (\text{III}-۲)$$

و نیز پایستگی انرژی را

$$\Sigma n_i \varepsilon_i = n_1\varepsilon_1 + n_2\varepsilon_2 + n_3\varepsilon_3 + \cdots = E \qquad (\text{III}-۹)$$

که درآن E انرژی کل مجموعهٔ مولکولهاست . در نتیجه ، تغییرات δn_1 ، δn_2 ، . . . . درتعداد مولکولها در هر تراز انرژی مستقل از یکدیگر نیستند بلکه باید از رابطه‌های زیرپیروی‌کنند

$$\Sigma\, \delta n_i = \delta n_1 + \delta n_2 + \delta n_3 + \cdots = 0 \qquad (\text{III}-۱۰)$$

$$\Sigma\, \varepsilon_i \delta n_i = \varepsilon_1 \delta n_1 + \varepsilon_2 \delta n_2 + \varepsilon_3 \delta n_3 + \cdots = 0 \qquad (\text{III}-۱۱)$$

برای گنجاندن شرایط فوق مربوط به δn_i های مختلف در معادلهٔ III ــ۸، از روش تکثیرکننده‌های نامعین لاگرانژ[1] استفاده می‌کنیم که منحصرا" یک وسیلهٔ‌ریاضی مناسب‌است . کاری که ما می‌کنیم ضرب معادلهٔ III ــ۱۰ در αــ و ضرب معادلهٔ III ــ۱۱ در β ــ است که درآنها α و β کمیتهایی‌مستقل‌از ni ها هستند و این عبارتها را به معادلهٔ III ــ ۸ اضافه می‌کنیم . معادلهٔ زیر حاصل می‌شود

$$\Sigma(-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta\varepsilon_i)\delta n_i = 0 \qquad (\text{III}-۱۲)$$

در هر یــک از معادلــه‌های مجــزا که با هم جمع شده‌اند تا معادلهٔ III ــ۱۲ حاصل‌شود ، تغییر δn_i بطور موءثر یک متغیرمستقل است . بنابراین ، برای‌آن‌که معادلهٔ III ــ۱۲ درست باشد ، کمیت داخل پرانتزها به ازای هر مقدار i باید صفر باشد . از این رو

$$-\ln n_i + \ln g_i - \alpha - \beta\varepsilon_i = 0$$

از معادلهٔ فوق قانون توزیع ماکسول ــ بولتزمن به دست می‌آید :

$$n_i = g_i e^{-\alpha} e^{-\beta\varepsilon} \qquad \text{قانون توزیع ماکسول ــ بولتزمن} \qquad (\text{III}-۱۳)$$

این‌فرمول تعداد مولکولهای n_i را که دارای انرژی ε_i بر حسب تعداد سلولها در فضای فاز یعنی g_i که دارای انرژی ε_i و مقادیر α و β هستند به دست می‌دهد .

---

1. Lagrange's metchod of undetermined multipliers

کمیت $e^{-\alpha}e^{-\beta\varepsilon_i}$ در معادلهٔ III ــ۱۲ تابع توزیع $Ae^{-\varepsilon/kT}$ معادلهٔ ۹ــ۲ می‌شود، اگر $e^{-\alpha} = A$ باشد که صرفا " راه دیگری برای نوشتن $e^{-\alpha}$ است، و اگر $\beta = 1/kT$ باشد. شرط دوم را این‌چنین می‌توان نتیجه گرفت که انرژی داخلی کل یک سیستم با N مولکول در دمای مطلق T، $\frac{3}{2}NkT$ باشد، همان گونه که نظریهٔ جنبشی گازها ایجاب می‌کند، این روش همان طرح مبحث بخش ۹ــ۲ را دنبال می‌کند.

توزیع بوز ــ اینشتین

فرق اساسی بین آمار ماکسول ــ بولتزمن و آمار بوز ــ اینشتین این است که اولی بر ذرات یکسانی حاکم است که بطریقی می‌توانند از یکدیگر تشخیص داده شوند در حالی که دومی بر ذرات یکسانی حاکم است که از یکدیگر تشخیص داده نمی‌شوند، گرچه قابل‌شمارشند. درآمار بوز ــ اینشتین، همانند قبل، فرض بر این است که تمام حالتهای کوانتمی دارای احتمالات یکسان اشغال هستند، بگونه‌ای که g_i تعداد حالتهایی را نشان می‌دهد که انرژی یکسان ε_i دارند. هر حالت کوانتمی مطابق یک سلول در فضای فاز است و اولین قدم ما عبارت است از تعیین تعداد راههایی که درآنها n_i ذرهٔ غیرقابل‌تشخیص را می‌توان در g_i سلول توزیع کرد.

برای انجام شمارش مورد نیاز، یک سری $n_i + g_i - 1$ شیء گذاشته شده در یک خط را در نظر می‌گیریم (شکل III ــ۲). توجه داریم که $g_i - 1$ شیء را می‌توان جدارهایی دانست که یک تعداد کل g_i فاصله را از هم جدا می‌کند که در این صورت کل سری، n_i ذره را نشان می‌دهد که در g_i سلول مرتب شده‌اند. در شکل $g_i = ۱۲$ و $n_i = ۲۰$، ۱۱ جدار ۲۰ ذره را در ۱۲ سلول جای می‌دهد. اولین سلول دربرگیرندهٔ دو ذره، دومی بدون ذره، سومی یک ذره، چهارمی سه ذره و غیره است. $(n_i + g_i - 1)!$ پس و پیش‌سازی ممکن در میان $n_i + g_i - 1$ شیء وجود دارد، ولی از اینها $n_i!$ پس و پیش‌سازی n_i ذره در میان خودشان و $(g_i - 1)!$ پس و پیش‌سازی $g_i - 1$ جدار در میان خودشان بر توزیع تأثیر نمی‌گذارند و بی‌ارزش هستند. از این رو

$$\frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!}$$

ترتیب مختلف قابل‌تشخیص ممکن از n_i ذرهٔ غیرقابل‌تشخیص در میان g_i سلول وجود دارند.

تعداد راههای W که در آنها N ذره می‌تواند توزیع شود عبارت است از حاصل ضرب

$$W = \Pi \frac{(n_i + g_i - 1)!}{n_i!(g_i - 1)!} \qquad (\text{III} - ۱۴)$$

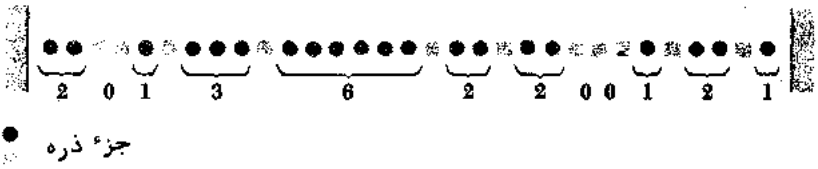
تعداد ترتیبات ذرات متمایز در میان حالتهایی که دارای انرژی مربوط به آن حالت هستند.

اکنون فرض می‌کنیم

$$(n_i + g_i) \gg 1$$

بگونه‌ای‌که $(n_i + g_i)$ بتواند جایگزین $(n_i + g_i - 1)$ شود و با لگاریتم طبیعی گرفتن ازطرفین معادلهٔ III —۱۴ معادلهٔ زیر به دست می‌آید

$$\ln W = \Sigma\,[\ln (n_i + g_i)! - \ln n_i! - \ln (g_i - 1)!]$$



تعداد ذرات غیر قابل تشخیص $= n_i = 20$

تعداد جدارها $= g_i - 1 = 11$

تعداد سلولها $= g_i = 12$

شکل III —۲ . یک سری n_i ذرهٔ غیر قابل تشخیص که توسط $g_i - 1$ جدار در g_i سلول جای‌داده‌شده‌اند .

فرمول استرلینگ $\ln n! = n \ln n - n$ به ما اجازه می‌دهد که $\ln W$ را بصورت زیر بنویسیم

$$\ln W = \Sigma\,[(n_i + g_i) \ln (n_i + g_i) - n_i \ln n_i - \ln (g_i - 1)! - g_i] \qquad (\text{III} — ۱۵)$$

همانند قبل ، شرط این که این توزیع محتملترین توزیع باشد این است که تغییرات کوچک δn_i در هر یک از n_i های مختلف منفرد بر مقدار W تأثیر نگذارد . اگر یک تغییر در $\delta \ln W$ مربوط به $\ln W$ روی دهد وقتی که n_i به اندازهٔ δn_i تغییر یابد ، شرط فوق ممکن است بصورت زیر نوشته شود

$$\delta \ln W_{max} = 0$$

از این رو ، اگر W ی معادلهٔ III —۱۵ یک بیشینه نشان دهد ،

$$\delta \ln W_{max} = \Sigma\,[\ln (n_i + g_i) - \ln n_i]\,\delta n_i = 0 \qquad (\text{III} — ۱۶)$$

که در آن از این‌واقعیت استفاده کرده‌ایم که

$$\delta \ln n = \frac{1}{n}\,\delta n$$

همچون گذشته پایستگی ذرات ، بیان شده بشکل

$$\Sigma\,\delta n_i = 0$$

و پایستگی انرژی ، بیان شده بشکل

$$\Sigma\, \varepsilon_i\, \delta n_i = 0$$

را با ضرب‌کردن معادلهٔ اولی در αـ و ضرب کردن معادلهٔ دومی در βـ به معادلهٔ III ـ۱۶ اضافه می‌کنیم . نتیجه عبارت است از

$$\Sigma\, [\ln (n_i + g_i) - \ln n_i - \alpha - \beta\varepsilon_i]\, \delta n_i = 0$$

چون δn_i هـا مستقلند ، کمیت داخل کروشه باید به ازای هر مقدار i صفر شود . از این رو

$$\ln \frac{n_i + g_i}{n_i} - \alpha - \beta\varepsilon_i = 0$$

$$1 + \frac{g_i}{n_i} = e^{\alpha} e^{\beta}$$

و

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\beta\varepsilon_i} - 1} \qquad (\text{III} - ۱۷)$$

چون $\beta = 1/kT$ ، قانون توزیع بوز ـ اینشتین عبارت است از

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha} e^{\varepsilon_i/kT} - 1} \qquad \text{قانون توزیع بوز ـ اینشتین} \qquad (\text{III} - ۱۸)$$

توزیع فرمی ـ دیراک

آمار فرمی ـ دیراک در مورد ذرات غیر قابل‌تشخیص که تابع اصل انحصارند به کار می‌رود . بنابراین ، روش‌ما در به‌دست‌آوردن قانون‌توزیع فرمی ـ دیراک باروش به‌دست‌آوردن قانون توزیع بوزـاینشتین یکسان است ، بجز این که اکنون هر سلول (یعنی ، حالت کوانتمی) می‌تواند توسط حداکثر یک ذره اشغال شود .

اگر g_i سلول دارای انرژی یکسان ε_i و n_i ذره وجود داشته‌باشند ، n_i سلول پر می‌شوند و $(g_i - n_i)$ خالی هستند . g_i سلول را می‌توان به $g_i!$ طریق مختلف مرتب کرد ولی $n_i!$ پس و پیش‌سازیهای سلولهای پر شده در میان خودشان معادلند زیرا ذرات غیر قابل‌تشخیص هستند و $(g_i - n_i)!$ پس و پیش‌سازی سلولهای خالی در میان خودشان معادلند زیرا سلولها اشغال نشده‌اند . بنابراین تعداد ترتیبات قابل تشخیص ذرات در میان سلولها عبارت است از

$$\frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!}$$

احتمال W توزیع کامل ذرات عبارت است از حاصل ضرب فوق

$$W = \Pi \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!} \qquad (\text{III} - ۱۸)$$

با گرفتن لگاریتم طبیعی

$$\ln W = \Sigma\,[\ln g_i! - \ln n_i! - \ln (g_i - n_i)!]$$

که فرمول استرلینگ $\ln n! = n\ln n - n$ جازه می‌دهد آن را مجددا" بصورت زیر بنویسیم .

$$\ln W = \Sigma\,[g_i \ln g_i - n_i \ln n_i - (g_i - n_i) \ln (g_i - n_i)] \qquad (۱۹-\text{III})$$

برای‌این که این‌توزیع احتمال‌بیشینه را نشان‌دهد ، تغییرات‌کوچک δn_i در هر یک‌از n_i های منفرد نباید سبب تغییر W شود . از این رو

$$\delta \ln W_{max} = \Sigma\,[-\ln n_i + \ln (g_i - n_i)]\,\delta n_i = 0 \qquad (۲۰-\text{III})$$

بار دیگر پایستگی ذرات و پایستگی انرژی را با اضافه کردن

$$-\alpha\Sigma\,\delta n_i = 0$$

و

$$-\beta\Sigma\,\varepsilon_i\delta n_i = 0$$

به معادلهٔ III ــ ۲۰ در نظر می‌گیریم که نتیجهٔ زیر به دست می‌آید

$$\Sigma\,[-\ln n_i + \ln (g_i - n_i) - \alpha - \beta\varepsilon_i]\,\delta n_i = 0 \qquad (۲۱-\text{III})$$

چون δn_i ها مستقلند ، کمیت داخل کروشه به ازای هر مقدار i باید صفر شود و بنابر این

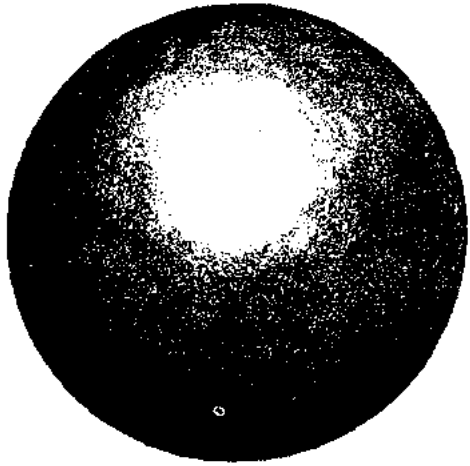
$$\ln \frac{g_i - n_i}{n_i} - \alpha - \beta\varepsilon_i = 0$$

$$\frac{g_i}{n_i} - 1 = e^{\alpha}e^{\beta}$$

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha}e^{\beta\varepsilon_i} + 1} \qquad (۲۲-\text{III})$$

با جانشین کردن $\beta = 1/kT$ قانون توزیع فرمی ــ دیراک به دست می‌آید

$$n_i = \frac{g_i}{e^{\alpha}e^{\varepsilon_i/kT} + 1} \qquad \text{قانون توزیع فرمی ــ دیراک} \qquad (۲۳-\text{III})$$



پاسخ شماره‌های فرد مسائل

فصل ۱

۱ــ ۲۱۳m

۳ــ $۲/۶\times۱۰^{۸}$ m/s

۵ــ ثانیه/پالس $۱/۲۳\times۱۰^{۳}$

۷ــ $v^2/c^2 \approx 2\Delta\nu/\nu$ بنابراین $v = ۱/۳۴\times۱۰^{۴}$ m/s

۹ــ عرضی ، $\theta = ۹۰^{\circ}$ ؛ دور شدن ، $\theta = ۱۸۰^{\circ}$ ؛ نزدیک شدن ، $\theta = 0$

۱۱ــ ۱/۸۲متر ، ۷۹/۲۴ سانتیمتر

۱۳ــ ۴۶ روز

۱۵ــ $۰/۱۴c = ۴/۲\times۱۰^{۷}$ m/s

۱۷ــ $۱/۸۷\times۱۰^{۸}$ m/s ، $۱/۶۴\times۱۰^{۸}$ m/s

۱۹ــ $۸/۹\times۱۰^{-۲۸}$ kg

۲۱ــ ۰/۲۹۴ MeV

۲۳ــ $۴/۴\times۱۰^{۹}$ kg

۲۵ــ نه

۲۷ــ اگر $\mathbf{p} = m_0\mathbf{v}$ باشد ، یک رویداد که اندازه حرکت را در یک چهار چوب لخت پایسته کند ، آن را برای ناظرانی که در چهارچوبهای لخت دیگر در حرکت نسبی هستند پایسته نخواهد کرد ، بنابراین اندازه حرکت یک کمیت مفید در فیزیک نخواهد بود .

۲۹ــ راهنمائی : حل مسأله را با مساوی گرفتن انرژی کل و اندازه حرکت کل قبل از برخورد با همان کمیتها پس از برخورد شروع کنید و سپس K_{min} را از $K = \sqrt{m_0^2c^4 + p^2c^2} - m_0c^2$

پیداکنید.

۳۱– ۰/۸c ، ۰/۹۸۸c ، ۰/۹c ، ۰/۹۸۸c

فصل ۲

۱– $1/77\ eV$ ، $2/83\times10^{-19}\ J$

۳– $1/77\times10^{30}$ فوتون بر ثانیه

۵–(الف) $4/23\times10^{21}$ فوتون‌برمترمربع برثانیه. (ب) $3/96\times10^{26}\ W$ ، $1/19\times10^{45}$ فوتون بر ثانیه (ج) $1/41\times10^{13}$ فوتون بر متر مکعب

۷– $1800\ Å$

۹– $5391\ Å$ ، $3/9\ eV$

۱۱– $1/24\times10^{5}\ V$

۱۳– $3/15\ Å$ ، $28/4^{\circ}$

۱۵– $5\times10^{18}\ Hz$

۱۷– $0/015\ Å$

۱۹– $2/4\times10^{19}\ Hz$

۲۱– $0/565\ Å$

۲۳– در این چهارچوب اندازه حرکت‌کل الکترون و پوزیترون صفر است، بنابراین، اندازه حرکت فوتون می‌بایست در این چهارچوب نیزصفر بوده باشد. اما در معادلهٔ ۱–۲۴ داریم که انرژی یک فوتون با اندازه حرکتش متناسب است، بنابراین اگر در این چهار چوب $p=0$، در این صورت $E=0$ بوده و فوتون نمی‌توانسته وجود داشته باشد.

۲۵– $\approx 0/01\ Å$

۲۷–(الف) $2\times10^{-3}\ eV$ (ب) $2\times10^{-25}\ eV$ (ج) $3/5\times10^{18}\ Hz$ ، $7/7\times10^{3}\ Hz$

فصل ۳

۱– $3/3\times10^{-29}\ m$

۳– از $\frac{1}{2}mv^2=\frac{3}{2}kT$ ، $\lambda=2/61\times10^{-11}\ m$ می‌شود که بطور قابل ملاحظه‌ای از قطر مولکول کوچکتر است.

۵– راهنمایی: با حل معادلهٔ ۱–۲۳ برای p شروع کنید.

۷– (الف) $\lambda=h/\sqrt{2m_0eV(1+eV/2m_0c^2}$ (ب) $\lambda=h/\sqrt{2m_0eV}$

۹– $w/2$

۱۱– $2/05\ n^2\ MeV$ ، $2/05\ MeV$

۱۳– ۳/۱ درصد

۱۵– $3/15\ km$

۱۷– هراتم در یک‌جسم‌جامد به ناحیهٔ‌معینی از فضامحدود می‌شود ــ وگرنه مجموعه‌ای از اتمها یک جسم جامد نمی‌شد. بنابراین، عدم قطعیت در موقعیت هر اتم محدود است، و اندازه حرکتش و در نتیجه انرژیش نمی‌توانند صفر باشند. موقعیت یک مولکول گاز ایده‌آل محدود نیست، بنابراین عدم قطعیت در موقعیتش بطور مؤثر نامحدود است واندازه‌حرکتش ودر نتیجه انرژیش می‌تواند صفر باشد.

فصل ۴

۱– θ ی کوچک یک پارامتر برخورد بزرگ رادربردارد که در این صورت بار کل هسته‌ای هدف تا حدی به وسیلهٔ الکترونهایش پوشیده می‌شد.

۳– 10°

۵– ۰/۹۹۸۶

۷– راهنمایی: $f(60^\circ-90^\circ)/f(\geq 90^\circ)=[f(\geq 60^\circ)-f(\geq 90^\circ)]/f(\geq 90^\circ)$ که در آن $f(\geq\theta)$ با $\cot^2\theta/2$ متناسب است.

۹– $1/14\times10^{-13}m$

۱۱– (الف) $f=(1/2\pi)\sqrt{Qe/4\pi\epsilon_0 mR^3}$ (ب) $6/6\times10^{15}\ Hz$ که با بالاترین بسامدهای موجود در طیف ئیدروژن قابل مقایسه‌است.

۱۳– خطا در اندازه حرکت الکترون که بدین طریق محاسبه می‌شود، نصف‌اندازه‌حرکت خطی آن در مدار است.

۱۵– $1/05\times10^5\ K$

۱۷– $921Å$

۱۹– ۱۲/۱۷

۲۱– $8/23\times10^6$ دور

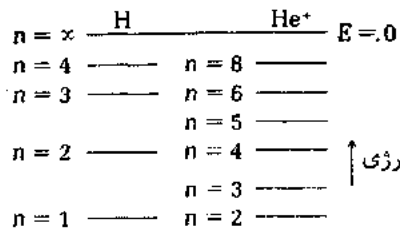
۲۳– (الف) $E_i-E_f=h\nu(1+h\nu/2Mc^2)$ (ب) $K/h\nu=0/01\times10^{-9}$ ، بنابراین، اثر برای تابش اتمی‌ناچیز است.

۲۵– $2/38\ Å$

۲۷– $1/90\ keV$ (ب)

۲۹– (الف) $E_n=-(m'Z^2e^4/8\epsilon_0^2h^2)(1/n^2)$

(ب)



(ج) $۲/۲۸\times۱۰^{-۸}$ m

فصل ۵

۳ــ ۰ ، ۰/۰۱ ، ۰/۰۲ ، ۰/۰۱ ، ۰

۵ــ $L/۲$

۷ــ نزدیک $x=۰$ ذره انرژی جنبشی بیشتر و در نتیجه اندازه حرکت بیشتری‌داردو ψ مطابق‌باآن، طول‌موج، طول‌موج کوتاهتری دارد . ذره به واسطهٔ تندی بیشترش احتمال کمتری دارد که در این ناحیه پیدا شود ، از این رو ψ در آن جا دامنهٔ کوچکتری دارد تا در نزدیک $x=L$.

۹ــ(الف) در ناحیهٔ II چیزی وجود ندارد که ذرات را بازتاباند ، از این رو موجی وجود ندارد که به طرف چپ حرکت کند . (ب) راهنمایی : از شرایط مرزی $\psi_I = \psi_{II}$ و $d\psi_I/dx = d\psi_{II}/dx$ در $x=۰$ استفاده کنید . (ج) نسبت جریان تراگسیل‌یافته به‌جریان فرودی $=Tv'/v=\frac{۸}{۹}$ ، بنابراین جریان تراگسیل یافته $\frac{۸}{۹}$mA=۰/۸۸۹mA و جریان بازتابیده $\frac{۱}{۹}$ mA= ۰/۱۱۱ mA است .

۱۱ــ راهنمایی : باکمک اصل‌عدم‌قطعیت E را کلا "برحسب Δx بیان کنید ، سپس مقدار کمینهٔ E را با مشتق گرفتن از E نسبت بهΔx و نتیجه رامساوی صفر قرار دادن پیدا کنید .

۱۳ــ برای هر دو حالت $\langle x \rangle = 0$ ، $\langle x^2 \rangle = E/k$

فصل ۶

۱ــ(الف) $(1/R^2)(d^2\psi/d\phi^2) + (2m/\hbar^2)E\psi = 0$

(ب) $\psi = (1/\sqrt{2\pi})\, e^{in\phi},\ n = R\sqrt{2mE}/\hbar = \pm۱ ، \pm۲ ، \pm۳ \ldots$

(ج) $E_n = n^2\hbar^2/2mR^2$

(د) $L = n\hbar$

۵ــ $r = (۳ \pm \sqrt{۵})\, a_0$

۷ــ ۱/۴۷ ، ۱/۸۵

۹ــ ۶۸ درصد ؛ ۲۵ درصد

۱۱ــ p ، ۲۹ درصد ؛ d ، ۱۸ درصد ؛ f ، ۱۳ درصد .

فصل ۷

۱ــ $1/39\times10^{-4}$ eV

۳ــ ۱۸/۵ T

۵ــ ۱۸۲

۷ــ ۳/۴ eV ؛ حفاظ کامل نیست زیرا این احتمال وجود دارد که الکترون 2s در این اتم در داخل الکترونهای 1s پیدا شود ، همان‌گونه که در شکل ۶ــ۱۱ می‌توانددیده‌شود .

۹ــ فلزات‌قلیایی بزرگترین فلزات در هر دورهٔ جدول تناوبی هستند ، زیراساختارهای اتمی آنها شامل یک الکترون منفرد در خارج از لایه‌های داخلی بسته می‌باشندکه‌این ساختار اثر هسته را بر روی الکترون منفرد به بار e+ محدود می‌کند . سپس، وقتی که بار هسته‌ای افزایش‌می‌یابد ، کاهش‌منظمی در اندازه در داخل هر دوره وجود دارد که الکترونهای‌خارجی را به هسته نزدیکتر می‌کند . در انتهای هر دوره به واسطهٔ نیروی رانشی متقابل الکترونهای خارجی ، افزایش کوچکی در اندازه وجود دارد .

حالت	S	L	J
$^1S_0$	0	0	0
$^3P_2$	1	1	2
$^3D_{3/2}$	1	2	3/2
$^5F_5$	2	3	5
$^4H_{9/2}$	3/2	5	9/2

۱۳ــ حالتهای مجاز دیگری وجود ندارند .

۱۵ــ $^2P_{\frac{1}{2}}$

۱۷ــ Ba , Ca, Mg

۱۹ــ ۲/۵۸ μ_B ؛ ۴

۲۱ــ کبالت (Z =۲۷) ؛ مولیبدن (Z =۴۲)

فصل ۸

۱ــ $3/5\times10^4$ K

۳ــ ۱۳

۵ــ ۱/۲۷ Å

۷– ۲/۲۳Å

۸– ν =

۹– HD جرم کاهش یافتهٔ بیشتری دارد ، از این رو دارای بسامد ارتعاشی کوچکتر و انرژی نقطهٔ صفر کمتری است . بنابراین ، HD انرژی پیوندی بزرگتری دارد زیرا انرژی نقطهٔ صفر آن می‌تواند سهم انرژی کمتری به شکافتگی مولکول بدهد .

۱۲– (الف) برای چرخش ، T = ۱۷۳K ؛ برای ارتعاش ، T = ۶۳۵۰K (ب) $3/5\times10^{5}$ K

(ج) ۲۶

فصل ۹

۱– $4/86\times10^{-9}$

۳– (الف ۰/۰۲۷ ؛ ۰/۲۲ ؛ ۰/۸۹ ؛ ۱/۶۸ ؛ ۱ (ب) بلی ؛ ۱۵۳۳K

۵– $(1/v)_{av} = (1/N) \int_0^\infty (1/v) n(v)\, dv$

۷– (الف) ۰/۳۱۳ (ب) ۰/۳۱۳ (ج) در ۱۰۰K فقط ۰/۰۳۰۸ اتمها در حالت نهایی گذار لیزرهستند ، از این رو ، این کمینه در صدی است که باید برانگیخته شود تا تقویت لیزر در این دما روی دهد . (د) در یک لیزر سه ــ ترازی ، حالت نهایی حالت پایدار است و بنابراین سرد کردن فرقی ایجاد نمی‌کند .

۹– توانایی یک جسم در گسیل تابش متناسب با توانایی آن جسم درجذب تابش است . چون کوارتز شفاف یک جذب کنندهٔ خیلی ضعیف است ، یک تابش کنندهٔ خیلی ضعیف نیز می‌باشد .

۱۱– درصد $(R_2 - R_1)/R_1 = (T_2^{-1} - T_1^{-1})/T_1^{-1} = 0.013 = 1.3$

۱۳– ۲/۶ درصد

۱۵– 10^{4} K

۱۷– یک گاز فرمیون بیشترین فشار را اعمال خواهد کرد زیرا درصد ذرات پرانرژی در توزیع فرمی از سایر توزیعها بیشتر است ؛ یک گاز بوزون کمترین فشار را اعمال خواهد کرد زیرا درصد ذرات کم انرژی در توزیع بوز ازسایر توزیعها بیشتر است .

۱۹– kT درصد خیلی کوچکی از ε_F است ، بنابراین توزیع انرژی الکترون حساسیت دمایی زیادی ندارد .

۲۳– 11 eV

۲۵– در ۲۰°C ، $A = (Nh^3/V)(2\pi m_{He}kT)^{-\frac{3}{2}} = 3/54\times10^{-6}$ ، بنابراین $A \ll 1$

۲۷– در ۲۰°C ، $A = (Nh^3/2V)(2\pi m_e kT)^{-\frac{3}{2}} = 3/5\times10^{3}$ ، بنابراین $A \gg 1$

فصل ۱۰

۱ــ(الف) نیروهای واندروالس انرژی دوسیدگی را افزایش می‌دهند زیرا این نیروها جاذب هستند. (ب) نوسانات نقطه صفر انرژی دوسیدگی را کاهش می‌دهند زیرا آنها یک مد دارا بودن انرژی را نشان می‌دهند که در یک جسم جامد حضور دارند نه در اتمهای منفرد یا یونها.

۳ــ گرمایی که در اثر انبساط گاز از بین می‌رود معادل است باکاری که‌در مقابل‌نیروهای جاذبهٔ واندروالس بین مولکولهایش انجام شده است.

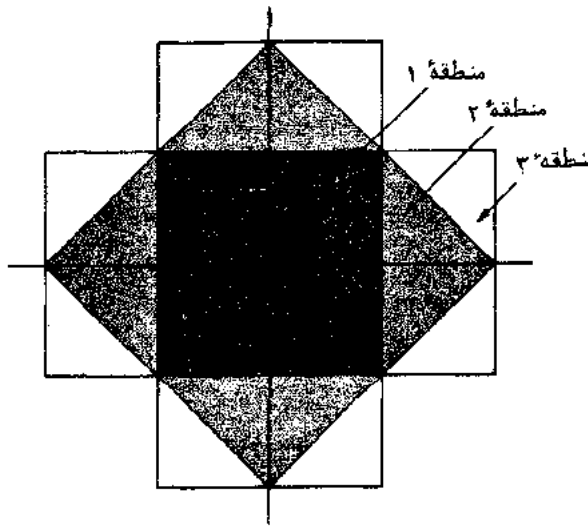
۵ــ $n = ۹/۴ \cdot ۷/۲۹\ eV$

۹ــ سیلیکون فقط در مقابل تابش $\lambda \geq ۱۱۳۰۰\ Å$ شفاف است، زیرا فوتونهای‌نور باطول موج کوتاهتر را جذب می‌کند و بنابراین در مقابل نور مرئی کدر است. الماس در مقابل‌تابش $\lambda \geq ۲۰۷۰\ Å$ شفاف است، بنابراین در مقابل نور مرئی شفاف است.

۱۱ــ نوع p

۱۳ــ $۵۰\ Å$، انرژی یونیزاسیون الکترون $۰/۰۰۹\ eV$ است که از شکاف انرژی خیلی کوچکتر است و به مقدار $۰/۰۲۵\ eV$، یعنی مقدار kT در $۲۰\ ^\circ C$ نزدیک است.

۱۵ــ



۱۷ــ $\nu_c = eB/۲\pi m^* \cdot m^* = ۰/۲\ m_e \cdot ۳/۴\times۱۰^{۳}\ Å$

فصل ۱۱

۱ــ گسترهٔ نیروی هسته‌ای قوی

۳– $^{7}_{3}Li$ ؛ ^{9}Be

۵– ۱۹ درصد ^{10}B ، ۸۱ درصد ^{11}B

۷– ۷/۹۸fm

۹– ۲۸/۳ MeV ، نوکلئون / ۷/۱ MeV

۱۱– (الف) ۷/۹۷ MeV (ب) ۱۲/۱۱MeV (ج) ۱۵/۶ MeV (د) به واسطهٔ نیروی رانشی اعمال شده بر پروتون توسط پروتونهای دیگر در هسته ، برای حذف یک پروتون انرژی کمتری لازم است تا برای حذف یک نوترون . انرژی پیوندی متوسط در هر نوکلئون از بقیه کوچکتر است زیرا وقتی که نوکلئونها متوالیا" از یکی از هسته‌های سبکتر (نظیر ^{16}O) جدا می‌شوند ، پیوستگی نوکلئونهای باقیمانده کمتر و کمتر می‌شود ، همچنان که در منحنی انرژی پیوندی شکل ۱۱–۸ بوضوح دیده می‌شود .

۱۳– (الف) ۷/۸۶ MeV ، ۱۰/۹۹ MeV ، ۷/۴۷ MeV (ب) به‌واسطهٔ تمایل نوترونها به جفت شدن با هم ، برای حذف یک نوترون از ^{82}Kr انرژی بیشتری لازم است ، همانگونه که در بخش ۱۱–۶ ذکر شده است .

۱۵– (الف) $B = \frac{6}{5} Ze^2/4\pi\varepsilon_0(\Delta M + \Delta m)c^2$ (ب) ۳/۴۱ fm

۱۷– E_b برای نوکلیدهای فرد – زوج نسبت به نوکلیدهای فرد – فرد بیشتر است ، بنابراین در این جا نتیجه باید فرد–زوج باشد . $Z = (a_3A^{1/3} + 4a_4)/2(a_3A^{-1/3} + a_4A^{-1}) = ۲۸/۸۸$ بنابراین ، پایدارترین ایزوبار $^{65}_{29}Cu$ است .

فصل ۱۲

۱– $\frac{1}{4}$

۳– ۳۴/۸ ساعت

۵– ۱۶۲۰ سال

۷– $1/23\times10^{4}$ Bq

۹– $2/22\times10^{-9}$ kg

۱۱– ۱۴۲۵۳ سال

۱۳– جرم ^{7}Be بحد کافی از جرم ^{7}Li بزرگتر نیست تا تولید یک پوزیترون را عملی سازد

۱۵– یک الکترون که درحال ترک هسته است به‌وسیلهٔ بار هسته‌ای مثبت جذب می‌شود که این عمل انرژی آن را کاهش می‌دهد . ازطرف دیگر ، یک پوزیترون که درحال ترک یک هسته است رانده می‌شود و بنابراین به طرف بیرون شتاب می‌گیرد .

۱۷– سی‌ونهمین پروتون در ^{89}Y معمولا" در یک حالت $p\frac{1}{2}$ است و حالت بالاتر بعدی که در دسترس این پروتون است یک حالت $g\frac{9}{2}$ می‌باشد ، از این رو یک گذار تابشی بین آنها

دارای یک احتمال کم است .

۱۹ــ سطح‌مقطع نوترون با افزایش E کاهش‌می‌یابد زیرا احتمال این‌که یک نوترون جذب شود بستگی به مقدار زمانی دارد که نوترون نزدیک یک هستهٔ خاص می‌گذراند ، که باتندیش نسبت عکس دارد . به واسطهٔ نیروی رانشی اعمال شده توسط بار هسته‌ای مثبت ، سطح مقطع پروتون در انرژیهای کم کوچکتر است .

۲۱ــ ۷۱/۴ درصد ؛ ۲/۹۷ mm

۲۳ــ ۰/۰۸۷mm

۲۵ــ ۳/۳۳MeV

۲۷ــ $E^* = Q + K_\alpha (1 - m_\alpha / m_C)$ ؛ ۴/۳۴MeV

۲۹ــ (الف) $2/2\times10^9$ K (ب) این دما مطابق با انرژی متوسط دوترون است ولی بسیاری از دوترونها دارای انرژیهای نسبةً بالاتر از انرژی متوسط هستند . بعلاوه ، تونل‌زنی کوانتم ــ مکانیکی از میان سد پتانسیل می‌تواند روی دهد که به دوترونها اجازه می‌دهد با وجود نداشتن انرژی کافی برای رسیدن به هم از نظر کلاسیکی ، واکنش نشان دهند .

فصل ۱۳

۱ــ (الف) $[(\ln/\sqrt{n^2-1})-1]$ (ب) $K_{min} = m_0c^2$ ۱۷۵ keV

۳ــ $E_f = (0.716)^N E_i$, $N \approx 52$

۵ــ ۸/۹ mm

۷ــ ۲/۶۸ cm

۹ــ (الف) راهنمایی : p را معادل اندازه‌حرکت کل‌الکترون ، پوزیترون و هسته‌بگیرید ، بگونه‌ای که $h\nu/c = p$ (ب) ۰/۰۲۲۶MeV .

۱۱ــ $120^\circ c$ (راهنمایی : فرمول نسبیتی را برای انرژی جنبشی به کار برید تا p_e را پیدا کنید .)

۱۳ــ (الف) $3/22\times10^{-22}$ s (ب) میدان الکتریکی‌قوی هسته ، الکترون و پوزیترون‌را به اندازهٔ کافی جدا می‌کند بگونه‌ای که آنها بعداً نمی‌توانند مجدداً ترکیب شوند تافوتون را دوباره تولید کنند .

۱۵ــ ۵۶۳۰ MeV

۱۷ــ ۷۳/۶ MeV

۱۹ــ (الف) و (هـ) می‌توانند روی دهند ؛ (ب) B یا اسپین را پایسته نمی‌کند ؛ (ج) L، M یا اسپین را پایسته نمی‌کند ؛ (د) B یا اسپین را پایسته نمی‌کند .

۲۱ــ Λ^0 ; K^0; Σ^+

واژه‌نامهٔ انگلیسی ــ فارسی

A

Abdus salam	عبدالسلام
Absorption spectrum	طیف جذبی
Actinide elements	عناصر آکتنید
Actinium decay series	سری واپاشی آکتینیوم
Activity of radionuclide	فعالیت نوکلید فعال
Allowed transition	گذار مجاز
Alpha decay	واپاشی آلفا
Alpha particle	ذرهٔ آلفا
Amorphous solid	جامد بی‌شکل
Angular frequency of wave	بسامد زاویه‌ای موج
Angular momenta :	اندازه حرکتهای زاویه‌ای :
jj Coupling of angular momenta	جفت شدگی jj اندازه حرکتهای زاویه‌ای
Ls coupling of angular momenta	جفت شدگی Ls اندازه حرکتهای زاویه‌ای
Annealing	بازپختن
Antineutrino	پاد نوترینو
Antisymmetric wave function	تابع موج پادمتقارن
Atom:	اتم :
angular momentum states of atom	حالتهای حرکت زاویه‌ای اتم
electron configurations of atom	آرایشات الکترونی اتم

electron shells in atom	لایه‌های الکترونی در اتم
size of atom	اندازهٔ اتم
Atomic bomb	بمب اتمی
Atomic electron	الکترون اتمی
Atomic mass	جرم اتمی
Atomic mass unit	واحد جرم اتمی
Atomic model :	مدل اتمی:
Bohr	بوهر
Rutherford	راترفورد
Thomson	تامسون
Atomic nucleus	هستهٔ اتمی
Atomic spectra	طیفهای اتمی
seletion fine structurey in atomic spectra	ساختار ریز در طیفهای اتمی
slection rules for atomic spectra	قواعد گزینش برای طیفهای اتمی
zeeman effect in atomic spectra	اثر زیمن در طیفهای اتمی
Attenuation coefficient	ضریب تضعیف
Auger effect	اثر اوگر
Aurora	سرخی شفق

B

Balmer series	سری بالمر
Band	نوار
Band theory of solids	نظریهٔ نوار جامدات
Barn	بارن
Barrier penetration	نفوذ سدی
Beats	ضربان‌ها
Becquerel (unit)	(واحد) بکورل
Beta decay	واپاشی بتا
Big bang	بیگ بنگ
Binding energy :	انرژی پیوندی:
of atomic electron	انرژی پیوندی الکترون اتمی

nuclear binding energy	انرژی پیوندی هسته‌ای
Black hole	حفرهٔ سیاه
Blackbody radiaton	تابش جسم سیاه
Bohr, Aage	بوهر، ایج
Bohr, Niels	بوهر، نیلز
Bohr atomic model	مدل اتمی بوهر
Bohr magneton	ماگنتون بوهر
Boltzman's constant	ثابت بولتزمن
Bomb :	بمب :
atomic bomb	بمب اتمی
hydrogen bomb	بمب ئیدروژنی
Bond	پیوند
Born, Max	بورن، ماکس
Bose–Einstein distributin function	تابع توزیع بوز ـ اینشتین
Boson	بوزون
Brackett series	سری براکت
Bragg, William	براگ، ویلیام
Bragg planes in crystal	صفحات براگ در بلور
Breeder reactor	رآکتور زاینده
Bremsstrahlung	تابش ترمزی
Brillouin zones	مناطق بریلوئن
Bubble Chamber	اتاقک حباب

C

Carbon cycle of nuclear reactions	چرخهٔ کربن واکنشهای هسته‌ای
Carbon monoxide molecule	مولکول منواکسیدکربن
Center–of–mass coordinate system	دستگاه مختصهٔ مرکز جرم
Cerenkov radiation	تابش چرنکوف
Chadwick, James	چادویک، جیمز
Charge conjugation	همیوغگی بار

Clock, light–pulse	ساعت ، پالس نوری
Clould chamber	اتاقک ابری
Cohesive energy of crystal	انرژی دوسیدگی بلور
Colour of quarks	رنگ کوارکها
Compound nucleus	هستهٔ مرکب
Compton effect	اثر کامپتون
Compton wavelength	طول موج کامپتون
Condon, Edward	کاندون ، ادوارد
Conservation principles and symmetry operations	اصول پایستگی و عملهای متقارن
Cor-respondence principle	اصل تطابق
Cosmic rays	پرتوهای کیهانی
Covalent bond	پیوند کووالانسی
Covalent crystal	بلور کووالانسی
Cowan, clyde	کووان ، کلاید
Cross section	سطح مقطع
Crystal	بلور
Crystalline solid	جامد بلورین
Curie, Irene	کوری ، ایرن
Curie, Marie	کوری ،ماری
Curie, pierre	کوری ، پیر
Curie unit	واحد کوری
Cyclotron resonance	تشدید سیکولوترون

D

Davisson–Germer experiment	آزمایش داویسون ــ ژرمر
De Broglie, Louis	دبروی ، لوئیس
De Broglie waves	امواج دبروی
Debye theory of specific heat	نظریهٔ دبی دربارهٔ گرمای ویژه
Deuterium	دوتریوم

Deuteron, binding energy	دوترون ،انرژی پیوندی
Diamond	الماس
Diffraction	پراش
Diode	دیود
Dipole electric field	میدان الکتریکی دو قطبی
Dirac, paul	دیراک ، پاول
Dislocation in crystal	جابجایی در بلور
Distribution function	تابع توزیع
Dopping of semiconductors	ناخالص‌سازی نیم رساناها
Doppler effect	اثر دوپلر
Doublet states	حالتهای دوگانه
Dulong–petit law	قانون دولن ـ پتی

E

Effective mass of electron in Crystal	جرم مؤثر الکترون در بلور
Eigenfunction	تابع ویژه
Eigenvalue	مقدار ویژه
Eightfold way	روش هشت لایه‌ای
Einstein, Albert	اینشتین ، آلبرت
Electric charge	بار الکتریکی
Electromangetic interaction	برهمکنش الکترومغناطیسی
Electron	الکترون
Electron affinity	میل ترکیبی الکترون
Electron capture by nucleus	گیراندازی الکترون توسط هسته
Electron configurations of atoms	آرایشات الکترونی اتمها
Electron microscope	میکروسکوپ الکترونی
Electron sharing in molecule	اشتراک الکترون در مولکول
Electron shells and subshells	لایه‌ها و زیرلایه‌های الکترونی
Electronic spectra	طیفهای الکترونی
Elementary particles	ذرات بنیادی

Elements	عناصر
Emission line spectrum	طیف خطی نشری
Energy	انرژی
Energy levels	ترازهای انرژی
Equivalence, principle of	هم‌ارزی ، اصل
Excited state	حالت برانگیخته
Exclusion principle	اصل انحصار
Expectation value	مقدار مورد انتظار

F

Fermi, Enrico	فرمی ، انریکو
Fermi unit	واحد فرمی
Fermi–Dirac distribution function	تابع توزیع فرمی ــ دیراک
Fermi energy	انرژی فرمی
Fermi gas model of nucleus	مدل گاز فرمی هسته
Fermi surface	سطح فرمی
Fermion	فرمیون
Ferromagnetism	فرومغناطیسی
Fine structure in atomic spectra	ساختار ریز در طیفهای اتمی
Fission, nuclear	شکافت ، هسته‌ای
Fission fragments	پاره‌های شکافت
Fluorescence	فلوئورسانس
Forbidden bands	نوارهای ممنوع
Forbidden transition	گذار (انتقال) ممنوع
Fourier integral	انتگرال فوریه
Frame of reference	چهارچوب مرجع
Franck–Hertz experiment	آزمایش فرانک ــ هرتز
Fundamental interactions	برهمکنشهای بنیادی
fusion, nuclecr	همجوشی ، هسته‌ای

G

Gamma decay	واپاشی (تلاشی) گاما
Gamma rays	پرتوهای گاما
Gamow, George	گامو، جورج
Geiger counter	شمارندهٔ گایگر
Gell–Mann, Murray	گلمان، موری
General theory of relativity	نظریهٔ عام نسبیت
Gluon	گلوئون
Goudsmit, samuel A.	گوداشمیت، ساموئل آ.
Gravitational red shift	انتقال به سوی قرمز گرانشی
Graviton	گراویتون
Gravity and light	گرانی و نور
Gray unit	واحد گری
Group velocity of waves	سرعت گروه امواج
Gurney, Ronald	گرنی، رونالد
Gyromagnetic ratio	نسبت ژیرومغناطیس

H

Hadrons	هادرونها
Half–life	نیمه عمر
Hall effect	اثر هال
Halogens	هالوژنها
Hamiltonian operator	عملگر هامیلتونی
Harmonic oscillator	نوسان‌کنندهٔ هماهنگ (هارمونیک)
Heavy water	آب سنگین
Heisenberg, Werner	هایزنبرگ، ورنر
Helium	هلیوم
Hermite Polynomials	چندجمله‌ای هرمیت
Hook's law	قانون هوک
Hund's rule	قاعدهٔ هاند

Hydrogen	ئیدروژن
Hydrogen atom	اتم ئیدروژن
Hydrogen bomb	بمب ئیدروژنی
Hydrogen bond	پیوند ئیدروژنی
Hydrogen molecular ion	یون مولکولی ئیدروژن
Hydrogen molecule	مولکول ئیدروژن
Hypercharge	فوق بار
Hyperons	هیپرونها

I

Ice	یخ
Ideal gas	گاز ایدئال
Impact parameter	پارامتر برخورد
Induced emission	گسیل القاء شده
Inert gases	گازهای بی‌اثر
Inertial frame of reference	چهار چوب لختی مرجع
Interactions	برهمکنشها
Intermediate vector boson	بوزون برداری بینابین
Internal conversion	تبدیل داخلی
Inverse beta decay	واپاشی بتای معکوس
Ionic bond	پیوند یونی
Ionic crystal	بلور یونی
Ionization chamber	اتاقک یونش
Ionization energies of elements	انرژیهای یونش عناصر
Isomer	ایزومر
Isotope	ایزوتوپ
Isotopic spin	اسپین ایزوتوپی

J

Jensen, J. Hans D.	جنسن ،جی ،هنز ،دی

jj coupling of angular momenta	جفت شدگی jj اندازه حرکتهای زاویه‌ای
Joliot, Frederic	ژولیت ، فردریک

K

Kaon	کائون
Kinetic–energy operator	عملگر انرژی جنبشی

L

Lanthanide elements	عناصر لانتانید
Laser	لیزر
Laue, Max von	لائو ، ماکس ون
LED (light–emitting diode)	دیودگسیل کننده نور
Lee, Tsung D.	لی ،تسونگ دی .
Length contraction and Lorentz transformation	انقباض طول و تبدیل لورنتس
Leptons	لپتونها
Light	نور
Liquid–drop model of nucleus	مدل قطره‌ای هسته
Lorentz–fitzgerald contraction	انقباض لورنتس ـ فیتز جرالد
Lorentz transformation	تبدیل لورنتس
Ls coupling of angular momenta	جفت شدگی LS اندازه‌حرکتهای زاویه‌ای
Lyman series	سری‌لیمن

M

Madelung constant	ثابت میدلانگ
Magic numbers in nuclear structure	اعداد افسونی در ساختار هسته‌ای
Magnetic moment	گشتاور مغناطیسی
Magnetic quantum number	عدد کوانتمی مغناطیسی
Magnetism and relativity	مغناطیس و نسبیت
Magneton, Bohr	ماگنتون ، بوهر
Maser	میزر

Mass	جرم
Mass spectrometer	طیف سنج جرمی
Massless particles	ذرات بی‌جرم
Maxwell–Boltzmann distribution function	تابع توزیع ماکسول ـ بولتزمن
Mayer, Maria	مایر ـ ماریا
Mean free path	پویش آزاد متوسط
Mean lifetime	طول عمر متوسط
Mendeleev, Dmitri	مندلیف ، دیمتری
Mercury	جیوه
Meson theory of nuclear forces	نظریهٔ مزون نیروهای هسته‌ای
Metal	فلز
Metallic bond	پیوند فلزی
Metastable state	حالت نیمه پایدار
Methane molecule	مولکول متان
Moderator in nuclear reactor	تعدیل کننده در رآکتور هسته‌ای
Molecular energies in ideal gas	انرژیهای مولکولی در گاز ایده‌آل
Molecular spectra	طیفهای مولکولی
Molecule	مولکول
Momentum	اندازه حرکت
Momentum operator	عملگر اندازه حرکت
Momentum space	فضای اندازه حرکت
Moseley, Henry G.j.	موسلی ، هنری‌جی ،
Mössbauer effect	اثر موسبائر
Mttelson, Ben	متل‌سان ، بن
Muon	میون

N

n–type semiconductor	نیم‌رسانای نوع n
Ne'eman, yuval	نیمن ، جووال
Neptunium	نپتونیم

Neptunium decay series	سری واپاشی نپتونیم
Neutrino	نوترینو
Neutron	نوترون
Neutron cross section	سطح مقطع نوترون
Neutron star	ستارهٔ نوترون
Normalization of wave function	بهنجارسازی تابع موج
Nuclear emulsion	امولسیون هسته‌ای
Nuclear energy levels	ترازهای انرژی هسته‌ای
Nuclear fission	شکافت هسته‌ای
Nuclear forces	نیروهای‌هسته‌ای
Nuclear fusion	همجوشی هسته‌ای
Nuclear motion in hydrogen atom	حرکت هسته‌ای در اتم ئیدروژن
Nuclear quantum number	عدد کوانتمی هسته‌ای
Nuclear reaction	واکنش هسته‌ای
Nuclear reactor	رآکتور هسته‌ای
Nucleon	نوکلئون
Nucleus	هسته
Nuclide	نوکلید

O

Ohm's law	قانون اهم
Orbital quantum number	عدد کوانتمی مداری
Orthohelium	ارتوهلیوم

P

P–type semiconductor	نیم‌رسانای نوع P
Pair production	تولید زوج
Parahelium	پاراهلیوم
Parity of wave function	پاریتهٔ تابع موج
Particle detectors	آشکارسازهای ذره‌ای

Particle diffraction	پراش‌ذره
Particle in a box	ذره در یک جعبه
Particles	ذرات
Paschen series	سری‌پاشن
Pauli, wolfgang	پاولی ، ولف‌گنگ
Periodic table	جدول تناوبی
Pfund series	سری فوند
Phase space	فضای فاز
Pahse velocity of waves	سرعت فاز امواج
Phonon	فونون
Phosphorescence	فسفرسانس
Photoelectric effect	اثر فتوالکتریک
Photoelectric work function	تابع کار فتوالکتریک
Photomultiplier tube	لولهٔ تکثیر کنندهٔ فوتون
Photon	فوتون
Pion	پیون
Planck, Max	پلانک ، ماکس
Planck radiation formula	فرمول تابش پلانک
Planck's constant	ثابت پلانک
Plasma	پلاسما
Plutonium	پلوتونیم
Polar molecule	مولکول قطبی
Polarizability	قطبش پذیری
Polarization of x—rays	قطبش‌پذیری پرتوهای ایکس
Positron	پوزیترون
Principal quantum number	عدد کوانتمی اصلی
Probability density	چگالی احتمال
Proper length	طول ویژه
Proper time	زمان ویژه
Proportional counter	شمارندهٔ متناسب

Protactinium	پروتاکتینیوم
Proton	پروتون
Proton–Proton cycle of nuclear reactions	چرخهٔ پروتون ـ پروتون واکنشهای هسته‌ای
Pulsar	ستارهٔ تپنده

Q

Q value	مقدار Q
Quantum	کوانتم
Quantum mechanics	مکانیک کوانتمی
Quantum number	عدد کوانتمی
Quantum statistics	آمار کوانتمی
Quantum theory	نظریهٔ کوانتمی
Quark	کوارک

R

Rad	راد
Radiation dosage	میزان پرتودهی
Radiative transitions in atom	گذارهای تابشی در اتم
Radioactive decay	واپاشی رادیواکتیو
Radioactive series	سری رادیواکتیو
Radiocarbon dating	زمان‌سنجی رادیوکربن
Radiometric dating	زمان سنجی تابشی
Radium	رادیوم
Radon	رادون
Range-energy relationship	رابطهٔ گستره ـ انرژی
Rayleigh–jeans formula	فرمول ریلی ـ جینز
Reactor, nuclear	رآکتور، هسته‌ای
Red shift	انتقال به سوی قرمز
Reduced mass	جرم کاهش یافته

Reines, Frederick	رینز، فردریک
Relative biological effectiveness of radiation	اثر نسبی بیولوژیکی تابش
Relativity	نسبیت
Rem	رم
Resistivity of metal	مقاومت فلز
Resonance in nuclear reaction	تشدید در واکنش هسته‌ای
Resonance particle	ذرهٔ تشدید
Rest energy	انرژی در حال سکون
Rms speeds of molecule	تندیهای Rms (جذر متوسط مجذور سرعت) مولکول
Roentgen, Wilhelm	رونتگن، ویلهم
Rotational energy levels	ترازهای انرژی چرخشی
Rotational spectra	طیفهای چرخشی
Rutherford atomic model	مدل اتمی راترفورد
Rutherford scattering formula	فرمول پراکندگی راترفورد
Rydberg constant	ثابت ریدبرگ

S

Schrodinger, Erwin	شرودینگر، اروین
Schrodinger's equation	معادلهٔ شرودینگر
Scintillation counter	شمارندهٔ سوسوزن
Selection rules for atomic spectrum	قواعد گزینش برای طیف اتمی
Semiconductor	نیم رسانا
Semiconductor detector	آشکارساز نیم رسانا
Semiconductor devices	وسایل نیم‌رسانا
Shell, atomic electron	لایه، الکترون اتمی
Shell model of nucleus	مدل لایه‌ای هسته
Silicon	سیلیکون
Singlet state	حالت یگانه
Slip in a solid	لغزش در یک جسم جامد

Sodium	سدیم
Solar energy	انرژی خورشیدی
Solids	جامدات
Space quantization	کوانتمش فضایی
Spark chamber	اتاقک جرقه
Specific heat	گرمای ویژه
Spectra	طیفها
Spectral lines and uncertainty principle	خطوط طیفی و اصل عدم قطعیت
Spectral series of hydrogen	سری طیفی ئیدروژن
spectrometer	طیف سنج
Speed	تندی
speed of light	تندی نور
Spherical polar coordinates	مختصات قطبی کروی
Spin	اسپین
Spin angular momentum	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین
Spin magnetic moment	گشتاور مغناطیسی اسپین
Spin—orbit coupling	جفت‌شدگی اسپین ــ مداری
Statistical distribution function	تابع توزیع آماری
Statistical mechanics	مکانیک آماری
Stefan—Boltzamann law	قانون استیفن ــ بولتزمن
Stern—Gerlach experiment	آزمایش اشترن ــ گرلاخ
Stirling's formula	فرمول استرلینگ
Strangeness number	عدد شگفتی
Strong interaction	برهمکنش قوی
Subshell	زیر لایه
Sunspot magnetic fields	میدانهای مغناطیسی نقطهٔ خورشیدی
Symmetric and antisymmetric wave functions	توابع موجی متقارن و پاد متقارن
Symmetry operations and conservation principles	عملهای متقارن و اصول پایستگی
Synchrotron	سینکروترون

T

Term symbols	عبارتهای نمادی
Thermal neutron	نوترون حرارتی
Thermionic emission	گسیل گرمایونی
Thermonuclear energy	انرژی حرارتی هسته‌ای
Thomson atomic model	مدل اتمی تامسون
Thorium	توریوم
Time dilation	اتساع زمان
Tokamak	توکامک
Transistor	ترانزیستور
Transition elements	عناصر گذار
Transitions	گذارها
Transuranic elements	عناصر انتقالی
Triplet state	حالت سه‌گانه
Tritium	تریتیوم
Tunnel effect	اثر تونل
Twin paradox	معمای دوقلو

U

Uhlenbeck, George E.	اولن بک، جورج
Uncertainty principle	اصل عدم قطعیت
Universe	جهان
Uranium	اورانیوم
Uranium decay series	سری واپاشی اورانیوم
Uranium hexafluoride	هگزافلوریداورانیوم

V

Van der waals forces	نیروهای واندروالس
Variables	متغیرها
Velocity addition	افزایش سرعت

Vibrational energy levels	ترازهای انرژی ارتعاشی
Vibrational quantum number	عدد اتمی ارتعاشی
Vibrational spectrum	طیف ارتعاشی

W

Water molecule	مولکول آب
Wave	موج
Wave equation	معادلهٔ موجی
Wave function	تابع موج
Wave group	گروه موجی
Wave particle duality of light	دوگانگی ذرهٔ موج نور
Weak interaction	برهمکنش ضعیف
Weinberg, steven	واینبرگ ،استیون
Wien's displacement law	قانون جابجایی وین
Wilson, charles T.R.	ویلسون ، چارلز
Work function	تابع کار
Work hardening	عمل سخت شدن

X

X-ray spectra	طیفهای پرتوایکس
X—rays	پرتوهای ایکس

Y

Yang, chen N.	یانگ، چن
Yukawa, Hideki	یوکاوا ، هایدکی

Z

Zeeman effect	اثر زیمن
Zener diode	دیود زنر
Zweig, George	تسویگ ، جورج

واژه‌نامه فارسی ـ انگلیسی

آ

آب سنگین	Heavy water
آرایشات الکترونی اتمها	Electron configuration of atoms
آزمایش اشترن ـ گرلاخ	Stern–Gerlach experiment
آزمایش داویسون ـ ژرمر	Davison–Germer experiment
آزمایش فرانک ـ هرتز	Franck–Hertz experiment
آشکارساز نیم‌رسانا	Semiconductor detector
آشکارسازهای ذره‌ای	Particle detectors
آمار کوانتمی	Quantum statistics

الف

اتاقک ابری	Cloud chamber
اتاقک جرقه	Spark chamber
اتاقک حباب	Bubble chamber
اتاقک یونش	Ionization chamber
اتساع زمان	Time dilation
اتم	Atom
اتم هیدروژن	Hydrogen atom
اثر اوگر	Auger effect
اثر تونل	Tunnel effect
اثر دوپلر	Doppler effect
اثر زیمن	Zeeman effect

Photoelectric effect	اثر فتوالکتریک
Compton effect	اثر کامپتون
Mössbauer effect	اثر موسباثر
Relative biological effectiveness of radiation	اثر نسبی بیولوژیکی تابش
Hall effect	اثر هال
Orthohelium	ارتوهلیوم
Spin	اسپین
Electron sharing in molecule	اشتراک الکترون در مولکول
Exclusion principle	اصل انحصار
Correspondence principle	اصل تطابق
Uncertainty principle	اصل عدم قطعیت
Conservation principles and symmetry operation	اصول پایستگی و عملهای متقارن
Magic numbers in nuclear structure	اعداد افسونی در ساختار هسته‌ای
Velocity addition	افزایش سرعت
Electron	الکترون
Atomic electron	الکترون اتمی
Diamond	الماس
De Broglie waves	امواج دبروی
Nuclear emulsion	امولسیون هسته‌ای
Red shift	انتقال به سوی قرمز
Gravitational Red shift	انتقال به سوی قرمز گرانشی
Rourier integral	انتگرال فوریه
Momentum	اندازه حرکت
Spin angular momentum	اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین
Binding energy	انرژی پیوندی
Thermonuclear energy	انرژی حرارتی هسته‌ای
Solar energy	انرژی خورشیدی
Rest energy	انرژی در حال سکون
Cohesive energy of Crystal	انرژی دوسیدگی بلور
Fermi energy	انرژی فرمی

Molecular energies in ideal gas	انرژیهای مولکولی در گاز ایدهآل
Ionization energies of elements	انرژیهای یونش عناصر
Uranium	اورانیوم
Uhlenbeck, George	اولن‌بک، جرج
Isotope	ایزوتوپ
Isomer	ایزومر
Einstein, Albert	اینشتین، آلبرت

ب

Electric charge	بار الکتریکی
Barn	بارن
Annealing	بازپختن
Bragg, Wiliam	براگ، ویلیام
Electromagnetic interaction	برهمکنش الکترومغناطیسی
Strong interaction	برهمکنش قوی
Interactions	برهمکنشها
Fundamental interactions	برهمکنشهای بنیادی
Crystal	بلور
Covalent crystal	بلور کووالانسی
Bomb	بمب
Atomic bomb	بمب اتمی
Hydrogen bomb	بمب ئیدروژنی
Born, Max	بورن، ماکس
Intermediate vector boson	بوزون برداری بینابین
Bohr, Aage	بوهر، ایج
Bohr, Niels	بوهر، نیلز
Normalization of wave function	بهنجارسازی تابع موج
Big bang	بیگ بنگ

پ

پارامتر برخورد	Impact parameter
پاراهلیوم	Parahelium
پاره‌های شکافت	Fission fragments
پاد نوترینو	Antineutrino
پاریتهٔ تابع موج	Parity of wave function
پاولی ، ولف‌گنگ	Pauli, wolfgang
پراش	Diffraction
پراش ذره	Particle diffraction
پرتوهای ایکس	X–rays
پرتوهای کیهانی	Cosmic rays
پروتاکتینیوم	Protactinium
پروتون	Proton
پلاسما	Plasma
پلوتونیم	Plotonium
پوزیترون	Positron
پویش آزاد متوسط	Mean free path
پیون	pion
پیوند فلزی	Metallic bond
پیوند کووالانسی	Covalent bond
پیوند یونی	Ionic bond

ت

تابش ترمزی	Bremsstrahlung
تابش جسم سیاه	Blackbody radiation
تابش چرنکوف	Cerenkov radiation
تابع توزیع	Distribution function
تابع توزیع آماری	Statistical distribution function
تابع توزیع فرمی ـ دیراک	Fermi–Dirac distribution function
تابع توزیع ماکسول ـ بولتزمن	Maxwell–Boltzmann distribution function

work function	تابع کار
Antisymmetric work function	تابع کار پاد متقارن
Photoelectric work function	تابع کار فتوالکتریک
Wave function	تابع موج
Eigenfunction	تابع ویژه
Internal conversion	تبدیل داخلی
Lorentz conversion	تبدیل لورنتس
Energy levels	ترازهای انرژی
Vibrational energy levels	ترازهای انرژی ارتعاشی
Rotational energy levels	ترازهای انرژی چرخشی
Nuclear energy levels	ترازهای انرژی هسته‌ای
Transistor	ترانزیستور
Tritium	تریتیوم
Zweig, George	تسویگ، جرج
Resonance in nuclear reaction	تشدید در واکنش هسته‌ای
Cyclotron resonance	تشدید سیکلوترون
Moderator in nuclear reactor	تعدیل کننده در راکتور هسته‌ای
Speed	تندی
Speed of light	تندی نور
Rms speeds of molecule	تندیهای Rms (جذر متوسط مجذور سرعت) مولکول
Symmetric and antisymmetric wave functions	توابع موجی متقارن و پاد متقارن
Thorium	توریوم
Tokamak	توکامک
Pair production	تولید زوج

ث

Boltzman's constant	ثابت بولتزمن
Planck's constant	ثابت پلانک
Madelung constant	ثابت میدلانگ

ج

جابجایی در بلور	Dislocation in crystal
جامدات	Solids
جامد بلورین	Crystalline solid
جدول تناوبی	Periodic table
جرم	Mass
جرم اتمی	Atomic mass
جرم کاهش یافته	Reduced mass
جرم مؤثر الکترون در بلور	Effective mass of electron in crystal
جفت‌شدگی اسپین ـ مداری	Spin—orbit coupling
جفت‌شدگی jj اندازه‌حرکتهای زاویه‌ای	jj Coupling of angular momenta
جفت‌شدگی LS اندازه حرکتهای زاویه‌ای	Ls " " " "
جنسن، جی. هنز	Jensen, J. Hans
جهان	Universe
جیوه	Mercury

چ

چادویک، جیمز	Chadwick, James
چرخهٔ پروتون، پروتون واکنشهای هسته‌ای	Proton-proton cycle of nuclear reactions
چرخهٔ کربن واکنشهای هسته‌ای	Carbon cycle of nuclear reactions
چگالی احتمال	Probability density
چند جمله‌ای هرمیت	Hermite polynomials
چهارچوب لختی مرجع	Inertial frame of reference
چهارچوب مرجع	Frame of reference

ح

حالت برانگیخته	Excited state
حالت سه گانه	Triplet state
حالت نیمه‌پایدار	Metastable state
حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای اتم	Angular momentum states of atom

Doublet states	حالتهای دوگانه
Singlet state	حالت یگانه
Nuclear motion in hydrogen atom	حرکت هسته‌ای در اتم ئیدروژن
Black hole	حفرهٔ سیاه

د

De Broglie, Louis	دبروی ، لوئیس
Center–of–mass coordinate system	دستگاه مختصهٔ مرکز جرم
Deutron	دوترون
Deutrium	دوتریوم
Wave particle duality of light	دوگانگی ذره موج نور
Dirac, Paul	دیراک ، پاول
Diode	دیود
Zener Diode	دیود زنر

ذ

Particles	ذرات
Elementary particles	ذرات بنیادی
Massless particles	ذرات بی‌جرم
Alpha particle	ذرهٔ آلفا
Beta "	ذرهٔ بتا
Resonance particle	ذرهٔ تشدید
Particle in a box	ذره در یک جعبه
Gamma particle	ذرهٔ گاما

ر

Range–energy relationship	رابطهٔ گستره ـ انرژی
Rad	راد
Radon	رادون
Radium	رادیوم

Reactor	رآکتور
Nuclear reactor	رآکتور هسته‌ای
Rem	رم
Colour of quarks	رنگ کوارکها
Reines, Frederick	رینز ، فردریک
Eightfold way	روش هشت لایه‌ای
Roentgen, Wilhelm	رونتگن ، ویلهلم

ز

Radiometric dating	زمان‌سنجی تابشی
Radiocarbon dating	زمان سنجی رادیوکربن
Proper time	زمان ویژه
Subshell	زیر لایه

س

Fine structure in atomic spectra	ساختار ریز در طیفهای اتمی
Clock	ساعت
Pulsar	ستارهٔ تپنده
Neutron star	ستارهٔ نوترون
Sodium	سدیم
Aurora	سرخی شفق
Phase velocity of waves	سرعت‌فاز امواج
Group velocity of waves	سرعت گروه امواج
Balmer series	سری بالمر
Brackett series	سری براکت
Paschen series	سری پاشن
Radioactive series	سری رادیوآکتیو
Spectrol series of hydrogen	سری طیفی ئیدروژن
Pfund series	سری فوند
Lyman series	سری لیمن

Actinium decay series	سری واپاشی آکتینیوم
Uranium decay series	سری واپاشی اورانیوم
Neptunium decay series	سری واپاشی نپتونیم
Fermi surface	سطح فرمی
Cross section	سطح مقطع
Neutron cross section	سطح مقطع نوترون
Silicon	سیلیکون
Synchrotron	سینکروترون

ش

Schrodinger, Erwin	شرودینگر ، اروین
Fission	شکافت
Scintillation counter	شمارندهٔ سوسوزن
Geiger counter	شمارندهٔ گایگر
Proportional counter	شمارندهٔ متناسب

ص

Bragg planes in crystal	صفحات براگ در بلور

ض

Beats	ضربانها
Attenuation coefficient	ضریب تضعیف

ط

Compton wavelength	طول موج کامپتون
Mean lifetime	طول عمر متوسط
Proper length	طول ویژه
Absorption spectrum	طیف جذبی
Emission line spectrum	طیف خطی نشری
Spectrometer	طیف‌سنج

طیف‌سنج جرمی	Mass spectrometer
طیفهای اتمی	Atomic spectra
طیفهای الکترونی	Electronic spectra
طیفهای پرتوایکس	X–ray spectra
طیفهای چرخشی	Rotational spectra
طیفهای مولکولی	Molecular spectra

ع

عبارتهای نمادی	Term symbols
عبدالسلام	Abdus Salam
عدد شگفتی	Strangeness number
عدد کوانتمی	Quantum number
عدد کوانتمی اصلی	Principal quantum number
عدد کوانتمی‌مداری	Orbital quantum number
عدد کوانتمی مغناطیسی	Magnetic quantum number
عدد کوانتمی هسته‌ای	Nuclear " "
عمل سخت‌شدن	Work hardening
عملگرها میلتونی	Hamiltonian operator
عملهای متقارن و اصول پایستگی	Symmertry operations and conservation principles
عناصر	Elements
عناصر آکتنید	Actinide elements
عناصر انتقالی	Transuranic elements
عناصر لانتانید	Lanthanide elements

ف

فرمول تابش پلانک	Planck radiation formula
فرمول پراکندگی راترفورد	Rutherford scattering formula
فرمول ریلی ـ جینز	Rayleigh–Jeans formula
فرمی، انریکو	Fermi, Enrico

Ferromagnetism	فرومغناطیسی
Phosporescence	فسفرسانس
Momentum space	فضای اندازه حرکت
Phase space	فضای فاز
Activity of radionuclide	فعالیت نوکلید فعال
metal	فلز
Fluorescence	فلوئورسانس
Photon	فوتون
Hypercharge	فوق بار
Phonon	فونون

ق

Stefan–Boltzmann law	قانون استیفن ـ بولتزمن
Ohm's law	قانون اهم
Wien's displacement law	قانون جابجایی وین
Dulong–Petit law	قانون دولن ـ پتی
Hund's rule	قاعدهٔ هاند
Polarizability	قطبش پذیری
Polarization of X–rays	قطبش پذیری پرتوهای ایکس
Selection rules for atomic spectrum	قواعد گزینش برای طیف اتمی

ک

Condon, Edward	کاندون، ادوارد
Kaon	کائون
Quantum	کوانتم

گ

Ideal gas	گاز ایده‌آل
Inert gases	گازهای بی‌اثر
Gamow, George	گامو ـ جرج

Allowed transition	گذار مجاز
Forbidden transition	گذار ممنوع
Radiative transitions in atom	گذارهای تابشی در اتم
Graviton	گراویتون
Gravity and light	گرانی ونور
Specific heat	گرمای ویژه
Gurney, Ronald	گرنی ، رونالد
Wave group	گروه موجی
Induced emission	گسیل القاء شده
Thermionic emission	گسیل گرمایونی
Magnetic moment	گشتاور مغناطیسی
Spin magnetic moment	گشتاور مغناطیسی اسپین
Gell–Mann, Murroay	گلمان ، موری
Gluon	گلوئون
Goudsmit, Samuel A.	گوداشمیت ، ساموئل آ.
Electron capture by nucleus	گیراندازی الکترون توسط هسته

ل

Shell	لایه
Electron shells and subshells	لایه‌ها و زیر لایه‌های الکترونی
Photomultiplier tube	لولهٔ تکثیر کنندهٔ فوتون
Lee, Tsung D.	لی ،تسونگ‌دی
Laser	لیزر

م

Bohr magneton	ماگنتون بوهر
Mayer, Maria	مایر ، ماریا
Variables	متغیرها
Mottelson, Ben	متل‌سان ، بن
Spherical polar coordinates	مختصات قطبی کروی

Atomic model	مدل اتمی
Bohr atomic model	مدل اتمی بوهر
Thomson atomic model	مدل اتمی تامسون
Rutherford atomic model	مدل اتمی راترفورد
Fermi gas model of nucleus	مدل گاز فرمی هسته
Shell model of nucleus	مدل لایه‌ای هسته
Schrodinger's equation	معادلهٔ شرودینگر
Wave equation	معادلهٔ موجی
Twin paradox	معمای دوقلو
Q Value	مقدار Q
Expectation value	مقدار مورد انتظار
Statistical mechanics	مکانیک آماری
Quantum mechanics	مکانیک کوانتمی
Brillouin zones	مناطق بریلوئن
Wave	موج
Moseley, Henry G.J	موسلی ، هنری جی
Polar molecule	مولکول قطبی
Hydrogen molecule	مولکول ئیدروژن
Sunspot magnetic fields	میدانهای مغناطیسی نقطه خورشیدی
Radiation dosage	میزان پرتودهی
Maser	میزر
Electron microscope	میکروسکوپ الکترونی
Electron affinity	میل ترکیبی الکترون
Muon	میون

ن

Dopping of semiconductors	ناخالص سازی نیم رساناها
Neptunium	نپتونیم
Gyromagnetic ratio	نسبت ژیرومغناطیس
General theory of relativity	نظریهٔ عام نسبیت

Meson theory of nuclear forces	نظریهٔ مزون نیروهای هسته‌ای
Band theroy of solids	نظریهٔ نوار جامدات
Barrier penetration	نفوذ سدی
Band	نوار
Forbidden bands	نوارهای ممنوع
Neutron	نوترون
Thermal neutron	نوترون حرارتی
Neutrino	نوترینو
Light	نور
Harmonic oscillator	نوسان‌کنندهٔ هماهنگ
Nuclide	نوکلید
Nucleon	نوکلئون
Von der waals forces	نیروهای واندروالس
Nuclear forces	نیروهای هسته‌ای
n–Type semiconductor	نیم‌رسانای نوع n
p–Type semiconductor	نیم‌رسانای نوع p
Ne'eman Yuval	نیمن ، جووال
Half life	نیمه عمر

و

Alpha decay	واپاشی آلفا
Beta decay	واپاشی بتا
Inverse Beta decay	واپاشی بتای معکوس
Gamma decay	واپاشی گاما
Becquerel unit	واحد بکورل
Atomic mass unit	واحد جرم اتمی
Fermi unit	واحد فرمی
Gray unit	واحدگری
Nuclear reaction	واکنش هسته‌ای
Weinberg, Steven	واینبرگ ، استیون

Semiconductor devices	وسایل نیم‌رسانا
Wilson, Charles	ویلسون ، چارلز

ه

Hadrons	هادرونها
Halogens	هالوژنها
Heisenberg werner	هایزنبرگ ، ورنر
Nucleus	هسته
Atomic nucleus	هستهٔ اتمی
Compound nucleus	هستهٔ مرکب
Uranium hexafluoride	هگزافلوریداورانیوم
Helium	هلیوم
Equivalence	هم‌ارزی ، برابری
Fusion	همجوشی
Charge conjugation	همیوغگی بار
Hyperons	هیپرونها

ی

Yang, Chen N.	یانگ ، چن
Ice	یخ
Yukawa Hideki	یوکاوا ، هایدکی
Hydrogen molecular Ion	یون مولکولی ئیدروژن

فهرست موضوعی

آ

آرایشهای الکترونی ۲۵۹
آزمایش اشترن ــ گرلاخ ۲۵۳
آزمایش پراکندگی راترفورد ۱۳۳، ۱۳۰
آزمایش فرانک ــ هرتز ۱۶۴
آشکارساز نیم‌رسانا ۵۴۱
آشکارسازهای ذره ۵۳۶
آمار کوانتمی ۳۴۳
آمار ماکسول ــ بولتزمن ۳۲۸

الف

ابعاد هسته‌ای ۱۴۱ــ ۱۴۰
اتاقک ابری ۵۴۲
اتاقک جرقه ۵۴۶
اتاقک حباب ۵۴۳
اتاقک یونش ۵۳۶
اتساع زمان ۴۷، ۴۳، ۱۸، ۱۵
اتم بوهر ۱۵۵ــ۱۵۱
اثر بهنجار زیمن ۲۳۲، ۲۲۸
اثر تونل ۱۹۸ــ۱۹۳
اثر کامپتون ۷۸، ۸۱
اثر هال ۳۹۹ــ۳۹۸
احتمال تراگسیل ۴۸۴
اسپین الکترون ۲۵۰
اسپین ایزوتوپی ۵۵۷
اشتراک الکترونی ۲۹۸
اصل انحصار ۲۵۶
اصل تطابق ۱۶۸ــ۱۶۶
اصل عدم قطعیت ۱۲۱ــ۱۱۶
اصل لیزر ۳۴۳ــ۳۳۹
اصول نسبیت خاص ۴۵، ۱۲
اعداد کوانتمی ۲۲۲ــ۲۱۸
اعداد کوانتمی ذره بنیادی ۵۵۵
افت انرژی در جذب‌کننده ۵۲۵۰
افزایش سرعت ۴۹
الکترون آزاد ۴۱۲
الکترونهای آزاد در یک فلز ۳۶۱
امواج دبروی ۹۶
امولسیونهای هسته‌ای ۵۴۵
اندازه حرکت زاویه‌ای اسپین ۲۵۱
اندازه حرکت فوتون ۷۹
اندازه حرکت نسبیتی ۳۶
اندازه حرکت زاویه‌ای کل ۲۷۵ــ۲۷۲
اندازه‌ها و شکلهای هسته‌ای ۴۳۹

انرژی پیوندی ۴۴۳
انرژی تزویج ۴۵۲
انرژی حجمی ۴۴۷
انرژی حرارتی هسته‌ای ۵۱۳
انرژی در صفر مطلق ۲۰۳
انرژی سطحی ۴۴۷
انرژی سکون ۳۸
انرژی فرمی ۳۴۵،۳۶۱،۳۶۶،۴۲۰
انرژی فوتون ۶۳
انرژی کوانتمی ۶۱
انرژی کولن بلوریونی ۳۸۲
انرژی کولنی ۴۴۹
انرژی متوسط هر نوسان‌کننده ۳۵۹
انرژی مولکولی متوسطه ۳۳۵
انرژی نامتقارن ۴۵۱
انرژیهای مولکولی در یک گاز ایده‌آل ۳۳۱–۳۳۲
انتقال به سوی قرمز ۲۲
انقباض طول ۲۳،۴۳
انقباض لورنتس ــ فیتز جرالد ۲۳
انواع بلور ۳۹۳

ب
بازتاب و انتقال به وسیله یک سد ۱۹۰
برهمکنشهای بنیادی ۵۶۸،۵۶۹
برهمکنشهای ذرات باردار ۵۲۴
برهمکنش هسته‌ای ــ الکترون ۴۲۲
بلورهای کووالانس ۳۸۴–۳۸۶
بلورهای یونی ۳۷۸
بوزونها ۳۴۴

پ
پارینه ۵۶۱
پالس نوری ۱۶
پدیدهٔ دوپلر ۲۰ –۲۲
پدیده فتوالکتریک ۵۶ – ۶۰،۶۱
پراش پرتو ایکس ۷۳–۷۸
پراش ذره ۱۰۷–۱۱۱
پراکندگی ذره آلفا ۱۳۲
پرتوهای ایکس ۶۷–۷۷
پویش آزاد متوسطه ۴۹۸
پیوند فلزی ۳۹۲
پیوند کووالانس ۲۹۷
پیوند یونی ۲۹۶

ت
تابش ترمزی ۶۸
تابش جسم سیاه ۳۴۹–۳۵۱
تابش چرنکوف ۵۲۸
تابع توزیع بوز–اینشتین ۳۴۴
تابع توزیع فرمی ــ دیراک ۳۴۵،۳۴۶
تابع توزیع فوتون ۳۵۵
تابع توزیع ماکسول ــ بولتزمن ۳۲۹
تابع موج ۹۸–۱۰۰–۱۸۹
تبدیل سرعت نسبیتی ۵۰
تبدیل گالیله ۴۳
تبدیل لورنتس ۴۲،۴۶
ترازهای انرژی ۱۵۶،۲۰۳
ترازهای انرژی اتم هیدروژن ۱۵۷
ترازهای انرژی چرخشی ۳۱۰–۳۱۱،۳۱۳
تحریک اتمی ۱۶۲

تعادل گرمایی نوترون ۵۲۹
تعداد حالتهای الکترونی ۳۶۳
تقارنها و اصول پایستگی ۵۵۹
تندی ۱۹
توابع کار فتوالکتریک ۶۲
توابع موج متقارن و بار متقارن ۲۵۷–۲۵۹
توابع ویژه ۱۸۴، ۱۸۷، ۵۷۵
توزیع انرژی الکترون ۳۶۴
توزیع انرژی مولکولی ۳۳۳
توزیع بوز ــ اینشتین ۵۹۳، ۵۹۵
توزیع تندی مولکولی ۳۳۵
توزیع فرمی ــ دیراک ۵۹۵، ۵۹۶
توزیع ماکسول ــ بولتزمن ۵۸۸، ۵۹۲
توزیعهای چگالی احتمال ۴۱۸
تولید زوج ۸۲–۸۴

ث

ثابت پلانک ۶۱

ج

جابجایی پیچشی ۳۷۶
جابجایی لبه‌ای ۳۷۶
جامدات بلوری و بی‌شکل ۳۷۲–۳۷۴
جداسازی متغیرها ۲۱۶
جدول تناوبی ۲۶۲–۲۷۱
جذب پرتو گاما ۵۳۱
جرم مؤثر ۴۲۰
جرم نسبیتی ۳۴
جرم و انرژی ۳۷
جرمهای اتمی ۴۲۸، ۴۲۹
جنت شدگی JJ ۲۷۹–۲۸۰
جنت شدگی LS ۲۷۵–۲۷۸
جنت شدگی اسپین مدار ۲۵۴

چ

چرخه کربن ۵۱۴
چگالی احتمال ۱۹۱
چگالی احتمال الکترون ۲۳۳
چگالی امواج ساکن در یک حفره ۳۵۴
چگالی نوکلئونها ۴۴۱
چندجمله‌ایهای هرمیت ۲۰۵

ح

حالتهای اندازه حرکت زاویه‌ای ۲۲۴
حرکت هسته‌ای ۱۶۰

د

دستگاه مرجع ۱۳، ۲۴، ۴۴، ۴۷
دوگانگی موج ذره ۶۴–۶۵
دیود ۴۰۸

ذ

ذرات بدون جرم ۴۰–۴۲
ذره در یک جعبه ۱۸۸، ۱۸۷، ۱۸۵، ۱۱۳–۱۱۱

ر

رآکتورهای هسته‌ای ۵۰۸
ردیابها ۵۴۲
رساناها ۳۰
ریشه دوم میانگین مجذور تندی ۳۳۵

ز

زمان‌سنجی تابشی ۴۷۳

س

ساعت نوری ۱۶–۱۷

سرعت رانش ۳۹۶

سرعت فاز ۱۰۶

سرعت گروه ۱۰۶

سرعت گروه دبروی ۱۰۷

سرعت موج دبروی ۱۰۰–۱۰۳

سرعتهای فاز و گروه ۱۰۴

سری بالمر ۱۴۹، ۱۵۹

سری براکت ۱۵۰، ۱۵۹

سری پاشن ۱۵۰–۱۵۹

سری رادیواکتیو ۴۷۸

سری فوند ۱۵۰، ۱۵۹

سری لیمن ۱۵۰، ۱۵۹

سطح مقطع ۴۹۳، ۴۹۵

سطح مقطع مؤثر ۱۳۶

سه تابع توزیع آماری ۳۴۸

ش

شدت نسبی ۵۳۳

شعاع بوهر ۱۵۵

شکافت هسته‌ای ۵۰۴

شکل‌گیری مولکولی ۲۹۶

شمارنده سوسوزن ۵۳۹

شمارنده گایگر ۵۳۸

شمارنده متناسب ۵۳۷

ض

ضخامت جذب‌کننده ۵۳۳

ضربانها ۱۰۶

ضریب تضعیف خطی ۵۳۵

ط

طول موج فوتون ۹۷

طیفهای اتمی ۱۶۳، ۱۴۶

طیفهای الکترونی مولکولها ۳۲۲

طیفهای پرتو ایکس ۲۸۶–۲۸۹

طیفهای خطی نشری ۱۴۷

طیفهای دوالکترونی ۲۸۳–۲۸۵

طیفهای نشری ئیدروژن ۱۴۸

طیفهای یک الکترونی ۲۸۰–۲۸۳

ع

عدد یونی ۴۱۲

عکس تبدیل لورنتس ۴۸

عمر متوسطه ۴۷۲

عمر متوسطه حالت برانگیخته ۵۰۳

عملگرها ۵۷۵–۵۷۷

عملگرها میلتونی ۵۷۹

عملهای متقارن واصول پایستگی وابسته به‌آنها ۵۶۰

ف

فرمول استرلینگ ۵۹۰

فرمول پراکندگی راترفورد ۱۳۹، ۱۳۶

فرمول تابش پلانک ۳۵۵

فرمول ریلی ــ جینز ۳۵۴، ۳۵۱

فرمول گرمای ویژه اینشتین ۳۶۰
فرمیونها ۳۴۴
فعالیت ۴۶۶
فوتون ۸۵–۹۰

ق
قانون استفان ـ بولتزمن ۳۵۶
قانون اهم ۳۹۵
قانون دولن ـ پتی ۳۵۸
قواعد گزینش ۲۴۳–۲۴۵
قوانین توزیع آماری ۵۸۷

ک
کاربردهای اصل عدم قطعیت ۱۲۱
کوارکها ۵۶۳–۵۶۵، ۵۶۷
کوانتمش فضایی ۲۲۵

گ
گذارهای تابشی ۲۳۸
گراویتون ۵۶۹–۵۷۰
گرماهای ویژه جامدات ۳۵۸
گرمای ویژه الکترون ۳۶۷
گسیل پوزیترون ۴۹۰
گشتاور مغناطیسی ۴۳۲
گشتاور مغناطیسی اسپین ۲۵۲
گشتاور مغناطیسی الکترون ۲۳۰

ل
لایه‌های اتمی ۲۶۰
لپتونها ۵۴۸
لیزر ۳۳۷

م
ماگنتون بوهر ۲۵۳
محتملترین تندی ۳۳۶
مختصات قطبی کروی ۲۱۴
مدارهای الکترونی ۱۴۲–۱۴۶
مدل اتمی تامسون ۱۲۹
مدل قطره‌ای ۴۴۶
مدل لایه‌ای ۴۵۲
مدلهای اتمی ۱۲۸
مدهای معمولی ارتعاش ۳۲۱
معادله شرودینگر ۱۷۷، ۱۷۹، ۱۸۲، ۲۱۳
معادله موج ۱۷۳–۱۷۵
معمای دوقلوها ۲۵–۲۸
مغناطیس و الکتریسیته ۲۸
مقادیر ویژه ۵۷۵–۵۷۷
مقادیر مورد انتظار ۱۸۰–۱۸۲
مقاومت ظاهری (امپدانس) ۴۱۰
مقدار واکنش هسته‌ای ۵۰۲
مکانیک کلاسیک ۵۰
مکانیک کوانتمی ۱۷۲
مکعب میان وجهی ۳۸۱
مناطق بریلوئن ۴۱۱، ۴۱۴
منشاء فلوئورسانس ۳۲۳
منشاء نوارهای ممنوع ۴۱۵–۴۱۷
مولکول H_2 ۳۰۵
مولکولهای پیچیده ۳۰۷

ن

نسبیت جرم ۳۱
نظریه کوانتمی نور ۶۰
نظریهٔ مزون درباره نیروهای هسته‌ای ۴۵۷
نظریه نوار جامدات ۳۹۹
نظریهٔ واپاشی آلفا ۴۸۴
نقایص بلوری ۳۷۴
نوترون ۴۳۲
نوسان‌کننده هماهنگ ۵۸۲، ۲۰۶، ۲۰۰
نوکلئون ۴۳۸، ۴۳۵
نیروهای واندروالس ۳۸۶
نیروی گرانی ۸۵
نیمه عمر ۴۶۹

و

واپاشی آلفا ۴۸۶، ۴۸۲–۴۸۰
واپاشی بتا ۴۸۹، ۴۸۷
واپاشی رادیواکتیو ۴۶۶
واپاشی گاما ۴۹۲
واکنشهای هسته‌ای ۴۹۹
وسایل نیم‌رسانا ۴۰۸–۴۰۶

ه

هادرونها ۵۵۰
هسته‌های پایدار ۴۳۶

ی

یون مولکولی H_2^+ ۳۰۰